

集積経済理論の実証におけるモデル選択の課題

大澤 実¹・赤松 隆²

¹学生員 東北大学 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06-408)

E-mail: osawa@plan.civil.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06-408)

E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

集積経済理論, 特に新経済地理学理論の枠組みが, 都市・地域政策の長期的評価へと応用されつつある。本研究では, 新経済地理学理論の枠組みに基いた近年の実証モデルが抱える課題を指摘し, モデル構造の選択におけるある種の“不適切性”に対して警鐘を鳴らすことを目的とする。具体的には, 主流の実証分析には (i) 複数均衡の可能性が考慮されず, また (ii) 現実の経済活動の空間的集積パターンが持つ多極性を内生的に表現できないモデルが採用されているものがある。本稿では, 具体例として Allen and Arkolakis¹⁾ のモデルを取り上げ, その解の分岐特性を解析的に明らかにする。その過程を通じて, 上記の2つの問題に関して議論する。

Key Words: agglomeration economy, multiple equilibria, bifurcation, mono-centric, poly-centric

1. はじめに

我が国は2000年代後半より人口減少社会に突入した。地方の衰退も以前にまして深刻な社会問題となりつつある²⁾。このような状況下にある我が国にとって, 地域・都市政策の長期的な評価はますます重要になっている。人口・経済活動の複雑かつ多様な空間的集積・分散現象を理解・表現し, その経済評価を可能とする理論的枠組み・モデルを整備することは土木計画学分野における重要な課題の一つである。

経済活動の空間的な集積が生ずるメカニズムを理解するためには, 集積によってもたらされる集計的な規模の経済, “集積の経済”を考慮することが欠かせない³⁾。集積の経済を導入した空間経済理論で特に代表的なものとしては, Krugman⁴⁾を嚆矢とする新経済地理学 (New Economic Geography; NEG) を挙げられる。NEG分野で提案されてきた一群の立地均衡モデルは, 集積の経済を表現しつつも, 一般均衡理論による基礎づけをもっており, ミクロ経済学的整合性が高い。更に重要なこととして, 消費者など生産要素の空間的移動を考慮可能であり, 土木計画分野で求められる都市・地域政策の長期的影響評価に応用できる枠組みである。

しかし, NEG分野における研究は, 2つの立地点 (e.g., 地域, 都市) のみが存在する空間などの大胆に単純化された状況設定下における定性的分析が長らく主流となっており, 実証に乏しかった。集積の経済を考慮した立地均衡モデル (いわゆる“集積経済モデル”) では, モデルのもつ非凸性によって複数均衡・解の分岐といった現象が生じ, 一般の場合には理論的特性を探りづら

い。理論的に明快な洞察を得ることに大きな比重が置かれてきた結果, 解析的困難を緩和できる2立地点モデルへの依存が生じ, 実証は大幅に立ち遅れていた。

詳細な空間経済データが利用可能になったことを背景に, この状況は近年大きく変化しつつあり, 多数の立地点が存在する現実の立地空間における実証研究が急激に増加している。経済学分野では, 主要な国際誌にNEG理論の応用をうたった実証論文が掲載されるようになってきている。例えば, 代表的なものとして Redding and Sturm,⁵⁾ Allen and Arkolakis¹⁾ 等がある。我が国でも, NEGで整備されたモデル構築技法を援用した実証分析が登場している。例えば久武・山崎⁶⁾, 佐藤ら⁷⁾, 石倉⁸⁾, 高山ら⁹⁾ は, NEG理論を応用して集積の経済を導入した空間応用一般均衡モデルを提案している。

NEG理論をはじめとする集積経済理論の立場からは, 現実世界のような一般の立地空間を対象とした実証分析においては, いくつかの性質を満足するモデルを選択するべきである。第1に, 集積の経済に起因する非凸性によって, 複数の安定均衡解を持ち得るべきである。複数均衡の存在は, 集積経済理論がもたらした中心的含意の一つである。第2に, 安定均衡解において多極的な空間的集積パターンを自発的に生じ得るべきである。第3に, 安定均衡解において, 規模の異なる様々な空間的集積 (e.g., 都市) を生じ得るべきである。少なくとも集積経済理論の実証・応用と位置付けるならば, 以上の3つの性質を満足するモデルを選択するべきである。以上の性質を強調しないならば, 集積経済理論で構築されてきたような複雑なモデルを敢えて実証分析で採用する意義が薄れるであろう。

本研究では、近年の NEG 理論に基づいた実証モデルがこれらの性質を必ずしも満足しないことを明かにする。具体的には、特に主流派経済学分野における実証モデルを題材にしつつ、次の 2 つの問題点が存在することを指摘する：

- (1) 複数均衡の捨象：均衡解が常に一意であるようなモデル・パラメタの採用。
- (2) 多極集積パターンの捨象：安定均衡解において、一極集中的な空間集積のみを生ずるモデルの採用。

これら 2 つの問題点を明快に示すため、本稿では Allen and Arkolakis¹⁾ 論文で構築されたモデル（以下、“AA 論文”，“AA モデル”）を例としてその特性を調べる。より具体的には、多数の立地点が存在する空間における AA モデルについて、構造パラメタ（輸送費用）の変化に伴う均衡解の分岐特性を解明することを通じて、上記の問題点を順々に議論していく。その上では、対称な円周立地点システムを利用する Akamatsu et al.¹⁰⁾ の分岐解析手法を援用する。

NEG 理論をはじめとする集積経済理論の実証的展開は大いに歓迎すべきである。しかし、集積経済理論の観点から見た場合には、上述のようなある種の“不適切さ”が生じている。過去の 2 立地点モデルを用いた理論分析から一足飛びに一般の立地点空間における実証が試みられるようになったことが、ひとつの原因と言えよう。本研究の結果は、モデル選択上の課題を避けるためには、Fujita and Thisse¹¹⁾ が言うように、2 立地点を超えた多数の立地点が存在するもとの理論解析の蓄積が必要であることを示唆している。

本論文の構成は次の通りである。2. では、離散空間における AA モデルを導入する。3. において、円周 4 立地点システムにおける局所的な分岐特性を理論的に明らかにする。4. では、数値例を通じて大域的な分岐特性を調べる。5. では、AA モデルの分岐特性がより一般に“Helpman¹²⁾ 型モデル”に共通するものであることを論ずる。6. では、3., 4., 5. の内容を総括しつつ、AA 論文を含む近年の NEG ベースの実証分析に存在する上述の 2 つの問題点について論ずる。7. は結論である。

2. 離散空間 AA モデル

本章では、離散空間における AA モデルを定義する。AA 論文では連続空間を仮定した定式化が示されているが、この場合には均衡解の安定性解析が困難となる¹⁾。本稿では背景とする空間については離散的な立地点集

¹⁾ AA 論文では安定性の定義として“point-wise local stability”なる定義が採用されている。これは、全ての立地点 x の間接効用 $v(x)$ が立地主体数 $h(x)$ に関して減少するという安定性条件 $\partial v(x)/\partial h(x) < 0$ である。数学的にはこの条件は不十分であり、本来は無次元の力学系に対する安定性解析¹³⁾が必要である。本稿では不要な技術的複雑化を避け、離散空間を採用する。

合を考え、均衡解の安定性についても離散変数のシステムに対する標準的な定義を採用する。

(1) 状況設定

離散的な K 箇所の立地点を考える。なお本稿では、AA 論文と同様、モデルの空間的なスケールとしては地域間スケールを想定し、“立地点”はその各地域を集約して表現するものと解釈する。全ての立地点の集合を $\mathcal{K} \equiv \{0, 1, 2, \dots, K-1\}$ で表現する。この経済には、立地選択主体として H 人の連続的な消費者が存在する。各立地点 $i \in \mathcal{K}$ に立地する消費者の数を $h_i \geq 0$ で表現する。これらの消費者は、労働を非弾力的に 1 単位供給する。消費者の空間的立地パターンをベクトル $\mathbf{h} \equiv [\dots, h_i, \dots]^T \in \mathbb{R}_+^K$ によって表現し、全ての可能な \mathbf{h} の集合を $\mathcal{H} \equiv \{\mathbf{h} \in \mathbb{R}_+^K \mid \sum_{i \in \mathcal{K}} h_i = H\}$ で定義する。なお、本稿を通じ \mathbb{R}_+ は非負実数の集合、 \mathbb{R}_{++} は正実数の集合である。

この経済では、各地点 $i \in \mathcal{K}$ 毎にバラエティが差別化された単一種類の財が生産されているとする (Armington¹⁴⁾ 型)。財の生産は完全競争的であるとし、各地点において財バラエティを生産する企業は、消費者から非弾力的に供給される労働のみを生産要素として投入する。消費者の立地点間の通勤は考えず、全ての消費者は個々人の立地点において労働を供給する。

後述するように、AA モデルでは各立地点 i において、その立地点に存在する消費者数 h_i の大きさに依存して外部性が生ずると仮定する。具体的には、各地点 i の生産性を m_i 、アメニティを a_i とするとき、これらが各地点の立地者数 h_i に依存して逓増または逓減することを仮定する。前者は Marshall の外部性であり、ある立地点に労働者が集積するほどその立地点の消費者の労働生産性が向上することを表現する。後者は混雑外部性であり、消費者の集積による交通渋滞の悪化・地代の上昇などを通じた居住環境の悪化を表現する。こうした外部性の経済学的基礎付けについては Duranton and Puga¹⁵⁾ による総説を参照されたい。AA モデルでは、これらの 2 つの外部性は直接仮定される。

(2) 消費者行動

地点 $i \in \mathcal{K}$ に居住する消費者の効用関数を、以下のように特定する：

$$u_i(\{q_{ji}\} \mid h_i) = a_i(h_i) \cdot \left(\sum_{j \in \mathcal{K}} q_{ji}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (1)$$

ここで q_{ji} は地点 $j \in \mathcal{K}$ で生産される財バラエティの消費量である。また $\sigma > 1$ はこれらの財バラエティ間の代替の弾力性である。この直接効用関数のうち、 $a_i(h_i)$ は地点 i のアメニティを表現する。 $a_i(h_i)$ は地点 i の労

働者数 h_i と以下の関係で結ばれると仮定する：

$$a_i(h_i) = \bar{a}_i h_i^{-\beta} \quad (2)$$

ここで $\bar{a}_i > 0$, $\beta \geq 0$ は所与の定数である。 $\beta = 0$ であればアメニティは定数 \bar{a}_i である。 $\beta > 0$ ならば収穫逡減であり、混雑効果による集積の不経済を表現する。本稿では、全ての立地点で first nature が均質である場合を調べるため、 $\bar{a}_i = 1 \forall i$ とする。

地点 j で生産され地点 i で消費される財の価格を p_{ji} とする。地点 i における消費者の賃金を $w_i \geq 0$ とする。このとき地点 i の消費者の予算制約は次の通りである：

$$w_i = \sum_{j \in \mathcal{K}} p_{ji} q_{ji} \quad (3)$$

なお、本稿では消費者の賃金を以下のように基準化する：

$$\sum_{i \in \mathcal{K}} w_i h_i = W \quad (4)$$

これは経済全体の金銭の量が一定であるという制約である。立地パターン \mathbf{h} に対して賃金ベクトルがとりうる集合を、 $\mathcal{W} \equiv \{ \mathbf{w} \in \mathbb{R}_+^K \mid \sum_{i \in \mathcal{K}} w_i h_i = W \}$ で定義する。

