進化ゲーム理論を用いた容量制約下における自律分散的情報発信の社会的効率性

地主　遼史[1]・井料　隆雅[2]

[1]学生会員　神戸大学　大学院工学研究科（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1−1）
E-mail:ryoji_jinushi2@stu.kobe-u.ac.jp

[2]正会員　神戸大学　大学院工学研究科

多様な主体による情報発信が情報伝達の観点で効率的に働いているとはどのような状態を指すか，本研究では議論する．発信を受け取る側が限られた量しか処理できない状況では不毛な競争が発生することが知られている．この競争を描写するために本研究ではPopulation gameの枠組みを適用した．モデルは複数のパレート効率的な均衡を持ちうり，一部の発信者が容量を必要以上に消費する均衡も含まれる．効率性の指標として発信・受信の無駄に注目した社会的効率性を定義した．効率性最大の均衡が存在するならばパレート効率かつ漸近安定であり，その大域的安定性は発信者の便益の最大値に依存する．条件によってモデルはStable/Supermodular gameになり，発信コスト上昇により効率性が単調に上昇することを示した．

Key Words : *advertising, congestion, information overload, equilibrium selection*

1. 序論

多様な主体による分散的な情報発信が情報伝達の観点で効率的に働いているとはどのような状態を指すか，本研究では議論する．分散的な情報発信の例としては企業による広告があるだろう．広告を活用して，多様な企業がそれぞれ独立に発信を決定し消費者に情報を伝達する．電通[1]によれば，2015年の日本の総広告費は6兆1710億円，2015年度における日本の名目GDP[2]（およそ500兆円）と比較すると広告費は国内GDPの1%を占める．この値は2016年に策定された政府による研究開発投資の目標値（内閣府による第5期科学技術基本計画[3] 参照）と同等である．この金額の大きさから広告制度が社会に与える影響，社会にとって望ましい状態に導くことの意義が示唆される．一方で，多様な主体による広告活動は市場に任せることで社会的に望ましい状態に至らない可能性が指摘されてきた（Bagwellによる広告制度を分析した研究のレビュー[4] を参照）．実社会には，広告制度以外にも分散的な情報発信が普遍的に見られる．例えば会話，論文の投稿，Eメール，電話など、たいていの情報発信は情報の発信者が独立に発信を決定する．莫大な金額が関わる制度にも通じる点と普遍的な構造である点から，分散的な情報発信の効率的な状態を議論することには社会的に意義があるだろう．

分散的に発信が決定される場合，発信を受け取る側が限られた量しか処理できない状況における不毛な競争の発生が広告制度を扱う研究で明らかにされている．自律分散的に決定される情報発信の一つである広告制度を研究するためにさまざまなアプローチが採用されてきた．中でも本研究の問題意識と親和性の強い研究として，広告を容量制約付きのネットワークと捉えるもの[5)6)7)8)9]に注目する．広告を容量制約付きのネットワークと捉える研究とは，消費者が処理できる発信に容量制約を仮定し，その結果発生する外部性に注目する研究を指す．各企業は消費者側の受け取る容量の枠を情報発信によって奪い合う．容量を超えた発信が消費者に行われるとき，一部の発信が受信されず無駄になる．このような状況では，商品やサービスが全く異なる企業同士間にさえ情報面での競争が発生する．特に（情報を伝達するために必要最低限な発信の量を超える）過剰な発信が可能なモデルでは，一部の企業が過剰に発信を行い，他の企業を（情報発信面での競争から）締め出す均衡が存在する．

広告の文脈を離れて上記の議論は容量制約付きネットワークとしての分散的な情報発信についての議論として解釈しなおすことができるだろう．企業ではなく発信を受信されることで何らかの便益を得る発信者，消費者を

より一般的に表現して処理できる発信の総量に限界を持つ受信者，発信者と受信者を伝達する媒体の3つからなるシステムを本研究では分散的な情報発信システムと定義する．広告の例と同様に，限られた受信者の容量を求めて，一部の発信者が過剰な発信を行い，結果的に大量の発信が無駄になるとともに有益な情報を持つ発信者が発信を行えない状況が発生しうる．

発信の処理に費やされる受信側の容量（あるいは受け取る時間や労力）が公的な資源ならば，分散的な情報発信システムは公共性（構成員の大部分が共有する価値観の下，社会全体にとって公平かつ有益であると判断される性質）の求められる情報のインフラとして土木工学で扱う意義があるだろう．どのような条件が満たされれば分散的な情報発信に対する受信の容量が公的な資源として捉えられるか，例を挙げて説明したい．災害時において（地域行政団体の）災害対策の本部に向けて，地域住民や消防団，自衛隊や気象庁からの様々な情報発信が行われる場合を考える．災害対策本部は時間や労力の関係で処理できる発信の量が制限されるだろう．実際の災害時に多量な情報提供を処理しきれず，行政側が混乱した事例も存在する[10]．この限界（容量）を公的な資源と捉えて最適な配分を試みることには，防災設備や避難行動の研究と同様に土木工学的な意義があると思われる．

防災の観点からの意義に加えて，広告制度を情報のインフラとして捉えると制度運営を市場に任せた構造は理論的には非効率な均衡に陥りやすいと予想されるため，望ましい介入を議論することには意義がある．広告制度を活用した情報発信の処理に費やされる受信側の容量を公的な資源と考えることには異論もありうるため，本研究の立場を説明したい．（対象を選べるターゲティング広告を除く）全ての広告物を一つの社会制度として捉えると，広告は街中やインターネット上に溢れており，回避することは現実的ではない．広告を無視するためにさえ広告を認識する必要があるため，わずかでも時間と労力が必要となる．制度の構造上，回避不可能な形で個人の資源を消費してしまう点から，広告制度は市民に対する一種の課税に近い制度だと捉えることができるだろう．公的な資源の適切な利用は土木工学の範疇であり，上の議論から広告制度は公的資源を利用していると本研究では解釈する．

分散的な情報発信システムの効率性を議論するために，本研究ではSandholm[11]のPopulation gameの枠組みを活用する．Sandholmは進化ゲーム理論の枠組みをゲームの構造（Population game）とその動学（Evolutionary dyanmics）に分解して，解説している．この分解は動学の詳細に関わらない，ゲームの構造由来の特徴を捉える点で便利である．本研究ではAnderson & De Palma(2013)で議論された問題をPopulation gameの枠組みに適用した．この適用によって，進化ゲーム理論の分野で知られている概念（Stable game, Supermodular game）を援用したモデルの分析が可能になる．

政策の目標を定めるために各均衡状態を評価する上でパレート効率以外の基準が本研究のモデルには必要である．パレート効率とは社会全体の効率を表す指標の一つである．犠牲（社会を構成する人々の効用減少）なくしてはどの構成員も効用を改善できない状態をパレート効率的な状態と呼ぶ．また犠牲なしに効用を改善することをパレート改善という．パレート効率が達成されていない場合，パレート改善可能であり，社会全体にとって効率的でない．パレート効率な状態が他の指標（社会厚生や効用の最大化）と相関を持つ問題については，パレート改善は政策の目標として一般的に採用されている（例えば坂井ら[12]）．しかし，本研究のモデルは複数のパレート効率的な均衡状態を持つことがあり、一部の発信者が発信を大量に行い，受信容量を大量に消費する均衡も含まれる．そのためパレート効率単独では指標として有効ではない．

