

通勤者の異質性とボトルネック渋滞を考慮した 住宅立地均衡モデル

高山 雄貴¹・桑原 雅夫²

¹正会員 金沢大学 准教授 理工研究域 (〒 920-1192 金沢市角間町)

E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

²正会員 東北大学 教授 大学院情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: kuwahara@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究では、標準的な住宅立地モデルとボトルネックモデルを統合し、都心部と郊外部の間にボトルネックが存在する単一中心都市において異質な通勤者が出発時刻と居住位置を選択するモデルを構築する。そして、その均衡状態や動的な混雑料金の導入効果に関する次の性質を明らかにする: (1) 旅行時間価値が高い通勤者ほど、CBDに近い位置に居住する; (2) 混雑料金の導入は、料金収入の再配分の有無に関わらず、郊外部の人口増加と都市のスプロールをもたらす; (3) 料金収入を再配分しない場合、混雑料金の導入により、時間価値の高い通勤者は利益を得る一方、時間価値の低い通勤者は不利益を被る。

Key Words : residential location; bottleneck congestion; road pricing; urban sprawl

1. はじめに

標準的な住宅立地理論^{3), 23), 25)}では、地代と通勤費用のトレードオフ関係をもとに、都市空間構造の分析を行っている。そして、長年にわたり蓄積された研究において、(現実に観測された)異質な家計の居住位置分布の規則性や、混雑料金などの政策の効果を説明することに成功している。しかし、殆ど全ての枠組みが、静的な交通混雑モデルにより通勤費用を表現している。すなわち、これらのモデルでは、通勤者による日々の出発時刻選択行動を捨象している。これは、通勤ピーク時の交通渋滞現象を表現できない、動的な混雑料金や交通需要マネジメント(e.g.,フレックスタイム,時差出勤制度)などの政策の効果を検証できないことを意味している。

通勤者の出発時刻選択行動を表現できる代表的なモデルの一つが、ボトルネックモデル^{30), 15), 7), 9)}である。このモデルは、非常にシンプルな枠組みにより多様な政策の影響を分析できるという特徴を有する。それゆえ、現在まで、その枠組みを応用・拡張した研究が膨大に蓄積されてきた。しかしながら、ボトルネックモデルと住宅立地モデルの統合は、これまで殆ど進んでいない。

実際、これまでに通勤者の出発時刻選択と居住地選択の両者を考慮したのは、Arnott⁵⁾とGubins and Verhoef¹⁴⁾のみである。Arnott⁵⁾は、都心と郊外の2地点がボトルネックを有する道路により結ばれている(離

散空間)単一中心都市において、通勤者が出発時刻と居住地を選択するモデルを構築している。そして、動的な混雑料金は、料金収入を再配分しない限り、都市空間構造に何ら影響を与えないことを明らかにしている。Gubins and Verhoef¹⁴⁾は、CBD入口直前にボトルネックが存在する、(連続空間)単一中心都市モデルを構築している。このモデルは、標準的なボトルネックモデルでは考慮されていない、通勤者が自宅でも過ごす時間に応じた効用を導入すると共に¹⁾、その限界効用が住宅面積に依存すると仮定している。そして、最適な混雑料金の導入は、通勤者の自宅滞在時間を長くさせると共に住宅面積を広くさせることから、都市をスプロールさせることを示している²⁾。これらの結果は、興味深いことに、静的な交通混雑を考慮した住宅立地モデル(e.g., Kanemoto¹⁷⁾, Wheaton³³⁾, Anas et al.⁴⁾)で得られている結果(混雑料金の導入は都市空間構造をコンパクトにする)とは真逆のものとなっている。しかし、異質な通勤者を考慮したボトルネックモデルでの最適混雑料金の効果は、均質な通勤者を考慮した場合とは大きく異なることが知られている(e.g., Arnott et al.^{8), 10)}, van den Berg and Verhoef¹¹⁾)にもかかわらず、これらの研究は、共に、通勤者が均質であると仮定している³⁾。それゆえ、異質な通勤者間の相互作用の結果とし

¹ 自宅滞在時間に応じた効用は、Vickrey³¹⁾, Tseng and Verhoef²⁹⁾, Fosgerau and Lindsey¹²⁾, Gubins and Verhoef¹⁴⁾, Fosgerau and Small¹³⁾でも導入されている。

² この結果は、自宅滞在時間に応じた効用の特性が、混雑料金導入による都市空間構造の変化の原因となることを示している。

³ 高山・赤松³⁴⁾は、Kuwahara¹⁸⁾と同様の、ボトルネックが2

て実現する居住位置分布特性や混雑料金の導入効果は、これまで全く明らかにされていない。

そこで、本研究では、Arnott⁵⁾を拡張し、CBD から距離 $d > 0$ にボトルネックが存在する (連続空間) 単一中心都市と、通勤者の異質性を考慮したモデルを構築する⁴⁾。そして、その均衡状態の特性を系統的に明らかにする。その結果、次に示すような通勤者の時間価値に応じた、時間・空間的な sorting が起こることが示される: 旅行時間に換算したスケジュールコスト (i.e., 単位時間当たりのスケジュールコスト / 単位時間当たりの旅行時間費用) が高い通勤者ほど、始業時刻に近い時刻に出勤する; 旅行時間価値の低い通勤者ほど、CBD から遠い位置に居住する⁵⁾。さらに、ボトルネック容量の拡大は、CBD への通勤時にボトルネックを通過する必要が生じる郊外部 (i.e., CBD からの距離が d より離れた位置) の人口増加をもたらすことから、総渋滞待ち時間を増大させてしまうことがあることも示される。

本研究では、さらに、動的な混雑料金が都市空間構造に与える影響も調べる。そして、複数種類の通勤者が郊外部に居住する場合、混雑料金の導入は、料金収入を還元しなくても、各通勤者の通勤費用を変化させることから、都市空間構造の変化をもたらすことが示される。また、異質な通勤者を考慮したボトルネックモデル (e.g., Arnott et al.^{8), 10)}, van den Berg and Verhoef¹¹⁾) で採用されている現実的な設定のもとでは、混雑料金の導入が郊外部の人口増加と都市のスプロール化をもたらすことが明らかにされる。これは、静的な交通混雑を考慮した住宅立地モデルだけでなく、均質な通勤者を考慮した Arnott⁵⁾とも全く異なる結果である。したがって、この結果は、異質な通勤者間の相互作用が混雑料金導入による都市のスプロール化を生じさせる原因であることを示している。さらに、料金収入の再配分が行われない場合、混雑料金の導入は、以下に示す不公平な結果をもたらすことも明らかにされる: 時間価値の高い富裕層が利益を得る一方で、時間価値の低い貧困層が不利益を被る。

本論文の構成は以下のとおりである。まず 2. 節では、通勤者の出発時刻選択と居住地選択の両方を考慮したモデルを構築する。そして、3. 節において、その均衡状態の特性を明らかにする。4. 節では、動的な混雑料金の導入効果を示す。以上で得られたモデル特性と混雑料金の導入効果をより具体的に示すために、5. 節において、単純な設定の下でモデルを分析する。最後に、

か所存在する空間における通勤者の出発時刻・住宅立地選択行動をモデル化している。しかし、このモデルでも、通勤者は均質であると仮定されている。

⁴⁾ 本研究では、Gubins and Verhoef¹⁴⁾で考慮されている、“自宅滞在時間に応じた効用”は導入しない。

⁵⁾ この都市空間構造は、交通渋滞が激しい都市における観測結果 see, e.g.,²²⁾と整合している。

6. 節において、本研究のまとめを述べる。

2. モデル

(1) 基本設定

直線の道路に沿って同質な土地が単位距離当たり 1 単位存在する単一中心都市を考える (図-1)。この道路には、CBD から距離 d の位置に容量 μ のボトルネックが存在する。このボトルネックのサービスは、first-in-first-out (FIFO) 原則を満足し、待ち行列は Vickrey³⁰⁾, Arnott et al.⁹⁾と同様の point queue モデルにより表現できると仮定する。また、この道路の単位距離当たりの移動時間は一定値 τ (i.e., 自由走行速度が $1/\tau$) であると仮定する。

この都市には I 種類の異質な通勤者が存在し、各種類の通勤者数は N_i 、賃金は y_i である。以降では、便宜上、種類 $i \in I \equiv \{1, \dots, I\}$ の通勤者を“通勤者 i ”と呼ぶ。全ての通勤者は、自宅から CBD に自動車通勤する。それゆえ、通勤者の自宅と CBD との距離を x とすると、自宅の位置が $x > d$ の通勤者はボトルネックを通過しなければならない一方、 $x \in [0, d]$ の位置に自宅がある通勤者であればボトルネックを通過する必要がない。そこで、本稿では、Arnott⁵⁾と同様、ボトルネックを通過しなければならない場所 $\mathcal{X}^s = \{x \in \mathbb{R}_+ \mid x > d\}$ を“郊外”、それ以外の場所 $\mathcal{X}^d = \{x \in \mathbb{R}_+ \mid x \in [0, d]\}$ を“都心”と呼び、郊外と都心の通勤者 i 人口を、各々、 N_i^s , $N_i^d (= N_i - N_i^s)$ と表す。なお、 d が十分大きい場合、全ての通勤者が都心に居住することができる。しかし、このような状況は本研究の分析対象とは異なることから、本稿では、 d が小さく、 $\sum_{i \in I} N_i^s > 0$ が成立する (i.e., 郊外部に通勤者が居住する) と仮定する。

全ての通勤者の勤務開始時刻は同一時刻 t^* であると仮定する。このとき、CBD から距離 x の位置に自宅から出発し、時刻 t に CBD に到着する通勤者 i の通勤費用 $c_i(x, t)$ は、移動時間費用 $m_i(x, t)$ とスケジュールコスト $s_i(t - t^*)$ の和で与えられる:

$$c_i(x, t) = m_i(x, t) + s_i(t - t^*), \quad (1a)$$

$$m_i(x, t) = \begin{cases} \alpha_i \tau x & \text{if } x \in \mathcal{X}^d, \\ \alpha_i \{q(t) + \tau x\} & \text{if } x \in \mathcal{X}^s, \end{cases} \quad (1b)$$

$$s_i(t - t^*) = \begin{cases} \beta_i (t^* - t) & \text{if } t \leq t^*, \\ \gamma_i (t - t^*) & \text{if } t \geq t^*. \end{cases} \quad (1c)$$