予算制約のもとでの消費者の効用最大化によって、消費者の財各バラエティに対する需要 $\{q_{ji}\}$ および地点 i における財の価格指数 P_i は次のように定められる：

$$q_{ji} = \frac{p_{ji}^{-\sigma}}{P_i^{1-\sigma}} w_i \quad (5)$$

なお P_i は地点 i における財の価格指数であり、以下のように定義される：

$$P_i \equiv \left(\sum_{k \in \mathcal{K}} p_{ki}^{1-\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (6)$$

ただし $\mathbf{p} \neq \mathbf{0}$ 。従って、価格ベクトル \mathbf{p} および賃金率 \mathbf{w} が与えられれば、地点 i に居住する消費者の関節効用 v_i は以下のように与えられる：

$$v_i = a_i w_i P_i^{-1} \quad (7)$$

(3) 企業行動

各地点 $i \in \mathcal{K}$ の企業は、労働のみを生産要素として、完全競争的に財を供給する。完全競争の仮定から、地点 i における財の工場卸し価格を p_i とすると、これは限界費用に一致する：

$$p_i = \frac{w_i}{m_i} \quad (8)$$

なおここで m_i は地点 i における労働の集計的な限界生産性である。 m_i は立地点 i の労働者数 h_i と以下の関係で結ばれると仮定する：

$$m_i(h_i) = \bar{m}_i h_i^\alpha \quad (9)$$

ここで $\bar{m}_i > 0$, $\alpha \geq 0$ は所与の定数である。 $\alpha = 0$ であれば労働の生産性は定数 \bar{m}_i であり、 $\alpha > 0$ であれば収穫逡増であり、Marshall の外部性による集積の経済

が存在する。本稿では、first nature が均質である場合に注目し、 $\bar{m}_i = 1 \forall i$ とする。即ち、 $m_i = h_i^{-\alpha}$ である。

財の地点間における輸送は水解型の輸送技術に従うとする。地点 i から地点 j へ 1 単位の財を届けるためには、地点 i において $\tau_{ij} > 1$ 単位の財を輸出する必要があるとする。また $\tau_{ii} = 1 \forall i$ とする。このとき、地点 i で生産され、地点 j で消費される財の地点 j における価格 p_{ij} は、 τ_{ij} と p_i を用いて次のように与えられる：

$$p_{ij} = p_i \tau_{ij} \quad (10)$$

(4) 短期均衡

短期的には消費者は地点間を移動できないと仮定し、その条件下での一般均衡状態を考える（“短期均衡”）。短期均衡条件は財市場の清算条件、消費者の効用最大化、企業の利潤最大化条件からなる。この短期均衡条件は結局、賃金 $\mathbf{w} = [\dots, w_i, \dots]^T$ が満足すべき方程式、いわゆる“賃金方程式”に帰着される。

以下ではこの賃金方程式を導出する。まず、価格指数の定義式 (6) に利潤最大化価格 (式 (8), 式 (9), 式 (10)) を代入する。その結果、地点 i における価格指数 P_i を賃金 \mathbf{w} および消費者の空間的立地パターン \mathbf{h} の関数として表現できる：

$$P_i = \left(\sum_{k \in \mathcal{K}} w_k^{1-\sigma} h_k^{\alpha(\sigma-1)} d_{ki} \right)^{1/(1-\sigma)} \quad (11)$$

ただし $d_{ki} \equiv \tau_{ki}^{1-\sigma}$ とする。この関係を用いれば、地点 i から地点 j への取引額 X_{ij} は $X_{ij} = p_{ij} q_{ij} h_j$ より

$$X_{ij} = \frac{w_i^{1-\sigma} h_i^{\alpha(\sigma-1)} d_{ij}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} w_k^{1-\sigma} h_k^{\alpha(\sigma-1)} d_{kj}} w_j h_j \quad (12)$$

と表現できる。さて、企業のゼロ利潤条件より、地点 i における総収益は、地点 i における総賃金と一致する：

$$w_i h_i = \sum_{j \in \mathcal{K}} X_{ji} \quad (13)$$

これを解けば、短期均衡状態における賃金ベクトル \mathbf{w} が定まる。即ち式 (13) が賃金方程式である。ベクトル表記すれば次のようになる：

$$[\mathbf{w}] \cdot [\mathbf{h}] = \tilde{M}([\mathbf{w}] \cdot [\mathbf{h}]) \quad (14a)$$

$$\tilde{M} \equiv (\text{diag}[\tilde{\mathbf{w}}]) \mathbf{D} (\text{diag}[\mathbf{D}^T \tilde{\mathbf{w}}])^{-1} \quad (14b)$$

$$\tilde{\mathbf{w}} \equiv [\mathbf{w}]^{1-\sigma} \cdot [\mathbf{h}]^{\alpha(\sigma-1)} \quad (14c)$$

ここで、行列

$$\mathbf{D} = [d_{ij}] \equiv [\tau_{ij}^{1-\sigma}] \quad (15)$$

は、空間構造を表現する行列である。本稿を通じ、 \mathbf{D} を空間割引行列と呼ぶ。ベクトル \mathbf{a} , \mathbf{b} に対して $[\mathbf{a}] \cdot [\mathbf{b}]$ は $[\mathbf{a}] \cdot [\mathbf{b}] \equiv [a_i b_i]$ なる要素毎の演算として定義し、同様にベクトルの要素毎のべき乗を $[\mathbf{a}]^k \equiv [a_i^k]$ と定義する。

消費者の立地パターン \mathbf{h} を所与とした賃金方程式の解を $\mathbf{w}(\mathbf{h})$ とする。任意の立地パターン \mathbf{h} に対して、次の補題が成立する：

命題 1 (短期均衡の存在と一意性). 任意の立地パターン \mathbf{h} に対して、短期均衡における賃金ベクトル $\mathbf{w}(\mathbf{h})$ および価格指数ベクトル $\mathbf{P}(\mathbf{h})$ が存在し、一意である。また、 $\mathbf{w}(\mathbf{h})$, $\mathbf{P}(\mathbf{h})$ は有界である。

証明. 付録 I 参照. □

命題 1 より、任意の \mathbf{h} に対して賃金方程式の解 $\mathbf{w}(\mathbf{h})$ が存在する。 $\mathbf{w}(\mathbf{h})$ を所与とすれば、消費者の間接効用関数は以下のように与えられる：

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}) = [\mathbf{h}]^{-\beta} \cdot [\mathbf{w}(\mathbf{h})] \cdot [\mathbf{P}(\mathbf{h})]^{-1} \quad (16)$$

(5) 長期均衡

長期的には消費者は立地点間を移動できる。従って、消費者の立地パターンは \mathbf{h} は長期的には内生変数である。消費者数を変数とする間接効用関数を用いれば、長期的な消費者の立地均衡条件は以下の非線形相補性条件によって表現される：

$$\begin{cases} V = v_i(\mathbf{h}) & \text{if } h_i > 0 \\ V \geq v_i(\mathbf{h}) & \text{if } h_i = 0 \end{cases}, \mathbf{h} \in \mathcal{H} \quad (17)$$

ただし、 V は内生的に定まる均衡効用水準である。

(6) 長期均衡の安定性

長期均衡状態の安定性を、次に示す replicator dynamic によって判定する：

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{F}(\mathbf{h}) \equiv \text{diag}[\mathbf{h}](\mathbf{v}(\mathbf{h}) - \bar{v}(\mathbf{h})\mathbf{1}) \quad (18a)$$

$$\bar{v}(\mathbf{h}) \equiv H^{-1}\mathbf{h}^\top \mathbf{v}(\mathbf{h}) \quad (18b)$$

このような動学のもとでの均衡解の安定性は、Jacobi 行列 $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{h}^*)$ の固有値 $\{g_k\}_{k \in \mathcal{K}}$ を調べることによって判定できることが進化ゲームの理論で知られている²。具体的には、ある均衡解について、固有値 $\{g_k\}$ の実部、 $\{\Re(g_k)\}$ が全て負であればその均衡解は安定であり、1 つでも実部が正の固有値が存在すれば不安定である。

Replicator dynamic について、 $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{h})$ は具体的には以下のように表現できる：

$$\nabla \mathbf{F}(\mathbf{h}^*) \equiv \psi(\mathbf{h}^*)\nabla \mathbf{v}(\mathbf{h}^*) + \mathbf{J}(\mathbf{h}^*) \quad (19a)$$

$$\psi(\mathbf{h}) \equiv \text{diag}[\mathbf{h}](\mathbf{I} - H^{-1}\mathbf{E} \text{diag}[\mathbf{h}]) \quad (19b)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{h}) \equiv \text{diag}[\mathbf{v}(\mathbf{h}) - \bar{v}(\mathbf{h})\mathbf{1}] - H^{-1}\mathbf{h}\mathbf{v}(\mathbf{h})^\top \quad (19c)$$

ただし $\mathbf{E} \equiv \mathbf{1}\mathbf{1}^\top$ は全ての要素が 1 で与えられる K 次元正行列である。ここで $\nabla \mathbf{v}(\mathbf{h})$ は間接効用関数の

² 進化ゲームの理論に関するレビューについては、Sandholm¹⁶⁾ などの成書を参照されたい。

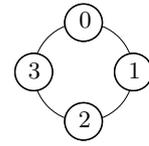


図-1 円周 4 立地点システム

Jacobi 行列であり、以下で与えられる：

$$\nabla \mathbf{v}(\mathbf{h}) = \text{diag}[\mathbf{v}(\mathbf{h})] (\mathbf{V}_1(\mathbf{h}) + \mathbf{V}_2(\mathbf{h})) \quad (20a)$$

$$\mathbf{V}_1(\mathbf{h}) \equiv (-\beta \mathbf{I} + \alpha \tilde{\mathbf{M}}^\top) \text{diag}[\mathbf{h}]^{-1} \quad (20b)$$

$$\mathbf{V}_2(\mathbf{h}) \equiv (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{M}}^\top) \text{diag}[\mathbf{w}]^{-1} \nabla \mathbf{w}(\mathbf{h}) \quad (20c)$$

なお $\nabla \mathbf{w}(\mathbf{h})$ は $\mathbf{w}(\mathbf{h})$ の \mathbf{h} に関する Jacobi 行列である。

3. AA モデルの分岐特性

本章では、空間構造について、円周 4 立地点システムを仮定した上で AA モデルの分岐特性を把握する。円周 4 立地点システムは、大澤ら¹⁷⁾、Akamatsu et al.¹⁸⁾ で示されているように、集積経済モデルの特徴を把握する目的に適した状況設定である。具体的には、円周 4 立地点システムは、集積経済モデルが複数均衡を持つ場合に、安定均衡において多極立地パターン (i.e., 複数の大都市が存在する立地パターン) を生ずるか、或いは一極集中パターン (i.e., 唯一の大都市が存在する立地パターン) を生ずるかを峻別できる最小の状況設定である。本章では、 σ, α, β の様々な組合せに対して、輸送費用の変化に伴って AA モデルが何如なる安定均衡パターンを生ずるかを、特に“分散均衡状態”からの分岐に注目して明らかにする。

(1) 円周 4 立地点システムと分散均衡状態

本章で考える円周 4 立地点システムを図-1 に示す。全ての立地点は単位円周上に均等に配置されており、図のように時計周りに番号付けされているとする。AA モデルでは、アメニティ \bar{a}_i と生産性 \bar{m}_i が均質である場合、各立地点毎の異質性を特徴づけるのは交通ネットワーク上における位置のみである。全ての立地点が対称な条件にある円周 4 立地点システムにおいては、交通ネットワーク上における位置も立地点によらず均質である。従って全ての立地点に $h \equiv H/4$ だけの消費者が均等に立地する“分散均衡状態”， $\bar{\mathbf{h}} \equiv [h, h, h, h]^\top$ は、常に自明な均衡状態として存在する。図-2 には、円周 4 立地点システムにおいて、対称性から予測しうる全ての均衡解の模式図を示した。図中、丸の大きさは各立地点の消費者数の相対的な大きさを表現する。それぞれの均衡解は、破線を基準として線対称である。対称性に基づく、円周 4 立地点システムにおける均衡解の分類については、池田ら¹⁹⁾ も参照されたい。