本研究の目的はパレート効率性に代わる，情報伝達面に注目した社会的効率性を定義し，その指標を利用して政策を検討することである．先行研究では発信者の利潤最大化や受信者の効用を含めた社会厚生の最大化が目的関数として採用されている．両者は一般的な政策目標であり，解釈も容易という長所がある．一方でこの政策目標の問題点としては分散的な情報発信自体の外にある，発信者の便益や受信者の効用に対する仮定に結果が左右されてしまいやすく，また研究間の相互比較が困難な点だろう．定義する社会的効率性は，発信者や受信者への仮定から独立で，容量制約付き分散的な情報発信を扱う研究一般に適用可能なものが望ましい．そのような社会全体から見たシステムの効率に焦点を当てた研究の前例として，交通ネットワーク配分分野に注目した．交通ネットワーク配分分野では利用者が自身の旅行時間を最小化する配分をシステム全体の旅行時間を最小化する配分に近づけることが主目的の一つである．旅行時間は社会全体にとってのコストを表現している．分散的な情報発信では発信のコストと受信の容量が交通ネットワーク配分でいう旅行時間に相当するだろう．本研究では発信に費やしたコストの合計と伝達した情報の量の関係に注目し，情報伝達の面から見た社会的効率を定義する．

本研究は以下の5章で構成される．1章では研究の背景と先行研究、研究の概要について紹介した．2章ではモデルの定式化を行い、モデルを適用可能な範囲を議論する．3章では社会的効率性を定義し，その特徴を述べる．4章では発信コストが社会的効率性を単調に増加させる十分条件を示す．5章では結論と今後の課題についてまとめる．

2. モデルの定式化と均衡の定義

本章ではゲーム理論を用いて容量制約付きの分散的な情報発信システムを定式化し，均衡を定義するとともに，モデルの適用範囲とその限界について説明する．2.1 ではゲーム理論を用いて，自律分散的な情報発信システムの均衡を Anderson & de Palma(2013)[8]と同様の枠組みで定式化する．2.2 では 2.1 のモデルを Population game に持ち込み，交通工学で一般的な利用者均衡配分(Wardrop の第一原理[13])と同形になることを示す． 2.3 ではモデルの適用範囲とその限界について仮定と関連付けて説明する．

2.1 自律分散的な発信者と容量制約付きの受信者と発信を伝達する媒体

本研究では発信者，受信者，発信を伝達する媒体の 3 要素からなる分散的な情報発信システムを考える．発信者それぞれが固有の情報を持ち，受信者に情報を伝達する何らかの誘因（例えば金銭的あるいは倫理的な誘因）に従って自律分散的に（周囲の意思決定と独立に）情報の発信を決定する．発信者による情報発信は媒体によって受信者に伝達される．受信者は何らかの要因（例えば時間や能力の関係）で発信を処理できる量に限界を持ち，限界を超える量の発信が行われた場合，一部しか処理できない．本研究では受信者の意思決定を考慮せず，あらかじめ決まった量の発信を受動的に処理するものとして扱う．この節ではモデルの簡単な説明を行い，モデルの適用範囲や限界については 2.3 節で議論する．

発信者は発信が受信されることで得られる便益と発信にかかるコスト，発信が受信される確率を考慮して発信数を決定する．本研究でいう発信者が得る便益とは，受信されなかった場合と比較して受信によって発信者が得る追加的な便益を指す．この追加的な便益は例えば災害時における倫理的な動機からの情報提供の場合であれば，義務を果たすことによる満足感や良心の呵責を免れる効用が当てはまる．広告制度でいえば広告の結果として増加した商品への需要や商品にブランド価値が発生することによる差別化と解釈できる．それぞれの追加的な便益は他の発信者による発信が受信されたかどうかに関わらず一定とする．この仮定はそれぞれの発信者が受信者を内容に関して取り合わないこと，広告でいえば広告されるサービスや商品が他の代替品にならないことを意味する．また同じ発信者が同じ受信者に複数回受信されても便益は一度しか発生しないと仮定する．一見このような仮定は広告に適用する上では疑問視されるかもしれない．しかし，情報提供としての広告を仮定する研究は多数存在しており珍しい仮定ではない（例えば Stigler[14]，Nelson[15]）．また分散的な情報発信システムの情報伝達面での効率性という本研究の問題意識にも沿う．

本研究では発信にかかるコストを技術的な要因によって定まる社会的なコスト（資源や労力）と等価として扱う．現実の社会において情報発信を行う時には携帯会社や広告代理店が間に入り，種々の費用を発信者が支払うことになるが，研究の焦点である分散的な情報発信システムの社会的な効率性とは（比較的）関係が薄いと思われるため今回は中間の主体を捨象する．

受信者の容量を超えた発信が行われている状態（以下混雑状態）では，発信された情報は確実に受信されるとは限らず，発信者は（これまでの経験や統計情報を参考に）発信が受信される確率を推測して，発信を選択する．それぞれの発信者が独立には受信される確率を左右できるほど影響力を持たないほど，発信者が十分に多い場合を仮定する．

受信者は媒体を経由して，受信容量（処理できる限界）までの発信を受信（処理）する．本研究では受信者の効用や受信者による積極的な行動（例えば発信される情報に対応した受信容量変更など）を捨象し，単に一定数の発信を処理する機械のように扱う．また容量を超えた発信に対しては受信者が媒体から受け取る発信は無作為（等確率）に選択されると仮定する．この無作為な受信の仮定は，現実に存在する発信を受信されやすくする努力（目立つ装飾や過激なキーワードなど）や受信者側による事前のスクリーニングを捨象することを意味する．

ここまでの仮定を数式で表現する．受信者は受信容量（受け取れる発信の量）として，ϕ で表現される制約を持つ．受信者に受信されることで発信者自身に便益 π を生み出す情報を各発信者は持つ．便益と情報が受信される確率，発信にかかる社会的コスト γ を考慮して，利得を最大化するように発信者 i は発信の回数 $l^i \in L$ を離散的に選択する．発信者による発信は媒体を経由して，受信者に受信される．受信者に到達する発信の総量 N が受信者の受信容量 ϕ を上回る時，全ての発信は等しい確率（受信率 ϕ / N ）で受信者に受信される．この時，l 回発信を行う発信者が受信される確率は $1-(1-\phi/N)^l$ で近似的に求めることができる（発信者および他の発信者の発信が十分に多いと仮定し，非復元抽出を復元抽出で近似している）．

本研究における均衡を以下に示すように全ての発信者が利得を最大化するように発信回数を決定している状況(Nash 均衡)と定義する．

$$\max_{l^i} U = \pi(1-(1-\phi/N)^{l^i}) - \gamma l^i \qquad (1)$$
$$\forall i \in all\ sender$$

均衡の定義を含め，この節の仮定は Anderson & de Palma(2013)で用いられたものとほぼ同じである．次節で示

すように，本研究と Anderson & de Palma(2013)の差異は発信者の便益の分布に異なる連続化を行うことである．

2.2 Population game としての扱い

本節では 2.1 で定式化したモデルに対して発信者の便益に有限の離散的な個人特性を与えることで，Population game に落とし込む．Sandholm[11]によれば，Population game とは以下の 5 つの特徴を満たすゲームである．

1. プレイヤーの総数が大きい
2. 個々のプレイヤーが小さい．どのプレイヤーも微弱なあるいは全く他者の利得に影響力を持たない
3. プレイヤー間の相互作用が匿名的に働く．プレイヤーそれぞれの利得は他者の行動の分布にのみ依存する．
4. 役（個人特性）の数が有限である．それぞれのプレイヤーは有限個の集団の（どれか一つの）一員である．集団の構成員は同じ戦略集合を持ち，構成員の利得は構成員自身の選択と他者の行動の分布に依存する集団固有の関数で決まる．
5. 発信者の利得が連続である．利得関数は他者の行動の分布に対して連続に推移する．

本研究の対象とするゲームは発信者を有限の個人特性で分けられる複数の集団と仮定することで上の条件を全て満たす．Population game の枠組みに落とすことの利点は，Population game を分析するために提案されてきた概念（例えば Stable game や Supermodular game）を用いてシステムの特徴を説明できることである．

