

ドイツ・アメリカ合衆国における人口集積の 群論的二重フーリエスペクトルによる探査

小松 大地¹・池田 清宏²・高山 雄貴³・亀井 元大⁴

¹東北大学大学院工学研究科 土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: daichi.komatsu.s2@dc.tohoku.ac.jp

²東北大学教授 東北大学大学院工学研究科 土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: ikeda@civil.tohoku.ac.jp

³金沢大学准教授 金沢大学 理工研究域 (〒 920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

⁴東日本高速道路株式会社

中心地理論によると、都市は k system と呼ばれる都市間距離が \sqrt{k} となるような様々な正六角形状の空間分布を形成する。しかし、中心地理論が依拠する都市の自己組織化の幾何学的考察には、数理的な根拠の不足が指摘されている。Ikeda et al. は、新経済地理学モデルを用いたシミュレーションによって正六角形分布発現を実証し、中心地理論のミクロ経済学的根拠の存在を裏付けている。一方で、実空間における都市人口の空間分布と中心地理論の整合性は十分には確認されておらず、集積パターンの定量的評価方法の確立が必要である。そこで、都市の空間分布の定量的評価法として、群論的分岐理論を基礎に持つ変換行列を用いた人口分布パターンの空間フーリエ解析手法を提案する。この解析により、都市の空間分布がどのパターンにどの程度一致しているのかを定量的に評価し、分布パターンの特徴を捉えることが可能になる。本稿では、まず中心地理論提唱のきっかけとなったドイツ南部に本手法を適用し k system の存在を示す。そして、より広大なアメリカ東部に着目し実空間における集積パターンの特徴を調べ、本手法の実問題への適用可能性を示す。

Key Words: spatial frequency, group-theoretic bifurcation theory, central place theory, spatial agglomeration pattern

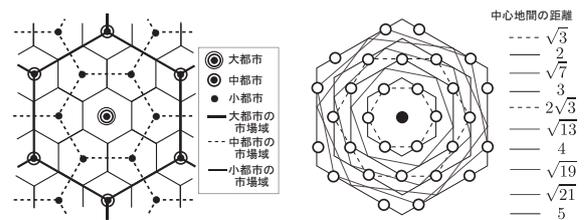
1. はじめに

経済地理学の Christaller の中心地理論は¹⁾、ある財を供給する中心都市と供給される都市が、供給する都市を中心に正六角形の市場域を形成し、大きさの異なる正六角形市場域が階層性を持ちながら形成されることを提言している(図-1(a))。Lösch は、Christaller の理論を幾何学的に一般化し、 k system と呼ばれる都市間距離が \sqrt{k} となるような様々な正六角形状の空間分布の重ねあわせによる分布を提案した¹⁾(図-1(b))。しかし、このような財やサービスに着目した都市の自己組織化の幾何学的考察には理論的根拠の不足が指摘されている。Ikeda et al.²⁾ は、周期境界を有する無限平面上ではミクロ経済学的基礎をもつ新経済地理学モデルが中心地理論の正六角形状の人口集積を表現できることを確認している。一方で、実空間における都市人口の空間分布と中心地理論の整合性は十分に確認されていない。そのため、都市の人口分布を定量的に評価する方法を確立することが必要である。

そこで本研究では、都市の空間分布の定量的評価法として、群論的分岐理論を基礎に持つ変換行列²⁾を用いた都市の人口分布パターンの空間フーリエ解析手法

を提案する。このフーリエ級数項は、中心地理論の六角形パターンや、本論文で新たに提案するメガロポリスパターン等を表している。この解析により、都市の空間分布が、どのパターンにどの程度一致しているのかを定量的に評価し、分布パターンの特徴を捉えることが可能になる。

本稿では Christaller が中心地システムを提言するきっかけとなったドイツ南部に本手法を適用することにより、正六角形状の都市分布の存在を示す。さらに、より広大なアメリカ東部に着目し、人口分布の実空間における都市集積パターンの特徴を調べることにより、本手法の実問題への適用可能性を示すこととする。