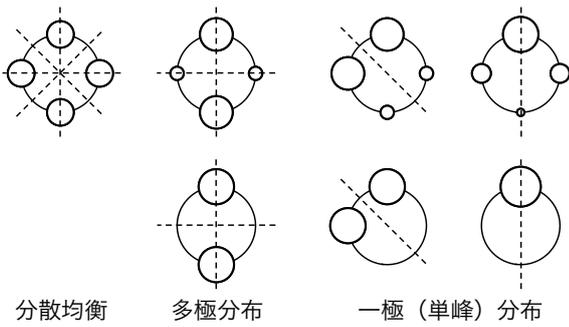


図-2 存在しうる全ての均衡パターンの模式図

円周 4 立地点システムにおける地点間の距離は、円周上の最短経路距離であり、次のように与えられる：

$$t_{ij} = \frac{2\pi}{4} \min \{ |i - j|, 4 - |j - i| \} \quad (21)$$

AA 論文と同様、地点間の水解輸送費用は物理的距離 t_{ij} を用いて $\tau_{ij} = \exp[\kappa t_{ij}]$ のように表現できると仮定する。 $\kappa > 0$ は、この経済の輸送技術水準を表現するパラメタであり、大きければ大きいほど立地点間の輸送が不自由である状況を意味する。

以上の設定のもとでは、空間割引行列 $D = [d_{ij}]$ の第 (i, j) 要素は、 $d_{ij} = \tau_{ij}^{1-\sigma} = \exp[\kappa(1-\sigma)t_{ij}]$ と与えられる。ここで、輸送自由度 r を次のように定義する：

$$r \equiv \exp[\kappa(1-\sigma)(2\pi/4)] \quad (22)$$

定数 $r \in (0, 1]$ は、隣接する地点間での財の輸送の自由度を表現するパラメタである³。 r が 1 に近い程、立地点間の財取引が自由であることを表現する。本稿では経済全体の輸送費用の変化を考える。この際、 κ の変化を考えるが、 r の変化を考えても等価であるため、以降では r を輸送費用パラメタとして用いる。上のように定義した r を用いると、 D は次の巡回行列になる：

$$D = \begin{bmatrix} 1 & r & r^2 & r \\ r & 1 & r & r^2 \\ r^2 & r & 1 & r \\ r & r^2 & r & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Akamatsu et al.¹⁰⁾ で議論されているように、 D が巡回行列であるという特性によって、 $\nabla F(\mathbf{h})$ の固有値解析は著しく単純化される。次節以降に具体的に示すように、 D の固有値 f が r の非常に単純な関数として表現でき、調整動学の Jacobi 行列 $\nabla F(\mathbf{h})$ の固有値 g も f の関数として表現できる。

(2) 分散均衡状態における ∇F の固有値

分散均衡状態が安定である状態から始め、輸送費用パラメタ r の変化に伴って AA モデルから如何なる安定均衡解が生ずるのかを調べる。ただしここでの理論

³ $\sigma > 1$ より $1 - \sigma < 0$ であり、 $r \in (0, 1]$ 、 $d_{ij} \in (0, 1]$ に注意。

解析では、分散均衡状態から生ずる立地パターンの変化方向のみに着目し、それが「多極方向か・一極方向か」に注目する。集積経済モデルの分岐特性は、概ね分散均衡状態からの分岐方向によって理解できるからである。大澤ら¹⁷⁾ における議論、また付録 III も参照されたい。大域的な分岐特性については、4. において数値例を示す。

2. で述べたように、分散均衡状態 $\bar{\mathbf{h}}$ の安定性は、調整動学の $\bar{\mathbf{h}}$ における Jacobi 行列 $\nabla F(\bar{\mathbf{h}})$ の固有値 g を調べることで確認できる。 g について以下を示せる：

補題 2 ($\nabla v(\bar{\mathbf{h}}), \nabla F(\bar{\mathbf{h}})$ の固有値 g と固有ベクトル)、分散均衡状態 $\bar{\mathbf{h}}$ における間接効用関数の Jacobi 行列 $\nabla v(\bar{\mathbf{h}})$ の固有値を e とすると、 e は行規格化した空間割引行列 $\bar{D} \equiv D/d(r)$ ($d(r) \equiv (1+r)^2$) の固有値 f を用いて次のように表現される：

$$e_k = \frac{h^{\alpha-\beta-1}}{d(r)} \cdot \frac{G(f_k)}{\phi(f_k)} \quad (24a)$$

$$\phi(f) \equiv \sigma + (\sigma - 1)f \quad (24b)$$

$$G(f) \equiv \gamma_1 + \gamma_2 f \quad (24c)$$

$$\gamma_1 \equiv (\alpha - \beta)\sigma - \alpha - 1 \quad (24d)$$

$$\gamma_2 \equiv (\alpha - \beta)\sigma + \beta + 1 \quad (24e)$$

更に、この e を用いれば、 $\nabla F(\bar{\mathbf{h}})$ の固有値 g は以下のように入えられる：

$$g_k = \begin{cases} -\bar{v}(\bar{\mathbf{h}}) < 0 & \text{if } k = 0 \\ h \cdot e_k & \text{if } k = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (25)$$

第 k 固有値に対応する固有ベクトルは次の通りである：

$$\mathbf{z}_0 = [1, 1, 1, 1]^T, \mathbf{z}_1 = [1, i, 1, -i]^T, \mathbf{z}_2 = [1, -1, 1, -1]^T, \mathbf{z}_3 = [1, -i, 1, i]^T \quad (26)$$

証明. 式 (19)、式 (20) を用いる。付録 II 参照。 □

ただし、補題 2 で用いる \bar{D} の固有値は、具体的には次のように求められる (図-3 参照)：

補題 3. 円周 4 立地点システムにおける規格化された空間割引行列 \bar{D} の固有値 f は次式で与えられる：

$$f_k = \begin{cases} 1 & \text{if } k = 0 \\ C(r) & \text{if } k = 1, 3, C(r) \equiv \frac{1-r}{1+r} \\ \{C(r)\}^2 & \text{if } k = 2 \end{cases} \quad (27)$$

また、 f_k ($k = 1, 2, 3$) は r の単調減少関数である。 f_k の値について、 $0 < f_2 < f_1 = f_3 < f_0 = 1$ が成立する。

証明. 大澤ら¹⁷⁾ 参照。 □

補題 2 および補題 3 を組合せれば、 g_k ($k = 1, 2, 3$) は結局 r の関数である。分散均衡状態の安定性が輸送自由度 r に依存して変化し得ることが理解できる。更に、

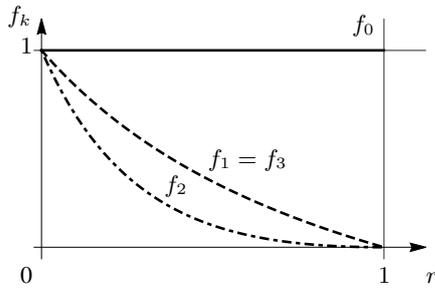


図-3 \bar{D} の第 k 固有値 \bar{f}_k と r の関係

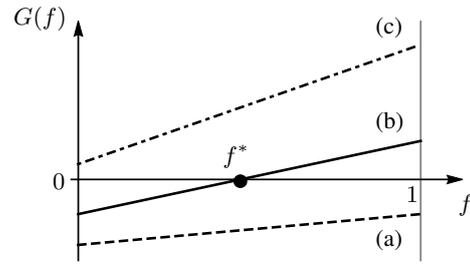


図-4 $G(f)$ の可能な配置

r の変化に対応して g がどう振る舞うかを厳密に評価できることから、輸送自由度 r の変化に対応して分散均衡状態の安定性がどう変化するかわかる。また固有値に対応する固有ベクトル $\{z_k\}$ を用いれば、安定均衡パターンが不安定化した際に如何なる方向へ変化するか調べられる。

全ての g_k ($k = 0, 1, 2, 3$) が実数であることは明らかである。また特に $g_0 < 0$ が成立し、 $f_1 = f_3$ から $g_1 = g_3$ が成立することもわかる。従って分散均衡状態の安定性は、 $g_1, g_2 = g_3$ のみに依存する。更に、補題 3 より $k = 1, 2, 3$ について $f_k \in (0, 1)$ であるが、このとき $\phi(f_k) > 0, d(r) > 0$ も成立することから、 g_k の符号は $G(f_k)$ の符号と一致する。更に、 G の関数形は $k = 1, 2, 3$ について k に依存せず共通である。

(3) 分散均衡状態における集積力・分散力の構造

同時に、 $G(f)$ の関数形は、モデルに存在する集積力・分散力の構造を表現していると解釈できる。具体的には、 G は、モデルの集積力から分散力を差し引いた、純集積力 (net の集積力) を表現している。 $G(f)$ は、以下のようにも表現できることに着目しよう：

$$G(f) = -G^{(0)}(f) + \alpha G^{(1)}(f) - \beta G^{(2)}(f) \quad (28a)$$

$$G^{(0)}(f) = 1 - f \quad (28b)$$

$$G^{(1)}(f) = (\sigma - 1) + \sigma f \quad (28c)$$

$$G^{(2)}(f) = \sigma + (\sigma - 1)f \quad (28d)$$

ここで仮定により $\sigma > 1$ であるから、 $f \in (0, 1)$ において $G^{(i)} > 0$ が成立する。立地者数 h_i に関する外部性が存在するとき (i.e., $\alpha, \beta \neq 0$ のとき)、式 (28a) において第 2 項のみが正であり、第 1, 3 項は負である。このうち正の項が集積力を、負の項が分散力を表現する。正である第 2 項は、式 (9) でモデル化されている生産性外部性による集積力を反映している。負である第 1 項は、賃金の調整メカニズムのみによる分散力を表現する。これは $\alpha = 0, \beta = 0$ とした場合でも存在する効果である。また第 3 項は、式 (2) でモデル化されている混雑外部性による分散力を反映している。

各 $G^{(i)}(f)$ は、ある f の値において、それぞれの集積力・分散力が純集積力 $G(f)$ に対してどれだけ反映されるかを意味する関数である。輸送費用の変化は f に反映されることから、 $G(f)$ 全体としては、AA モデルの分散均衡状態における各集積力・分散力のバランスが、輸送費用の変化にともなうどう変化するかを表現している。まず第一に、 $G^{(1)}(f), G^{(2)}(f)$ は f に関する正の増加関数である。従って、これらの集積力 (α)・分散力 (β) の影響は f の増加 (r が減少; 図-3 参照) とともに強まる。次に、 $G^{(0)}(f)$ は f に関する減少関数である。従って、賃金による分散力の影響は、 f の減少 (r の増加) とともに強まり、 f の増加 (r の減少) に伴って弱まる。また、 $dG^{(1)}/df > dG^{(2)}/df$ であるから、特に $\alpha - \beta = 0$ ならば、 f が増加するとき集積力の方が必ず $G(f)$ に対して強く反映される。従って $\alpha - \beta$ の値は純集積力に関する一つの指標となる。この直観的な意味は次の通りである：立地点 i における賃金 w_i は h_i^α におおよそ比例し、また間接効用 v_i はその定義から w_i と $h_i^{-\beta}$ に比例する。故に、間接効用 v_i は概略 $h_i^{\alpha-\beta}$ に比例することになる。つまり、全体としては $\alpha - \beta$ が消費者の立地集積による外部性を定める⁴。