本研究のモデルは Population game として定式化することで Wardrop の第一原理[13]，利用者均衡配分の変形として解釈できる．発信者は便益の小さい順番に有限の個人特性 $R=\{1,...,r_{\max}\}$ に分類され，ある個人特性 $r \in R$ に属する発信者の総数は

$$D=\sum_{r\in R} d(r) \tag{2}$$

で表現される．この発信者の総数は交通配分問題でいえば同じ時間価値を持つ需要に対応する．各発信数はそれぞれ異なる経路を意味し，個人特性 r を持ち発信を l 回行う発信者の人数は $x_l(r)$ で表現される．各発信者が選択しうる発信数の集合 $L^r=\{l^r_{\min}, l^r_{\min}+1,...,l^r_{\max}\}$ を用いて，総発信数は

$$N(\mathbf{x})=\sum_{r\in R}\sum_{l\in L^r} l x_l(r) \tag{3}$$

で求められる．ある個人特性 r を持つ発信者について，取りうる発信回数の幅は $n^r=l^r_{\max}-l^r_{\min}+1$，発信回数の分布は

$$\mathbf{x}(r)=(x_l(r): l\in L^r) \tag{4}$$

で表現される．$l^r_{\min}\geq 0$，$l^r_{\max}\leq \pi^r/\gamma$ が成り立つため，集合 L^r は有限である．また個人特性と発信回数からなる状態変数の総数は

$$n=\sum_{r\in R} n^r \tag{5}$$

で求まる．個人特性 r を持つ発信者について発信者の総数を超えない範囲で取りうる発信回数の分布の組み合わせを

$$\mathrm{X}(r)=\left\{\mathbf{x}(r)\in \mathrm{R}^{n^r}_{+}: \sum_{i\in L^r} x_l(r)=d(r)\right\} \tag{6}$$

と表記するならば，システム全体の取りうる状態は

$$\begin{aligned}\mathrm{X}&=\prod_{r\in R}\mathrm{X}(r)\\ &=\left\{\begin{aligned}&\mathbf{x}=(\mathbf{x}(1),...,\mathbf{x}(r_{\max}))\in \mathrm{R}^{n^r}_{+}\\ &:\mathbf{x}(r)\in \mathrm{X}(r)\end{aligned}\right\}\end{aligned} \tag{7}$$

である．ゲーム全体の利得関数 $U:\mathrm{X}\to \mathrm{R}^n$ はシステムの取りうる各状態から，各個人特性ごとの各戦略による利得のベクトルを与える連続写像である．個人特性 r を持ち発信を l 回行う発信者の利得は

$$U(r,l,N(\mathbf{x}))=\pi^r(1-(1-\phi/N(\mathbf{x}))^l)-\gamma l \tag{8}$$

である．状態 $\mathbf{x}$ において利得を最大化する戦略を

$$b^r(\mathbf{x})=\underset{l\in L^r}{\arg\max}\, U(r,l,N(\mathbf{x})) \tag{9}$$

と表記する．ここで

$$\Delta^r=\{y^r\in \mathrm{R}^{n^r}_{+}: \sum_{i\in L^r} y^r_i=1\} \tag{10}$$

と記すなら，発信者の利得を最大化する混合戦略の組み合わせ（あるいは純粋戦略の分布）は

$$B^r(\mathbf{x})=\{y^r\in\Delta^r: y^r_i>0\Rightarrow i\in b^r(\mathbf{x})\} \tag{11}$$

である．あるシステム全体の状態 $\mathbf{x}$ がナッシュ均衡であることは

$$\begin{aligned}&\mathrm{NE}(U)\\ &=\{\mathbf{x}\in \mathrm{X}: \mathbf{x}(r)\in d(r)B^r(\mathbf{x})\ \forall r\in R\}\end{aligned} \tag{12}$$

と表記できる．これは

$$\mathrm{NE}(U)=\left\{\begin{aligned}&\mathbf{x}\in\mathrm{X}:\left[\begin{aligned}&x^r_i>0\Rightarrow\\ &U(r,i,N(\mathbf{x}))\\ &\geq U(r,j,N(\mathbf{x}))\end{aligned}\right]\\ &\forall i,j\in L^r, r\in R\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

と等価である（ここまでの展開は Sandholm(2010)p23,24 を参考にした）．したがって本研究の均衡は Wardrop の第一原理と同様に，以下の式で示すことができる．

$$x_l(r)(\overline{U}(r)-U(r,l,N(\mathbf{x})))=0$$
$$U(r,l,N(\mathbf{x}))\leq \overline{U}(r),\ x_l(r)\geq 0 \tag{14}$$
$$\sum_{i\in L^r} x_l(r)=d(r), \forall\, r\in R,\ l\in L^r$$

この数式には交通工学で様々な分析が行われており，提案されてきた分析の道具を容易に適用することができる．

2.3 モデルの適用範囲とその限界

本研究のモデルは抽象的な仮定が多く，適用可能な範囲がわかりにくいため，本節ではモデルの適用範囲とその限界について議論する．言及する仮定は追加的な便益，発信内容の独立，発信の同質性，固定的な受信容量，十分に大きな発信者集団の 5 つである．

発信を受信されることで発信者が得られる（と少なくとも発信者が考えている）追加的な便益という仮定は，広告の研究に従来使われてきた仮定と比較して，モデルの適用範囲を広げているが，同時に実証を困難にしている．従来の広告のモデルでは一般に需要曲線との関係を定めるためことが珍しくない [16]．追加的な便益の仮定は余計な構造を必要としないため，適用範囲は広くなる．実社会においても，情報発信を行う主体は何らかの動機に基づいて発信を行うことが多い．この動機が受信者に受信してもらうことで満たされる（確率が上がる）ならば，発信者は動機が満たされるという発信をしなければ得られなかった追加的な便益を得たことになる．しかし，（発信者が考えている）追加的な便益は，実現象と結びつかない可能性があり，観測が難しい．

広告に関する研究の場合，元々便益の観測が困難なため，観測が難しくなるという仮定はあまり欠点にならない．Bagwell によれば，広告の効果は 3 つの視点(説得的，情報提供的，補完的視点)の複合的なものであり，かつ効果が即座に発生するものばかりではなく，多様な要素と相互作用が疑われているため，実証研究は元から困難である [4]．もし実証を試みるならば，本研究の仮定の場合，ある特定の広告によって追加的に発生した購買行動と他の購買行動を区別する必要がある．可能性としては企業側が支払い意思額を提供してくれるなら，企業側の考える追加的な便益は観測できるかもしれない．

発信内容（あるいは発信者の便益）が（発信者にとって）それぞれ独立であるという仮定は適用範囲を狭める．工夫なしで直接的に使える対象としては，旅行者が時間や予算を十分に持っており，気になった旅先全てに立ち寄ると仮定できるならば，観光地による旅行者の誘致にモデルが適用できるだろう．あるいは発信された情報が価値を持つ受信が十分に少ない場合，例えば実質的に重複を無視できるほど受信者のごく一部にしか発信者それぞれの情報の意味がない場合であれば適用できる．広告でいえば，お互いの顧客が被らない産業間の情報面の競争に注目したことになる．なお Anderson & de Palma(2012) [7]はこの仮定を緩和し，産業内の価格競争を扱っている．

災害時の情報提供を考える時，十分に災害が複雑であれば発信内容が独立であるという仮定は満たされるだろう．発信者が倫理的な動機で情報提供を行う場合もそれぞれの自己満足が便益となるならば，他者の発信の到達が確認できない状況では独立として扱えるかもしれない．

発信の同質性が厳密に適用できる実現象は考えにくいが，発信者側から見て同質に扱われているように見える状況はありえる．例えば，複数人から非通知でほぼ同時に電話がかかる場合，受け手がどの電話を受け取るかは発信者から見れば等確率であろう．