(a) Christaller の商業域

(b) Lösch の分布

図-1 中心地理論による正六角形状の集積¹⁾

2. 二重フーリエスペクトル解析手法

Ikeda & Murota²⁾ は、正六角形格子の幾何学形状に整合した斜交座標系における二重フーリエ級数を導出している。このフーリエ級数を数項足し合わせることで、中心地理論における六角形パターンだけでなく、メガロポリス等の中心地理論の範疇を超えた六角形パターン以外の集積パターンも表現可能であることが理論的に重要である。

人口分布ベクトル λ を群論的分岐理論に基づく二重フーリエ級数で展開すると以下ようになる。

$$\lambda = \sum_{m \in L_{\text{hexa}}} \sum_{i=1}^{M(m)} c_i^{(m)} \mathbf{q}_i^{(m)} \quad (1)$$

ここで $c_i^{(m)}$ はフーリエ級数の係数、 m は六角形パターンの大きさや種類を表し、 $M(m)$ は m に対応した基底ベクトルの個数を意味する。各 m における基底ベクトルの足し合わせを、ベクトル $\mathbf{q}^{(m)}$ と表すと、(1) の二重フーリエ級数は以下のように書き直すことができる。

$$\lambda = \sum_{m \in L_{\text{hexa}}} \mathbf{q}^{(m)}. \quad (2)$$

実データを用いたスペクトルの探査では、 $\mathbf{q}^{(m)}$ のユークリッドノルムの 2 乗 $\|\mathbf{q}^{(m)}\|^2$ ($m \in L_{\text{hexa}}$) の値を測定する。さらに、大きな値を持つベクトル $\mathbf{q}^{(m)}$ が示す分布を調べることで分布の特徴を捉える。

本稿の数値解析では 18×18 正六角形格子に対応した二重フーリエ級数を用いることにする。格子上の基底ベクトルは様々な種類の対称性を持ったパターンを表すベクトル集合に分解することができる。この格子上では以下のような 37 種のパターンが存在する。

$$m = 1, 3, 4, \dots, 81(\text{I}), \dots, 324(\text{I}), \dots, 324(\text{XV}) \quad (3)$$

実データの解析において重要な $m = 81(\text{I})$ と $m = 324(\text{IV})$ に対する理論分布を図-2 に示す。

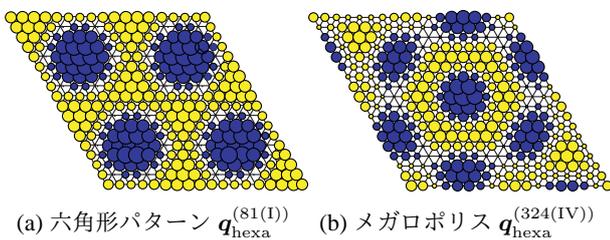


図-2 人口集積パターンの理論分布

3. ドイツ南部のメガロポリスパターン

ドイツ南部の 2011 年の実人口データに対して、群論的二重フーリエスペクトルによる探査を行う。ドイツ南部は、Christaller (1933) が³⁾、様々な大きさの都市が

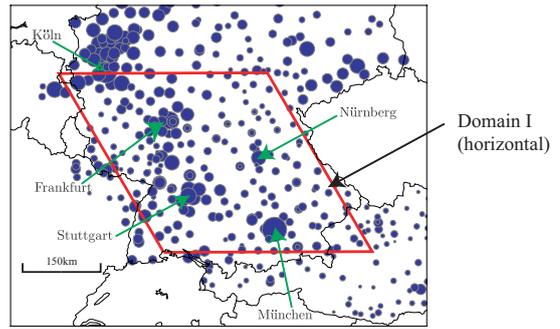


図-3 ドイツ南部の菱形領域

規則正しく分布していることを基に、中心地理論と六角形パターンの存在を提案するきっかけとなった地域である。しかし、未だに六角形パターンの存在を科学的に実証することはできていない。そこで、本章では前述の方法を用いてその存在を証明する。

スペクトル解析を行ったドイツ南部を含む菱形領域を図-3 に示す。厳密にはドイツ南部の他に、オーストリアの Salzburg, フランスの Strasbourg, ベルギーの Verviers, オランダの Maastricht 等を含んでいる。この解析領域を 18×18 の正六角形状メッシュに区切る。各人口は都市の緯度と経度を基に最短の格子節点上に分配する。Domain I のメッシュサイズは Christaller(1933)³⁾ の都市分布の記述で用いられている放射状の K-ring を参考に 21km とした。

