渋滞の延伸を考慮した マルコフ連鎖による動的利用者均衡配分

福田　和輝[1]・石原　雅晃[2]・井料　隆雅[3]

[1]学生会員　神戸大学　大学院工学研究科市民工学専攻（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1）
E-mail:163t130t@stu.kobe-u.ac.jp

[2]正会員　阪神高速道路株式会社（〒541-0056 大阪市中央区久太郎町4-1-3）
E-mail:masaaki-ishihara@hanshin-exp.co.jp

[3]正会員　神戸大学　大学院工学研究科市民工学専攻（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1）
E-mail:iryo@kobe-u.ac.jp

動的利用者均衡配分問題において，交通流パターンの日々の調整過程であるDay-to-dayダイナミクスを離散マルコフ連鎖で記述することで，均衡解あるいはそれに近い定常状態を求める方法が提案されている．しかし，渋滞の延伸を考慮した交通流モデルは用いられていなかった．本研究では，渋滞の延伸が考慮できるモデルを適用して同様の計算を行う方法を構築し，それをテストネットワークに適用して既存研究と同様な配分計算を行った．その結果，交通量が比較的少ない場合には渋滞の延伸がない場合と同様にマルコフ連鎖の計算により定常と見られる状態が得られることが確認できるが，その渋滞パターンは延伸がない場合と異なることを確認した．また，交通量を増やすと，グリッドロックが生じることも確認できた．

Key Words : *dynamic user equilibrium, traffic assignment, day-to-day dynamics, physical queue*

1. はじめに

混雑する道路交通ネットワークの解析手法の一つに動的利用者均衡配分（DUE）がある．DUEにおいてはすべてのドライバーが実際に経験する旅行時間が最小になるように交通量を動的に配分する．これまで様々なアプローチの解法が提案されている．例えば，Kuwahara and Akamatsu[1)]は均衡状態であれば同時刻に出発する車両は必ず同時刻に各ノードに達することを利用し出発時刻で分割する方法による解法を提案している．また，井料[2)]は，車両を離散化して均衡状態をNash均衡により定義した解法を提案している．

一般に，均衡配分問題の解は，解の存在，一意性，安定性，そして，必ず解を導出できる解法の存在といった特性を満足することが望ましい．Iryo[3)]は，これまでに行われた動的利用者均衡配分に関する研究についてレビューを行い，動的利用者均衡配分問題において，均衡解の存在は保証されるが，他の特性は限定的な状況下以外では保証されないことを示している．

均衡解を厳密に求めることができない場合の代案として考えられるのが，ドライバーの経路選択の日々の調整過程（Day-to-dayダイナミクス）をマルコフ連鎖的で記述し，定常分布を求め，それを均衡解に代えて解とする方法である．石原・井料[4)]と石原ら[5)] は，確定的な経路選択を前提としたDay-to-dayダイナミクスを動的交通量配分の解法として提案している．これらでは，車両を離散化し，1日に1台の車両，あるいは複数の車両がランダムに選択され，その時点の交通状況に応じて経路を選択しなおすというDay-to-dayダイナミクスを用いている．石原ら[5)] では，Sioux Falls Network[6)]を対象とした数値計算において，交通状況の日々の変化の定常性を示唆する結果を算出している．しかし，これらの研究では，あるリンクで発生した渋滞の影響が他のリンクに影響を与えない（渋滞の延伸を考慮しない）交通流モデルを用いている．一方で，渋滞が交差点を越えて延伸する現象は，現実交通においても多々発生し，多くの車両がその影響を被ることが知られているため，現実の交通現象との乖離が問題視される．

渋滞の延伸を考慮できる交通流モデルを用いてDUEを解くことは過去にも試みられている．例えば，Lo and Szeto[7)]は，動的な交通流モデルとしてCTM（Cell Transmission Model）を採用した変分不等式によるアプローチを

提案した．しかしこの方法は解を必ず導出できるとは限らない．実際，この論文の中では，解の収束過程が単調にはならなかったケースが紹介されている．

本研究では，渋滞の延伸を考慮できる交通流モデルを構築した上で，Day-to-dayダイナミクスをマルコフ連鎖的で記述し，石原ら[5]と同様な方法で数値計算を行う．計算対象ネットワークとして，Sioux Falls Network[6]を採用し，渋滞の延伸を考慮する場合としない場合の2つの場合について数値計算をおこない，結果にどのような差異が生じるかを確認する．

