

渋滞パターンに着目した ネットワークスループットの 低下メカニズムに関する分析

佐津川 功季¹・和田 健太郎²・大口 敬³・井料（浅野） 美帆⁴

¹学生会員 東京大学大学院 工学系研究科 修士課程（〒 153-8505 目黒区駒場 4-6-1）

E-mail: kouki@iis.u-tokyo.ac.jp

²正会員 東京大学 助教 生産技術研究所（〒 153-8505 目黒区駒場 4-6-1）

E-mail: wadaken@iis.u-tokyo.ac.jp

³正会員 東京大学 教授 生産技術研究所（〒 153-8505 目黒区駒場 4-6-1）

E-mail: takog@iis.u-tokyo.ac.jp

⁴正会員 東京大学 講師 生産技術研究所（〒 153-8505 目黒区駒場 4-6-1）

E-mail: m-iryo@iis.u-tokyo.ac.jp

本稿では、1 起点多終点構造を持つネットワークを対象として、ネットワーク全体のスループットと存在台数の関係である、Macroscopic Fundamental Diagram(MFD) を、数値実験を用いて分析する。具体的には、周期境界条件を仮定した動的利用者均衡状態における MFD を数値実験により求める。そして、数値実験により求められた MFD をネットワークの渋滞パターンと関係付けて解析することにより、スループットの低下を引き起こす渋滞パターンの特徴と、その低下メカニズムを明らかにする。最後に、これらの解析結果を踏まえて、リンクの容量を変化させることにより、スループットの低下を防ぐような制御方法を考察する。

Key Words: *Macroscopic fundamental diagram, Network throughputs, Dynamic user equilibrium, Periodic boundary condition*

1. はじめに

道路ネットワークにおける従来の交通混雑解消背景は、交通予測モデルによる交通流の将来予測に基づいている。しかし、これらのモデルは膨大な交通需要データを必要とし、またデータが正確に得られない場合、信頼性の高い予測結果を得ることは難しい。これに対して、都市レベルでの道路ネットワーク性能をマクロに表す Macroscopic Fundamental Diagram (MFD) が、Daganzo¹⁾により提案された。MFD はネットワーク内の平均密度（車両台数）と平均交通量（ネットワークスループット）を関係づける関数である。特に、形状が観測日時に依存しない再現性の高い MFD²⁾ は、観測情報（平均密度、存在台数）のみで交通状態をリアルタイムに把握できるため、詳細な予測に頼らないロバストな制御手法の構築に繋がる有用な指標となりうる。しかし、実際に MFD を用いた制御を行なうためには、どのような交通状態において MFD の容量が達成されるのかを理解する必要がある。

このような MFD の形状や臨界密度を理論的に分析したものとしては、以下の研究が挙げられる。まず、Daganzo and Geroliminis³⁾ は、Variational Theory⁴⁾ を用

いて、周期境界条件を仮定した単一道路区間の交通流解析を行なった。そして、存在台数が増加し、ある臨界密度を超えると、Backward wave がネットワークの起点に到達し、終点の流出を妨げるメカニズムにより、スループットが低下することを示している。また、Daganzo et al.⁵⁾ は、2 つの環状道路が接続したネットワークを用いた理論分析を行なっている。そして、ネットワーク全体の密度がある臨界密度を超えると、異なる起点から異なる終点に向かう複数の流れがグリッドロックを起こすことにより、混雑の偏りが発生しスループットが低下することを示した。

一方、実証研究では、ネットワークの渋滞パターン（リンク密度の空間的分布）から、MFD の形状を分析することができることが示唆されている^{6),7)}。Buisson and Ladier⁸⁾ は、ネットワークの渋滞パターン（リンク密度の空間的分布）が異なることにより、同一平均密度下で複数の交通量が実現されることを実証的に示した。そして、Mazlounian et al.⁹⁾ は、リンク密度分布の分散（ネットワーク上の渋滞の偏り）に着目し、分散が増加すると同一平均密度下においてネットワークの平均交通量が低下することを数値実験により明らかにしている。