(1) Domain I

2011 年ドイツ南部の Domain I における人口分布を図-4 に示す。前述の方法でフーリエ解析を行い、図-5 のスペクトル図を求めた。一様分布 $m = 1$ とメガロポリスパターン $m = 324(\text{IV})$ に対して強いスペクトルを検出している。後者のスペクトルに対応するベクトル $\mathbf{q}^{(324(\text{IV}))}$ が表すパターンを図-5 内に示す。このパターンは傾いた正六角形格子に沿って形成されていることが赤線からわかる。これは München を中心とした衛星都市を伴うメガロポリスの形成を表しており、図-6(a) の理論分布 $\mathbf{q}_{\text{hexa}}^{(324(\text{IV}))}$ と良く一致している。このことは、München の周りに六角形パターンが存在することを示している。

このように抽出した分布と各都市の人口を基に、ドイツ南部が持つ都市の階層性を図-6(b) に示すように解釈することができる。都市間平均距離は約 165 km であった。

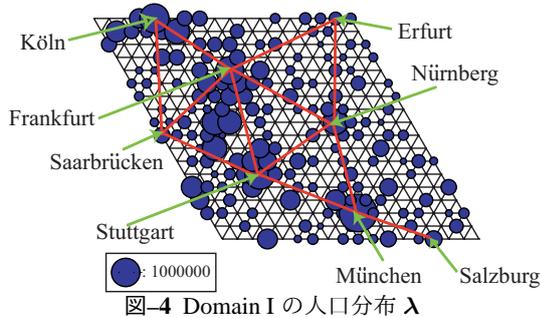


図-4 Domain I の人口分布 λ

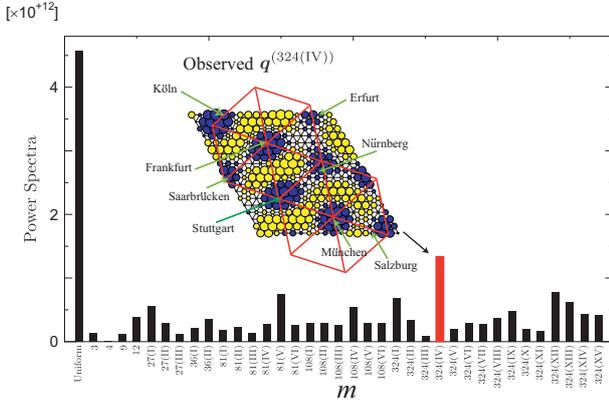


図-5 Domain I, パワースペクトル ($\|q^{(m)}\|^2$ ($m \in L_{\text{hexa}}$))

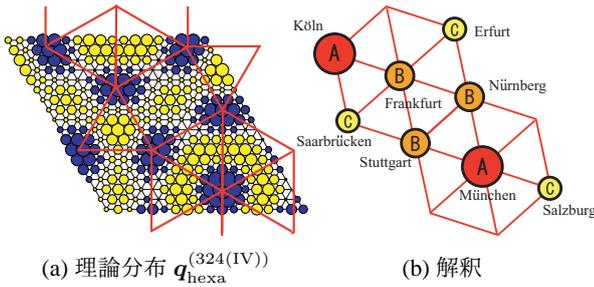


図-6 メガロポリスの理論分布 $q_{\text{hexa}}^{(324(IV))}$ とその解釈

4. アメリカ東部におけるメガロポリスパターンと都市ネットワーク

ドイツ南部より遥かに広大なアメリカ合衆国の人口分布に本手法を適用する。より都市が密集しているアメリカ東部の 2014 年を対象とし、地域を図-7 に示すように、(a) Whole domain, (b) Northeast domains I-IV, (c) Central domains I-III, (d) Southern domains I-IV に分割し、フーリエ解析を行った。

(1) 各地域における分布の特徴

各地域から抽出した都市分布パターンを基に都市のネットワークを構築した。各地域の分布の特徴を以降で述べる。ただし、スペクトル図や卓越したスペクトルで抽出した分布等は本稿では Whole domain に対してのみ示し、その他の領域に対しては図-11 と 12 に示す領域全体のネットワークを基に議論を展開する。