ここで、 $\alpha_i > 0$ は通勤者 i の移動時間 1 単位当たりの費用、 $\beta_i > 0$, $\gamma_i > 0$ は、各々、時間 1 単位の早着・遅刻によるスケジュールコスト、 $q(t)$ はボトルネックでの渋滞待ち時間を表す。

自宅の位置が x であり、CBD 到着時刻が t の通勤者

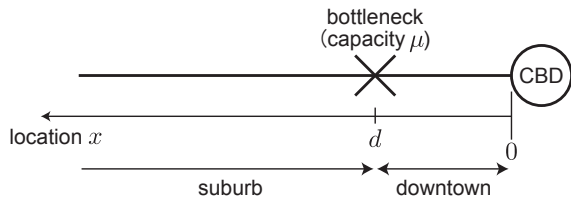


図-1 urban spatial structure

i の効用は、合成財の消費量 $z_i(x, t)$, 住宅面積 $a_i(x)$ の準線形関数 $u(z_i(x, t), a_i(x))$ により与えられると仮定する:⁶

$$u(z_i(x, t), a_i(x)) = z_i(x, t) + \kappa \ln[a_i(x)]. \quad (2)$$

合成財をニューメーラールとすると、予算制約は以下で与えられる:

$$y_i = z_i(x, t) + \{r(x) + r^A\} a_i(x) + c_i(x, t). \quad (3)$$

ここで、 $r(x) + r^A$ は位置 x の地代、 r^A は農業地代である。

財消費に関する効用最大化問題

$$\max_{z_i(x, t), a_i(x)} u(z_i(x, t), a_i(x)) \quad \text{s.t.} \quad (3) \quad (4)$$

の一階条件から、次の関係が得られる:

$$a_i(x) \{r(x) + r^A\} = \kappa. \quad (5)$$

この関係から明らかなように、本モデルでは、通勤者の住宅面積 $a_i(x)$ は、通勤者の種類 i に依存しない。以上より、自宅の位置が x であり、CBD 到着時刻が t の通勤者 i の間接効用関数 $v_i(x, t)$ は、以下で与えられる:

$$v_i(x, t) = y_i - c_i(x, t) - \kappa \ln[r(x) + r^A] + \epsilon, \quad (6)$$

ここで、 $\epsilon = \kappa \ln[\kappa] - \kappa$ である。

以上の設定の下で、通勤者は効用を最大化する居住位置 x , CBD 到着時刻 t を選択する⁷。そこで、次に、これらの居住位置・出発時刻選択の均衡状態を定義する条件を示す。

(2) 均衡条件

本モデルでは、Peer and Verhoef²⁶⁾, Gubins and Verhoef¹⁴⁾ などと同様、短期と長期の2段階の均衡を考える。短期的には、通勤者は、自宅の位置 x を与件として、通勤費用 $c_i(x, t)$ を最小化する CBD 到着時刻 t を選択する。その結果、位置 x に居住する通勤者 i の均衡通勤費用が、通勤者の居住位置分布 (i.e., 都市空間構造) の関数で与えられる。長期的には、均衡通勤費用を与件として、通勤者は自宅位置 x を選択する。その結果、均衡状態における任意の地点 x における都市空間構造が決まる。本節では、これらの短期・長期均衡状態が満たす均衡条件を定式化する。

⁶ Arnott⁵⁾ が示したように、この効用関数の下では、通勤者が均質な場合、混雑料金を導入しても都市空間構造は全く変化しない。

⁷ FIFO 原則の下では、CBD 到着時刻と自宅出発時刻は一対一対応する。

a) 短期均衡条件

通勤者は、短期的には、自宅位置 x が定まっているとの前提の下で CBD 到着時刻 t を選択する。したがって、短期均衡状態は、全ての位置 x の通勤者 i 人口を与件としたうえで決定される。この短期均衡状態が満たす均衡条件は、通勤者の居住位置が都心部か郊外部かによって異なる。そこで、まずはボトルネックを通過する必要のある、郊外部の通勤者の均衡条件を示そう。郊外部の通勤者 i の通勤費用 $c_i^s(x, t)$ は、(1) より、通勤者の居住位置 x と CBD 到着時刻 t の影響を分離して表現できる:

$$c_i^s(x, t) = c_i^s(t) + \alpha_i \tau x, \quad (7a)$$

$$c_i^s(t) = \alpha_i q(t) + s_i(t - t^*). \quad (7b)$$

この事実から、各通勤者 i は、短期的には $c_i^s(t)$ を最小化する CBD 到着時刻 t を選択することがわかる。したがって、郊外部の通勤者の短期均衡条件は、標準的な出発時刻選択モデルの均衡条件と完全に一致する。より具体的には、この均衡条件は以下に示す3条件で与えられる:

$$\begin{cases} n_i^s(t) \{c_i^s(t) - c_i^{s*}\} = 0 \\ n_i^s(t) \geq 0, c_i^s(t) - c_i^{s*} \geq 0 \end{cases} \quad \forall i \in I, \quad (8a)$$

$$\begin{cases} q(t) \{ \mu - \sum_{k \in I} n_k^s(t) \} = 0 \\ q(t) \geq 0, \mu - \sum_{k \in I} n_k^s(t) \geq 0 \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}_+, \quad (8b)$$

$$\int n_i^s(t) dt = N_i^s \quad \forall i \in I. \quad (8c)$$

ここで、 $n_i^s(t)$ は、時刻 t に CBD に到着する郊外部の通勤者 i 人数、 c_i^{s*} は郊外部の通勤者 i の均衡通勤費用である。

均衡条件 (8a) は、CBD 到着時刻選択の無裁定条件を表している。すなわち、この条件は、短期均衡状態ではどの通勤者も自らの CBD 到着時刻を変更するインセンティブを持たないことを意味している。条件 (8b) は、ボトルネックの容量制約である; この条件は、流出時刻 t においてボトルネックに渋滞 (渋滞待ち時間 $q(t)$) が発生する場合、その時刻のボトルネック流出者数は容量 μ に等しく、渋滞が発生していない時刻の流出者数は μ 以下であることを表している。条件 (8c) はフロー保存則である。これらの短期均衡条件より、短期均衡状態での $n_i^s(t), q(t), c_i^{s*}$ が、郊外部の通勤者人口 $N^s = [N_i^s]$ の関数で与えられる。したがって、居住位置が x の通勤者 i の通勤費用 $c_i^{s*}(N^s, x)$ は、以下で表される:

$$c_i^{s*}(N^s, x) = c_i^{s*}(N^s) + \alpha_i \tau x \quad \forall x \in X^s. \quad (9)$$

都心部の通勤者 i は、ボトルネックを通過する必要がないため、その通勤費用は $c_i^d(x, t) = \alpha_i \tau x + s_i(t - t^*)$ で与えられる。したがって、全ての通勤者が CBD 到着時刻 t を t^* とすることが最適となり、その時の均衡通勤

費用 $c_i^{d^*}(x)$ は、次のように表される:

$$c_i^{d^*}(x) = \alpha_i \tau x \quad \forall x \in \mathcal{X}^d. \quad (10)$$

b) 長期均衡条件

長期均衡状態が満たす均衡条件は、次の 4 条件で与えられる:

$$\begin{cases} N_i(x) \{v_i^* - v_i(x)\} = 0 \\ N_i(x) \geq 0, v_i^* - v_i(x) \geq 0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}_+, \forall i \in \mathcal{I}, \quad (11a)$$

$$\begin{cases} r(x) \{1 - \sum_{k \in \mathcal{I}} a_k(x) N_k(x)\} = 0 \\ r(x) \geq 0, 1 - \sum_{k \in \mathcal{I}} a_k(x) N_k(x) \geq 0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}_+ \quad (11b)$$

$$\int_0^\infty N_i(x) dx = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (11c)$$

ここで、 v_i^* は通勤者 i の均衡効用、 $N_i(x)$ は位置 x の通勤者 i 人口である。

均衡条件 (11a) は、通勤者の居住地選択均衡条件である。この条件は、通勤者が自分自身の選択変更のみでは効用を改善できない状態が長期均衡状態となることを示している。条件 (11b) は、土地の需給均衡条件である。この条件から、位置 x における住宅需要 $\sum_{k \in \mathcal{I}} a_k(x) N_k(x)$ と供給量 1 が一致する値に地代 $r(x) + r^A$ が設定されることがわかる。また、条件 (11c) は通勤者数数の保存則を表す。

条件 (11b) に (5) を代入すると、 $r(x)$ が以下で与えられる:

$$r(x) = \begin{cases} \kappa N(x) - r^A & \text{if } \kappa N(x) \geq r^A \\ 0 & \text{if } \kappa N(x) \leq r^A \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 $N(x) = \sum_{k \in \mathcal{I}} N_k(x)$ であり、位置 x の総人口を表す。これを間接効用関数 (6) に代入すると、都心部と郊外部の通勤者 i の間接効用 $v_i^d(x), v_i^s(x)$ が得られる:

$$v_i^d(x) = \begin{cases} y_i - \alpha_i \tau x - \kappa \ln[\kappa N(x)] + \epsilon & \text{if } \kappa N(x) \geq r^A, \\ y_i - \alpha_i \tau x - \kappa \ln[r^A] + \epsilon & \text{if } \kappa N(x) \leq r^A, \end{cases} \quad (13a)$$

$$v_i^s(x) = \begin{cases} y_i - c_i^{s^*}(N^s) - \alpha_i \tau x - \kappa \ln[\kappa N(x)] + \epsilon & \text{if } \kappa N(x) \geq r^A, \\ y_i - c_i^{s^*}(N^s) - \alpha_i \tau x - \kappa \ln[r^A] + \epsilon & \text{if } \kappa N(x) \leq r^A. \end{cases} \quad (13b)$$

したがって、この間接効用関数を用いれば、均衡条件は (11a) と (11c) で与えられる。

これらの均衡条件 (11a), (11c) は、明らかに次の条件

と等価である:

$$\begin{cases} N_i(x) \{v_i^{d^*}(N^d) - v_i^d(x)\} = 0 \\ N_i(x) \geq 0, v_i^{d^*}(N^d) - v_i^d(x) \geq 0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathcal{X}^d, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (14a)$$

$$\int_0^d N_i(x) dx = N_i^d \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (14b)$$

$$\begin{cases} N_i(x) \{v_i^{s^*}(N^s) - v_i^s(x)\} = 0 \\ N_i(x) \geq 0, v_i^{s^*}(N^s) - v_i^s(x) \geq 0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathcal{X}^s, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (14c)$$

$$\int_d^\infty N_i(x) dx = N_i^s \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (14d)$$

$$\begin{cases} v_i^{d^*}(N^d) \geq v_i^{s^*}(N^s) & \text{if } N_i^d \geq 0 \\ v_i^{d^*}(N^d) \leq v_i^{s^*}(N^s) & \text{if } N_i^s \geq 0 \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (14e)$$

$$N_i^d + N_i^s = N_i \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (14f)$$