本研究では、1 起点多終点構造を持つネットワークを対象として、ネットワークスループットと渋滞パターンの関係を、数値実験を用いて分析する。具体的には、それぞれ異なるリンクの接続・OD 構造を持つ複数のネットワークの MFD を、周期境界条件を仮定した動的利用者均衡 (DUE: Dynamic User Equilibrium) 状態における数値実験から求める。そして、スループットが低下する前後における渋滞パターンの変化からスループットの低下要因とそのメカニズムを考察する。

本稿の構成は次の通りである。続く 2 章では、本研究で用いる数値実験の設定について説明する。3 章では MFD の数値実験結果を示し、簡単な考察を行なう。そして 4 章では、3 章において存在台数が増加することによりスループットが低下したパターンについて、渋滞パターンの変化からその低下メカニズムを考察し、考察結果からスループットが低下しない制御方法の例を説明する。最後に 5 章では本研究のまとめと今後の課題を述べる。

2. 数値実験設定

本章では、本稿で用いる数値実験について解説を行なう。まず、(1) では、DUE 状態における数値計算法について説明する。次に、(2) では、本稿で取り扱う交通ネットワークについて説明する。そして、(3) では、周期境界条件下における需要の設定について説明する。

(1) DUE の数値計算法

DUE は静的な利用者均衡を動的な場合に自然に拡張した解の概念であり、その状態は以下のように定義される：全ての瞬間において、利用者が選択した経路が事後的に見ても各自の真の最短経路となっているような交通流パターン。本稿では、井料¹⁰⁾によって提案された、“順序配分アルゴリズム”により DUE 状態を計算する。この方法は、離散化された車両のうち、“最早未配分車両” (i.e., 当該車両の最短経路に含まれるリンクへの流入時刻が他のどの未配分車両よりも早い車両) を 1 台ずつ最短経路に配分するものである。すなわち、最早未配分車両を順次最短経路に配分することにより、後から配分される車両は前に配分された車両を追い越すことはなく、どの車両も事後的な最短経路を走っている状態が達成される。この方法を用いることにより、本稿で取り扱う 1 起点多終点ネットワークを含む特定のネットワークにおいては、ヒューリスティクスな計算をすることなく、DUE の均衡解を求めることができる。具体的には、与えられた需要をネットワークへの流入時刻が早い順に 1 台ずつ最短経路に配分していけばよい。

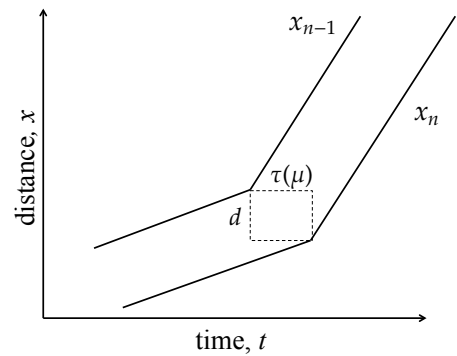


図-1 Relationship between trajectories

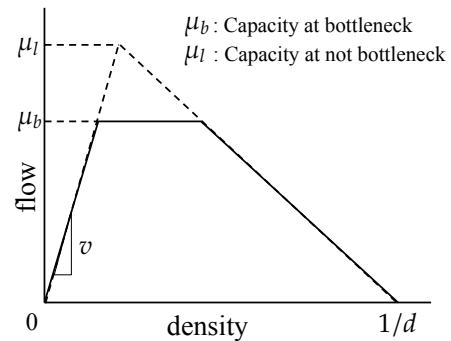


図-2 Trapezoidal fundamental diagram

また、本稿では Newell¹¹⁾ の追従モデルを採用する。この交通流モデルでは、車両 n の時刻 t における位置 x_n は、直近の車両 $n-1$ の軌跡に対し、最小車間距離 d と地点の容量 μ から定義される“box”以内にないように計算される (図 1)。また、時刻 $t-1$ から最適速度 v で移動しても box に入らない場合は、その車両は最適速度で移動する。すなわち、車両の軌跡は、