(4) 分散均衡状態の安定性と分岐

本節では、3.(2) で示した $G(f)$ の関数形をもとに、AA モデルの分散均衡状態 \bar{h} からの分岐特性を明らかにする。具体的には、どのようなパラメタ条件下 (α, β, σ の組合せ) において分散均衡状態 \bar{h} からの分岐が生じるかを調べるとともに、分岐が生じるとしたらその分岐によって創発するのは如何なる空間的パターンか (i.e., 多極か? 一極か?) を明らかにする。

分散均衡状態からの分岐が生じるためには、 $G(f)$ の符号が $f \in (0, 1)$ で負から正に変わる必要がある。 $G(f)$ は一次関数であるから、分岐が生じ得るか確認するためには、 f の取り得る領域の端点 $f = 0, 1$ における値 $G(0), G(1)$ のみを調べれば十分である (図-4 参照)。端

⁴ あくまで直観的な説明であり、間接効用 v_i の人口 h_i に対する弾性は $\alpha - \beta$ と厳密には一致しない。

点における値は次のようになる：

$$G(0) = (\alpha - \beta)\sigma - \alpha - 1 \quad (29a)$$

$$G(1) = (\alpha - \beta)(2\sigma - 1) \quad (29b)$$

これを用いれば、 $\alpha - \beta \leq 0$ について次の命題が従う：

命題 4. $\alpha - \beta \leq 0$ とする。このとき、分散均衡状態 \bar{h} は輸送の自由度 r の値によらず常に安定である。

図-4 (a) に対応するこのケースは、直観的には、生産性向上による正の外部性が混雑による負の外部性より小さい場合である。命題 4 は、このとき集積は生じ得ないことを示している。従って、分岐が生じ得るためには少なくとも $\alpha - \beta > 0$ であること、つまり正の外部性が負の外部性より狭義に大きい必要がある。

一方で、 $\alpha - \beta > 0$ の場合について、次の命題を得る：

命題 5. $\alpha - \beta > 0$ とする。このとき、 $\alpha - \beta$ が更に

$$\alpha - \beta > \frac{1 + \alpha}{\sigma} \quad (30)$$

を満足するならば、分散均衡状態 \bar{h} は輸送の自由度 r の値によらず常に不安定である。

このケースは図-4 (c) の場合である。この条件の意味をもう少し明確にしておく。まず、式 (30) は、次のように書き換えられることがわかる：

$$\alpha \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) > \beta + \frac{1}{\sigma} \quad (31)$$

ここで左辺が集積力の強さを、右辺が分散力の強さを表現していると解釈できる⁵。結局、集積力が分散力と比較して一定以上大きいことを、 σ と関連づけて要求する条件である。集積力が余りに強い場合には、 \bar{h} は均衡状態として存在するものの、常に不安定となる。

以上の命題 4 および命題 5 が、 \bar{h} からの分岐が生じない必要十分条件を与える。従って逆に、分散均衡状態からの分岐が生ずるためには、パラメタ (α, β, σ) が以下の条件を満足することが必要十分である：

$$0 < \alpha - \beta < \frac{1 + \alpha}{\sigma} \quad (32)$$

以降では (α, β, σ) について式 (32) が成立する、即ち \bar{h} からの分岐が生ずると仮定する。

このとき、 r がある一定値に達したとき \bar{h} からの分岐が生ずる。 $G(f) = \gamma_1 + \gamma_2 f = 0$ の解は以下のよう

$$f^* = -\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \in (0, 1) \quad (33)$$

この f^* を用いれば、 $f_k \in (0, f^*)$ なる f_k に対して $G(f_k) < 0$ である (図-4 (b) 参照)。 f_k は、図-3 に示したように r の単調減少関数であるから、 r が十分大きいとき全ての f_k に対して $f_k \in (0, f^*)$ が成立し、故に

⁵ $\sigma > 1$ は地点間で差別化された財パラエティ同士の代替の弾力性であるから、 σ が大きいほど ($1/\sigma$ が小さく、 $1 - 1/\sigma$ が大きいほど) 財は同質的であり、集積は生じ易くなる。

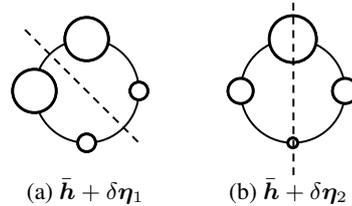


図-5 \bar{h} からの分岐によって生じ得る立地パターン

$g_k < 0 \forall k$ が成立する。即ち、分散均衡状態 \bar{h} は安定である。逆に r が十分小さいとき、全ての f_k について $f_k \in (f^*, 1)$ が成立し、 $g_k > 0$ となる。従って r が徐々に減少すると、その過程で分岐が生ずることがわかる。次の命題 6 は、具体的な r に関する分岐点および、その分岐の特性 (多極か? 一極か?) を述べている：

命題 6. (α, β, σ) が式 (32) を満足するとする。このとき、輸送自由度 r が十分高い ($r \approx 1$) 状態では分散均衡状態 \bar{h} は安定である。 r が徐々に減少するにつれて

$$r^* \equiv \frac{1 - f^*}{1 + f^*} \quad (34)$$

において \bar{h} が不安定化し、分岐が生ずる。この分岐で創発するのは以下の一極集中パターンである：

$$h = \bar{h} + \delta \eta_i \quad (0 < \delta < h, i \in \{1, 2\}) \quad (35a)$$

$$\eta_1 \equiv [1, 1, -1, -1]^T \quad (35b)$$

$$\eta_2 \equiv [1, 0, -1, 0]^T \quad (35c)$$

証明. 付録 III 参照。 □

命題 6 は、輸送の自由度が減少するにつれて分岐が生ずることを述べている。Krugman⁴⁾ を含む多くの NEG モデルの含意は、「輸送の自由度が増加するにつれて集積が創発する」というものである。AA モデルは、「輸送の自由度が低い ($r \approx 0$) 状態において分散均衡状態が安定である」という、NEG 分野では “no-blackhole” 条件と呼ばれる条件を満足し得ないために、このような分岐特性を示す。

分散均衡状態 \bar{h} からの分岐によって生じ得る具体的な立地パターンを、図-5 に示す。図-5 (a),(b) は、式 (35) で表現されるパターンであり、ともに一極集中パターンである。特に図-5 (a) は、2 箇所の立地点が人口を増加しているパターンであり、一見多極パターンとも見える。しかし立地パターン全体としてマクロに見た場合には 1 つの大きな集積が生じているパターンと解釈すべきである。4. で示す数値例も参照されたい。

分岐が生ずる輸送自由度の臨界値 r^* について、 $dr^*/d\alpha > 0, dr^*/d\sigma > 0, dr^*/d\beta < 0$ を単純な計算によって確認できる。従って r^* は、 α, σ の増加・ β の減少に伴って増大する。 α, σ の増加・ β の減少は、全て

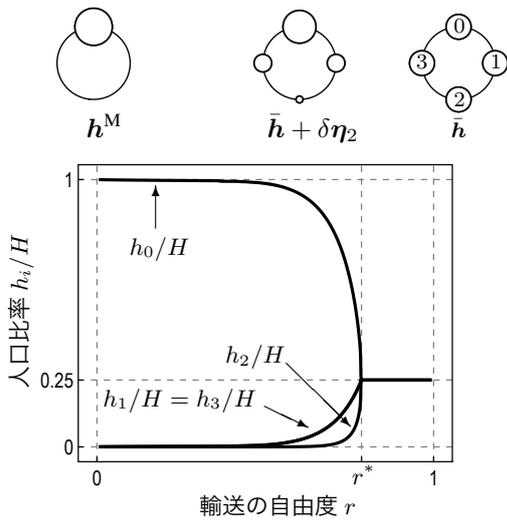


図-6 安定均衡解の分岐図：円周 4 立地点， $\alpha - \beta > 0$

集積力の増加を意味することから， r の減少に伴う集積が早まるのは直観的にも尤もらしいと言えよう。

以上，AA モデルにおいて分散均衡状態からの分岐が生ずるとすれば，その結果として必ず一極集中パターン（図-5）が創発することを示した．これらのパターンは，輸送自由度 r の減少に伴い，最終的に完全に 1 箇所の立地点に全ての人口が集中するパターン $\mathbf{h}^M \equiv [4h, 0, 0, 0]^T$ へと向かう。

4. 数値例

本章では，数値例を用いて 3. の理論解析で得た結果を確認するとともに，大域的な分岐特性を調べる．また，対称性が高い円周立地点システムを用いて得た結果が，線分立地点システム等の対称性が低い空間におけるモデルの性質，特に安定均衡パターンの多極性・一極性にも反映されることも数値的に示す．本章の数値例は，大澤ら¹⁷⁾と同様の方法で計算したものである。

(1) 円周立地点システムの理論結果の確認

本節では分岐が発生する場合に着目し，円周 4 立地点システムにおける数値解析結果を示す．パラメタを $(\alpha, \beta, \sigma) = (0.5, -0.3, 6)$ と設定した．この条件は，式 (32) を満足し，命題 6 の条件に対応する．なお $H = 10$ とした．図-6 に示したのは，この場合における分岐図である．図の黒実線は，各 r の値に対する安定均衡解において各立地点の人口が全人口 H に占めるシェア h_i/H を示す．また，対応する立地パターンの模式図を図上に示す．輸送の自由度 r が 1 に近い状態においては，分散均衡状態が安定であり，全ての立地点について $h_i/H = 1/4$ である．一方， r が減少すると， $r^* \approx 0.79$ において分岐が生ずる．これは前節の理論解析で導い

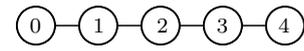


図-7 線分 5 立地点システム

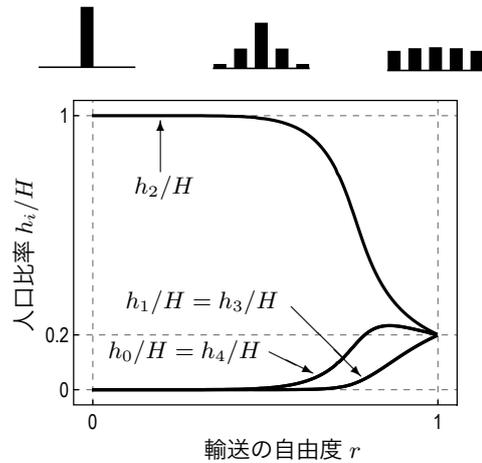


図-8 安定均衡解の変化：線分 5 立地点， $\alpha - \beta > 0$

た r^* の値と整合的である．この結果として創発するのは図-5 (b) に示した $\mathbf{h} = \bar{\mathbf{h}} + \delta\eta_2$ なるパターンである⁶．更なる r の減少に伴って，最終的に一極集中パターン $\mathbf{h}^M = [H, 0, 0, 0]^T$ へと収束する．

(2) 対称性の低下に対する頑健性：線分立地点システム

前章の理論解析および前節の数値例は，空間に端点が存在せず，全ての立地点が市場アクセスに優位性を持たない，対称性が高い円周立地点システムを前提としている．一方，現実の空間では必ず端点が存在するなど，立地空間の対称性は低い．読者は「円周立地点システムを用いた理論解析はどれだけ一般性を持ち得るのだろうか？」という疑問を抱くかもしれない．結論としては，円周立地点システムにおけるモデルの特性，特に本稿が着目する「多極か？一極か？」という特性は，より対称性が低い空間におけるモデルの振舞いに反映される．本節では，端点が存在する線分立地点システムにおける AA モデルの振舞いを示し，AA モデルが線分空間においても一極集中パターンを生ずることを数値的に確認する．