ここで、 $v_i^{d^*}(N^d), v_i^{s^*}(N^s)$ は、各々、都心部・郊外部通勤者の効用水準を表す。

条件 (14a), (14b) は、都心部内での通勤者の居住位置選択の均衡条件である。同様に、条件 (14c), (14d) は、郊外部内の居住位置選択均衡条件である。また、条件 (14e), (14f) は、通勤者 i の都心部・郊外部人口 N_i^d, N_i^s を決める均衡条件である。以降では、これらの均衡条件を用いて、都心・郊外部内の空間構造と、都心または郊外部に居住する通勤者特性を明らかにする。

3. 均衡状態

(1) 短期均衡状態

郊外部に居住する通勤者に関する短期均衡条件は、標準的な出発時刻選択モデルと一致する。したがって、井料ら³⁵⁾, Iryo and Yoshii¹⁶⁾ で示されているように、短期均衡条件 (8) には等価な最適化問題が存在する。

命題 1 短期均衡状態 $[n_i^s(t)]$ は、次の最適化問題の解と一致する:

$$\min_{[n_i^s(t)]} \int \frac{s_i(t-t^*)}{\alpha_i} n_i^s(t) dt \quad (15a)$$

$$\text{s.t. } \mu - \sum_{k \in \mathcal{I}} n_k^s(t) \geq 0, \quad \int n_i^s(t) dt = N_i^s, \quad n_i^s(t) \geq 0. \quad (15b)$$

この命題は、短期均衡状態が旅行時間の単位に換算したスケジュールコストを最小化する状態となることを示している。

均衡状態において、CBD に時刻 t に到着する通勤者 i の人数 $n_i^{s^*}(t)$ の台 (support) を $\text{supp } n_i^{s^*} = \{t \in \mathbb{R}_+ \mid n_i^{s^*}(t) > 0\}$ と表そう。このとき、短期均衡状態の上述の

性質から、次の関係が得られる:

$$\text{supp } \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i^{s*} = [t^F, t^L]. \quad (16)$$

ここで、 t^F は通勤者が出勤する最も早い時刻、 t^L は最も遅い時刻であり、次の関係を有する:

$$t^L = t^F + \frac{\sum_{i \in \mathcal{I}} N_i}{\mu}. \quad (17)$$

この関係から、ボトルネック渋滞が形成されるのは必ず単一時間帯となることがわかる。

さらに、短期均衡条件 (8a) より、次の命題が得られる:

命題 2 任意の $t_i \in \text{supp } n_i^{s*}, t_j \in \text{supp } n_j^{s*}$ に対して、次の関係が成立する:

$$\left(\frac{\beta_i}{\alpha_i} - \frac{\beta_j}{\alpha_j} \right) (t_i - t_j) \geq 0 \quad \text{if } \max\{t_i, t_j\} \leq t^*, \quad (18a)$$

$$\left(\frac{\gamma_i}{\alpha_i} - \frac{\gamma_j}{\alpha_j} \right) (t_i - t_j) \leq 0 \quad \text{if } \min\{t_i, t_j\} \geq t^*. \quad (18b)$$

証明 均衡条件 (8a) から、次の関係が得られる:

$$c_i^s(t_i) + c_j^s(t_j) \leq c_i^s(t_j) + c_j^s(t_i) \\ \forall t_i \in \text{supp } n_i^{s*}, t_j \in \text{supp } n_j^{s*}. \quad (19)$$

この関係に (7b) を代入すると、(18) が得られる。

この命題は、短期均衡状態が次の性質を有することを示している: $\beta_i/\alpha_i < \beta_j/\alpha_j$ の場合、早着する通勤者 i は通勤者 j より早く出勤する; $\gamma_i/\alpha_i < \gamma_j/\alpha_j$ の場合、遅刻する通勤者 i は通勤者 j より遅く出勤する。

(2) 長期均衡状態

a) 都心・郊外の内部空間構造

長期均衡状態における都心部内・郊外部内の人口分布特性を調べる。都心・郊外部の人口分布の均衡状態を定義する相補性問題 (14a), (14b), (14c), (14d) には、次の命題で示されるように、等価な最適化問題が存在する。

命題 3 長期均衡状態における都心部内の人口分布 $[N_i^d(x)]$ ($x \in \mathcal{X}^d$) は、次の最適化問題の解と一致する:

$$\max_{[N_i(x)]} \sum_{k \in \mathcal{I}} \int_0^d v_k^d(x) N_k(x) dx \quad (20a)$$

$$\text{s.t. } \int_0^d N_i(x) dx = N_i^d \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad N_i(x) \geq 0. \quad (20b)$$

さらに、長期均衡状態における郊外部内の人口分布 $[N_i^s(x)]$ ($x \in \mathcal{X}^s$) は、次の最適化問題の解と一致する:

$$\max_{[N_i(x)]} \sum_{k \in \mathcal{I}} \int_d^\infty v_k^s(x) N_k(x) dx \quad (21a)$$

$$\text{s.t. } \int_d^\infty N_i(x) dx = N_i^s \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad N_i(x) \geq 0. \quad (21b)$$

証明 最適化問題 (20) の Karush–Kuhn–Tucker (KKT) 条件は、均衡条件 (14a), (14b) と一致する。さらに、最適化問題 (21) の KKT 条件は、均衡条件 (14c), (14d) と一致する。したがって、命題 3 が得られる。

この命題は、都心部・郊外部の通勤者人口 $N^d = [N_i^d]$, $N^s = [N_i^s]$ が与えられた状況下では、通勤者の人口分布は総効用を最大化する状態と一致することを示している。

さらに、長期均衡条件 (14a), (14c) により、均衡状態における都心部内、郊外部内の人口分布が次の性質を有することがわかる:

補題 1 長期均衡状態における通勤者人口分布 $N^*(x)$ は次の性質を有する。

(a) 位置 x の通勤者数 $N^*(x)$ の台 (support) が以下で与えられる:

$$\text{supp } N^* = [0, X^F]. \quad (22)$$

ここで、 X^F は通勤者が居住する最も CBD から遠い位置を表す。

(b) 任意の $x \in \text{supp } N^* \setminus \{X^F\}$ に対して、 $N^*(x)$ は次の条件を満たす:

$$\kappa N^*(x) > r^A. \quad (23a)$$

さらに、 $x = X^F$ の場合、

$$\kappa N^*(X^F) = r^A. \quad (23b)$$

証明 付録 I 参照。

均衡状態における都心部・郊外部の位置 x の通勤者 i 人口を $N_i^{d*}(x), N_i^{s*}(x)$ と表す。このとき、補題 1 より、任意の $x_i^d \in \text{supp } N_i^d, x_i^s \in \text{supp } N_i^s$ において、 $v_i^d(x_i^d), v_i^s(x_i^s)$ は以下で与えられる:

$$v_i^d(x_i^d) = y_i - \alpha_i \tau x_i^d - \kappa \ln[\kappa N(x_i^d)] + \epsilon, \quad (24a)$$

$$v_i^s(x_i^s) = y_i - c_i^{s*}(N^s) - \alpha_i \tau x_i^s - \kappa \ln[\kappa N(x_i^s)] + \epsilon. \quad (24b)$$

さらに、均衡条件 (14a), (14c) より、次の関係が得られる。

$$v_i^d(x_i^d) + v_j^d(x_j^d) \geq v_i^d(x_j^d) + v_j^d(x_i^d) \\ \forall x_i^d \in \text{supp } N_i^{d*}, \forall x_j^d \in \text{supp } N_j^{d*}, \quad (25a)$$

$$v_i^s(x_i^s) + v_j^s(x_j^s) \geq v_i^s(x_j^s) + v_j^s(x_i^s) \\ \forall x_i^s \in \text{supp } N_i^{s*}, \forall x_j^s \in \text{supp } N_j^{s*}. \quad (25b)$$

(25) に (24) を代入すると、次の命題が得られる。

命題 4 任意の $x_i \in \text{supp } N_i^{d*}, x_j \in \text{supp } N_j^{d*}$, または $x_i \in \text{supp } N_i^{s*}, x_j \in \text{supp } N_j^{s*}$ に対して、次の関係が成立する:

$$(\alpha_i - \alpha_j)(x_i - x_j) \geq 0. \quad (26)$$

この命題は、都心部・郊外部の通勤者人口 N^d, N^s を与件としたもとは、旅行時間価値の高い通勤者ほど、CBD の近くに居住することを表している。さらに、都心部内、郊外部内の人口分布は、短期均衡状態における通勤費用 c_i^* の影響を受けない。

この命題を利用することで、均衡効用 $v_i^{d*}(N^d), v_i^{s*}(N^s)$ を得ることができる。それを示すために、以降では、 i が α_i の降順に並んでいると考える。すなわち、次の関係が成立すると仮定する：

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_I. \quad (27)$$

また、 X_i^d, X_i^s を、各々、最も CBD に近い通勤者 i の都心・郊外部の居住位置と定義する。このとき、命題 4 より、都心・郊外の通勤者 i が居住する区間は、各々、 $[X_i^d, X_{i+1}^d], [X_i^s, X_{i+1}^s]$ で表される (i.e., $\text{supp } N_i^{d*} = [X_i^d, X_{i+1}^d], \text{supp } N_i^{s*} = [X_i^s, X_{i+1}^s]$)。さらに、通勤者 $i-1, i$ の効用差 $v_i^{d*}(N^d) - v_{i-1}^{d*}(N^d), v_i^{s*}(N^s) - v_{i-1}^{s*}(N^s)$ は、 X_i^d, X_i^s を利用すると、次の形で表すことができる：

$$v_i^{d*}(N^d) - v_{i-1}^{d*}(N^d) = y_i - y_{i-1} - (\alpha_i - \alpha_{i-1}) \tau X_i^d, \quad (28a)$$

$$v_i^{s*}(N^s) - v_{i-1}^{s*}(N^s) = y_i - y_{i-1} - \{c_i^{s*}(N^s) - c_{i-1}^{s*}(N^s)\} - (\alpha_i - \alpha_{i-1}) \tau X_i^s. \quad (28b)$$