$$x_n(t) = \min\{x_{n-1}(t - \tau(\mu)) - d, x_n(t-1) + v\} \quad (1)$$

$$\text{where} \quad \tau(\mu) = \frac{v - d \cdot \mu}{\mu \cdot v} \quad (2)$$

に従う。ここでは、最小車間距離を 3[m]、最適速度を 19.4[m/sec] として計算を行なう。

この直近の車両軌跡は、リンク内においてはそのリンクに一番最後に入った車両の軌跡を用いる。また交差点においては、そのノードから接続するリンク全てを参照し、一番最後に入った車両の軌跡を使用する。ただし終点ノードでは、そのノードから接続するリンクが存在していても、それらのリンク上の軌跡には影響は受けないとする。

(2) ネットワーク

本稿では、リンクの接続関係と終点構造が異なる、3 種類のネットワークを用いて数値実験を行なう。ネットワーク中の各リンクは、リンク終端のボトルネック部とボトルネック以外の区間から構成されており、台

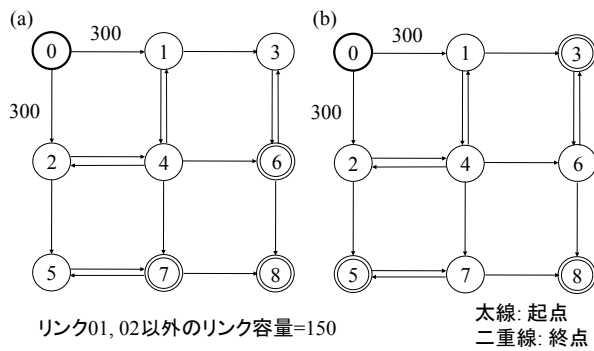


図-3 Grid Network: (a), 終点が隣接しているパターン (b), 終点が分散しているパターン

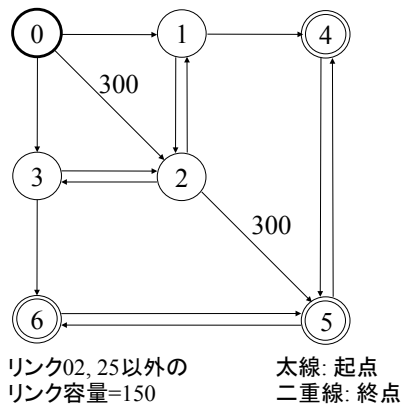


図-4 Ring Network

形型の fundamental diagram を持つ (図 2)。以下では、本稿で取り扱うネットワークの構造を示す。

a) グリッドネットワーク (a): 終点が近接している場合

図 3(a) に、終点が近接しているグリッドネットワークを示す。このネットワークでは起点はノード 0 であり、終点ノードの集合は $d_1 = (6, 7, 8)$ である。ノード間には長さ 200[m] の有向リンクで接続されている。また各リンクはリンク終端に容量 150[veh/min] のボトルネックを持ち、ボトルネック以外の区間における容量は 360[veh/min] とする。ただし、起点から流出するリンクのボトルネック容量は 300[veh/min] とする。

b) グリッドネットワーク (b): 終点が分散している場合

図 3(b) に、終点が分散しているグリッドネットワークを示す。このネットワークでは起点はノード 0 であり、終点ノードの集合は $d_1 = (3, 5, 8)$ である。集合が近接している場合と同様、ノード間には長さ 200[m] の有向リンクで接続されている。各リンクの容量設定も同様であり、リンク終端のボトルネック容量は 150[veh/min]、起点から流出するリンクのボトルネック容量は 300[veh/min] であり、ボトルネック以外の区間における容量は 360[veh/min] である。