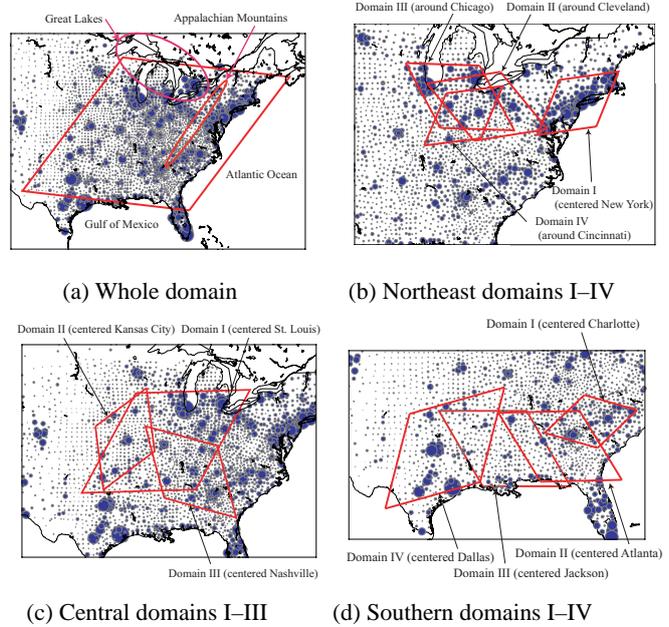


図-7 解析を行ったアメリカ東部各地域における菱形領域

a) Whole domain

Whole domain に対し、ドイツ南部と同様の解析を行った。図-9 に示すように New York, Chicago, Atlanta, Dallas を中心とした菱形の分布 ($m = 81(I)$) に最も強いスペクトルを検出し、続いて New York を中心とした一極集中型メガロポリス ($m = 324(I)$) に強いスペクトルを検出した。これらの分布を基にアメリカ東部は、図-10 に示すように New York が A-center, 他の 3 つの都市が B-center という 2 つの階層から成ると解釈した。

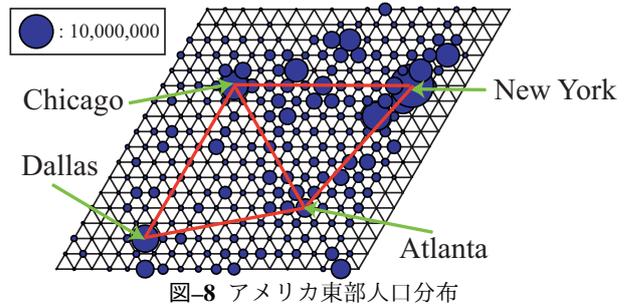


図-8 アメリカ東部人口分布

他の 3 地域でも同様に解析を行い、その結果を重ね合わせることで、アパラチア山脈の北部と南大西洋海岸以外のほぼすべての領域を網羅したアメリカ東部における都市のネットワークを発見した(図-11)。都市の規模は人口に応じて A-, B-, C-, D-, E, F-center と階層分けした。またネットワークを構成する格子のサイズに着目すると Central domain と Southern domain では大きさが異なる。これは二つの地域での主産業の違いが影響していると考えられる。図-12 は実際の地図に都市ネットワークの格子を描いたものである。特に Northeast domain の格子は地理的要因等で歪んだ形状をしているが、領域