したがって、地点 d において都心部の通勤者が支払う地代 r^d と農業地代 r^A を用いると、都心・郊外の通勤者 i の間接効用関数は次の形で表される：

$$v_i^{d*}(N^d) = y_i - \kappa \ln[r^d] - \alpha_i \tau X_i^d - \sum_{k=i}^I \alpha_k \tau (X_{k+1}^d - X_k^d) + \epsilon, \quad (29a)$$

$$v_i^{s*}(N^s) = y_i - c_i^{s*}(N^s) - \kappa \ln[r^A] - \alpha_i \tau X_i^s - \sum_{k=i}^I \alpha_k \tau (X_{k+1}^s - X_k^s) + \epsilon. \quad (29b)$$

ここで、 X_k^d, X_k^s は、以下で与えられる：

$$X_1^d = 0, \quad X_{i+1}^d = X_i^d + \frac{\kappa}{\alpha_i \tau} \ln \left[\frac{\alpha_i \tau N_i^d}{\psi_i} + 1 \right], \quad (30a)$$

$$X_1^s = d, \quad X_{i+1}^s = X_i^s + \frac{\kappa}{\alpha_i \tau} \ln \left[\frac{\alpha_i \tau N_i^s}{\phi_i} + 1 \right], \quad (30b)$$

$$\psi_i = r^d + \sum_{k=i+1}^I \alpha_k \tau N_k^d, \quad \phi_i = r^A + \sum_{k=i+1}^I \alpha_k \tau N_k^s. \quad (30c)$$

また、 r^d は $X_{I+1}^d = d$ となる条件から定まる。

居住地の境界 $X^F = X_{I+1}^s$ は、(30b) より、

$$X^F = d + \kappa \sum_{k \in I} \frac{1}{\alpha_k \tau} \ln \left[\frac{\alpha_k \tau N_k^s}{\phi_k} + 1 \right]. \quad (31)$$

したがって、都市の境界 X^F は、郊外部の通勤者人口 N^s に応じて決まることがわかる。

b) 都心・郊外部の人口

次に、均衡状態における都心部と郊外部の通勤者人口 N^d, N^s の特性を調べる。(29) より、都心部と郊外部の通勤者 i の均衡効用差は、以下で与えられる：

$$\begin{aligned} v_i^{d*}(N^d) - v_i^{s*}(N^s) &= c_i^{s*}(N^s) - \kappa \ln \left[\frac{r^d}{r^A} \right] + \alpha_i \tau (X_i^s - X_i^d) \\ &+ \sum_{k=i}^I \alpha_k \tau \left\{ (X_{k+1}^s - X_k^s) - (X_{k+1}^d - X_k^d) \right\} \\ &= c_i^{s*}(N^s) - \kappa \ln \left[\frac{r^d}{r^A} \right] + \alpha_i \tau (X_i^s - X_i^d) \\ &+ \kappa \sum_{k=i}^I \ln \left[\frac{\alpha_k \tau N_k^s / \phi_k + 1}{\alpha_k \tau N_k^d / \psi_k + 1} \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

均衡条件 (14e) から、長期均衡状態 N^{d*}, N^{s*} において、 $v_i^{d*}(N^{d*}) - v_i^{s*}(N^{s*}) > 0$ となる通勤者 i は全て都心に、 $v_i^{d*}(N^{d*}) - v_i^{s*}(N^{s*}) < 0$ となる通勤者 i は全て郊外に居住する。

さらに、(28) より、都心部と郊外部の効用差 $v_i^{d*}(N^d) - v_i^{s*}(N^s)$ は、以下の性質を有する。

命題 5 通勤者 i と $i-1$ の都心部・郊外部の効用差との間に、次の関係が成立する：

$$\begin{aligned} (v_i^{d*}(N^d) - v_i^{s*}(N^s)) - (v_{i-1}^{d*}(N^d) - v_{i-1}^{s*}(N^s)) \\ = c_i^{s*}(N^s) - c_{i-1}^{s*}(N^s) - (\alpha_{i-1} - \alpha_i) \tau (X_i^s - X_i^d). \end{aligned} \quad (33)$$

$\alpha_{i-1} > \alpha_i, X_i^d \leq X_i^s$ であることから、この命題は、 $c_i^{s*}(N^s) - c_{i-1}^{s*}(N^s)$ が常に負である場合、任意の $i \in I \setminus \{1\}$ において次の条件が満たされることを示している：

$$v_i^{d*}(N^d) - v_i^{s*}(N^s) < v_{i-1}^{d*}(N^d) - v_{i-1}^{s*}(N^s). \quad (34)$$

すなわち、時間価値の高い通勤者が都心に、低い通勤者が郊外に居住する。

4. 最適な動的混雑料金

本モデルには、交通渋滞(待ち行列)に起因した外部性が存在する。したがって、渋滞を完全に解消できれば、Arnott⁵⁾, Gubins and Verhoef¹⁴⁾ でも示されているように、社会的最適状態が達成される。そこで、本節では、渋滞を解消する動的な混雑料金 $p(t)$ を導入した状況を考える。すなわち、通勤者 i の通勤費用 $c_i^d(x, t)$ を以下で与える：

$$c_i^d(x, t) = \begin{cases} c_i^{dq}(t) + \alpha_i \tau x & \text{if } x \in \mathcal{X}^d, \\ c_i^{sq}(t) + \alpha_i \tau x & \text{if } x \in \mathcal{X}^s. \end{cases} \quad (35a)$$

$$c_i^{dq}(t) = s_i(t - t^*), \quad (35b)$$

$$c_i^{sq}(t) = p(t) + s_i(t - t^*). \quad (35c)$$

そして、この混雑料金の導入が、均質な通勤者を考えた Arnott⁵⁾とは異なり、都市空間構造を変化させることを明らかにする。

(1) 短期均衡状態

混雑料金は、ボトルネック渋滞を完全に解消する水準に設定される。ただし、本研究では通勤者の旅行時間価値 α_i の異質性を考慮しているため、この料金水準 $p(t)$ は必ずしも均衡状態におけるボトルネック渋滞待ち時間費用 $\alpha_i q(t)$ とは一致せず、次の短期均衡条件を満足する水準に設定される：

$$\begin{cases} c_i^{sq}(t) = c_i^{sq*} & \text{if } n_i^{sq}(t) > 0 \\ c_i^{sq}(t) \geq c_i^{sq*} & \text{if } n_i^{sq}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall i \in I, \forall t \in \mathbb{R}, \quad (36a)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in I} n_i^{sq}(t) = \mu & \text{if } p(t) > 0 \\ \sum_{i \in I} n_i^{sq}(t) \leq \mu & \text{if } p(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}, \quad (36b)$$

$$\int n_i^{sq}(t) dt = N_i^s \quad \forall i \in I. \quad (36c)$$

ここで、 $n_i^{sq}(t)$ は混雑料金導入時の時刻 t に出勤する通勤者 i の人数を表す。

均衡条件 (36a) は、通勤者の CBD 到着時刻選択の無裁定条件を表す。条件 (36b) は、ボトルネックの容量制約である。この条件は、時刻 t の交通需要 $\sum_{i \in I} n_i^{sq}(t)$ がボトルネック容量 μ (供給量) と一致するように、料金 $p(t)$ が課せられることを示している。最後の条件 (36c) は、通勤者の人口保存則である。これらの短期均衡条件より、短期均衡状態での $n_i^{sq}(t), p(t), c_i^{sq*}$ が、郊外部の通勤者 i 人口 N^s の関数で与えられる。

均衡条件 (36) には次に示す等価な最適化問題が存在することが容易に確認できる。

命題 6 混雑料金の導入により達成される均衡状態 $[n_i^{sq}(t)]$ は、次の最適化問題の解と一致する：

$$\min_{[n_i^s(t)]} \sum_{i \in I} \int s_i(t - t^*) n_i^s(t) dt \quad (37a)$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} \sum_{i \in I} n_i^s(t) \leq \mu \quad \forall t \in \mathbb{R}, & \int n_i^s(t) dt = N_i^s \quad \forall i \in I, \\ n_i^s(t) \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall t \in \mathbb{R}. \end{cases} \quad (37b)$$

この命題は、混雑料金の導入が通勤者の総スケジュールコストを最小化することを意味している。それゆえ、混雑料金導入時の短期均衡状態における通勤費用 $c_i^{sq*}(N^s)$ は、一般には、混雑料金を導入していない場合の $c_i^{sq}(N^s)$ とは異なる水準となることが示唆される。なお、総スケジュールコストは、総通勤費用と混雑料金収入の差で定義される社会的費用と一致する。したがって、命題 6 は、混雑料金が短期的には社会的費用を最小化させることを示している。

さらに、均衡条件 (36a) から、均衡状態における CBD 到着時刻別の通勤者 i の交通量 $[n_i^{sq}(t)]$ に関する次の関係が与えられる：

$$c_i^{sq}(t_i) + c_j^{sq}(t_j) \leq c_i^{sq}(t_j) + c_j^{sq}(t_i)$$

$$\forall t_i \in \text{supp } n_i^{sq}, \forall t_j \in \text{supp } n_j^{sq}, \forall i, j \in I. \quad (38)$$

(38) に (35c) を代入すると、次の命題が得られる。

命題 7 混雑料金導入下の均衡状態を考える。このとき、任意の $t_i \in \text{supp } n_i^{sq}, t_j \in \text{supp } n_j^{sq}, i, j \in I$ に対して、次の関係が成立する：

$$(\beta_i - \beta_j)(t_i - t_j) \geq 0 \quad \text{if } \max\{t_i, t_j\} \leq t^*, \quad (39a)$$

$$(\gamma_i - \gamma_j)(t_i - t_j) \leq 0 \quad \text{if } \min\{t_i, t_j\} \geq t^*. \quad (39b)$$

この命題は、早着・遅刻する通勤者のボトルネック通過時刻の順番が、各々、 $-\beta_i, \gamma_i$ の大きさ順と一致することを示している。この結果から、混雑料金の導入により渋滞が完全に解消されるため、(政策を導入していない状況下の均衡状態とは異なり) α_i が交通需要の時間分布 $[n_i^{sq}(t)]$ に影響を与えていないことが確認できる。