まず，円周 4 立地点システムに対応しつつも，端点が存在し，より対称性が低い空間構造として，図-7 に示すような線分上に 5 つの立地点が配置された空間を考える．図-8 に線分 5 立地点システムにおける安定均衡パターンの例を示した．この図では，図-6 と同一のパラメタ設定を採用している．図-6 と同様，黒実線が各 r の値に対する各立地点の人口シェア h_i/H の値を

⁶ 図-5 (a) に示した $\bar{\mathbf{h}} + \delta\eta_1$ なるパターンも創発し得るが，非常に不安定化し易く，直ちに $\mathbf{h} + \delta\eta_2$ パターンへと変化する．

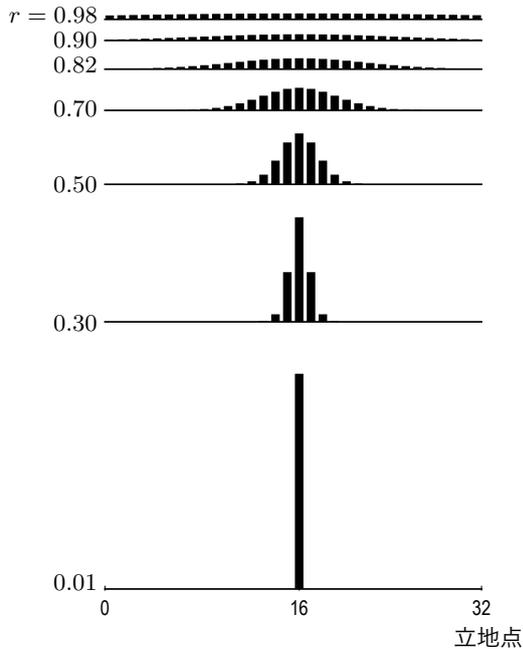


図-9 安定均衡パターンの変化：線分 33 立地点の場合

表現する。図上に示したのは均衡立地パターンの図であり、横軸が図-7 に対応する立地点番号、黒棒の高さが各立地点の人口を表現する。図から読み取れるように、線分 5 立地点システムにおいても、創発するのは一極集中パターン $\mathbf{h} = [0, 0, H, 0, 0]^T$ であることがわかる。線分立地点空間においては中央付近の立地点が地理的に優位であることから、 $r \approx 1$ なる条件下でも、円周システムで見られるような一様分布ではなく、単峰型の立地パターンが創発していることがわかる。

線分立地点システムにおいて、多数の立地点が存在する状況下では、立地パターンの一極性はより明白になる。図-9 に、線分 33 立地点の場合における立地パターンの推移を示す。横軸が立地点 $i = 0, 1, \dots, 32$ を示し、黒縦棒が各立地点 i における立地消費者数 h_i を表現する。図-9 は、様々な r の値における均衡立地パターン \mathbf{h} を示している。輸送費の増加 (r の減少) に伴い、立地パターンが単峰性を保ちつつ徐々に線分中央の立地点 (立地点 $i = 16$) へと徐々に一極集中していく様子が観察できる。

ここで立地点 16 が最終的に選択されているのは、 r が大きい時点で立地点 16 を中心に集積していた優位性によるものである。例えば、図-9 の $r = 0.50$ において観察される単峰の人口分布を左右に平行移動したパターンを考えると、そのパターンの近傍に必ず安定均衡解が存在する。これは、AA モデルにおいては消費者が存在しない立地点が無視されるため、 $r = 0.50$ のような消費者が存在しない立地点が存在するケースにおいては、単峰人口分布の実質的な“幅” (\mathbf{h} のサポートの幅) のみが解の特性として重要であるからである。こ

の幅と形状を保つどのような平行移動によっても、均衡となる人口分布が得られる⁷。この意味で、分岐を生ずる (式 (32) を満足する) パラメタ条件下では、線分立地点システムにおいても複数均衡が存在する。

以上より、AA モデルの特性に関して円周立地点システムにおいて得られた結論、つまり「分岐が生ずる場合、創発する均衡パターンは一極集中パターンである」という結論は、線分立地点システムにも一般化できることが示唆される。また、Ikeda et al.²⁰⁾ は、AA モデルと本質的に異なり多極立地パターンが創発する NEG モデル⁸ について、円周立地点システムにおける挙動と線分立地点システムにおける挙動とを比較しており、立地パターンや分岐点などが強い類似すると指摘している。円周立地点システムにおける分析は、少なくとも生じ得る人口分布パターンの多極・一極性を判定する上では十分な一般性を有していると言える。

5. AA モデルと Helpman 型モデル

AA モデルを含む、近年の NEG 理論に基づいた実証モデルには、共通する特徴がある。代表的な実証研究は、本論文で分析した AA 論文の他に、Redding and Sturm⁵⁾、Redding²²⁾ がある。実は、これらの論文で用いられているモデルの構造は、Helpman¹²⁾ のモデルと類似したものである。本節では、こうした“Helpman 型モデル”が共有する特性について述べる。

(1) 実証で用いられる NEG モデル: Helpman 型モデル

多数の立地点が存在する空間における Helpman モデルの特性は、Akamatsu et al.¹⁸⁾ で調べられている。Helpman モデルの間接効用関数 $v(\mathbf{h})$ は次:

$$v(\mathbf{h}) = \log[\hat{v}(\mathbf{h})] \quad (36a)$$

$$\hat{v}(\mathbf{h}) \equiv [\mathbf{h}]^{\mu-1} \cdot [\mathbf{w} + \bar{w}\mathbf{1}] \cdot [\mathbf{P}]^{-\mu} \quad (36b)$$

$$\mathbf{P} \equiv [\mathbf{D}^T \bar{\mathbf{w}}]^{1/(1-\sigma)}, \quad \bar{\mathbf{w}} \equiv [\mathbf{w}]^{1-\sigma} \cdot [\mathbf{h}] \quad (36c)$$

で与えられる⁹。ただし $\mu \in (0, 1)$, $\sigma > 1$ はパラメタである。その他の変数については AA モデルにおける定義に準ずる。 \bar{w} は平均賃金である。式 (36) と、式 (16) (および式 (14)) を比較すれば、Helpman モデルと AA モデルの間接効用関数の基本的な構造が類似していることが見て取れるであろう。Redding and Sturm, Redding のモデルも同様に、Helpman モデルと類似している。

Helpman¹²⁾ のモデルの、円周立地点システムにおける分岐特性としては次の 2 点がある:

⁷ 円周立地点システムにおいて、 $\bar{\mathbf{h}} + \delta\eta_k$ パターンを回転してもまた均衡解となるのと同様である。

⁸ 具体的には、Forslid and Ottaviano²¹⁾ のモデル。

⁹ 間接効用関数の導出や、輸送費用の変化に伴う分岐特性等、Helpman モデルの分析に関する詳細については、Akamatsu et al.¹⁸⁾ 参照。

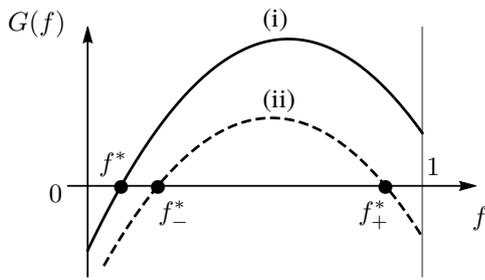


図-10 Helpman モデルと一般の NEG モデルの $G(f)$

- (a) 分散均衡状態からの分岐が発生するならば、いわゆる“no-blackhole 条件”が満足されない。具体的には、輸送費用が非常に高い状態 ($r \approx 0$) においても、分散均衡状態 \bar{h} は不安定である。
- (b) 分散均衡状態からの分岐が発生するならば、AA モデルと同様に、輸送費用の増大に伴って分岐が生ずる。この分岐は、一極集中方向への分岐である。
- 3.4. では、AA モデルが上述のような分岐特性を示すことを見てきた。近年の実証分析で用いられているモデルは、Helpman モデルと構造が類似していることから、分岐が生ずるパラメタ範囲においては必ず一極集中パターンが創発する特性を持っている。以下では、こうしたモデルを“Helpman 型モデル”と呼ぼう。

(2) 一般的な NEG モデルと Helpman 型モデルの関係

本節では、 $\nabla F(\bar{h})$ の固有値 $\{g_k\}$ の関数形を用いて、Helpman 型モデルの特性をより具体的に説明し、その他の NEG モデルとの関係を議論する。AA モデルと同様、Helpman 型モデルの分散均衡状態においても、 g_k の符号はある関数 G の値 $G(f_k)$ の符号に依存する。例えば、Helpman モデルの $G(f)$ は図-10 に示すような上に凸の二次関数である。分散均衡状態からの分岐が発生するケースについて、 $G(f)$ の関数形を図-10 (i) に黒実線で模式的に示す。 f が $0 \rightarrow 1$ と増加するにつれて (r が $1 \rightarrow 0$ と減少するにつれて) $G(f)$ の符号が f^* において負から正へと切り替わる。 $G(f)$ の次の特性が、上述の Helpman モデルの分岐特性に対応する：

- (a') ある $f^* \in (0, 1)$ が存在して $G(f^*) = 0$ が成立するならば、必ず $G(1) > 0$ が成立する。
- (b') f^* の近傍において $dG/df > 0$ である。

ここで (a') から (b') が得られるのは、 $G(f)$ が二次関数であることから明らかである。分散均衡状態からの分岐点 f^* が与えられたとき、 f^* において $dG/df > 0$ であれば必ず一極集中パターンが創発する (付録 III, 系 8)。従って (b') は、分岐の結果として必ず一極集中パターンが創発することを意味している。

Helpman 型モデルのこのような特性は、Tabuchi²³⁾ に代表されるような、最も一般化された単一立地主体の

NEG モデルと比較した場合には、その特殊ケースであると解釈できる。Tabuchi モデルでは、 $G(f)$ は図-10 (ii) に黒破線で示したような形状になり、分散均衡状態からの分岐は f_-^* , f_+^* の 2 箇所では生ずる。 f_-^* では輸送費用の増大に伴う一極集中方向への分岐が、 f_+^* では輸送費用の減少に伴う多極集中方向への分岐が生ずる¹⁰。Helpman モデルと Tabuchi モデルの違いは、Helpman モデルでは必ず $f_+^* > 1$ が成立し、輸送費用の減少に伴う分岐が創発し得ないという点にある。Helpman 型のモデルは、一般的な NEG モデルからすれば、全体のうち f_-^* 付近のみに着目した、多極化メカニズムを持たない特殊なモデルであると解釈できる。

AA モデルはその中でも極端な部類であり、 $G(f)$ が一次関数で与えられる。 $G(f)$ が図-10 (i) のような二次関数で与えられる Helpman 型モデルであれば、 $G(f)$ に定数を追加し下にシフトするような、比較的単純なモデルの修正によって、図-10 (ii) に示すように 2 箇所分岐が生ずるように変更できる¹¹。しかし、AA モデルの場合はより根本的な修正を加えない限り、原理的に多極パターンを生じ得ない。

6. 実証上の課題

3.4. では、AA モデルの分岐特性を理論的・数値的に明らかにした。特に、分岐発生条件および、分岐によって発生する均衡立地パターンの一極集中性を確認した。5. では、こうした性質が Helpman 型モデルに共通する性質であることを $G(f)$ の関数形から議論した。Helpman 型モデルの性質は、実証適用の上でモデル選択上の課題を生ずる。本章では、この課題を、具体例として AA モデルを用いつつ議論する。