2. 交通流モデル

(1) 定式化

有向リンクとノードにより構成される交通ネットワークを考える．ノード集合をV，リンク集合をEとし，各ノードを$n_1, n_2, ..., n_p \in V$ で，各リンクを$l_1, l_2, ..., l_q \in E$ で表す．

車両は離散的なものとして扱う．車両の集合をN，その台数を$|N|$とする．車両$i \in N$ には，あらかじめ起点ノードo_i，終点ノードd_i，起点出発時刻τ_i，そして経路 r_i を与える．車両 i が o_i から d_i までノード $n_1, n_2, ..., n_k \in V$ をこの順番で経由するとき，経路r_i を $r_i = (n_1, n_2, ..., n_k)$ と表す．

(2) 交通流モデル

a) ボトルネックモデル

本研究では，リンクの遅れ時間をボトルネックモデルで表す．車両$i \in N$ のリンク$l \in E$ への流入時刻と流出時刻をそれぞれ$t_i(l)$，$u_i(l)$ とする．また，リンクl に自由流旅行時間 $f(l)$ と最小ヘッドウェイ $h(l)$ を与える．車両$i, j \in N$ がリンクl に流入する車両であるとし，車両i の前方には車が存在せず，車両i の次に車両 j が流入する場合，各車両の流出時刻$u_i(l)$，$u_j(l)$ は，

$$
\begin{aligned}
&u_i(l) = t_i(l) + f(l) \\
&u_j(l) = \begin{cases} t_j(l) + f(l) & \text{if} \quad t_j(l) - t_i(l) \geq h(l) \\ u_i(l) + h(l) & \text{otherwise} \end{cases}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

となる．

b) 渋滞の延伸モデル

本研究では，渋滞の延伸を各リンクに滞留可能台数を設定することで実現する．ある車両が現在のリンクを流出しようとするときに，その車両が次に流入するリンクの車両台数とそのリンクの滞留可能台数を比較して流入可否を判断する．流入不可の場合は，そのリンクに車両が流入できる空間が生じる時刻に流出時刻を更新させる．

3. 配分計算

(1) 旅行時間の算出方法

本研究では，車両は一日前の交通状況に基づいて最短経路を確定的に選択するとする．最短経路探索はDijkstra法により行う．このためにはリンク旅行時間の取得が必要である．いま，時刻t でリンクl に流入した車両が，リンクl を流出するまでに要するリンク旅行時間とする．この旅行時間は，他車への影響を一切及ぼさない仮想的な車両（仮想車両）vをリンクに実際に走行させることにより算出する．具体的な算出方法は以下の通り：

Step1: ある時刻t $(= t_v(l))$ に仮想車両vをリンクl に流入させ，流出時刻$u_v(l)$ を，仮にリンクl の自由流旅行時間$f(l)$ を用いて以下の式で計算する．

$$
u_v(l) = t_v(l) + f(l) \tag{2}
$$

Step2: リンク上に先行車両pが存在するとき，この仮想車両vは先行車両pが流出するまで流出できないとし，Step3へ移る．先行車両pが存在しないとき，Step4へ移る．

Step3: 先行車両pがリンクl を流出した時刻$u_p(l)$ とStep2で算出した仮想車両の流出時刻$u_v(l)$ からヘッドウェイhを以下の式で計算し，リンクの最小ヘッドウェイ $h(l)$ との比較を行う．最小ヘッドウェイ未満のとき仮想車両の流出時刻$u_v(l)$ を更新する．Step4へ移る．