都心部に居住する通勤者はボトルネックを通過する必要がないため、前章と同様、全員が始業時刻ちょうどに出勤する。以上をまとめると、短期均衡状態における位置 x に居住する通勤者 i の通勤費用は、以下で与えられる：

$$c_i^{dq*}(x) = \alpha_i \tau x \quad \forall x \in X^d, \quad (40a)$$

$$c_i^{sq*}(N^s, x) = c_i^{sq*}(N^s) + \alpha_i \tau x \quad \forall x \in X^s. \quad (40b)$$

(2) 長期均衡状態

次に、得られた短期均衡状態の通勤費用 (40) を利用して、長期均衡状態における都市空間構造の特徴を調べる。混雑料金未導入時の長期均衡条件 (14) と混雑料金導入時の条件との違いは、郊外部の間接効用関数 $v_i^s(x)$ のみである。具体的には、混雑料金導入時の郊外部の通勤者 i の間接効用関数 $v_i^s(x)$ は、下記で表される：

$$v_i^s(x) = \begin{cases} y_i - c_i^{sq*}(N^s) - \alpha_i \tau x - \kappa \ln[\kappa N(x)] + \epsilon & \text{if } \kappa N(x) \geq r^A, \\ y_i - c_i^{sq*}(N^s) - \alpha_i \tau x - \kappa \ln[r^A] + \epsilon & \text{if } \kappa N(x) \leq r^A. \end{cases} \quad (41)$$

ここで、 $c_i^{sq*}(N^s)$ は郊外部の通勤者人口 N^s の関数として与えられる、短期均衡状態における通勤費用である。この間接効用関数を用いて (2) 節と同様の解析を行うと、次の命題が得られる。

命題 8 混雑料金の導入により達成される長期均衡状態の都心部内の人口分布 $[N_i^{dq}(x)]$ 、郊外部内の人口分布 $[N_i^{sq}(x)]$ は、次の性質を有する。

(a) 都心部内の人口分布 $[N_i^{dq}(x)]$ ($x \in \mathcal{X}^d$) は、次の最適化問題の解と一致する:

$$\max_{[N_i(x)]} \sum_{k \in \mathcal{I}} \int_0^d v_k^d(x) N_k^{dq}(x) dx \quad (42a)$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^d N_i^{dq}(x) dx = N_i^d \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (42b)$$

$$N_i(x) \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall x \in \mathbb{R}_+. \quad (42c)$$

(b) 郊外部内の人口分布 $[N_i^{sq}(x)]$ ($x \in \mathcal{X}^s$) は、次の最適化問題の解と一致する:

$$\max_{[N_i(x)]} \sum_{k \in \mathcal{I}} \int_d^\infty v_k^s(x) N_k^{sq}(x) dx \quad (43a)$$

$$\text{s.t.} \quad \int_d^\infty N_i^{sq}(x) dx = N_i^s \quad \forall i \in \mathcal{I}, \quad (43b)$$

$$N_i(x) \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall x \in \mathbb{R}_+. \quad (43c)$$

(c) 任意の $x_i \in \text{supp } N_i^{dq}$, $x_j \in \text{supp } N_j^{dq}$, または $x_i \in \text{supp } N_i^{sd}$, $x_j \in \text{supp } N_j^{sd}$ に対して、次の関係が成立する:

$$(\alpha_i - \alpha_j)(x_i - x_j) \geq 0. \quad (44)$$

この命題から、混雑料金導入下の長期均衡状態における都心部内または郊外部内の空間構造は、命題 4 と全く同じ性質を有することがわかる。そこで、以降では、混雑料金導入下の長期均衡状態における都心部人口 N^{dq*} と郊外部人口 N^{sq*} の性質を調べる。

間接効用関数に (41) を用いた長期均衡条件 (14a), (14b), (14c), (14d) により定まる、混雑料金導入時の都心部・郊外部に居住する通勤者 i の効用を、各々、 $v_i^{dq*}(N^d)$, $v_i^{sq*}(N^s)$ と表す。このとき、仮定 (27) の下では、 $v_i^{dq*}(N^d)$, $v_i^{sq*}(N^s)$ は、(45) の導出と全く同様の手順により得られる:

$$v_i^{dq*}(N^d) = y_i - \kappa \ln[r^d] - \alpha_i \tau X_i^{dq} - \sum_{k=i}^I \alpha_k \tau (X_{k+1}^{dq} - X_k^{dq}) + \epsilon, \quad (45a)$$

$$v_i^{sq*}(N^s) = y_i - c_i^{sq*}(N^s) - \kappa \ln[r^A] - \alpha_i \tau X_i^{sq} - \sum_{k=i}^I \alpha_k \tau (X_{k+1}^{sq} - X_k^{sq}) + \epsilon. \quad (45b)$$

ここで、 X_k^{dq} , X_k^{sq} は、各々、均衡状態における都心・郊外部の通勤者 i の居住地のうち、最も CBD に近い地点を表しており、(30) で与えられる。したがって、 $v_i^{dq*}(N^d)$ - $v_i^{sq*}(N^s)$ は、以下で与えられる:

$$\begin{aligned} & v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s) \\ &= c_i^{sq*}(N^s) - \kappa \ln \left[\frac{r^d}{r^A} \right] + \alpha_i \tau (X_i^{sq} - X_i^{dq}) \\ & \quad + \kappa \sum_{i=i}^I \ln \left[\frac{\alpha_k \tau N_k^s / \phi_k + 1}{\alpha_k \tau N_k^d / \psi_k + 1} \right]. \quad (46) \end{aligned}$$

したがって、(32), (46) より、次の関係が得られる:

$$\begin{aligned} & (v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s)) - (v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s)) \\ &= c_i^{sq*}(N^s) - c_i^{s*}(N^s) \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (47) \end{aligned}$$

さらに、 $(v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s)) - (v_{i-1}^{dq*}(N^d) - v_{i-1}^{sq*}(N^s))$ は、前章の命題 5 と同様の手順により得られる。したがって、次の命題が得られる:

命題 9 混雑料金導入下の均衡状態における都心部・郊外部の効用差 $v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s)$ は、次の性質を有する。

(a) 任意の $i \in \mathcal{I}$ において $c_i^{sq*}(N^s) = c_i^{s*}(N^s) + \delta$ となる定数 δ が存在する場合のみ、任意の $i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}$ において次の関係が成立する:

$$\begin{aligned} & (v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s)) - (v_{i-1}^{dq*}(N^d) - v_{i-1}^{sq*}(N^s)) \\ &= (v_i^{d*}(N^d) - v_i^{s*}(N^s)) - (v_{i-1}^{d*}(N^d) - v_{i-1}^{s*}(N^s)). \quad (48) \end{aligned}$$

(b) 通勤者 $i-1$, $i \in \mathcal{I}$ の都心部・郊外部の効用差は、次の関係を有する:

$$\begin{aligned} & (v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s)) - (v_{i-1}^{dq*}(N^d) - v_{i-1}^{sq*}(N^s)) \\ &= c_i^{sq*}(N^s) - c_{i-1}^{sq*}(N^s) - (\alpha_{i-1} - \alpha_i) \tau (X_i^{sq} - X_{i-1}^{sq}). \quad (49) \end{aligned}$$

旅行時間価値 α_i に異質性がある場合、一般に $c_i^{sq*} = c_i^{s*} + \delta \forall i \in \mathcal{I}$ とはならない。それゆえ、命題 9 (a) は、Arnott⁵⁾ とは異なり、通勤者の異質性を導入したモデルでは、混雑料金の導入が都心部・郊外部の通勤者人口を変化させることを示している。なお、この事実は、次節で示す簡単な例において具体的に確認される。

これまでの結果は、料金収入を通勤者に還元しないという前提のもとでの結果である点に注意が必要である。実際、混雑料金は、短期的には社会的費用 (i.e., 総通勤費用と料金収入の差分) を最小化させるため、適切に料金収入を還元すれば、郊外部に居住する全ての通勤者の通勤費用が減少する。それゆえ、通勤者 i に対して適切な還元 $\rho_i(N^s)$ を行う場合、任意の N^d, N^s に対して次の関係が成立する:

$$\begin{aligned} & v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s) - \rho_i(N^s) \\ & < v_i^{d*}(N^d) - v_i^{s*}(N^s) \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (50) \end{aligned}$$

すなわち、料金収入の適切な還元は、都市の郊外化をもたらすことになる。

命題 9 (b) は、全ての i に対して $c_i^{sq*}(N^s) - c_{i-1}^{sq*}(N^s)$ が負であれば、次の関係が成立することを示している:

$$v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s) < v_{i-1}^{dq*}(N^d) - v_{i-1}^{sq*}(N^s) \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\} \quad (51)$$

すなわち、時間価値の高い通勤者が都心に、低い通勤者が郊外に居住する。

5. 単純な例によるモデル特性の確認

本章では、前章までの一般的な設定では調べることが困難であったモデルの特性を、単純な設定の下で確認する。具体的には、本章では、任意の $i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}$ において、次の条件が成立すると仮定する：

$$\alpha_{i-1} > \alpha_i, \quad \beta_{i-1} > \beta_i, \quad \gamma_{i-1} > \gamma_i \quad (52a)$$

$$\frac{\beta_{i-1}}{\alpha_{i-1}} < \frac{\beta_i}{\alpha_i}, \quad \frac{\gamma_{i-1}}{\alpha_{i-1}} < \frac{\gamma_i}{\alpha_i} \quad (52b)$$

さらに、モデルの特性を明快に示すために、異質な通勤者を考えた Arnott et al.^{8,10), van den Berg and Verhoef¹¹⁾と同様、全ての $i \in \mathcal{I}$ において β_i と γ_i の比が一定であると仮定する：}

$$\frac{\gamma_i}{\beta_i} = \eta \quad \forall i \in \mathcal{I}. \quad (52c)$$

以上の仮定は、 i の小さい通勤者の時間価値は高く (i.e., rich workers), i の大きい通勤者は時間価値が低い (i.e., poor workers) ことを意味している。

(1) 理論解析

a) 短期均衡状態

本節では、最初に短期均衡状態の性質を調べる。仮定 (52), 命題 2 より、郊外部の通勤者は、混雑料金を導入していない場合、 i の小さい早着通勤者ほど早く CBD に到着する。この性質を利用すると、郊外部の通勤者 $i, i-1$ の旅行時間に換算した通勤費用の差が得られる：

$$\frac{c_i^{s*}(N^s)}{\alpha_i} - \frac{c_{i-1}^{s*}(N^s)}{\alpha_{i-1}} = \frac{\eta}{1+\eta} \left(\frac{\beta_i}{\alpha_i} - \frac{\beta_{i-1}}{\alpha_{i-1}} \right) \frac{\sum_{k=i}^I N_k^s}{\mu} > 0. \quad (53)$$