発信の同質性（あるいは無作為な受信）の仮定は媒体の解釈を広げるほどに現実的でなくなる．例えば同じ CM を見るにしても，何か作業をしながら見る場合と画面に集中して見る場合では伝わり方が違うだろう．テレビから受け取る映像とラジオから受け取る音声では明らかに発信の質が異なる．この差異を本研究では捨象している．媒体の異質性を明示的に扱わない限り，発信の同質性は媒体の解釈を広げるほどに怪しくなる．

固定的な受信容量の仮定は受信者が時間や労力の全てを受信に割く状況や意図せず発信の処理をしてしまう状況を描写するには適切だろう．前者には災害時の情報提供を活用したい行政が考えられる．後者としては，スパムメールやテレマーケティング，より一般的には，回避できないという意味では広告制度全体を含められるかもしれない．なお Anderson & de Palma(2009) [6]では，受信者の効用と発信者の便益の間に単純な相関を仮定することで，受信者による受信容量の変更が扱われている．

発信のコストが発信の便益に見合う発信者が十分に多く存在するという仮定は発信のコストが下がるほどに満たしやすくなる．IT 技術の発達は，E メールと手紙を比較してわかるように，安価な情報発信を可能にした．エネルギー資源が枯渇するような事態が起きないとすると，情報通信技術の発達は情報発信の新しい手段を提供し，今後も発信コストを下げ続けるだろう．発信コストが下がると見込まれるため，本研究の適用範囲は今後広くなっていくと予想される．

本研究のモデルは実証研究への発展を考えるよりも分散的な情報発信システムをデザインする上で，理論的に望ましい定性的な特徴（ルール）を調べる上で有用に思われる．ここまで紹介した抽象的な仮定に阻まれて，本

研究のモデルが厳密な意味で適用できる現象はごく一部に限られるかもしない．しかし，少なくとも自律分散的な情報発信は実社会において珍しい構造ではなく，最もシンプルな例について分析することで，共通する性質を明らかにすることは社会的な意義があるだろう．

3. 社会的効率性の定義

分散的な情報発信システムの働きを利得や厚生以外の基準によって評価することは可能だろう．先行研究では発信者全体の利得や受信者の効用を加えた社会厚生の最大化が議論されている．しかし，利得や厚生といった基準は分散的な情報発信システムそのものの純粋な基準というよりも，分散的な情報発信システムを内包するより複雑なシステムの基準として理解できる．それぞれの研究がそれぞれの複雑なシステム固有の基準を設けると比較が難しい．研究の連携を促進する観点で，外的な環境と切り離された分散的な情報発信システム全般に適用可能な基準の導入には意義がある．

本研究における分散的な情報発信システムの社会的効率性を示す指標は無駄になる発信と受信容量の少なさによって

$$\begin{aligned} SE(\mathbf{x}) &= -\max(0, N(\mathbf{x})-\phi) \\ &-\beta_1 \max(0, \phi - N(\mathbf{x})) \\ &-\beta_2 \left(\sum_{r\in R} \sum_{l \in L^r_{>1}} \sum_{w \in W(r,l)} \begin{matrix} x_l(r)(w-1)\ {}_lC_w \\ (\phi / N(\mathbf{x}))^w \\ (1-\phi/N(\mathbf{x}))^{l-w} \end{matrix} \right) \end{aligned} \tag{15}$$

と定義される．ここで，$L^r_{>1} = \{ l \in L^r : l > 1\}$，$W(r,l) = \{ w \in L^r_{>1} : 1 < w \leq l \}$，${}_lC_w = l!/(w!)((l-w)!)$ である．また β_1 は受信容量の社会的な価値を発信のコストで割ったもの，β_2 は受信容量が同一の発信者によって行われた発信に費やされた場合に無駄になる発信と受信容量を発信の無駄に換算したものである．右辺第 1 項は受信容量を超えた発信の総数であり処理されずに無駄になった発信の量を表す．右辺第 2 項は無駄になった受信容量を発信の量に換算したものである．右辺第 3 項は同一の発信者による発信を重複して受信することで発生する受信容量と発信の無駄を発信の量に換算して表現している．

本研究の定義におけるシステムが最も社会全体から見て効率的な(System Optimal 以下 SO)均衡とは受信容量と同数の全ての活動的な発信者（1 回以上の発信を選択している発信者）が 1 回発信を行っている状態である．SO 均衡はパレート効率的であり漸近安定性を持つ．またこの状態の大域的な安定性(globally evolutionary stable states 以下 GESS)は発信者の便益の最大値に依存する（SO 均衡のパレート効率性，漸近安定性，大域的な安定性については付録 1 を参照）．

4. 社会的効率性と発信コスト上昇

本章の目的は 2 章で定式化したモデルの性質を進化ゲーム理論で提案されてきた概念を用いて整理すること，および発信コスト上昇により 3 章で定義した社会的効率性が単調に増加する条件を示すことである．本研究のモデルは挙動が外生的に与える発信者の分布に依存し，解析が困難である．本節では発信間に働く相補性（complementarity）に着目して，Supermodular game および Stable game として扱える十分条件を示すことでモデルの特性を説明する．また両 game の条件を満たすシステムに対して，発信コスト上昇が与える影響を，発信の社会的効率性の観点から示す．

発信者の各状況別の最適反応を示した図 4.1 からモデルが二種類の外部性を持つことが読み取れる．ある発信数 $k+1$ と k を無差別に選択する発信者の便益は

$$\begin{aligned} & \pi^r \phi / N(\mathbf{x})(1-\phi/N(\mathbf{x}))^k = \gamma \\ & \Leftrightarrow \gamma / \pi^r = \phi / N(\mathbf{x})(1-\phi/N(\mathbf{x}))^k \end{aligned} \tag{16}$$

を満たす．図 4.1 の横軸は受信率 $\phi / N(\mathbf{x})$，縦軸は便益とコストの比 γ / π^r であり，それぞれの曲線は発信数 0～5 回について無差別になる境界を示している．このグラフにおいて曲線が右肩上がりであれば，総発信数の増加がその境界を超えるように発信を追加する誘因になる．本研究では総発信数の増加に伴って，追加的な発信の利得が増加する特性を Sandholm にならい「相補性」と表現する．この相補性は追加する前に採用していた発信数が受信される確率が受信率の低下により減少することで生じる．受信率が低下することで一つ一つの発信自体は絶対的な価値が低下するため，この釣り合いで発信者の挙動は決定される．

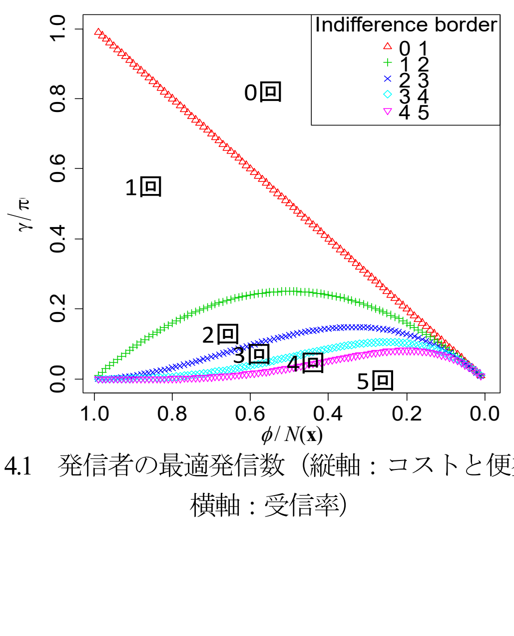

図 4.1　発信者の最適発信数（縦軸：コストと便益の比，横軸：受信率）

相補性が発信数の低い順に失われるため，比較的大きな便益を得る発信者が他の発信者を駆逐しつつ発信数を増やすことが可能である．少なくとも受信率の変動が存在しない場合であれば，この動きは社会的効率を悪化させる．（均衡解の導出は付録 2 を参照）