(1) 第 1 の課題：複数均衡の捨象

上に挙げた全ての文献において、均衡解の一意性を確保するパラメタ設定が採用されている。例えば、AA 論文における実証分析では、均衡解の一意性を採用するために、 $\alpha - \beta \leq 0$ なるパラメタ設定が採用されている。3. における解析を通じて明らかにしたように、このようなパラメタ条件下では AA モデルにおいては分散均衡状態が常に安定である。均衡解の一意性は、モデル推定の上では都合が良い。しかし、以下に述べる 3 つの (部分的に重なる) 観点から見て課題がある。

第 1 に、最も単純な批判としては、唯一均衡である状況設定を採用するならば、NEG 理論をはじめとする集積経済モデルに基づく必要性がない。例えば AA モ

¹⁰ 輸送自由度 r の変化方向と、分岐によって創発するパターンの多極・一極性に関する議論については、付録 III を参照されたい。

¹¹ モデルの経済学的仮定と $G(f)$ の関数形との間の関係については、大澤ら¹⁷⁾ を参照されたい。

デルにおいては、 $\alpha - \beta \leq 0$ ならば実質的に集積力が存在しない (i.e., 純集積力 $G(f)$ が常に負である) ことを見てきた。 $\alpha, \beta \neq 0$ であり、集積力・分散力そのものは存在はするものの、結果として立地パターンに大きな影響を与えない状況設定であると言える。これは集積経済理論の実証としては不十分である。

第 2 に、均衡の一意性を仮定した場合、累積的な規模の経済効果に基づいて空間的集積の形成を表現するという NEG 理論の枠組みからは離れる。3. で見たように、唯一均衡を仮定した場合、均質な空間では理論上分散均衡状態しか生じない。従って、この条件下で現実の多極的な立地パターンを表現しようとする場合、地理的条件の異質性や、その他アメニティ・生産性の異質性といった、立地点毎の異質性に依存することになる。地理的条件の異質性は、実データを取り扱う以上回避できず、実空間の重要な特性である。一方その他のアメニティ・生産性等の異質性は、本来は観測不能な量である。AA 論文などの実証分析では、集積経済メカニズムが実質的に働かないパラメタ設定を採用している結果として、このような観測不能な異質性に頼っている。具体的には、まず地理空間の異質性のみによって定まる人口分布を導出し、次にその仮想的な人口分布と現実の人口分布との残差を全て立地点固有のアメニティ・生産性の異質性と解釈する。図-11 に、線分立地点システムの場合でこれを模式的に示す。上段は観測人口分布、下段は純集積力が存在しない場合のモデルの予測であるとしよう¹²。この立地パターンの差は全て、立地点毎の観測不可能な異質性、具体的には外生的な立地点毎の生産性 (式 (9) の $\{\bar{m}_i\}$) およびアメニティ (式 (2) の $\{\bar{a}_i\}$) の違いに起因すると解釈される。こうした操作は正当化しづらい。

第 3 に、NEG 理論のような集積経済理論の実証においては、そもそも複数均衡が存在するか/しないかをまず調べるのが順当である。集積の経済が存在する空間経済における複数均衡の存在は、理論的には長きにわたって強調されている³⁾。その実証は困難であったが、近年多少の検討がなされている。その結果として、複数均衡が存在すると主張する有力な研究が登場しつつある (e.g., Bosker et al.^{24), 25), Redding et al.^{26), Bleakley and Lin^{27), 28)})¹³。特に、Breakley and Lin^{27), 28)} は、北米を対象に過去に連水陸路 (portage) の拠点となっていた都市が、水運が廃れた現在でも存在し続けていること、またそれが都市のもつ収穫増性に起因するものであることを指摘し、初期の小規模な優位性によって複数}}

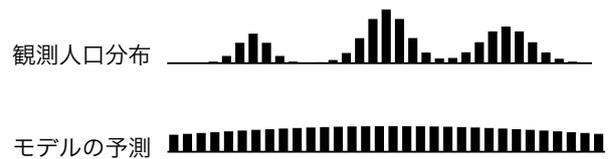


図-11 純集積力が存在しない場合の実パターンの表現

均衡からの均衡選択が実現された具体例であるとしている。これは経済活動の空間的集積が経路依存性を持つことの強い証拠であり、NEG 理論などが強調してきたのもまさにこうした現象である。

AA 論文をはじめとする近年の実証分析は、推定の都合という純粋に技術的な要請から、均衡の一意性を保証するモデル・パラメタの範囲に限って分析している。しかし、解の一意性が保証されるパラメタ領域においては実質的に集積の経済が存在しない。従って、集積経済理論本来の立場とは矛盾する。立地理論は、古くは地理的位置や埋蔵資源の優位性といった異質性、いわゆる first nature を強調する立場であった。異質性のみによる空間的集積パターンの説明を超えて、集積による収穫増という second nature を重視する視点をミクロ経済学と整合的な形で導入したのが集積経済理論であり、NEG 理論であった。NEG 理論をはじめとする集積経済理論の実証的応用を目指す上では、この貢献を尊重し、集積の経済が本質的に働くパラメタ条件を採用するべきと考える。

(2) 第 2 の課題：多極化メカニズムの捨象

第 1 の課題を避けるため、分岐が生ずるパラメタ設定を採用したとしても、Helpman 型モデルによる実証には、より大きな第 2 の課題が存在する。AA 論文の設定を離れ、解の一意性が保証されないパラメタ条件 $\alpha - \beta > 0$ を採用することを考えよう。このような、複数均衡が生ずる (i.e., 分岐が生ずる) 条件下でも、AA モデルのような Helpman 型モデルからは安定均衡状態として一極集中パターンのみが創発することは、3., 4., 5. で論じた通りである。

Helpman 型モデルが持つ一極集中特性は、モデル選用上の課題につながる。例えば現実の北米の人口の立地パターンは、明らかに多極的である。多極的な立地パターンを、一極集中しか生じ得ないモデルを用いて表現しようとするのは、理論的には正当化しづらい。Helpman 型のモデルを応用する限り、現実の地理空間のような更に不均質な空間の上でも、その空間上での「一極集中パターン」に相当する人口分布のみしか生じ得ない。従って、現実の多極パターンを再現するためには、前節で述べたような方法で立地点毎の異質性のみならず

¹² $\alpha - \beta \leq 0$ のケースにおける線分立地点システムの安定均衡パターンについては付録 IV を参照。

¹³ 空間経済において複数均衡は存在しないと主張する文献 (e.g., Davis and Weinstein,^{29), 30) Miguel and Roland³¹⁾) もまたあるが、これらの論文のアプローチは²⁶⁾ によって十分反駁されている。}

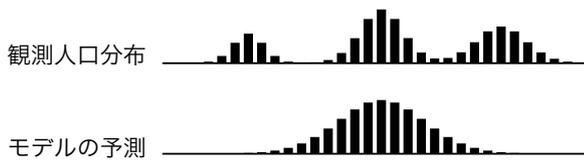


図-12 一極集中型モデルによる多極パターンの表現

るを得ない。図-12は、図-11と同様に、この状況を線分立地点システムの場合に模式的に説明した図である。観測された人口分布は上段であるとする。線分空間固有の地理的優位性以外に立地点毎の異質性を考慮しない場合、 $\alpha - \beta > 0$ なる条件下でのモデルの予測は下段のようになるであろう。前節で説明したAA論文のアプローチをこの場合でも採用するならば、ここに見られる観測人口分布とモデルの予測との差異は、あくまで立地点毎の観測不可能な異質性に起因するものと解釈される。このような解釈を許容するならば、任意のモデル構造を用いて任意の人口分布を再現可能である。

国内・地域内・都市内といった様々なスケールで観測される空間的集積パターンの多極性には様々な理論的説明があるが、それは必ずしも立地点固有の異質性に起因するもののみではない。特にAA論文などの近年の実証分析が対象としているような国内の地域間スケールの立地パターンについては、財の輸送費用が存在することによる経済圏の分割が、空間分布の多極化を基礎付ける有力なメカニズムの一つとされている。これは、古くはChristaller³²⁾、Lösch³³⁾の中心地理論によって既に表現されている。また、NEG理論のモデルでも、Helpman型でないモデルでは、内生的に経済圏の分割が生ずる。例えば、Tabuchi and Thisse³⁴⁾の分析で用いられているPflüger³⁵⁾のモデルはその典型例である。

NEG理論の枠組みの中に、説得力あるメカニズムによって多極パターンを表現し得るモデルが存在する以上、実証研究でもこうしたモデルを用いるべきであろう。立地点の異質性は人口・経済活動の空間的分布を定める上で重要な要素ではあるが、経済集積の多極化というマクロな規則性を表現する枠組みとしては、経済圏の分割という説明に比して説得力が弱いと考える¹⁴⁾。

7. おわりに

本論文では、集積経済理論、特にNEG理論の枠組みを応用した近年の実証分析の課題の指摘を目指した。そのため具体例としてAllen and Arkolakisのモデルを取り上げ、安定均衡解の分岐特性を理論的・数値的に明らかにした。更に、その分析結果を用いつつ実証上の

¹⁴⁾ もちろん、これは議論が分かれる点であるため、最終的には多くの実証を積み重ねることで判断するべきことである。

課題、特にモデル選択上の課題を議論した。

本論文の議論から、AA論文はNEG理論の実証とは言いながら、集積の経済が実質的に働かない、複数均衡が存在し得ない状況設定を採用していることが明らかとなった。AA論文のアプローチは、6.で論じたように、立地点毎の異質性によって経済活動の空間的集積を説明しようとする方向性と解釈できる。しかし、空間経済学分野において、集積の経済の存在と複数均衡の可能性を指摘する実証研究が近年複数存在する。複数均衡の可能性を検討するべきである。

また、AAモデルなどの近年の実証モデルは総じてHelpman型のモデルであることを論じた。Helpman型モデルは、集積の経済が本質的に働く状況設定でも一極集中パターンしか生じない。これは、現実の多極的立地パターンを表現する上では不十分である。Helpman型モデルを応用した実証研究では、Helpman型モデルのもつ特性として一極集中パターンのみが生ずることに對して意識的でないようである。分析の上では更に、推定の残差を全て立地点固有の観測できないアメニティ等の異質性と解釈するという操作に決定的に依存している。結果として、立地パターンの大部分がこうした異質性 (i.e., 残差) によって説明されている¹⁵⁾。

以上のような課題が生ずるのを回避するためには、実証で用いるモデルの解析的性質を事前に十分調べるべきである。特に、国内スケールの実証分析において、複数均衡性・均衡パターンの多極性は欠かせない特性であると考えられる。この立場からは、AA論文の分析はまずパラメタ条件に不満があり、次に一極集中のみしか生じないという意味でモデルの構造自体が“不適切”である。こうした議論は、本論文3.のような、単純な条件のもとでの解析的分析によって可能となる。近年、詳細な空間的データが十二分に手に入るようになった結果として、かつては到底不可能であった様々な実証分析が可能となりつつある。しかしその一方で、一度立ち止まり、構築したモデルの理論的特性を十分検討しておくことが却って重要になっていると言えよう。

謝辞 本研究は日本学術振興会・科学研究費補助金(課題番号:14J02901, 15K14044)の助成金を受けた研究の一部です。ここに記し、感謝の意を表します。

¹⁵⁾ 実際、Berliant and Mori³⁶⁾は、Helpman型モデルを採用したRedding and Sturm⁵⁾の推定結果を検証し、アメニティ $\{A_i\}$ (残差)と人口パターン $\{L_i\}$ との相関が非常に高いことを示している。具体的には、決定係数は $R^2 = 0.896$ (!)である。

付録 I 命題 1 の証明

賃金ベクトルが存在すれば $w \in \mathcal{W}$ であり有界. P は w, h に対して一意に定まり, w が有界かつ $w \neq 0$ より, w が存在すれば有界. 従って w の存在と一意性を証明すればよい. $h_i = 0$ なる立地点では生産が不可能であるから $w_i = 0$ と定義し $p_i = +\infty$ とする. このとき $h_i = 0$ なる立地点への財需要はゼロであり, 賃金方程式では無視できる. 以降では $h_i > 0$ なる立地点の集合 $\mathcal{K}_+ \equiv \{i \in \mathcal{K} \mid h_i > 0\}$ 上で w が一意に存在することを示す. 立地点 $i \in \mathcal{K}_+$ に対して $\hat{w}_i \equiv w_i h_i \geq 0$ と定義し, これをまとめた $|\mathcal{K}_+|$ 次元ベクトルを \hat{w} と書く. \hat{w}_i が定まれば $w_i = \hat{w}_i/h_i$ が定まるから, \hat{w} の存在と一意性を証明すればよい.