混雑料金を導入すると、仮定 (52), 命題 7 より、 i の大きい早着通勤者ほど早く CBD 到着する。この性質を利用すると、 $c_i^{sq*}(N^s) - c_{i-1}^{sq*}(N^s)$ が与えられる：

$$c_i^{sq*}(N^s) - c_{i-1}^{sq*}(N^s) = \frac{\eta}{1+\eta} (\beta_i - \beta_{i-1}) \frac{\sum_{k=1}^{i-1} N_k^s}{\mu} < 0. \quad (54)$$

これらの関係から、 $c_i^{s*}(N^s), c_i^{sq*}(N^s)$ が得られる：

$$c_i^{s*}(N^s) = \frac{\eta}{1+\eta} \left\{ \beta_i \frac{\sum_{k=i+1}^I N_k^s}{\mu} + \alpha_i \sum_{k=1}^i \frac{\beta_k}{\alpha_k} \frac{N_k^s}{\mu} \right\}, \quad (55a)$$

$$c_i^{sq*}(N^s) = \frac{\eta}{1+\eta} \left\{ \beta_i \frac{\sum_{k=1}^{i-1} N_k^s}{\mu} + \sum_{k=i}^I \beta_k \frac{N_k^s}{\mu} \right\}. \quad (55b)$$

(55a) より、通勤者 $i, i-1$ の通勤費用の差 $c_i^{s*}(N^s) - c_{i-1}^{s*}(N^s)$ は、以下で与えられる：

$$\begin{aligned} & c_i^{s*}(N^s) - c_{i-1}^{s*}(N^s) \\ &= \frac{\eta}{1+\eta} \left\{ (\beta_i - \beta_{i-1}) \frac{\sum_{k=1}^I N_k^s}{\mu} + (\alpha_i - \alpha_{i-1}) \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\beta_k}{\alpha_k} \frac{N_k^s}{\mu} \right\} < 0. \end{aligned} \quad (56)$$

したがって、この例では次の関係が成立する：

$$c_i^{s*}(N^s) - c_{i-1}^{s*}(N^s) < 0 \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}, \quad (57a)$$

$$c_i^{sq*}(N^s) - c_{i-1}^{sq*}(N^s) < 0 \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}. \quad (57b)$$

次に、混雑料金の導入が通勤費用に与える影響を調べよう。(55a), (55b) より、 $c_i^{sq*}(N^s) - c_i^{s*}(N^s)$ は、以下で表される：

$$\begin{aligned} & c_i^{sq*}(N^s) - c_i^{s*}(N^s) \\ &= \frac{\eta}{1+\eta} \left\{ \alpha_i \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\beta_i}{\alpha_i} - \frac{\beta_k}{\alpha_k} \right) \frac{N_k^s}{\mu} - \sum_{k=i}^I (\beta_i - \beta_k) \frac{N_k^s}{\mu} \right\}. \end{aligned} \quad (58)$$

仮定 (52) より、(58) の右辺第 1 項は正、第 2 項は負であることがわかる。したがって、次の関係が得られる：

$$c_i^{sq*}(N^s) - c_i^{s*}(N^s) > c_{i-1}^{sq*}(N^s) - c_{i-1}^{s*}(N^s) \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}. \quad (59)$$

また、(58) より、任意の $i \leq i^*$ において $c_i^{sq*}(N^s) - c_i^{s*}(N^s) \leq 0$ かつ、任意の $i > i^*$ において $c_i^{sq*}(N^s) - c_i^{s*}(N^s) > 0$ となる $i^* \in \mathcal{I}$ が存在する。すなわち、混雑料金の導入は、 $i \leq i^*$ となる時間価値の高い通勤者 i の通勤費用を減少させる一方で、その他の時間価値の低い通勤者の通勤費用を増加させる。さらに、混雑料金を導入していない状況下での均衡状態における郊外部人口を N^{s*} と表すと、明らかに $i^* \geq \min\{\text{supp } N^{s*}\}$ が成立する。この事実から、都心部の通勤者、 α_i が最も大きい郊外通勤者の通勤費用は、混雑料金の導入により減少することもわかる。

以上の結果を命題としてまとめておこう。

命題 10 条件 (52) が成立すると仮定する。このとき、短期均衡状態は次の性質を有する：

- (a) 時間価値の高い通勤者の通勤費用 $c_i^{s*}(N^s), c_i^{sq*}(N^s)$ は、時間価値の低い通勤者の通勤費用より高い。
- (b) 任意の $i \leq i^*$ において $c_i^{sq*}(N^{s*}) \leq c_i^{s*}(N^{s*})$ が成立する $i^* \in \mathcal{I}$ が存在する。
- (c) 任意の $i \in \mathcal{I}^r \equiv \{i \in \mathcal{I} \mid i \leq \min\{\text{supp } N^{s*}\}\}$ に対して、 $c_i^{sq*}(N^{s*}) \leq c_i^{s*}(N^{s*})$ が成立する。

b) 長期均衡状態

長期均衡状態における都市空間構造の性質を示そう。短期均衡状態における通勤費用の性質 Propositions 5, 9 (b), 10 (a) から、次の関係が得られる：

$$\begin{cases} v_i^{d*}(N^d) - v_i^{s*}(N^s) < v_{i-1}^{d*}(N^d) - v_{i-1}^{s*}(N^s) \\ v_i^{dq*}(N^d) - v_i^{sq*}(N^s) < v_{i-1}^{dq*}(N^d) - v_{i-1}^{sq*}(N^s) \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{I} \setminus \{1\}. \quad (60)$$

すなわち、混雑料金の導入有無に依らず、時間価値の高い通勤者は都心に居住し、時間価値の低い通勤者は郊外に居住する。この結果は、多くの文献 (e.g., McCann²²⁾)

で示されているように、渋滞が激しい都市において観測される事実と整合している。

次に混雑料金の導入が都市空間構造に与える影響を分析しよう。(32), (46) より, 次の関係が得られる:

$$\begin{aligned} v_i^{dq^*}(N^{d^*}) - v_i^{sq^*}(N^{s^*}) \\ = c_i^{sq^*}(N^{s^*}) - c_i^{s^*}(N^{s^*}) + v_i^{d^*}(N^{d^*}) - v_i^{s^*}(N^{s^*}) \quad \forall i \in I. \end{aligned} \quad (61)$$

したがって, 命題 10 (c) より,

$$v_i^{dq^*}(N^{d^*}) - v_i^{sq^*}(N^{s^*}) \leq v_i^{d^*}(N^{d^*}) - v_i^{s^*}(N^{s^*}) \quad \forall i \in I'. \quad (62)$$

が得られる。特に, (59) より, 混雑料金未導入下の長期均衡状態 N^{d^*}, N^{s^*} において, 郊外部に複数種類の通勤者が居住していれば, 条件 (62) は狭義不等号 (i.e., “<”) で成り立つ。また, 任意の $i \geq \min\{\text{supp } N^{s^*}\}$ において, 明らかに $v_i^{d^*}(N^{d^*}) \leq v_i^{s^*}(N^{s^*})$ が成立する。したがって, 条件 (62) と (60) より, 以下の関係が得られる:

$$v_i^{dq^*}(N^{d^*}) \leq v_i^{sq^*}(N^{s^*}) \quad \forall i \in \text{supp } N^{s^*}. \quad (63)$$

この条件は, 混雑料金の導入による郊外部から都心部への通勤者の移住は起こりえないことを示している。さらに, 条件 (62) は, 混雑料金の導入が, 都心部から郊外部への通勤者の移住を生じさせ得ることを示している。実際, $v_i^{d^*}(N^{s^*}) = v_i^{s^*}(N^{s^*})$ (e.g., $N_i^{s^*} > 0$ かつ $N_i^{d^*} > 0$) となる $i' \in I'$ が存在すれば, 通勤者 i' は必ず郊外部に移住する。 $N^{sq^*} = [N_i^{sq^*}]$ を混雑料金導入時の均衡状態における郊外部の通勤者人口と定義すると, 以上の結果は次の条件が成立することを意味する:

$$N_i^{sq^*} \geq N_i^{s^*} \quad \forall i \in I. \quad (64)$$

すなわち, 混雑料金の導入は, 一般に, 郊外人口を増加させる。さらに, X^F が (31) で与えられることから, この郊外部人口の増加により, 都市がスプロールすることもわかる。

この結果は, 興味深いことに, 静的な交通混雑を考えたモデル (e.g., Kanemoto¹⁷⁾, Wheaton³³⁾, Anas et al.⁴⁾) の結果とは真逆のものとなっている。さらに, 均質な通勤者を考えた Arnott⁵⁾ とも異なった結果となっている。したがって, 異質な通勤者間の相互作用は, 混雑料金導入に伴う都市のスプロール化を生じさせる原因であることがわかる。

ここで, 混雑料金の導入による, 時間価値の低い通勤者 $i \in I^p \equiv I \setminus I'$ の効用水準の変化に着目しよう。この通勤者は, 命題 10, 条件 (58), (64) より, 混雑料金の導入前も後も, 全員郊外部に居住する。したがって, (29), (45) より, 次の関係が得られる:

$$\begin{aligned} v_i^{sq^*}(N^{sq^*}) - v_i^{s^*}(N^{s^*}) \\ = -\left(c_i^{sq^*}(N^{sq^*}) - c_i^{s^*}(N^{s^*})\right) \quad \forall i \in I^p. \end{aligned} \quad (65)$$

さらに, (55b), (64) を利用すると, 次の関係が得られる:

$$c_i^{sq^*}(N^{sq^*}) \geq c_i^{sq^*}(N^{s^*}) \quad \forall i \in I^{sq}. \quad (66)$$

(65) に (66) を代入すると, 次の条件が得られる:

$$\begin{aligned} v_i^{sq^*}(N^{sq^*}) - v_i^{s^*}(N^{s^*}) \\ \leq -\left(c_i^{sq^*}(N^{s^*}) - c_i^{s^*}(N^{s^*})\right) \leq 0 \quad \forall i \in I^p. \end{aligned} \quad (67)$$