命題 1　追加的な発信の利得に働く相補性は発信数の小さい順番に崩れる．

証明　発信数を l から $l+1$ に変化させることで得られる利得を受信率で微分すると

$$\begin{aligned}&\frac{d(\phi/N(1-\phi/N)^l)}{d\phi/N}\\&=(1-\phi/N)^{l-1}(1-(l+1)\phi/N)=0\\&\Leftrightarrow \phi/N=1,1/(l+1)\end{aligned} \tag{17}$$

式(17)から受信率の低下に伴い，l の小さい順番から追加的な発信の相補性は崩れる．

命題 2　比較的多い発信数を選択していた発信者が発信数を増やし，少ない発信数を選択していた発信者が発信数を減少させた結果，総発信数が変化しないならば社会的効率性が低下する．

証明　前後の状態を $\mathbf{x}^{be},\mathbf{x}^{af}$ と仮定する．社会的効率性（式(15)）の差分が

$$SE(\mathbf{x}^{af})-SE(\mathbf{x}^{be})<0 \tag{18}$$

を満たせば命題 2 が成立する．仮定より第一項，第二項は 0 になる．第三項が

$$\sum_{r\in R}\sum_{l\in L_{>1}^r}\sum_{w\in W(r,l)}\left(\begin{pmatrix}x_l^{be}w_lC_w\\(\phi/N(\mathbf{x}^{be}))^w\\(1-\phi/N(\mathbf{x}^{be}))^{l-w}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}x_l^{af}w_lC_w\\(\phi/N(\mathbf{x}^{af}))^w\\(1-\phi/N(\mathbf{x}^{af}))^{l-w}\end{pmatrix}\right) \tag{19}$$
$$<0$$

であれば命題 2 が成立する．社会的効率性の第 3 項は成功確率 ϕ/N の試行を l 回で行った時に成功の回数が 1 回より多い場合の合計値を表している．二項分布の期待値 $l\phi/N$ から一回受信の確率を引くと

$$E_{>1}(l)=l\phi/N(1-(1-\phi/N)^{l-1}) \tag{20}$$

発信数で微分すると

$$\begin{aligned}&\partial E_{>1}(l)/\partial l=\phi/N(1-(1-\phi/N)^{l-1})\\&(1-l\log(1-\phi/N))>0\end{aligned} \tag{21}$$

2 階微分すると

$$\begin{aligned}&\partial^2E_{>1}(l)/(\partial l)^2\\&=\phi/N(1-(1-\phi/N)^{l-1})(1-(l+1)\log(1-\phi/N))\\&>0\end{aligned} \tag{22}$$

2 階微分の値が正になるので発信数の少ない発信者が発信数を減らし，それと同数の数だけ発信数の多い発信者が増やした場合社会的効率は低下する．

命題 3　本研究のモデルには複数のパレート効率な均衡があり，情報伝達の面で無駄の多い均衡が含まれる．

2 種類の個人特性 $R=\{1,2\}$ に分かれる発信者の分布を仮定する．発信者の総数は $\phi<D$ とする．全ての発信者が一回だけ発信する均衡 $\mathbf{x}^*$ を持つとしよう．また便益の多い発信者のみが 2 回発信する均衡 $\mathbf{y}^*$ が存在する場合を考える．両者がパレート効率である条件は

$$\begin{aligned}&\phi/N(\mathbf{x}^*)<1-(\phi/N(\mathbf{y}^*))^2-\gamma/\pi^2\\&\phi/N(\mathbf{y}^*)(1-\phi/N(\mathbf{y}^*))^2<\gamma/\pi^2\\&<\phi/N(\mathbf{y}^*)(1-\phi/N(\mathbf{y}^*))\\&\phi/N(\mathbf{y}^*)<\gamma/\pi^1<\phi/N(\mathbf{x}^*)\end{aligned} \tag{23}$$

である．例えば $d(1)=0.6,d(2)=0.9,\phi=0.9,\gamma=1$ ならば，受信率は $\phi/N(\mathbf{x}^*)=3/5,\phi/N(\mathbf{y}^*)=1/2$ である．この時，$20/3<\pi^2<8,5/3<\pi^1<2$ を発信者の便益が満たす場合，条件(18)が満たされる．この時，社会的効率性は $SE(\mathbf{x}^*)>SE(\mathbf{y}^*)$ である．

複数回の発信ができない条件において，本研究のモデルは Strictly stable game になる（証明は付録 3 参照）．いくつかの先行研究（Van Zandt(2004)[5], Anderson & de Palma(2009)(2012)[6)7)]）は発信数を 0 と 1 の 2 種類に限定している．この複数回の発信ができない条件に由来する分散的な情報発信の特徴を理解する事は先行研究の更なる理解につながるだろう．

発信数が 0 回と 1 回に限定されるならば，発信コスト上昇はシステムの均衡状態の社会的効率性を単調に改善する．Sandholm(2010)によれば，Stlictly stable game は大域的に安定な唯一の均衡解（GEES）を持つ(定義は付録 1 参照）．この均衡状態 $\mathbf{x}^*$ が混雑している場合を考える．均衡状態なので

$$N(\mathbf{x}^*)=\left(\sum_{r\in R}x_1^*(r):\pi^r\phi/N(\mathbf{x}^*)\geq\gamma\right) \tag{24}$$

が満たされる．右辺は γ の増加に伴い単調に減少するので，活動的な発信者と受信容量を等しくなるまで，発

信のコストを上昇させることで SO 状態が達成される．

本研究のモデルでは受信率が 1/2 を超えない場合，全ての追加的な発信間に相補性が働く．発信者が発信しない（0 回）を選択できない場合，発信者の便益の分布と受信容量によっては本研究のモデルは Supermodular game になる（付録 4 を参照）．このような条件は例えば，発信者が小規模な発信（1 回目の発信）を行うことに対して，行政から補助がある場合に成り立つだろう．

追加的な発信間に相補性が働く場合（本研究のモデルでは受信率 1/2 以上の場合），ある発信者の発信の増加が他の発信者に発信を増加させる誘因となることを意味する．この点から政策として行政側が小規模な発信に補助を与えると過酷な情報発信の競争を招く可能性がある．

この小規模な発信への補助がもたらす相補性は発信コスト上昇と相性がよい．発信数 0 回が選択できずかつ受信率$1/2<\phi/N(\mathbf{x}^*)<1$である均衡状態$\mathbf{x}^*$を考える．この時の総発信数は

$$\begin{aligned}N(\mathbf{x}^*)=(&\textstyle\sum_{r\in R}\sum_{l\in L^r} l x_l^*(r):\\ &\pi^r(1-(1-\phi/N(\mathbf{x}^*))^l)\ge\gamma l)\end{aligned}\tag{25}$$

である．発信コスト上昇に伴い，一部の発信者が発信を減少させるため，総発信数は短期的に低下する．この状態を仮に$\mathbf{y}$と置く． この総発信数の低下が他の発信者に発信を増加させるならば，$N(\mathbf{y})<N(\mathbf{x}^*)$なので，発信を追加させた発信者は以下を満たさなければならない．

$$\begin{aligned}&U(r,i+1,N(\mathbf{y}))-U(r,i,N(\mathbf{y}))\\ &>U(r,i+1,N(\mathbf{x}^*))-U(r,i,N(\mathbf{x}^*))\end{aligned}\tag{26}$$