c) 環状ネットワーク

図 4 に、環状ネットワークの構造を持つネットワークを示す。このネットワークでは、起点はノード 0 であり、終点ノードの集合は $d = (4, 5, 6)$ である。放射部に相当するリンク (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6) の長さは 200[m]、円弧部に相当するリンク (1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2) と、(4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5) はそれぞれ 157[m], 314[m] の長さを持っている。グリッドネットワークと同様に、各リンクはリンク終端に容量 150[veh/min] のボトルネックを持ち、ボトルネック以外の区間における容量は 360[veh/min] とする。ただし、リンク 02, 25 のボトルネック容量は 300[veh/min] とする。

(3) 周期境界条件

周期境界条件では、ある終点を車両が流出すると、同時に同目的地に向かう車両が起点を出発する。これにより、ネットワーク内の存在台数が一定となる、定常状態を実現させることができる。本稿では、こうした定常状態とそのときの MFD が、存在台数と各終点に向かう車両の存在比率の違いによりどのように変化するかを考察する。

なお、本稿では 1 起点多終点ネットワークにおいて、起点から接続するリンクが渋滞しておらず、各終点から車両が自由に流れうる場合を扱う。すなわち、先に述べたような Backward wave が起点に到達しないケースを扱っている。これは、Backward wave が起点に到達するケースでは、ある車両の軌跡がその車両以降の軌跡によって影響を受けるためである。よって、井料¹⁰⁾による手法では DUE 状態を計算することができない。ただし、Backward wave が起点に到達した以降においては、Daganzo and Geroliminis³⁾において示されたメカニズムにより、存在台数の増加に伴いスループットは低下する。

3. 数値実験の結果

本章では、前章で説明した設定に従い、数値実験を行なった結果を示す。具体的には、ネットワーク構造別に、各終点に向かう車両の存在台数比率を変えたときの MFD を示す。そして、存在台数比率の変化に伴う MFD の形状変化を、ネットワークの渋滞パターンを用いて考察する。

(1) グリッドネットワーク (a)

本節では、終点が近接しているグリッドネットワーク (図 3(a) 参照) における MFD を示す。図 5, 6 に、それぞれ終点 8、終点 6 に向かう車両の存在台数比率を増加させた場合における MFD を示す。各グラフ中の系