$$
\begin{aligned}
&h = u_v(l) - u_p(l) \\
&u_v(l) = \begin{cases} u_v(l) & \text{if} \quad h \geq h(l) \\ u_p(l) + h(l) & \text{otherwise} \end{cases}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Step4:流出判定を行う．計算された仮想車両の流出時刻$u_v(l)$ の時点で，到着ノードから出る最もリンクIDが小さいリンクに流入可能であれば，その時刻を仮想車両の流出時刻と決定し，流入時刻を差し引いてリンク旅行時間を求める．流入不可であれば，車両の流出時刻を流入可能となる時刻で更新する．また，仮想車両が到着するノードからリンクが下流側に伸びていない場合は，仮想車両は計算された流出時刻$u_v(l)$ で必ず流出できるものとする．本研究では，最短経路探索をDijkstra法により行うため，リンク旅行時間をリンクごとに独立に求める必要があるが，到着ノードから複数のリンクが伸びているとき，次に流入するリンクの混雑状況によってリンク旅行時間がそれぞれ異なる場合がある．リンク旅行時間を一意に決定するために，本研究では，便宜的に到着ノードから複数伸びるリンクのうちリンクIDが最小のリンクの状態を判定基準としている．

(2) 最短経路探索の問題点とその解決法

最短経路探索はDijkstra法で行うが，渋滞の延伸を考慮した交通流モデルを用いることで，起点ノード費用を一意に決められない場合がある．具体的には図-1のような場合である．車両には出発時刻をあらかじめ与えているが，流入するリンクの交通状況によっては，その時刻に必ず流入できるとは限らない．例えば，「車両1が出発時刻tに起点ノードを出発するとき，リンクaに流入しようとするときは，リンクaの混雑によって流入時刻がtからt'に更新されるが，混雑していないリンクbには出発時刻tと同時刻tで流入できる」というような場合である．前節で述べたように，各リンク旅行時間はリンクに実際に流入する時刻を指定することで算出するため，Dijkstra法において，ノード費用にはリンクに流入できる時刻を与える必要がある．しかし，図-1の場合では，流入するリンクごとに流入可能な時刻が異なるため，起点ノード費用を一意に指定することができない．これは，Dijkstra法で最短経路を探索することが困難であることを意味する．

この問題を解決するためには，リンクa, bの上流側のノードのさらに上流側にダミーリンクを生成すればよいように見える．ダミーリンクは，ヘッドウェイと滞留可能台数に制約をもたず，下流側のリンクに混雑がない場合，旅行時間0秒で通過することができるリンクとしている．ダミーリンクの上流側にダミーノードを生成し，そのダミーノードを車両の新たな起点と置き換えることで，車両は必ず出発時刻にダミーリンクに流入できる．したがって，Dijkstra法において，起点ノード費用が一意に求まることが期待できる．さらに，車両が本来の起点からリンクに流入できるまでにかかる遅れ時間をダミーリンクの遅れ時間として考慮することができる．しかし，図-2のように起点ノードとダミーノードを1本のダミーリンクでつなぐようなネットワーク構造では，問題が生じる．もし，リンクaが混雑し，リンクaの渋滞がダミーリンクに延伸した場合，混雑していないリンクbに流入する車両①がその影響を被ることになる．しかし，起点ノードからリンクbに流入する車両①は，リンクaの交通状況の影響を被るべきではない．

本研究では，この問題点を解決するため，ダミーノードとダミーリンクを図-3のように生成したネットワーク構造を提案する．ダミーリンクをd_a，d_bのように複数本生成し，各リンクと対応（例えば，リンクaとダミーリンクd_a）させる．車両は起点ダミーノードから出発し，リンクaを走行する車両については，ダミーリンクd_aに流入し，下流側のダミーノードからはリンクaに流入できる．同様に，リンクbを走行する車両については，ダミーリンクd_bに流入し，下流側のダミーノードからリンクbに流入できる．注意したいのは，車両は，本来の起点ノードを経由せずに走行するが，そのノードは，他の起点から出発する車両が経由する可能性があるため，存在させておく必要があるという点である．このネット