存在を証明する. 賃金方程式を \hat{w} に着目して整理することで, \hat{w} に関する次の不動点問題を得る:

$$\text{Find } \hat{w} \in \hat{\mathcal{W}} \text{ such that } \hat{w} = \hat{W}(\hat{w}) \in \hat{\mathcal{W}} \text{ holds.}$$

ただし $\hat{W}(\hat{w})$ は, $\rho \equiv (\alpha + 1)(\sigma - 1)$ として以下:

$$\hat{W}_i(\hat{w}) = \sum_{j \in \mathcal{K}_+} \frac{\hat{w}_i^{1-\sigma} h_i^\rho d_{ij}}{\sum_{k \in \mathcal{K}_+} \hat{w}_k^{1-\sigma} h_k^\rho d_{kj}} \hat{w}_j$$

なお, $\hat{\mathcal{W}} \equiv \{\hat{w} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{K}_+|} \mid \sum_{i \in \mathcal{K}_+} \hat{w}_i = W\}$ ¹⁶. 任意の $\hat{w} \in \hat{\mathcal{W}}$ に対して $\hat{W}(\hat{w}) \in \hat{\mathcal{W}}$ が成立する¹⁷. 即ち, \hat{W} は $\hat{\mathcal{W}}$ 上の全ての点を $\hat{\mathcal{W}}$ 自身へ移す写像である. $\hat{W} : \hat{\mathcal{W}} \rightarrow \hat{\mathcal{W}}$ は連続であり, $\hat{\mathcal{W}}$ は有界閉凸集合である. 以上より, Brouwer の不動点定理によって $\hat{w}^* = \hat{W}(\hat{w}^*)$ を満足する不動点 $\hat{w}^* \in \hat{\mathcal{W}}$ が存在する.

一意性を証明する. 上述の不動点問題は, 次の非線形相補性問題と等価である:

$$\text{Find } \hat{w} \in \hat{\mathcal{W}} \text{ such that } \mathbf{0} \leq \hat{w} \perp \mathbf{W}(\hat{w}) \geq \mathbf{0} \text{ holds.}$$

ただし $\mathbf{W}(\hat{w}) \equiv \hat{W}(\hat{w}) - \hat{w}$. ここで, \mathbf{W} の Jacobi 行列 $\nabla \mathbf{W}(\hat{w})$ が任意の $\hat{w} \in \hat{\mathcal{W}}$ に対して P 行列であれば, 非線形相補性問題の解は存在すれば一意であることが知られている. 存在は既に示したので, $\nabla \mathbf{W}(\hat{w})$ が P 行列であることを示す. ある行列 \mathbf{A} が P 行列であるための十分条件は以下の通りである³⁷:

$$x \neq \mathbf{0} \Rightarrow \max_i x_i [\mathbf{A}x]_i > 0$$

$\nabla \mathbf{W}(\hat{w})$ は次の関係を満足する:

$$[\nabla \mathbf{W}(\hat{w})\hat{w}]_i = \sigma \sum_{j \in \mathcal{K}} \frac{\hat{w}_i^{1-\sigma} h_i^\rho d_{ij}}{\sum_{k \in \mathcal{K}} \hat{w}_k^{1-\sigma} h_k^\rho d_{kj}} \hat{w}_j - \hat{w}_i.$$

従って $\sum_{i \in \mathcal{K}} [\nabla \mathbf{W}(\hat{w})\hat{w}]_i = (\sigma - 1)W > 0$ が成立する. ここから $\max_i \cdot [\nabla \mathbf{W}(\hat{w})\hat{w}]_i > 0$ も成立する. 一方, $j \equiv \arg \max_i \cdot [\nabla \mathbf{W}(\hat{w})\hat{w}]_i$ に対して $\hat{w}_j > 0$ であるから, 結局 $\max_i \cdot \hat{w}_i [\nabla \mathbf{W}(\hat{w})\hat{w}]_i > 0$ が成立する. 以

¹⁶ ここで, \hat{w} の定義から, $\hat{w} \in \hat{\mathcal{W}}$ ならば $w \in \mathcal{W}$.

¹⁷ $\sum_{i \in \mathcal{K}} \hat{W}_i(\hat{w}) = \sum_{i \in \mathcal{K}} \hat{w}_i = W$.

上より, 任意の \hat{w} に対して $\nabla \mathbf{W}(\hat{w})$ は P 行列である. 故に \hat{w} は一意である.

以上より \hat{w} は一意に存在し, 短期均衡における賃金ベクトル w および価格指数 P も一意に存在する.

付録 II 補題 2 の証明

まず $\nabla F(\bar{h})$ は, 分散均衡状態 \bar{h} において次のように与えられる (ただし $d(r) = (1+r)^2$):

$$\nabla F(\bar{h}) \equiv \psi(\bar{h})\nabla v(\bar{h}) + \mathbf{J}(\bar{h}) \quad (\text{II.1a})$$

$$\psi(\bar{h}) = h(\mathbf{I} - (1/4)\mathbf{E}), \quad (\text{II.1b})$$

$$\mathbf{J}(\bar{h}) = -(1/4)\bar{v}(\bar{h})\mathbf{E}, \quad (\text{II.1c})$$

$$\bar{v}(\bar{h}) = h^{\alpha-\beta} \cdot \{d(r)\}^{1/(\sigma-1)}. \quad (\text{II.1d})$$

$\mathbf{E} = \mathbf{1}\mathbf{1}^\top$ は巡回行列であるから, $\psi(\bar{h})$ および $\mathbf{J}(\bar{h})$ はともに巡回行列である. $\nabla v(\bar{h})$ は, 同様に以下のように与えられる (ただし $w \equiv W/4$):

$$\nabla v(\bar{h}) = \bar{v}(\bar{h}) (\mathbf{V}_1(\bar{h}) + \mathbf{V}_2(\bar{h})) \quad (\text{II.2a})$$

$$\mathbf{V}_1(\bar{h}) \equiv h^{-1}(\beta\mathbf{I} + \alpha\bar{\mathbf{D}}) \quad (\text{II.2b})$$

$$\mathbf{V}_2(\bar{h}) \equiv w^{-1}(\mathbf{I} - \bar{\mathbf{D}})\nabla w(\bar{h}). \quad (\text{II.2c})$$

ここで, $\nabla w(\bar{h})$ は, 賃金方程式:

$$\mathbf{W}(w, h) \equiv [w] \cdot [h] - \tilde{M}([w] \cdot [h]) = \mathbf{0} \quad (\text{II.3})$$

に陰関数定理を適用することによって以下のように求められる. なお, ∇_w, ∇_h は各々 w, h に関する Jacobi 行列を意味する:

$$\nabla w(\bar{h}) = -(\nabla_w \mathbf{W}(w, h))^{-1} (\nabla_h \mathbf{W}(w, h)). \quad (\text{II.4})$$

具体的に計算すると,

$$\nabla w(\bar{h}) = -\mathbf{W}_1^{-1} \mathbf{W}_2 \quad (\text{II.5a})$$

$$\mathbf{W}_1 = h(\sigma\mathbf{I} - \bar{\mathbf{D}} - \sigma\bar{\mathbf{D}}^2) \quad (\text{II.5b})$$

$$\mathbf{W}_2 = w((1 - \alpha\sigma)\mathbf{I} - \bar{\mathbf{D}} + \alpha\sigma\bar{\mathbf{D}}^2) \quad (\text{II.5c})$$

を得る (ただし $\sigma \equiv \sigma - 1$). 円周 4 立地点システムにおいて, $\nabla F(\bar{h})$ の固有値計算に関係する全ての行列は巡回行列であるから, 赤松ら³⁸ で議論されているように, 離散 Fourier 変換行列によって簡単に固有値を求められる. 形式的には, 式 (II.1) に式 (II.2), 式 (II.5) を代入し, \mathbf{I} を $\text{diag}[\mathbf{1}]$, $\bar{\mathbf{D}}$ を $\text{diag}[\mathbf{f}]$ に置き換えれば, 補題 2 にあるような固有値 $\text{diag}[g]$ の表示を導ける.

付録 III 命題 6 の証明

円周立地点システムにおける $\nabla F(\bar{h})$ の固有値 $\{g_k\}$ と固有ベクトル $\{z_k\}$ を用いた分岐解析の考え方については, 既に赤松ら³⁸, 高山・赤松³⁹, 大澤ら¹⁷) をはじめとする著者らによる既存論文で論じている. 特に, 分岐によって生ずる均衡解が多極パターンか一極パターンであるかについては, 高山・赤松³⁹) および大澤ら¹⁷)

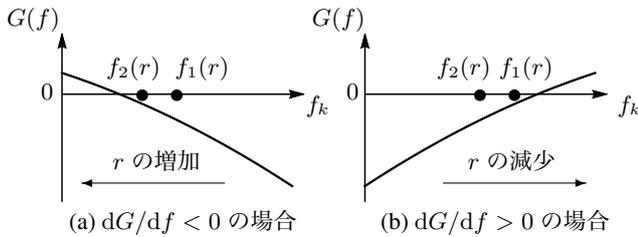


図-13 分岐点における G の関数形と f_k の位置関係

を参照されたい。ここでは読者の便のため、命題 6 の証明に必要な結果を、略証も含め簡潔に整理する。

一般に、円周立地点システム上の集積経済モデルにおいて、AA モデルの場合と同様、分散均衡状態における固有値 g_k に対して k によらない関数 G が存在し、 $\text{sgn}(g_k) = \text{sgn}(G(f_k))$ が成立する。分散均衡状態が安定である状態から、輸送自由度 r の変化に伴って分岐が発生すると仮定する。このとき、輸送自由度 r の変化の方向と、分岐によって生ずる均衡パターンが多極か・一極かについて、次の補題が成立する：

補題 7 (分岐により創発するパターンの多極・一極性). 輸送の自由度 r の変化方向と、分岐によって創発する立地パターンとの関係について、次が成立する：

- (a) r の増加に伴って分散均衡状態からの分岐が生ずる場合、多極集中パターンが創発する。
- (b) r の減少に伴って分散均衡状態からの分岐が生ずる場合、一極集中パターンが創発する。

証明. (a) g_k の符号は $G(f_k(r))$ の符号に依存する。従って分散均衡状態がある $r = \hat{r}$ にて安定であるならば、 $G(f_k(\hat{r})) < 0$ ($k = 1, 2, 3$) である。この条件のもとで、 r の増加に伴って r^* で分岐が生ずるならば、その点において $G(f_k(r))$ は r の増加関数である (図-13)。即ち

$$0 < \left. \frac{dG(f_k(r))}{dr} \right|_{r=r^*} = \frac{dG}{df_k} \cdot \left. \frac{df_k}{dr} \right|_{r=r^*} \quad (\text{III.1})$$