これは Supermodular game の定義から常に満たされない．よって均衡状態に対する発信コストの上昇が受信率の低下を招くことはない．

この受信率の増加は社会的効率性を向上させる．$\mathbf{y}$と$\mathbf{x}$の社会的効率性の差分が

$$SE(\mathbf{y})-SE(\mathbf{x}^*)>0\tag{27}$$

を常に満たすならば社会的効率性が向上するといえる．第一項は$N(\mathbf{y})<N(\mathbf{x})$なので正の値になる．第二項は混雑状態なので 0 である．第三項が正となる条件

$$\begin{aligned}&\sum_{r\in R}\sum_{l\in L^r_{>1}}\sum_{w\in W(r,l)}\left(\begin{pmatrix}x_l^*(r)\\(\phi/N(\mathbf{x}^*))^w\\(1-\phi/N(\mathbf{x}^*))^{l-w}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}y_l(r)\\(\phi/N(\mathbf{y}))^w\\(1-\phi/N(\mathbf{y}))^{l-w}\end{pmatrix}\right)\\ &>0\end{aligned}\tag{28}$$

を満たせば社会的効率は向上する．前段落の議論より$x_l^*(r)>y_l(r)$であり，

$$\begin{aligned}&d\left((\phi/N(\mathbf{x}))(1-\phi/N(\mathbf{x}))\right)/d(\phi/N(\mathbf{x}))\\ &=1-2(\phi/N(\mathbf{x}))<0\\ &\Leftrightarrow 1/2<(\phi/N(\mathbf{x}))\end{aligned}\tag{29}$$

を満たすので

$$\begin{aligned}&\frac{d((\phi/N(\mathbf{x}))^w(1-\phi/N(\mathbf{x}))^{l-w})}{d(\phi/N(\mathbf{x}))}<0\\ &\forall w\in W(r,l),l\in L^r_{>1},r\in R\end{aligned}\tag{30}$$

である．したがって，システムの社会的効率性も発信コスト上昇により単調に増加することになる．ただし，各発信者によって 1 回の発信は必ず行われるため，その単調増加が成り立つ受信率の範囲は,

$$0<\phi/N(\mathbf{x})<\max(1,\phi/D)\tag{31}$$

である．

5. 結論

本研究では受信容量が制約された条件における分散的な情報発信の効率性を議論した．交通工学のシステム最適配分の例にならい，資源の無駄に注目した社会的効率性を定義した．この指標の利点は分散的な情報発信外の要素を含まないことであり，また過去に行われた先行研究にも適用可能である．

定義した社会的効率性が最大となる均衡（SO 均衡）が存在する場合，SO 均衡はパレート効率であり，（多くの動学において）漸近安定性を持つ．しかし， SO 均衡の大域的安定性（GESS）は発信者の便益の最大値に依存する．

複数回の発信が可能な場合，一つのシステムとして捉えた分散的な情報発信は複雑な挙動を持つ．この挙動は発信の回数が増えることで，発信間に正と負，両方の外部性が働くためである．正の外部性（相補性）は少ない回数で受信される確率が低下するために追加的な発信が相対的に価値を持つことで発生する．負の外部性は受信容量に対する発信の比率が低下することで発信自体の絶対的な価値が低下するために起こる．両者の挙動のバランスで分散的な情報発信の挙動は決定される．

本研究では限定された条件について，発信コストの上昇が均衡状態における社会的効率性を単調に増加させる条件を示した．複数回の発信ができない場合，モデルは Stable game になるとともに，発信コスト上昇によって混雑条件下の均衡における社会的効率性は単調に増加する．混雑があまり強くない場合，小規模な発信への補助と発信コストの上昇を組み合わせることで，社会的効率性を単調に増加させることができる．

本研究は受信容量制約下の分散的な情報発信について，基本的な性質を明らかにすることを目的にしており，強い仮定を置くことで種々の要素を捨象した．発信者の便益分布の内生化や受信者による受信容量の変更，媒体の異質性の考慮は今後の課題としたい．

付録１ SO 均衡がパレート効率，ESS であり，その安定性のおよぶ範囲が発信者の便益分布（特に発信者の便益の最大値）に依存することの証明

均衡状態において受信容量を下回らない量の活動的な発信者ががそれぞれ 1 回ずつ発信している状況がパレート効率的であると証明することで，その一種である SO 均衡がパレート効率であることを示す．全ての活動的な発信者が それぞれ 1 回発信を行っている状況では活動的な発信者が得る利得は

$$U = \pi^r(\phi / N(\mathbf{x})) - \gamma \tag{32}$$

である．何らかの要因で総発信数が ε だけ増加した場合，すべての活動的な発信者が受け取る利得は

$$U = \pi^r(\phi / (N(\mathbf{x}) + \varepsilon)) - \gamma \tag{33}$$

まで減少する．ある特定の活動的な発信者の組み合わせに対しては，活動的な発信者全てが 1 回発信している状態において総発信数が最小化されている．したがって発信の増加は少なくとも他の発信者の利得を損なう．発信が減少する場合，つまりある発信者が発信を諦めた場合，諦めた発信者が情報伝達に成功する可能性がなくなり，その発信者の利得が低下する．発信の増加も減少も他の発信者の利得を損なうことになるため，受信容量を下回らない全ての活動的な発信者が発信を 1 回している均衡状態はパレート効率な均衡状態である．

SO 均衡が存在するような発信者の便益の分布と発信コスト，受信容量が与えられているならば， SO 均衡は進化的に安定な均衡であることを証明し，多くの動学に対して漸近安定であることを示す．先に簡単な概要を説明する．SO 均衡においては全ての活動的な発信者が情報伝達に成功しているため，それぞれの利得は

$$U = \pi^r - \gamma \tag{34}$$

で与えられる．この利得はこのモデルで発信者が得られる利得の最大値に等しいため，全ての発信者が発信数を変更する誘因を持たない．SO 均衡が存在するということは，発信コストに見合う，便益を持つ潜在的な発信者が受信容量と等しいことを意味する．したがってシステム外部からの影響で受信率に変化が起きたとしても，活動的な発信者による追加的な発信も変化前に活動的でなかった発信者の参入も発生しない．

Sandholm（p281）によればリプシッツ連続な利得関数 U に対して，以下の 2 つの条件が満たされれば，状態 $\mathbf{x} \in \mathrm{X}$ は *regular Taylor* ESS である（変数の記号は本研究に合わせた）．

条件 1 $\mathbf{x}$ は quasistrict 均衡である:

$$U_i^p(\mathbf{x}) = \bar{U}^p(\mathbf{x}) > U_j^p(\mathbf{x}) \ when \, x_i^p > 0, x_j^p = 0;$$

条件 2:

$for\ all\ \mathbf{y} \in \mathrm{X} - \{\mathbf{x}\}$，$(\mathbf{y} - \mathbf{x})' U(\mathbf{x}) = 0$ の時に $(\mathbf{y}-\mathbf{x})' DU(\mathbf{x})(\mathbf{y}-\mathbf{x}) < 0$ が成り立つ．

ここで $(\mathbf{y}-\mathbf{x})'$ は $\mathbf{y}-\mathbf{x}$ の転置行列を意味する．また $DU : \mathrm{R}^k \to L(\mathrm{R}^k, \mathrm{R}^n)$ は連続写像 U の導関数の行列である（ここで k は $X \in R^k$ となる値を置いた）．$L(\mathrm{R}^k, \mathrm{R}^n)$ は R^k から R^n への線形写像を意味する．$DU(\mathbf{x})$ は現在の状態 $\mathbf{x} \in R^n$ から方向 $\mathbf{z} \in R^n$ に動いた場合のゲーム $U(\mathbf{x})$ の利得変化を描写する．

上で示した *regular Taylor* ESS の条件に本研究のモデルが当てはまることを示す．利得関数 U は $\phi > N(\mathbf{x})$ において，$U = \pi^r - \gamma$ と一定であり，$0 < \phi / N(\mathbf{x}) \le 1$ において任意の $x_l(r)$ で２回微分可能であるため，リプシッツ連続である．条件 1 は相補性条件によりほとんど全ての SO 均衡に成り立つ．起こりうる例外としては， SO 均衡において発信コストと便益が釣り合っており，かつ発信をしない選択をする発信者が全く存在しない場合に成立しない． 発信コストと便益，発信者の数を連続量で扱っており，同一の効用を持つ二つの選択肢の片方に集中する事例は珍しいだろう．