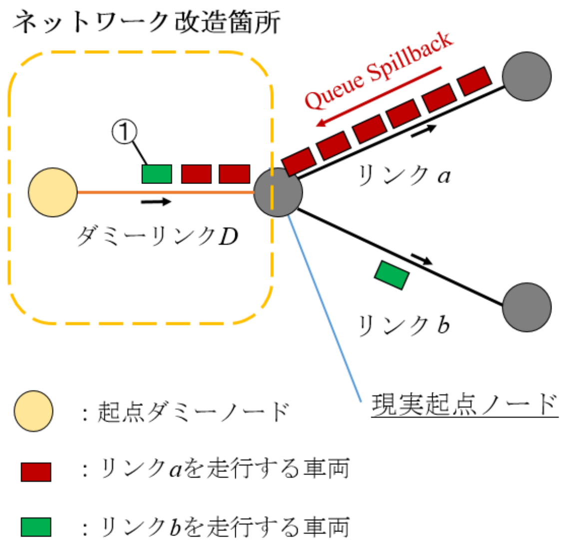

図-2 ネットワーク構造（案 1）と問題点

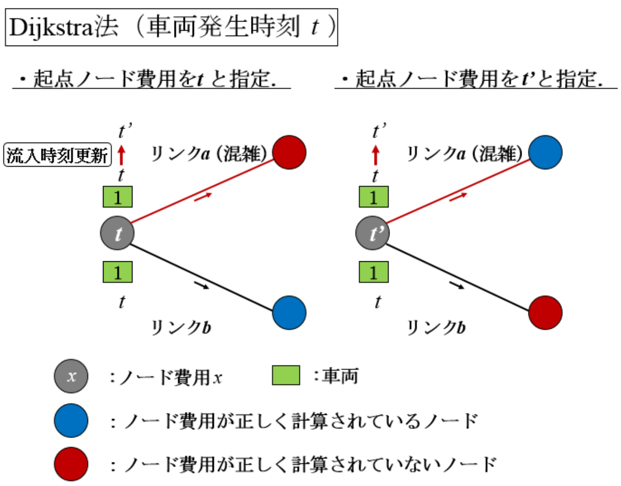

図-1 最短経路探索の問題点

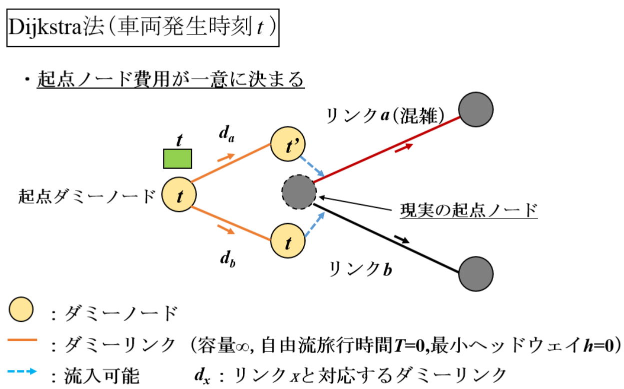

図-3 ネットワーク構造（案2）

ワーク構造を用いることで，起点ノード費用が一意に求められるだけでなく，各リンクa，bの混雑が原因で発生する異なる起点での遅れ時間を対応するダミーリンクd_a，d_bでの遅れ時間として別々に考慮することができる．本研究では，計算対象ネットワークをこのように改造し，数値計算を行う．また，Dijkstra法を適用する際には，その車両の本来の起点ノードは計算対象とせず，代わりに生成したダミーノードの費用を計算し，最短経路を探索する．

(3) Day-to-dayダイナミクス

本研究では，石原ら[5]と同様に「1日に複数台の車両が同時に経路を変更する」というDay-to-dayダイナミクスを用いて動的利用者均衡配分問題を定式化した．また，1日のうちに経路変更を行う台数は，石原ら[8]が採用した「全車両の5%の台数」とする．Day-to-dayダイナミクスでは，初期の交通状態を仮定する必要があり，本研究では，全車両について出発時刻の早い車両からIDを1から順に与え，IDの順番で1台ずつ過去の交通状況から最短経路を探索し，その経路に車両を配分することを繰り返す．全車両がネットワークに配分されたとき，その状態を初期の交通状態と仮定する．その後，個々の日において，全車両のうち5%の車両を同時に再配分する．配分対象となった車両は，前日の交通状況を前提として，最短経路を探索しその経路に配分される．この車両は，次に配分対象となるまでこの経路を使用しつづける．一方，配分対象でなかった車両は，前日と同じ経路をそのまま使用する．