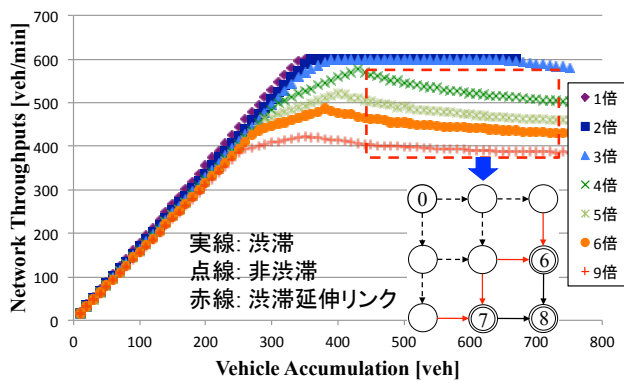


図-5 グリッド (a)：終点 8 に向かう車両の倍率変化と低下時の渋滞パターン

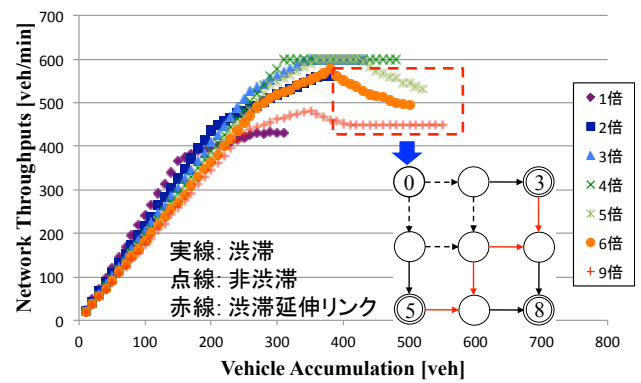


図-8 グリッド (b)：終点 8 に向かう車両の倍率変化と低下時の渋滞パターン

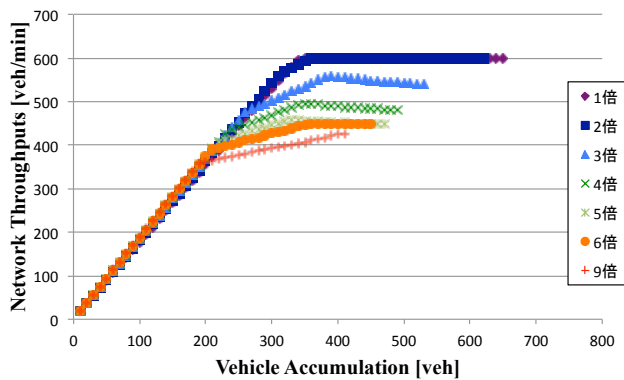


図-6 グリッド (a)：終点 6 に向かう車両の倍率変化

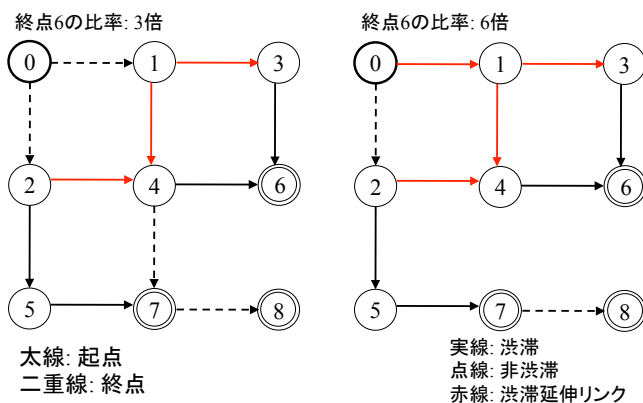


図-7 グリッド (a)：終点 6 に向かう車両の倍率の違いによる渋滞パターンの比較：左、3 倍 右、6 倍

列名は、他の終点に向かう車両に対する、存在台数比率の倍率を表している。また、図 5 中には、スループットの低下が起きているときの渋滞パターンを示している。

図 5 中の渋滞パターンを見ると、渋滞が起点に達する前にスループットの低下が発生していることが分かる。また、終点 8 に向かう車両の存在比率が増加することにより、スループットの低下が発生する存在台数は小さくなる。これは、リンクの渋滞が上流に延伸す

ることにより、上流に存在する終点への流入交通量が低下するためである。図 5 中の、スループット低下時における渋滞パターンを考察しよう。このときの渋滞パターンを見ると、終点 8 に接続するリンクの渋滞が、他の終点に接続するリンクに延伸している。すなわち、終点 8 に向かう車両が、他の終点に向かう車両を妨害していることが分かる。このため、終点 8 へ向かう車両の比率が高くなるとより少ない台数で渋滞の延伸が発生するため、スループットの低下は起こりやすくなる。

次に、図 6 を見ると、終点 6 に向かう車両の存在比率が他の車両に対して 3,4,5 倍であるとき、存在台数の増加によるスループットの低下が発生している。その一方、比率が 5 倍を超えると存在台数の増加に伴うスループットの低下は発生しないことが分かる。これは、終点 6 に向かう車両の存在比率が高くなることにより、終点 6 に向かう車両と終点 7,8 に向かう車両が分流されるためである。図 7 に、存在台数が 400 台における、比率が 3 倍のときと 6 倍のときの渋滞パターンを示す。これを見ると、比率が 3 倍のときには、終点 7,8 に向かう車両はリンク 57 に加えリンク 47 を利用しているが、終点 6 に向かう車両の比率が上昇すると、リンク 47 は使われなくなることが分かる。つまり、終点 6 に向かう車両の存在比率が低いときは、終点 7,8 に向かう車両が終点 6 に向かう車両により妨害されているため、存在台数の増加に伴うスループットの低下が発生する。その一方で、倍率が上昇すると、終点 6 に向かう車両の交通流と終点 7,8 に向かう車両の交通流は分流するため、スループットの低下は発生しない。