この結果と (59) より, 郊外部に居住する時間価値の低い通勤者 $i \in I^p$ は, 一般に混雑料金の導入により不利益を被ることがわかる。したがって, 混雑料金の導入は, 料金収入の適切な再配分スキームの導入と同時に議論されるべきであることがわかる。

最後に, ボトルネック容量の増加が都市空間構造に与える影響を考えよう。 μ の増加は, $c_i^{s^*}(N^s), c_i^{sq^*}(N^s)$ を減少させるため, 郊外部に居住する通勤者が増加してしまう。すなわち, ボトルネック容量の増加は, ボトルネック部の交通需要を増加させてしまう。その結果, 容量拡大は, 必ずしも交通渋滞を改善するわけではないことがわかる。実際, 容量増強が交通渋滞を悪化させてしまうケースが存在することが, 次節において確認される。

以上の結果は次の命題にまとめられる。

命題 11 条件 (52) が成立すると仮定する。このとき, 長期均衡状態は次の性質を有する:

- (a) 旅行時間価値の高い通勤者が都心部に, 低い通勤者は郊外に居住する。
- (b) 任意の $i \in I$ において, $N_i^{sq^*} \geq N_i^{s^*}$ が成立する。
- (c) 任意の $i \in I^p$ において, $v_i^{sq^*}(N^{sq^*}) \leq v_i^{s^*}(N^{s^*})$ が成立する。
- (d) ボトルネック容量の増強は交通渋滞を悪化させることがある。

(2) 数値解析

最後に, 数値解析によりモデルの均衡状態の特性, 混雑料金の導入効果を具体的に示す。そのために, 本節では, 以下のパラメータ値を用いて解析を行う:

$$I = 4, \quad d = 10 \text{ (km)}, \quad \tau = 2 \text{ (min/km)}, \quad (68a)$$

$$[N_i] = [1000, 1500, 2000, 2500], \quad (68b)$$

$$[y_i] = [300, 200, 150, 100], \quad (68c)$$

$$\kappa = 10, \quad r^A = 200. \quad (68d)$$

また, 通勤者の時間価値を表すパラメータ α_i, β_i, η は, Small²⁷⁾, 仮定 (52) と整合する, 以下の値を用いた。

$$[\alpha_i] = [0.3, 0.2, 0.15, 0.1], \quad (68e)$$

$$[\beta_i] = [0.15, 0.11, 0.09, 0.07], \quad (68f)$$

$$\eta = 4. \quad (68g)$$

以上の設定の下で, ボトルネック容量 μ に関する比較静学分析を行う。その結果は, 図-2 ~ 8 に示すとおり

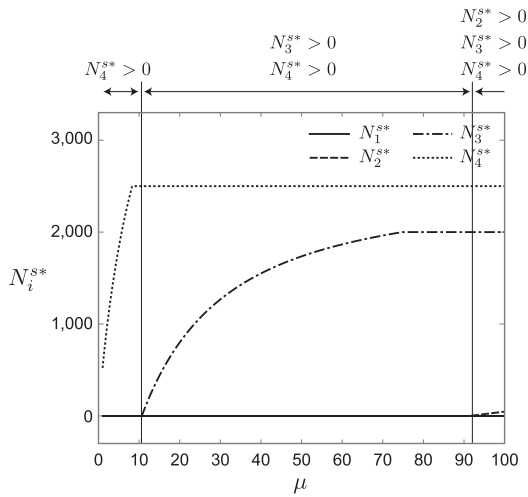


図-2 N^{s*}

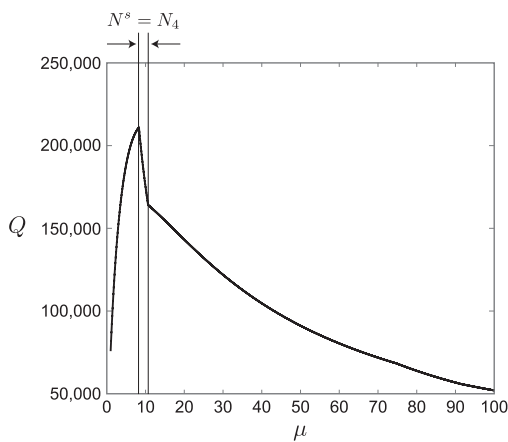


図-3 Total queuing time

りである。まず、混雑料金を導入していない場合の均衡状態の特性に注目しよう。図-2 より、ボトルネック容量の増加に伴い、通勤者 4,3,2 が順に郊外部へ移住していることが確認できる。これは、(55a) で示されているように、ボトルネック容量の増加は、通勤費用 $c_i^{s*}(N^s)$ を減少させ、郊外に居住するインセンティブを高めるためである。この結果は、(1) 節で得られた結果と整合している。

図-3 は、ボトルネック容量 μ と、以下で与えられる総渋滞待ち時間 Q との関係を示している。

$$Q = \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{1}{2\mu} \sum_{i \in I} \left\{ \frac{\beta_i}{\alpha_i} N_i^s \left(2 \sum_{k=i}^I N_k^s - N_i^s \right) \right\}. \quad (69)$$

この図から、(1) 節でも述べたように、ボトルネック容量の増強は、郊外人口を増加させることから、交通渋滞を悪化させ得ることが確認できる。より具体的には、ボトルネック容量 μ が十分大きい場合、容量増強は渋滞を緩和させる一方で、 μ が非常に小さい場合、容量増強は渋滞を悪化させる。さらに、容量増強の渋滞緩和効果は、郊外部の総通勤者数 $N^s = \sum_{i \in I} N_i^s$ の変化から大きな影響を受ける。実際、 $\mu = 10$ 付近では、 N^s が変

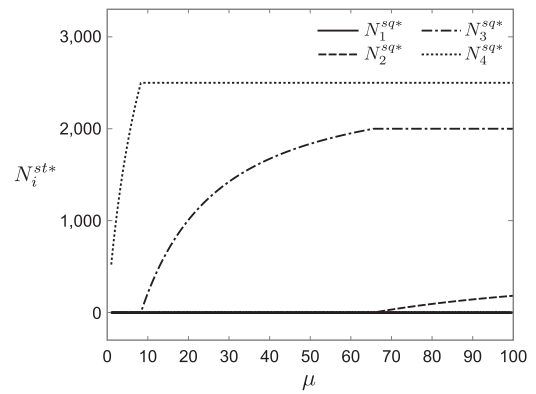


図-4 N^{sq}

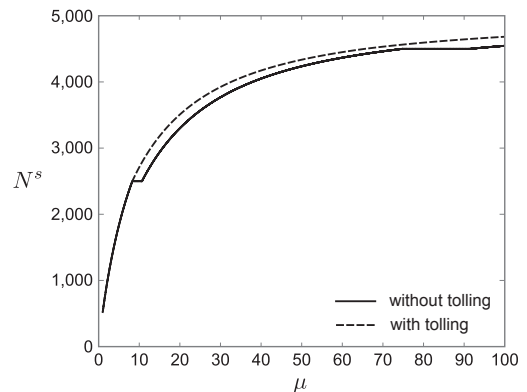


図-5 Number of workers located in the suburb

化しないため、容量増強が総渋滞待ち時間 Q の大幅な減少につながっている。一方、 μ が十分大きくなると、郊外部人口が増加してしまうことから、容量増強による Q の減少幅が小さくなってしまう。

次に、混雑料金導入の影響を調べる。図-4 は混雑料金導入時の均衡状態における郊外部の通勤者 i 人口を示している。この結果は、定性的には混雑料金を導入していないケースの結果 (図-2) と一致している。しかし、図-5 で確認できるように、郊外部の総通勤者数 $N^s = \sum_{i \in I} N_i^s$ の値は必ずしも一致しない。これは、(58) で示したように、混雑料金の導入が通勤費用 $c_i^{sq*}(N^s)$ を $c_i^{s*}(N^s)$ から変化させるためである。なお、図-5 の μ の小さい範囲では、混雑料金を導入しても、郊外部の総通勤者人口が変化していない。これは、このパラメータ範囲では、郊外部に通勤者 4 しか居住していない (i.e., ボトルネックを通過する労働者が全て均質となる) ためである。すなわち、このケースでは、Arnott⁵⁾ と同様、混雑料金の導入が通勤費用を変化させない。また、混雑料金の導入による郊外部人口の増加は、図-6 で示されているように、都市の境界 X^F を広げてしまう。したがって、動的な混雑料金の導入は、都市のスプロール化をもたらしてしまうことがわかる。

最後に、混雑料金の導入による社会厚生の変化を確認しておこう。本研究では、社会厚生 W を総効用と料

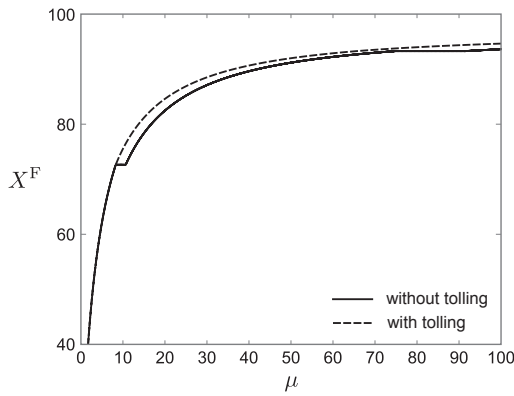


図-6 X^F

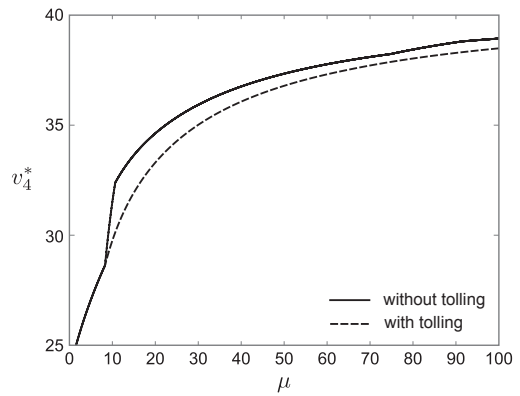


図-8 v_4^*

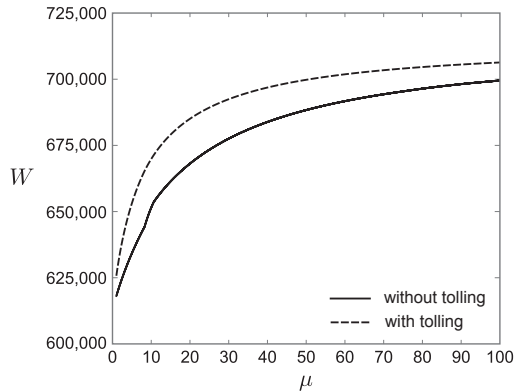


図-7 Total utility

金収入 P の和で定義する:

$$W = \sum_{i \in J} \int v_i(x) N_i(x) dx + P, \quad (70)$$

$$P = \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{1}{2\mu} \sum_{i \in J} \left\{ \beta_i N_i^s \left(2 \sum_{k=1}^i N_k^s - N_i^s \right) \right\}. \quad (71)$$