渋滞の延伸を考慮することにより，グリッドロックが生じる場合がある．グリッドロックとは，渋滞により車両が身動きの取れない状態になる現象である．グリッドロックが一度発生し，それを放置すると，その日の計算が終了せず，その結果を得られない．すると，前日の交通状況を必要とするマルコフ連鎖も計算できない．この問題を回避するため，本研究では，グリッドロックがある箇所で発生したと判断した場合，便宜的に身動きの取れないリンクの先頭車両を強制的に下流側のリンクに流入させ，グリッドロックの解消を促し，交通流の計算を終了させるようにしている．

4. テストネットワークでの計算結果

マルコフ連鎖による交通量配分の計算は，Leblanc et al[6]によるSioux Falls Network（図-4）を対象に行う．このネットワークは，24個のノードと76本のリンクからなる．車両の走行速度を40 km/h，1 kmあたり100台車両が存在できると仮定し，Leblanc et al[6]で与えられたリンク自由流旅行時間から各リンクの滞留可能台数を算出した．需要OD交通量は，Leblanc et al[6]で用いたものでは多いため，OD交通量を各々同じ割合ずつ減らし，8875台とした．また，10分間で各OD交通量が全て出発するように各車両の出発時刻を定める．計算は，渋滞の延伸を考慮した場合と考慮しなかった場合それぞれについて行う．

日々の全配分車両の旅行時間改善比（「経路変更後の経路旅行時間」の「前日の経路旅行時間」に対する比）をそれぞれ算出し，その平均値を図-5に示す．渋滞の延

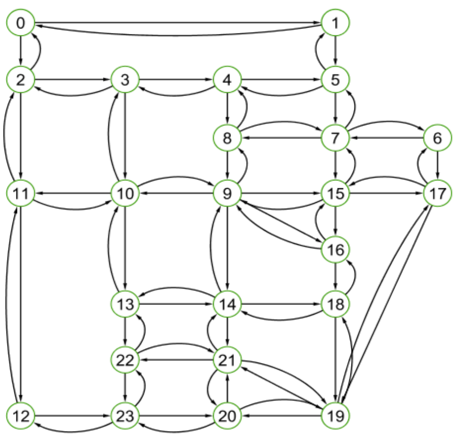

図-4　Sioux Falls Networkの構造

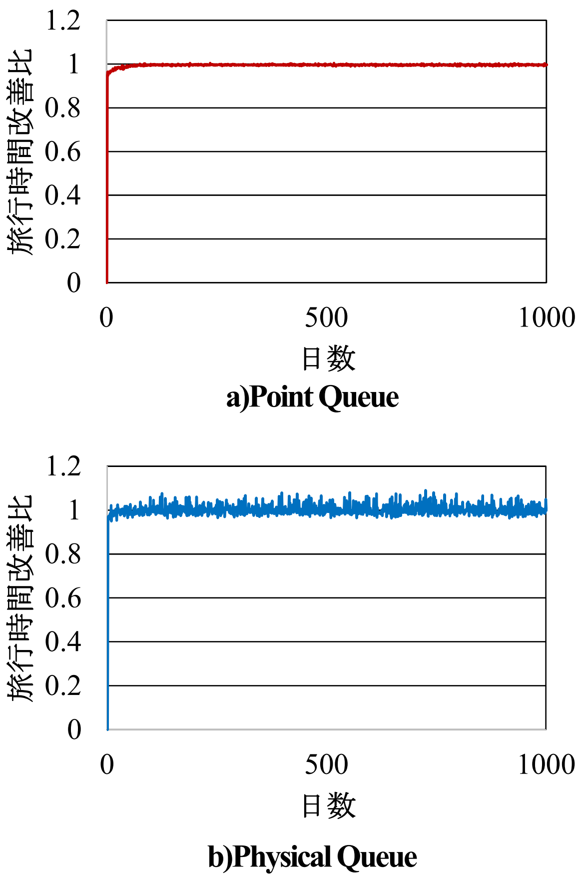

図-5　旅行時間改善比の推移

伸を考慮するしないに関わらず，旅行時間改善比の平均値は1付近に収束しているため，全ての利用者が最短経路を選択している状態（Nash均衡）に近づいていることがわかる．また，いずれの場合も，旅行時間改善比の平均が1付近を上下することがある．複数の車両が同時に経路変更を行うため，配分された車両が実際にネットワークを走行するときには，予期していた前日の交通状況から変化している可能性がある．その交通状況の変化が，多くの配分車両の旅行時間を予期していた旅行時間より短縮させるように作用すると，旅行時間改善比の平均は1を下回り，逆に作用すると1を上回ることになる．さらに，渋滞の延伸を考慮した場合は，比較的分散が大きいことから，渋滞の延伸を考慮しない場合に比べて，経路変更を行う車両が引き起こす交通状況の変化の影響が大きいことが考えられる．