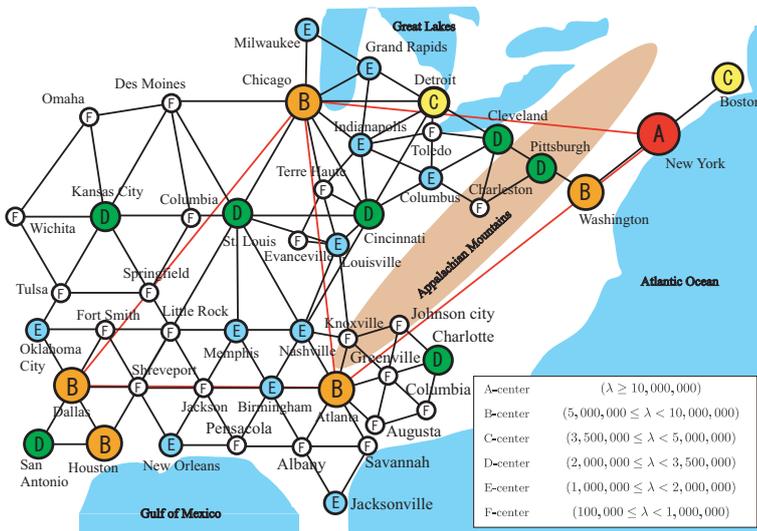


図-11 アメリカ東部における都市ネットワーク

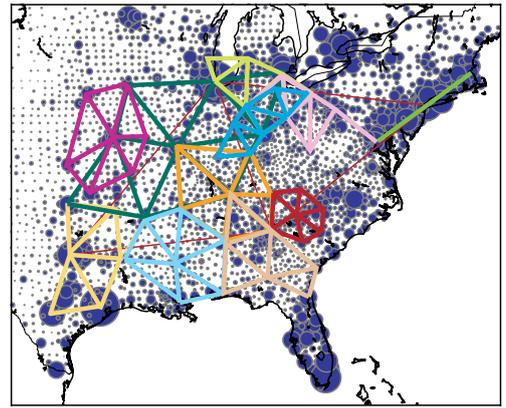


図-12 アメリカ東部の地図上での都市ネットワーク

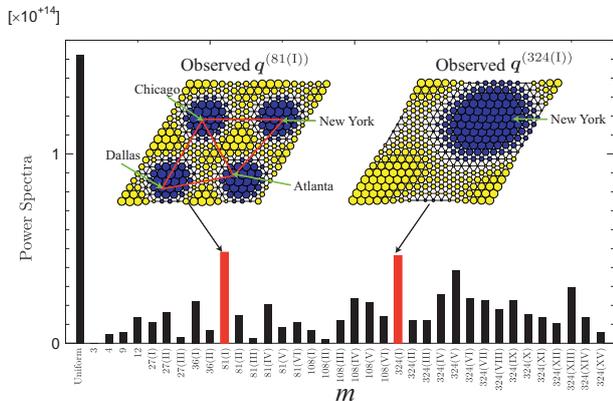


図-9 アメリカ東部のパワースペクトル ($\|q^{(m)}\|^2$ ($m \in L_{\text{hexa}}$))

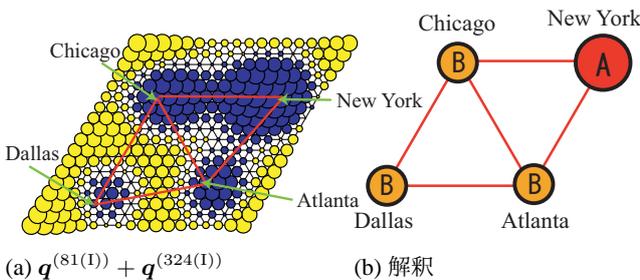


図-10 卓越した2つのスペクトルを足し合わせた分布とその解釈。

を支配する空間パターンは抽出できている。

各地域の都市ネットワークの詳細は以下の通りである。

b) Northeast domains I-IV

Domain I はアパラチア山脈と大西洋に挟まれた長細い地域である。そのため図-11 に示すように Boston から New York を経由し Washington まで続く細長いネットワークを形成した。Domain II はこの細長いネットワークをアパラチア山脈を経て五大湖周辺へと繋げている。六角形ネットワークは Pittsburgh からさらに五大湖南部の Domain III と IV へと拡大した。二つの大きな集積

パターンがアパラチア山脈によって殆んど切り離されていることが分かる。つまり山脈の存在は都市ネットワークの形成に大きな影響力を持つことが判明した。

c) Central domains I-III

Domain I では Detroit, Chicago, St. Louis 等の都市が 3×3 の正三角形格子を形成するように整列し, Domain II と III では, メガロポリスパターンが観察された。Domain II の Kansas City 周辺の集積パターンは六角形状に F-center の衛星都市が形成された。Domain III では, B-center の Atlanta と D-center の St. Louis という重要な2都市間を, その2都市に比べ重要度が落ちる F-center の Nashville を通る直線のネットワークが繋いでいることから, 交通原理に従い都市が形成されていると解釈できる。