(2) グリッドネットワーク (b)

本節では、終点が分散しているグリッドネットワーク (図 3(b) 参照) における MFD を示す。図 8,9 に、それぞれ終点 8、終点 3 に向かう車両の存在台数比率を増加させた場合における MFD を示す。また図 8 中には、

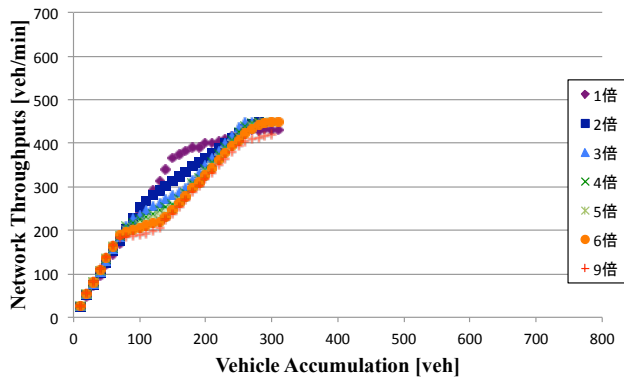


図-9 グリッド (b)：終点 3 に向かう車両の倍率変化

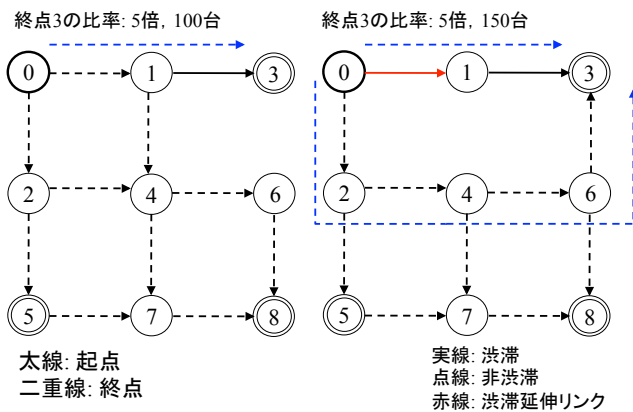
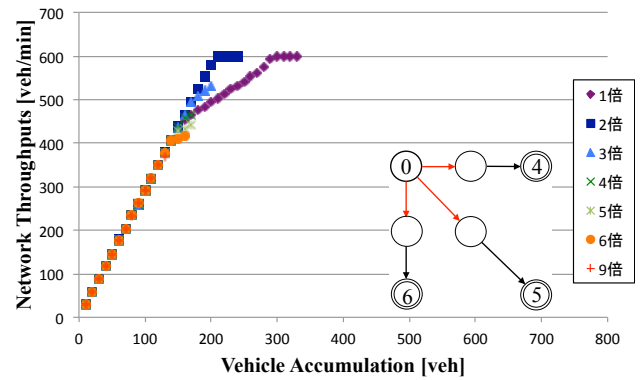


図-10 終点 3 に向かう車両の比率が 5 倍のケースにおける、存在台数の違いによる渋滞パターンの比較：左、100 台時 右、150 台時

前節と同様にスループットが低下している際の渋滞パターンを示している。

図 8 を見ると、終点が隣接している場合と同様に、存在台数の増加によるスループットの低下が発生している一方で、他の終点到流入するリンクには渋滞が延伸していないことが分かる。すなわち、終点への流入交通量は落ちていないにも関わらず、スループットの低下が起きている。これは、後に示すように、より下流に存在する終点に向かう車両の経路選択が変化したためである。すなわち、存在台数が増加することにより、終点 8 に向かう車両が終点 3,5 を通過する経路を利用するようになったことが、スループットの低下要因である。