配分および交通流の計算を1000日分繰り返したときの1000日目の交通状況における各リンクの最大遅れ時間を図-6に示す．最大遅れ時間が大きいほど，矢印が線形的に太くなるように設定した．渋滞の延伸を考慮しない場合は，リンクの混雑が隣接するリンクに影響を与えないが，渋滞の延伸を考慮すると，リンクの混雑が隣接するリンクに影響を与えていることが確認できる．

渋滞の延伸を考慮した結果，車両の台数を増加させるとグリッドロックが生じた．車両台数をODペアごとに同じ割合で増加させつつ，それぞれ1000日分の交通流計算を行い，そのうちグリッドロックが何日発生するかを調べ，図-7に結果を示す．車両台数が約9500台のとき，グリッドロックの発生を確認した．その後，車両台数が増加するに従い，グリッドロックの発生回数が増加し，約11500台を超えると全日でグリッドロックが発生する状態に至った．

5. 結論および今後の課題

本研究では，動的利用者均衡配分問題の解法において，交通流パターンの日々の調整過程であるDay-to-dayダイナミクスを離散マルコフ連鎖的で記述し，均衡解あるいは定常状態を求める方法に着目した．石原ら[5]では考慮されていない「渋滞の延伸」を考慮できる交通流モデル

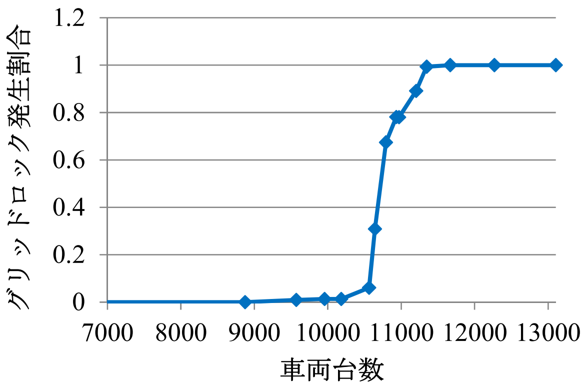

図-7　車両台数とグリッドロック発生割合の関係

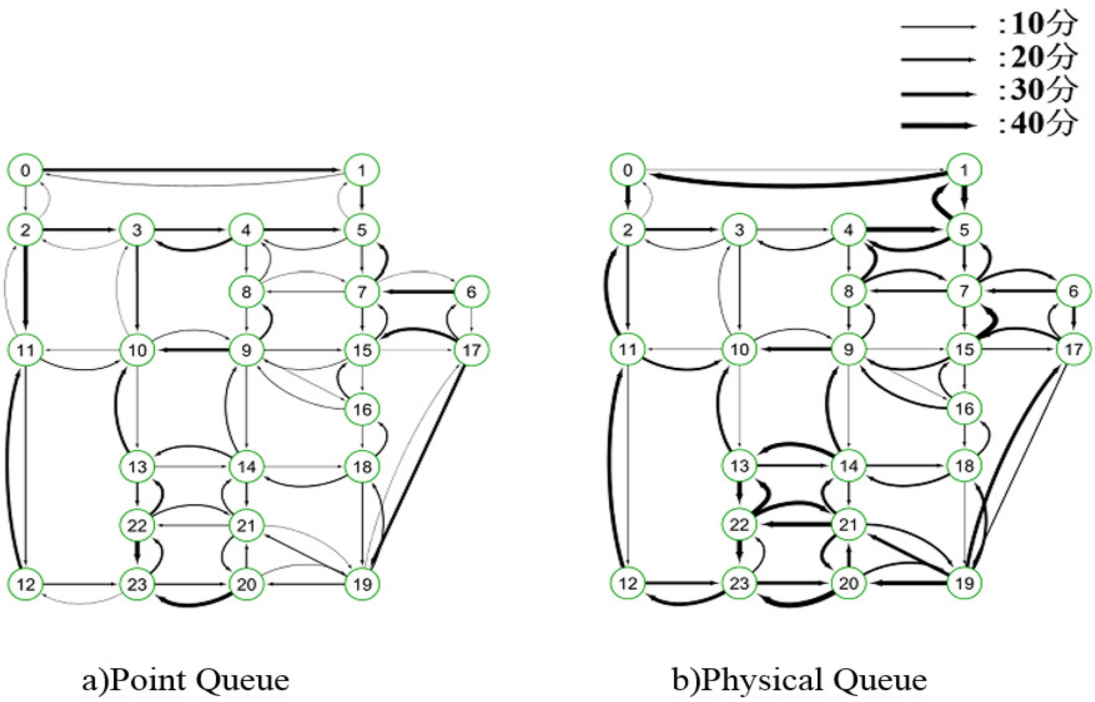

図-6　最大遅れ時間の比較

を構築し，Sioux Falls Network[6]を対象として，配分計算を1000日分行った結果，渋滞の延伸を考慮した場合においても，考慮しない場合と同様に全ての利用者が最短経路を選択している状態（Nash均衡）に近い状態に収束することが確認できた．また，同じOD交通量を用いた場合でも，渋滞の延伸モデルの有無によって，各リンクの遅れ時間に大きな差が生じたため，渋滞の延伸はネットワークの評価を行う際に考慮すべきであるといえよう．一方で，OD交通量を増加させると，グリッドロックが発生した．このことは，ドライバーが実際に経験する旅行時間による最短経路を選ぼうとするDUEにおいてもグリッドロックの発生は避けられないことを示している．

今後の課題について述べる．本研究で用いたリンク旅行時間モデルではリンク内の滞留台数の上限を定めただけであり，Q-K特性を正しく与えていないため，リンク内でのショックウェーブを正しく表現できていない．リンク内での渋滞の延伸を厳密に表現するためには適切なQ-K特性を導入することが必要である．また，繰り返し計算に伴って多大な計算量が要求されるため，さらに大規模かつ複雑なネットワークを対象に計算を行うためには，計算を並列化し計算速度の向上を行う必要があろう．