d) Southern domains I-IV

この地域はメキシコ湾に沿って非常に広大な平野が広がっているため, Dallas から Atlanta までの Domain II-IV では驚くほど規則的な都市ネットワークが形成されていた。更に Domain I の Charlotte 付近では Domain II-IV とは大きさは異なるものの, 非常に美しい正六角形格子が形成されていた。またこの領域では Atlanta と Charlotte の2つの重要な都市間を, その2都市に比べ重要度が落ちる F-center の Greenville を通る直線のネットワークが繋いでいることから, 交通原理に従い都市が形成されていると解釈できる。前述の Central domain III でも Atlanta は交通原理に従っていることから, 交通の拠点として発達した都市と考えることができる。実際, Atlanta は古くから鉄道交通のハブとして, 近年では「世界で最も忙しい空港」と呼ばれる Hartsfield-Jackson Atlanta International Airport を抱えるなど交通の中心地である。また Domain I の正六角形格子を形成する都市間距離は平均で約 170 km であり, ドイツ南部の 165 km

と非常に近い値である。このことは、この二つの地域の産業等の共通点を探ることで産業と都市分布の関係を解明できる可能性を示唆している。

これらの結果を見るとミシシッピ川等の河川の存在はアパラチア山脈とは異なり六角形ネットワーク形成の大きな障害ではないことが窺えるが、これは意外な結果であった。

5. 結論

本研究では、ドイツ南部の 2011 年実人口データに対して、群論的分岐理論に基づくフーリエ解析を行うことで、周期的六角形構造がドイツ南部に実在することを定量的に示した。これにより Christaller の推論の正しさを科学的に実証することができた。また中心地理論の範疇を超えたメガロポリスパターンの検出に成功した。このパターンの存在は群論的分岐理論を基にした、中心地理論の枠組みの再編の必要性を示唆している。

この六角形パターンとメガロポリスパターンは単なる幾何学的分布ではなく、Christaller (1933)³⁾ が等方平面から六角形パターンが発現すると想定した、一様分布から発現する平衡状態の分布である。現実の世界の集積パターンでも、一様分布から発現し得る平衡状態の空間パターンが現れるように見えざる手に導かれているのかもしれない。

中心地理論に関する既往の研究では六角形パターンをドイツ南部などの比較的小さな領域を対象にしていた。本研究ではその領域を大きく拡大し、アメリカ東部全域を対象とした。アメリカ東部をいくつかの Domain に分割し、人口分布の解析を行うことにより、正六角形状の都市ネットワークを発見した。ドイツ南部の結果と比べ、より多くの六角形パターンやメガロポリスパターンを検出することに成功した。また各 Domain から得られた都市ネットワークを重ね合わせることにより、海岸沿いやアパラチア山脈周辺等の一部の地域を除いた、ほぼ全域を網羅する巨大なネットワークを完成することができた。

六角形パターン形成を阻害する様々な要素があるにも関わらず、数多くの六角形パターンを検出できたことは、本解析手法は非常に強力で汎用性の高い手法であることを示している。

参考文献

- 1) P. Dicken, P. E. Lloyd: *Location in space: Theoretical Perspectives in Economic Geography*, Prentice Hall, 1991.
- 2) K. Ikeda, K. Murota: *Bifurcation Theory for Hexagonal Agglomeration in Economic Geography*, Springer, 2013.
- 3) W. Christaller, *Die zentralen Orte in Süddeutschland*, Gustav Fischer, Jena, 1933.

(2016. 4. 22 受付)

INSPECTION OF CITY POPULATION AGGLOMERATIONS IN GERMANY AND USA BY GROUP-THEORETIC ANALYSIS

Daichi KOMATSU, Kiyohiro IKEDA, Yuki TAKAYAMA and Motohiro KAMEI

In central place theory, hexagonal distributions for cities of various sizes in Southern Germany were observed schematically. In this paper, this observation is reinforced scientifically by group-theoretic double Fourier spectrum analysis of population data of Southern Germany and Eastern USA. Among possible equilibria emanating from the uniform state by bifurcation, we focus on hexagonal patterns in central place theory, and also on megalopolis patterns, which are beyond the scope of central place theory. Strong power spectra for megalopolises and hexagonal patterns are detected for the population data. This shows the validity of central place theory and an importance of scope of this paper going beyond this theory.