条件 2 を直接解くのではなく，Sandholm（P282）で示されている代替的な条件を活用したい．システムの状態変化は X の接空間 TX におけるベクトル $\mathbf{z}$ で表現できる．条件 1 が満たされているので，選択されていない戦略を含む状態変化は含まない状態変化が達成される場合に必ず達成される．したがって，SO 状態で選択されている戦略間の移動に注目する．SO 状態において選択されている発信数は 1 か 0 なので， $\mathbf{z}_{10} = e_1(r) - e_0(r)$ とした時に

$$\frac{\partial U(r,1,N(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{z}_{10}} < \frac{\partial U(r,0,N(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{z}_{10}} \tag{35}$$

が満たされれば条件 2 が成立する．

$$\frac{\partial U(r,1,N(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{z}_{10}} = \frac{-\pi^r \phi}{N(\mathbf{x})^2} < 0 \tag{36}$$

$$\frac{\partial U(r,0,N(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{z}_{10}} = 0 \tag{37}$$

なので条件 2 が成立した．よって SO 均衡は（わずかな例外を除き） *regular Taylor* ESS であり，多くの動学において，漸近安定である（Sandholm(2010)8 章を参照）．

SO 均衡の大域的安定性(GESS)は発信者の便益の最大値に依存することを示す．Sandholm(2010)によれば，均衡$\mathbf{x}^*$が GESS である必要十分条件は

$$(\mathbf{y}-\mathbf{x}^*)'U(\mathbf{y})<0 \quad \textit{for all}\ \mathbf{y}\in X-\{\mathbf{x}^*\} \tag{38}$$

である．SO 均衡が存在することから$\phi/N<1$のみが問題になる．また活動的でない発信者が発信を始めるあるいは発信を複数回行う場合，常に左辺は負になる．したがって上の条件を左右する要素は SO 均衡において活動的な発信者による追加的な発信のみである．左辺が負になるとは追加的な発信が正の利得を持つことを意味し

$$0\le \pi^r\phi/N(\mathbf{x})(1-\phi/N(\mathbf{x}))^k-\gamma \tag{39}$$

が全ての個人特性と発信数の組み合わせのどれかで満たされればよい．この条件は発信回数 2 回，最大の便益を持つ個人特性において最も緩くなる．またこのシステムの取りうる発信数の最大値は

$$N_{\max}=\sum_{r\in R} l_{\max} x_{l_{\max}}(r) \tag{40}$$

である．したがって SO 均衡が GESS となる条件は

$N_{\max}\le 2\phi$ ならば

$$\gamma>\pi^{r_{\max}}\phi/N_{\max}(1-\phi/N_{\max}) \tag{41}$$

$N_{\max}>2\phi$ ならば

$$\gamma>(1/4)\pi^{r_{\max}} \tag{42}$$

である．

付録２　均衡解の導出

ここでは発信者の個人特性が多様な場合について，均衡解の導出を行い，発信コストの上昇が全ての均衡状態の受信率を上昇させる（総発信数を減らす）ことを示す．図 4.1（再掲）は追加的な発信がコストに見合う境界を示した図であり，各発信者の最適反応を示している．均衡状態では定義より全ての発信者が最適な発信数を採用している．したがって，この図を受信率ごとに切り取れば，均衡状態における各個人特性を持つ発信者の発信数を把握できる．各発信数の領域に含まれる発信者の総数と発信数をかけあわせることで発信の総数が求まり，受信容量が所与なので受信率を求めることができる．
この求められた受信率と最初に縦軸を切り取るために与えた受信率が等しくなる状態が実現しうる均衡である．
仮に受信率を与えて求められた状況の受信率との整合性を検証するこの手法は Anderson & de Palma(2013)でも同様のことが行われている．

数式を用いて上で説明した均衡の導出を整理したい．

まず①仮に受信率$(\phi/N)_p$を与えて，ある発信回数lが最適となる個人特性の集合は$l=0$のとき，

$$A(0)=\{r:1\ge\gamma/\pi^r>\phi/N(\mathbf{x})\} \tag{43}$$

$l>0$のとき，

$$A(l)=\left\{\begin{array}{l} r:\phi/N(\mathbf{x})(1-\phi/N(\mathbf{x}))^{l-1}\ge \\ \gamma/\pi^r>\phi/N(\mathbf{x})(1-\phi/N(\mathbf{x}))^l \end{array}\right\} \tag{44}$$

である．②次に(39)ごとに発信数を合計することで総発信数

$$N(\mathbf{x})=\sum_{l\in L}\sum_{r\in A(l)} l d(r) \tag{45}$$

を求めることができる．ここで$L=\{l:l\in L^r, r\in R\}$である．仮定している受信率と求めた総発信数をかけあわせることで受信容量

$$\phi=(\phi/N)_p N(\mathbf{x}) \tag{46}$$

が求まる．③本研究の枠組みでは受信容量は所与の値（Φ）なので，式(4)で求めたϕとΦが等しくなる場合の受信率が均衡における受信率であると判断できる．④考えうる全ての受信率（$0<\phi/N\le 1.0$）について，①～③を繰り返すことで，ある入力（発信者の数，便益の分布，発信のコスト，受信容量）に対する全ての均衡解が求まる．

付録３　発信回数が０回と１回に限定される場合に Strictly stable game になることの証明

Stable game は選択可能な全ての戦略が同じ戦略を取る主体に対して，負の外部性を持つ状況を描写する．Sandholm による Stable game の定義を以下に示す[11]．

定義　Population game$U:\mathrm{X}\to\mathrm{R}^n$は

$$(\mathbf{y}-\mathbf{x})'(U(\mathbf{y})-U(\mathbf{x}))\le 0 \quad \forall\,\mathbf{x},\mathbf{y}\in\mathrm{X}$$

を満たす時，Uは Stable game である．またこの式の≤を<に変えても常に満たされるとき，Uは Strictly stable game である．

また Sandholm は以下の公理を示している．

公理　Population game$U$をC^1と仮定する．各戦略が自滅的な（self-defeating）外部性を持つ場合のみUは Stable game である;
導関数$DU(\mathbf{x})$は全ての$\mathbf{x}\in\mathrm{X}$で，接空間TXに対して半負定値である．
上の条件は$\mathbf{z}'DU(\mathbf{x})\mathbf{z}\le 0\ \ \forall\,\mathbf{z}\in\mathrm{TX},\ \mathbf{x}\in\mathrm{X}$を意味しており，言い換えると

$$\sum_{r\in R}\sum_{l\in L} z_l(r)\frac{\partial U(r,l,N(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{z}}\le 0 \quad \forall\,\mathbf{z}\in\mathrm{TX},\ \mathbf{x}\in\mathrm{X} \tag{47}$$

である．本研究のモデルでは発信者の総数が変化しないので，システムの状態変化は発信者が発信を 0 回から 1 回に増やす接ベクトル $\mathbf{z}_{10} = e_1(r) - e_0(r)$ で表現できる．したがって本研究のモデルが Strictly stable game となる条件は

$$\frac{\partial U(r,1,N(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{z}_{10}} < \frac{\partial U(r,0,N(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{z}_{10}} \tag{48}$$

である．この条件は付録 1 で証明した SO 均衡が *regular Taylor* ESS になる条件 2 と等しい．したがって本研究のモデルは選択できる発信数が 0 回と 1 回のみの場合，Strictly stable game である．

付録４　発信回数が正の整数に限定される場合に受信率が 1/2 を超えないような発信者の便益分布と発信コストの比，受信容量が与えられるならば Supermodular game になることの証明