参考文献

1) Kuwahara, M. and Akamatsu, T. : Dynamic Equilibrium Assignment with Queues for a One-to-Many OD Pattern, in *Transportaion and Traffic Theory*: *Proceedings of the 12th International Symposium on the Theory of Traffic Flow and Transportation*, C. F. Daganzo(Ed.), pp.185-204, 1993.
2) 井料隆雅：車両を離散化した動的交通量配分問題の Nash 均衡解の解法，土木学会論文集 D3，Vol.67，No.1，pp.70-83，2011.
3) Iryo, T : Properties of Dynamic User Equilibrium Solution: Existence, Uniqueness, Stability, and Robust Solution Methodology, Transportmetrica B: Transport Dynamics, Vol.1, No1, pp.52-67, 2013.
4) 石原雅晃，井料隆雅：マルコフ連鎖による動的ネットワーク交通量配分，土木学会論文集 D3，Vol.71，No.5，pp.503-509，2015.
5) 石原雅晃，藤原龍，井料隆雅：多数ケースの動的交通量配分の数値計算の高速化，第 13 回 ITS シンポジウム 2015, CD-ROM, 2015.
6) Leblanc, L.J., Morlok, E. K. and Pierskalla, W.P.: An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Assignment Problem, Transportation Research, Vol.9, pp.309-318, 1975.
7) Hong K. Lo, W.Y. Szeto: A Cell-based Variational Inequality Formulation of the Dynamic User Optimal Assignment Problem, Transportation Research Part B, Vol.36, No.5, pp.421-443, 2002.
8) 石原雅晃・福田和輝・井料隆雅：交通流シミュレーションによる動的利用者均衡配分の高速計算，情報処理学会　第 78 回全国大会，2016.