次に、図 9 を見ると、終点 6 に向かう車両の比率が上昇しているケースでは、存在台数に伴い一度スループットの上昇率が見られなくなることが分かる。これは、存在台数が増加することにより、終点 6 に向かう車両が別の経路を利用するようになったためである。上昇率が再度上がる前後の渋滞パターンの変化を図 10 に示す。これを見ると、存在台数が増加することによりリンク 63 が使われるようになっていくことが分かる。



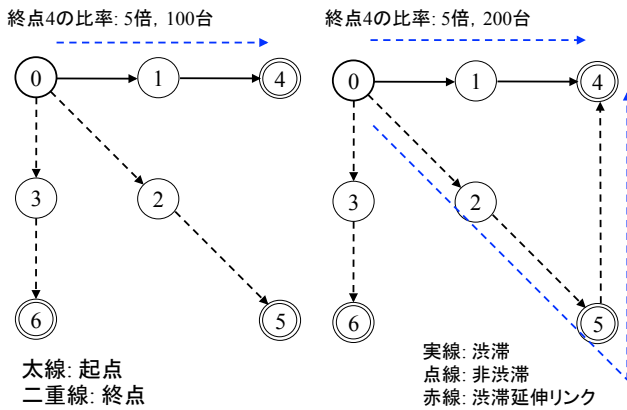


図-13 終点4に向かう車両の比率が5倍のケースにおける、存在台数の違いによる渋滞パターンの比較：左、100台時右、200台時

の低下は発生していないが、グリッドネットワークと比較してより少ない存在台数において起点に渋滞が延伸している。これは、環状ネットワークでは、終点5に接続するリンクの渋滞延伸が悪影響を引き起こす前に、他の終点由来の渋滞延伸が起点に到達するためである。図11中の渋滞パターンを見ると、経路間での旅行費用の差が小さいグリッドとは異なり、旅行費用の差が大きい環状ネットワークでは、環状線に相当するリンクは使われておらず、放射部のリンクのみが使用されている。このため、ネットワークに溜め込める存在台数はグリッドネットワークと比較して全体的に小さいことが分かる。また、同様の理由により、MFDにおける渋滞領域はより低い存在台数において発生し、スループットの低下はより少ない存在台数において起きることが推測される。

また、図12は、終点が分散しているグリッドネットワークと同様に、スループットの上昇率が一度低下してから再び上昇していることが分かる。これは先程のケースと同様に、終点6に向かう車両が、最初に使われていた経路の旅行時間が増加にともない、別の経路を利用するためである（図13）。

4. スループットの低下メカニズムの解析

本章では、前章で行なった数値実験の結果を、ネットワーク構造と実現した渋滞パターン（リンク密度分布）と関連づけて解析し、スループットの低下メカニズムを考察する。具体的には、まず、(1)では、ネットワークのマクロな性能であるスループットを、ミクロなネットワーク構造や渋滞パターンと関連づけて解析する手法を説明する。次に、(2)では、前章において存在台数が増加することによりスループットが低下したネットワーク・需要パターンについて、低下前後におけ

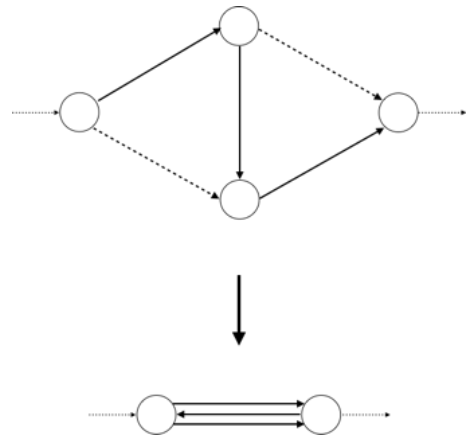


図-14 縮約ネットワーク、点線：非渋滞、実線：渋滞

る渋滞パターンの変化から、スループットが低下するときの渋滞パターンとそのメカニズムを考察する。そして、(3)では、(2)で行なった考察をもとに、スループットを増加させる制御手法を、リンクの容量設定から考察する。