補題 3 から $df_k/dr < 0$ ($k = 1, 2, 3$) であるから、分岐点近傍においては $dG/df < 0$ が成立するとわかる。従って、 $f_2 < f_1 = f_3$ なる大小関係から、最初に正となる固有値は f_2 に対応する g_2 である (図-13 における f_k の配置を参照)。 g_2 に対応する固有ベクトルは

$$z^P = [1, -1, 1, -1]^T \quad (\text{III.2})$$

であり、これは多極集中状態方向を意味する。

(b) 同様の議論によって、 r の減少に伴って分岐が生ずるならば、 $dG(x)/dx > 0$ が成立し、最初に正となる固有値は $g_1 = g_3$ であることがわかる。この場合は二重分岐が生じ、生じ得る分岐方向が複数存在する。具体的には次のような 2 種類方向への変化が生じ得る¹⁹⁾：

$$z^M = [1, 0, -1, 0]^T, [1, 1, -1, -1]^T \quad (\text{III.3})$$

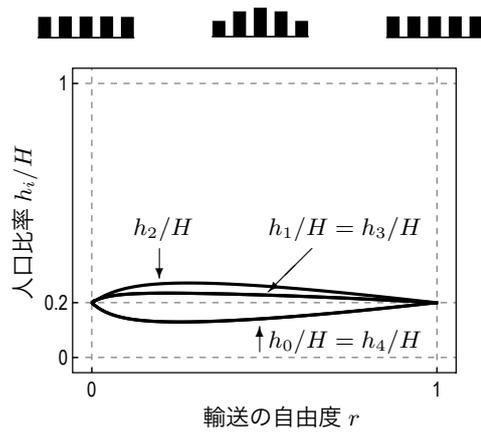


図-14 安定均衡解の変化：線分 5 立地点、 $\alpha - \beta < 0$

これらはともに一極集中方向を意味する。 □

補題 7 の証明過程から、分散均衡状態からの分岐が「多極か・一極か」という問いに対する、簡単な判定基準を次のように導くことができる：

系 8 (dG/df による多極性・一極性の判定). ある f^* が $G(f) = 0, f \in (0, 1)$ かつ $dG/df \neq 0$ を満足するならば、その点 f^* において \bar{h} からの分岐が発生し、ここで

- (a) $dG/df < 0$ ならば多極集中パターンが、
- (b) $dG/df > 0$ ならば一極集中パターンがそれぞれ創発する。

AA モデルの命題 6 の状況は、分岐点 f^* において $dG/df > 0$ の場合である。従って系 8 より、分岐により創発するのは一極集中パターンである。分岐が生ずる輸送自由度 r^* は、次の方程式を解くことで導かれる：

$$f_1(r) = f_3(r) = C(r) = f^* \quad (\text{III.4})$$

付録 IV 線分空間の $\alpha - \beta \leq 0$ での均衡解

線分空間では、中心部に近い立地点ほど市場アクセスに優れており、first nature として地理的に優位である。図-14 に、 $(\alpha, \beta, \sigma) = (0.5, -0.6, 6)$ の場合の均衡立地パターンの変化を示す。 $\alpha - \beta \leq 0$ を満足するため、純集積力は存在しない。この場合でも first nature の違いにより単峰分布が生ずるが、集積力が本質的には働かないため、 $\alpha - \beta > 0$ の場合 (図-8) より緩やかになる。

参考文献

- 1) Allen, T. and Arkolakis, C. : Trade and the Topography of the Spatial Economy, *The Quarterly Journal of Economics*, pp. 1085-1139, 2014.
- 2) 増田寛也: 地方消滅：東京一極集中が招く人口急減, 中公新書, 2014.
- 3) Fujita, M. and Thisse, J.-F.: *Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Regional Growth, 2nd Edition*, Cambridge university press, 2013.

- 4) Krugman, P. : Increasing returns and economic geography, *Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 3, pp. 483–499, 1991.
- 5) Redding, S. J. and Sturm, D. M. : The Costs of Remoteness: Evidence from German Division and Reunification, *American Economic Review*, Vol. 98, No. 5, pp. 1766–97, 2008.
- 6) 昌人久武, 清山崎 : 独占的競争等を取り入れた多地域 CGE モデルの開発, *RIETI Discussion Paper Series*, pp. NO. 06–J–046, 2006.
- 7) 徹治佐藤, 誠一樋野, 雅一稲垣 : 産業連関を考慮した多地域計量経済モデルと NEG 型応用一般均衡モデルの実証比較, *土木計画学研究・論文集*, Vol. 25, pp. 59–66, 2008.
- 8) 石倉智樹 : 人口減少に伴う都市の縮退と集積に関する基礎的定量分析, *都市計画論文集*, Vol. 47, No. 1, pp. 68–73, 2012.
- 9) 雄貴高山, 隆赤松, 智樹石倉 : 新経済地理学に基づく空間応用一般均衡モデルの開発, *土木学会論文集 D3 (土木計画学)*, Vol. 70, No. 4, pp. 245–258, 2014.
- 10) Akamatsu, T., Takayama, Y. and Ikeda, K. : Spatial discounting, Fourier, and racetrack economy: A recipe for the analysis of spatial agglomeration models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 36, No. 11, pp. 1729–1759, 2012.
- 11) Fujita, M. and Thisse, J.-F. : New economic geography: an appraisal on the occasion of Paul Krugman's 2008 Nobel Prize in Economic Sciences, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 39, No. 2, pp. 109–119, 2009.
- 12) Helpman, E.: The size of regions, *Topics in Public Economics* (Pines, D., Sadka, E. and Zilcha, I.(eds.)), Cambridge University Press Cambridge, pp. 33–54, 1998.
- 13) 国松昇, 浜田望 : 集中・分布システムの安定論, 1988.
- 14) Armington, P. S. : A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production, *Staff Papers-International Monetary Fund*, pp. 159–178, 1969.
- 15) Duranton, G. and Puga, D. : Micro-foundations of urban agglomeration economies, *Handbook of Regional and Urban Economics*, Vol. 4, pp. 2063–2117, 2004.
- 16) Sandholm, W. H.: *Population Games and Evolutionary Dynamics*, MIT Press, 2010.
- 17) 大澤実, 赤松隆, 高山雄貴 : Harris & Wilson (1978) モデル再考: 集積の経済を考慮した商業立地モデルの分岐解析, *土木学会論文集 D3 (土木計画学)*, Vol. 71, No. 3, pp. 141–155, 2015.
- 18) Akamatsu, T., Mori, T. and Takayama, Y. : Agglomerations in a multi-region economy: Polycentric versus monocentric patterns, *KIER Discussion Paper No. 929*, 2015.
- 19) 池田清宏, 河野達仁, 赤松隆, 柳本彰仁, 八巻俊二 : 都市の集積・分散モデルの対称性破壊分岐: 群論的分岐理論によるアプローチ, *土木学会論文集 D*, Vol. 63, No. 4, pp. 553–566, 2007.
- 20) Ikeda, K., Murota, K., Akamatsu, T. and Sakamoto, K. : Agglomeration Mechanism of Long Narrow Economy: Comparison with Racetrack Economy, 2013.
- 21) Forslid, R. and Ottaviano, G. I. : An analytically solvable core-periphery model, *Journal of Economic Geography*, Vol. 3, No. 3, pp. 229–240, 2003.
- 22) Redding, S. J. : Goods trade, factor mobility and welfare, *NBER Working Paper No. 18008*, 2012.
- 23) Tabuchi, T. : Urban Agglomeration and Dispersion: A Synthesis of Alonso and Krugman, *Journal of Urban Economics*, Vol. 44, No. 3, pp. 333–351, 1998.
- 24) Bosker, M., Brakman, S., Garretsen, H. and Schramm, M. : Looking for multiple equilibria when geography matters: German city growth and the WWII shock, *Journal of Urban Economics*, Vol. 61, No. 1, pp. 152–169, 2007.
- 25) Bosker, M., Brakman, S., Garretsen, H. and Schramm, M. : A century of shocks: The evolution of the German city size distribution 1925–1999, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 38, No. 4, pp. 330–347, 2008.
- 26) Redding, S. J., Sturm, D. M. and Wolf, N. : History and industry location: Evidence from German airports, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 93, No. 3, pp. 814–831, 2011.
- 27) Bleakley, H. and Lin, J. : Portage and path dependence, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 127, No. 2, p. 587, 2012.
- 28) Bleakley, H. and Lin, J. : History and the Sizes of Cities, *FRB of Philadelphia Working Paper No. 15-06*, 2015.
- 29) Davis, D. R. and Weinstein, D. E. : Bones, bombs, and break points: The geography of economic activity, *American Economic Review*, Vol. 92, No. 5, pp. 1269–1289, 2002.
- 30) Davis, D. R. and Weinstein, D. E. : A search for multiple equilibria in urban industrial structure, *Journal of Regional Science*, Vol. 48, No. 1, pp. 29–65, 2008.
- 31) Miguel, E. and Roland, G. : The long-run impact of bombing Vietnam, *Journal of Development Economics*, Vol. 96, No. 1, pp. 1–15, 2011.
- 32) Christaller, W.: *Die Zentralen Orte in Süddeutschland*. Gustav Fischer, Jena (English translation: *Central Places in Southern Germany*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1966), 1933.
- 33) Lösch, A.: *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft*. Gustav Fischer, Jena (English translation: *The Economics of Location*, Yale University Press, 1954), 1940.
- 34) Tabuchi, T. and Thisse, J.-F. : A new economic geography model of central places, *Journal of Urban Economics*, Vol. 69, No. 2, pp. 240–252, 2011.
- 35) Pflüger, M. : A simple, analytically solvable, Chamberlinian agglomeration model, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 34, No. 5, pp. 565–573, 2004.
- 36) Berliant, M. and Mori, T. : Beyond urban form: How Masahisa Fujita shapes us, *MPRA Working Paper*, 2016.
- 37) Cottle, R. W., Pang, J.-S. and Stone, R. E.: *The Linear Complementarity Problem*, Vol. 60, SIAM, 1992.
- 38) 赤松隆, 高山雄貴, 池田清宏, 菅澤晶子, 佐藤慎太郎 : 1 次元多都市システムにおける人口集積パターンの創発メカニズム, *土木学会論文集 D*, Vol. 66, No. 4, pp. 442–460, 2010.
- 39) 雄貴高山, 隆赤松 : 空間競争を考慮した Social Interaction モデルによる複数都心の創発, *土木学会論文集 D3*, Vol. 67, No. 1, pp. 1–20, 2011.

(2016. 2. 7 受付)

A CRITICAL NOTE ON RECENT EMPIRICAL STUDIES BASED ON SPATIAL AGGLOMERATION MODELS

Minoru OSAWA and Takashi AKAMATSU

We analytically study a discrete-space version of the new economic geography-motivated model proposed by Allen and Arkolakis.¹⁾ Employing the bifurcation analysis method by Akamatsu et al.,¹⁰⁾ we show that the model exhibits, if any, only *mono-centric, unimodal* spatial concentration patterns of consumers. These properties pose one simple but significant issue: how can we justify fitting the model to actual spatial patterns, which is typically not mono-centric but poly-centric? We argue that, the *unobserved amenity approach*, which Allen and Arkolakis employs to circumvent the issue, is an inappropriate one for an empirical application of the new economic geography.