Sandholm による Supermodular game の定義を以下に示す．まず各個人特性の選択できる戦略の集合は，（本研究の発信数のように）線形順序で並べなければならない．Supermodular game を定義するために，ある状態 $\mathbf{x}$ を考える．行列$\sum$ の定義は

$$\sum = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{49}$$

である．その時,

$$\left(\sum \mathbf{x}(r)\right)_i = \sum_{j=i+1}^{l_{\max}} x_j(r) \tag{50}$$

は同じ個人特性r を持ち，発信数を i回以上発信する発信者の総数を意味する．$\sum \mathbf{y} \geq \sum \mathbf{x}$ は $\mathbf{y} \geq \mathbf{x}$ が全ての要素に対して成り立つ場合を指す．ある個人特性r を持つ発信者が選択できる，最大発信数を除いた発信数の集合を$L_*^r = \{i \neq l_{\max}^r : i \in L^r\}$ と表記する．ここまでの表記を用いて，Supermodular game は以下のように定義される．

定義　もし戦略に相補性が存在するならば，Population game$U : \mathrm{X} \to R^n$ は Supermodular game である;

$$\begin{aligned} &If \sum \mathbf{y} \geq \sum \mathbf{x}, then \\ &\quad U(r,i+1,N(\mathbf{y})) - U(r,i,N(\mathbf{y})) \\ &\geq U(r,i+1,N(\mathbf{x})) - U(r,i,N(\mathbf{x})) \\ &\forall\ i \in L_*^r, r \in R, \mathbf{x} \in \mathrm{X} \end{aligned} \tag{51}$$

上の条件が成立すれば，Supermodular game である．この upermodular game の条件は図 4.1 を用いて表現すると，選択可能な発信数が全て右肩上がりとなることを意味する．

本研究のモデルが上記した Supermodular game の定義を満たす条件を調べる．まず総発信数 $N(\mathbf{x})$ と $\sum \mathbf{x}$ の関係を考える．$N(\mathbf{x})$ の定義を利用から

$$\begin{aligned} \sum_{r\in R}\sum_{i\in L^r}\left(\sum x(r)\right)_i &= \sum_{r\in R}\sum_{i\in L_*^r}\sum_{j=i+1}^{l_{\max}^r} x_j(r) \\ &= \sum_{r\in R}(x_0(r) + 2x_1(r) + \ldots + (l_{\max}+1)x_{l_{\max}}(r)) \\ &= \sum_{r\in R}\sum_{l\in L^r}(l+1)x_l(r) = N(\mathbf{x}) + D \end{aligned} \tag{52}$$

$$N(\mathbf{x}) - N(\mathbf{y}) = \sum_{r\in R}\sum_{l\in L^r} l(x_l(r) - y_l(r)) \tag{53}$$

$\sum \mathbf{y} \geq \sum \mathbf{x}$ ならば，常に$(x_l(r) - y_l(r)) \leq 0$ であり，$N(\mathbf{y}) \geq N(\mathbf{x})$ である．ある状況 $\mathbf{x}$ における追加的な発信と状況 $\mathbf{y}$ におけるそれの差分は

$$\begin{aligned} &U(r,l+1,N(\mathbf{x})) - U(r,l,N(\mathbf{x})) \\ &= \pi^r(1-\phi/N(\mathbf{x}))^l(\phi/N(\mathbf{x})) - \gamma \end{aligned} \tag{54}$$

$$\begin{aligned} &U(r,l+1,N(\mathbf{y})) - U(r,l,N(\mathbf{y})) \\ &-(U(r,l+1,N(\mathbf{x})) - \mathrm{U}(r,l,N(\mathbf{x}))) \\ &= \pi^r((1-\phi/N(\mathbf{y}))^l\phi/N(\mathbf{y}) \\ &-(1-\phi/N(\mathbf{x}))^l\phi/N(\mathbf{x})) \end{aligned} \tag{55}$$

$l = 0$ の時，$\phi((1/N(\mathbf{y})) - (1/N(\mathbf{x}))) < 0$ である．したがって発信数 0 が選択肢集合に含まれる条件では Supermodular game にはならない．受信容量と発信者の総数，最大発信数を調整して

$$\begin{aligned} &(1-\phi/N(\mathbf{y}))^l(\phi/N(\mathbf{y})) \\ &-(1-\phi/N(\mathbf{x}))^l(\phi/N(\mathbf{x})) > 0 \end{aligned} \tag{56}$$

が成立する条件を与えれば，Supermodular game である．この式は受信率に依存するので，上の差分式の代わりに片側のみの受信率による微分を考えたい．

$$f(\phi/N,l) = (1-\phi/N)^l\phi/N \tag{57}$$

$$\begin{aligned} \frac{df}{dN} &= -\frac{\phi}{N^2}(1-(l+1)\phi/N)(1-\phi/N)^{l-1} \\ &\geq 0 \end{aligned} \tag{58}$$

が$l \geq 1$ である全ての発信数について成立している場合を考える．$l > 1/(\phi/N) - 1$ が満たされればよいので，最も小さい自然数$l = 1$ に対して，この式が満たされれば他の自然数でも満たされる．総発信数が受信容量の 2 倍を常に超えない（$\phi/N \geq 1/2$ が常に満たされる）受信容量と発信者の総数，最大発信数を与えて，かつ発信しない選択肢が存在しないことが Supermodular game となる条件である．

参考文献

1) 電通，2015 年 日本の広告費 - ナレッジ&データ - 電通, http://www.dentsu.co.jp/knowledge/ad_cost/2015/, (2016 年 4 月 19 日確認)
2) 内閣府，国民経済計算（GDP 統計） - 内閣府, http://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/menu.html, (2016 年 4 月 19 日)
3) 内閣府，第 5 期科学技術基本計画　本文，http://www8.cao.go.jp/cstp/kihonkeikaku/5honbun.pdf,（2016 年 4 月 19 日）
4) Bagwell, K. (2007). The economic analysis of advertising. Handbook of Industrial Organization, 3(06), 1701–1844.
5) Van Zandt, T. : Information Overload in a Network of Targeted Communication. *The RAND Journal of Economics*,35, pp. 542–560 ,2004.
6) Anderson, S. P. & de Palma, A. : Information congestion. *The RAND Journal of Economics*, 40, pp. 688–709, 2009.
7) Anderson, S. P.,& de Palma, A. : Competition for attention in the Information (overload) Age. The RAND Journal of Economics, 43(1), pp. 1–25. 2012.
8) Anderson, S. P. & de Palma, A. : Shouting to Be Heard in Advertising. *Management Science*, 59, pp. 1545–1556 , 2013.
9) 地主遼史・井料隆雅(2015)，広告媒体の地域性と情報偏在ー2 地域 3 媒体モデルによる解析ー，土木学会論文集 D3, Vol.71，No.5，p181-189
10) 吉井博明(2001)，豪雨災害と情報　―平成12年9月東海豪雨災害時の情報収集・伝達・処理―，総合都市研究，Vol.75，p121-136.
11) Sandholm,W.H. (2010). *Population Games and Evolutionary Dynamics*. MIT, pp150
12) 坂井勝哉・日下部貴彦・ 朝倉康夫(2015)，合流ネットワークでのボトルネック通行権取引 制度導入時のパレート改善，土木学会論文集 D3, 71(5), p415-424.
13) Wardrop, J. Some theoretical aspects of road traffic research. ICE Proceedings: Engineering Divisions, 2, 325–362, 1952.
14) Stigler, G. J. The Economics of Information. Journal of Political Economy, 69(3), 213–225, 1961.
15) Nelson, P. Information and Consumer Behavior. *Journal of Political Economy*, 78(2), 311–329, 1970.
16) 奥村保規(2008)，広告の経済分析 -ミクロ経済学的アプローチ-，三菱経済研究所