図-7 は、混雑料金の導入有無別に W と μ の関係を示している。この結果から、容量 μ が非常に小さい/大きい場合、混雑料金の導入効果が限定的であることが確認できる。また、料金収入の再分配が難しい場合、図-8 に示すように、混雑料金の導入は、必ずしも全労働者の効用水準を上昇させるわけではないことも分かる。特に注意が必要なのは、時間価値、所得水準の低い通勤者 4 が不利益を被ることであろう。それゆえ、混雑料金は、多くの研究で指摘されているように、料金収入の適切な再配分スキーム (e.g., Akamatsu¹⁾, Wada and Akamatsu³²⁾ のスキーム) と同時に導入すべきであると考えられる。

6. おわりに

本研究では、通勤者の異質性を考慮した出発時刻・居住位置選択モデルを構築した。そして、均衡状態を定義する相補性問題の特性を利用することで、モデルの基本特性、混雑料金の導入効果を系統的に明らかにし

た。その結果、通勤者の出発時刻・居住位置は、通勤者の属性に応じて sort されることが示された。さらに、動的な混雑料金の導入が、都市のスプロール化をもたらすことを明らかにした。この結果は、均質な通勤者を考慮した Arnott⁵⁾ とは大きく異なるものとなっている。この事実は、異質な通勤者間の相互作用が、混雑料金の導入効果を変化させることを示している。したがって、交通政策の影響を検証する場合は、通勤者の異質性を明示的に考慮することが非常に重要であることが示唆される。

本稿では、モデルの特性を明快に示すために、ボトルネックが 1 か所しか存在しない、単純な空間構造の都市を考えた。それゆえ、今後は複数のボトルネックが存在する都市内空間⁸ を考慮したモデルの特性を調べ、本研究で得られた結果の頑健性を検証する必要があるであろう。さらに、最適な混雑料金だけでなく、step toll^{6), 19), 20), 21)} などの次善の料金政策や、フレックスタイム²⁴⁾・時差出勤制度²⁸⁾ などの交通需要マネジメント施策の効果を調べることも、今後の重要な研究課題である。

付録 I 補題 1 の証明

都心、郊外部に居住する通勤者の間接効用関数 $v_i^d(x, N^*(x))$, $v_i^s(x, N^*(x))$ が (13) で与えられることから、明らかに $x^a, x^b (> x^a) \in \text{supp } N^*$ に対して、 $N^*(x^c) = 0$ となる $x^c \in (x^a, x^b)$ は存在しない。したがって、条件 (22) が得られる。

さらに、これらの間接効用関数を位置 x で微分すると、

$$\frac{dv_i^d(x, N^*(x))}{dx} = \begin{cases} -\alpha_i \tau - \frac{1}{N^*(x)} \frac{dN^*(x)}{dx} & \text{if } \kappa N^*(x) \geq r^A, \\ -\alpha_i \tau & \text{if } \kappa N^*(x) \leq r^A, \end{cases} \quad (\text{I.1a})$$

⁸ 複数のボトルネックが存在するボトルネックモデルの特性は、既に Kuwahara¹⁸⁾, Akamatsu et al.²⁾ により明らかにされている。

$$\frac{dv_i^s(x, N^*(x))}{dx} = \begin{cases} -\alpha_i\tau - \frac{1}{N^*(x)} \frac{dN^*(x)}{dx} & \text{if } \kappa N^*(x) \geq r^A, \\ -\alpha_i\tau & \text{if } \kappa N^*(x) \leq r^A. \end{cases} \quad (\text{I.1b})$$

したがって、長期均衡状態における $N^*(x)$ は次の条件を満たす:

$$\begin{cases} \frac{dN^*(x)}{dx} < 0 \\ \kappa N^*(x) \geq r^A \end{cases} \quad \forall x \in \text{supp } N^*. \quad (\text{I.2})$$

さらに、長期均衡条件 (14a), (14c) より、 $N^*(X^F)$ が以下で与えられる:

$$\kappa N^*(X^F) = r^A. \quad (\text{I.3})$$

以上の関係から、条件 (23) が得られる。

参考文献

- 1) Akamatsu, T. (2007) "Tradable network permits: A new scheme for the most efficient use of network capacity," *mimeograph*.
- 2) Akamatsu, T., Wada, K., and Hayashi, S. (2015) "The corridor problem with discrete multiple bottlenecks," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 81, No. 3, pp. 808–829.
- 3) Alonso, W. (1964) *Location and Land Use*: Harvard University Press.
- 4) Anas, A., Arnott, R., and Small, K. A. (1998) "Urban spatial structure," *Journal of Economic Literature*, Vol. 36, No. 3, pp. 1426–1464.
- 5) Arnott, R. (1998) "Congestion tolling and urban spatial structure," *Journal of Regional Science*, Vol. 38, No. 3, pp. 495–504.
- 6) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1990a) "Departure time and route choice for the morning commute," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 24, No. 3, pp. 209–228.
- 7) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1990b) "Economics of a bottleneck," *Journal of Urban Economics*, Vol. 27, No. 1, pp. 111–130.
- 8) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1992) "Route choice with heterogeneous drivers and group-specific congestion costs," *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 22, No. 1, pp. 71–102.
- 9) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1993) "A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand," *American Economic Review*, Vol. 83, No. 1, pp. 161–179.
- 10) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R. (1994) "The welfare effects of congestion tolls with heterogeneous commuters," *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 28, No. 2, pp. 139–161.
- 11) van den Berg, V. A. C. and Verhoef, E. T. (2011) "Winning or losing from dynamic bottleneck congestion pricing? The distributional effects of road pricing with heterogeneity in values of time and schedule delay," *Journal of Public Economics*, Vol. 95, No. 7-8, pp. 983–992.
- 12) Fosgerau, M. and Lindsey, R. (2013) "Trip-timing decisions with traffic incidents," *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 43, No. 5, pp. 764–782.
- 13) Fosgerau, M. and Small, K. A. (2014) "Endogenous scheduling preferences and congestion," *Working Paper, University of California at Irvine*.
- 14) Gubins, S. and Verhoef, E. T. (2014) "Dynamic bottleneck congestion and residential land use in the monocentric city," *Journal of Urban Economics*, Vol. 80, pp. 51–61.
- 15) Hendrickson, C. and Kocur, G. (1981) "Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model," *Transportation Science*, Vol. 15, No. 1, pp. 62–77.
- 16) Iryo, T. and Yoshii, T. (2007) "Equivalent optimization problem for finding equilibrium in the bottleneck model with departure time choices," in Heydecker, B. G. ed. *Mathematics in Transport*: Elsevier, pp. 231–244.
- 17) Kanemoto, Y. (1980) *Theories of Urban Externalities*: North-Holland.
- 18) Kuwahara, M. (1990) "Equilibrium queueing patterns at a two-tandem bottleneck during the morning peak," *Transportation Science*, Vol. 24, No. 3, pp. 217–229.
- 19) Laih, C.-H. (1994) "Queueing at a bottleneck with single- and multi-step tolls," *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 28, No. 3, pp. 197–208.
- 20) Laih, C.-H. (2004) "Effects of the optimal step toll scheme on equilibrium commuter behaviour," *Applied Economics*, Vol. 36, No. 1, pp. 59–81.
- 21) Lindsey, R., van den Berg, V. A. C., and Verhoef, E. T. (2012) "Step tolling with bottleneck queueing congestion," *Journal of Urban Economics*, Vol. 72, No. 1, pp. 46–59.
- 22) McCann, P. (2013) *Modern Urban and Regional Economics*: Oxford University Press, 2nd edition.
- 23) Mills, E. S. (1967) "An aggregative model of resource allocation in a metropolitan area," *American Economic Review*, Vol. 57, No. 2, pp. 197–210.
- 24) Mun, S.-i. and Yonekawa, M. (2006) "Flexitime, traffic congestion and urban productivity," *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 40, No. 3, pp. 329–358.
- 25) Muth, R. F. (1969) *Cities and Housing*: University of Chicago Press.
- 26) Peer, S. and Verhoef, E. T. (2013) "Equilibrium at a bottleneck when long-run and short-run scheduling preferences diverge," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 57, pp. 12–27.
- 27) Small, K. A. (1982) "The scheduling of consumer activities: work trips," *American Economic Review*, Vol. 72, No. 3, pp. 467–479.
- 28) Takayama, Y. (2015) "Bottleneck congestion and distribution of work start times: The economics of staggered work hours revisited," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 81, No. 3, pp. 830–847.
- 29) Tseng, Y. Y. and Verhoef, E. T. (2008) "Value of time by time of day: A stated-preference study," *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 42, pp. 607–618.
- 30) Vickrey, W. S. (1969) "Congestion theory and transport investment," *American Economic Review*, Vol. 59, No. 2, pp. 251–260.
- 31) Vickrey, W. S. (1973) "Pricing, metering, and efficiently using urban transportation facilities," *Highway Research Record*, Vol. 476, pp. 36–48.
- 32) Wada, K. and Akamatsu, T. (2013) "A hybrid implementation mechanism of tradable network permits system which obviates path enumeration: An auction

- mechanism with day-to-day capacity control," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 60, pp. 94–112.
- 33) Wheaton, W. C. (1998) "Land use and density in cities with congestion," *Journal of Urban Economics*, Vol. 43, No. 2, pp. 258–272.
- 34) 高山雄貴・赤松隆 (2009) "ボトルネック渋滞を考慮した住居立地均衡モデル-時間軸の縮約可能性について-", 土木学会論文集 D, Vol. 65, No.1, pp.39–52.
- 35) 井料隆雅・吉井稔雄・朝倉康夫 (2005) "出発時刻問題の均衡状態に関する数理的分析," 土木学会論文集, Vol. 779, No.IV-66, pp.105–118.