(1) 渋滞パターンの解析手法

本稿では、和田・佐津川¹²⁾¹³⁾により提案された手法により、スループットを渋滞パターンから解析する。この手法では、リンクの渋滞・非渋滞という質的な情報である渋滞パターンを与件としている。そして、渋滞パターンに基づき、適切にネットワークを縮約することにより構築された“縮約ネットワーク”の構造から、DUE状態における経路選択原理と整合的なスループットを導出する。具体的には、“縮約ネットワーク”は、渋滞パターンが与えられたとき、オリジナルのネットワークにおける非渋滞リンクの上下流ノードを1つのノードとして集約し、フローの流入の無いリンクを削除することにより構築される（図14）。この縮約ネットワークの構造を用いることにより、スループットは以下のように導出される。

命題1. (和田・佐津川)¹²⁾ 縮約ネットワークにおいて、起終点ノードが1つのノードに縮約されておらず、かつ、起点に戻るリンクはないとする。このとき、DUE状態における渋滞パターン $\mathbf{x}$ に対応する終点別のスループットは以下の解析式で与えられる。

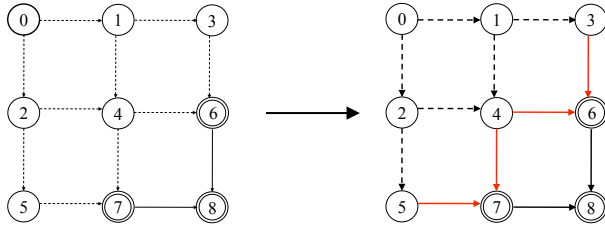
$$\mathbf{G}_x = \mathbf{V}_{dd} \mathbf{1} - \mathbf{V}_{di} (\mathbf{V}_{ii})^{-1} [\mathbf{V}_{id} \mathbf{1} - \delta_i] - \delta_d. \quad (3)$$

$$\text{where } \mathbf{V}_{dd} \equiv \mathbf{A}_d \mathbf{M} \mathbf{A}_{d-}^T, \mathbf{V}_{ii} \equiv \mathbf{A}_i \mathbf{M} \mathbf{A}_{i-}^T,$$

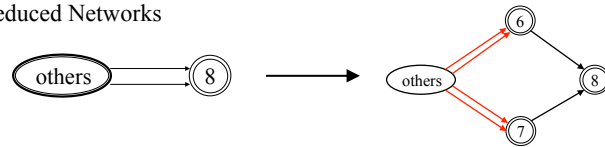
$$\mathbf{V}_{id} \equiv \mathbf{A}_i \mathbf{M} \mathbf{A}_{d-}^T, \mathbf{V}_{di} \equiv \mathbf{A}_d \mathbf{M} \mathbf{A}_{i-}^T. \quad (4)$$

δ は、起点に接続するリンクについて、リンクの上流ノードに対応する要素にリンク容量値を持つベクトルである。 $\mathbf{M}$ はリンク容量値を対角要素に持つ行列である。また、下付き添え字のついた行列 $\mathbf{A}_k$, $k \in \{i, d\}$ は、起点に対応

Original Networks



Reduced Networks



太線: 起点
二重線: 終点

実線: 渋滞
点線: 非渋滞
赤線: 渋滞延伸リンク

図-15 リンクの渋滞延伸によるブロッキング, 上: オリジナルのネットワークにおける変化, 下: 縮約ネットワークの変化

する行を除いたノード・リンク既約接続行列において、終点ノード $d \in N_d$, 通過ノード $i \in N_i$ に対応する部分行列を表す: $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_i \mid \mathbf{A}_d]^T$, $\mathbf{A}_- = [\mathbf{A}_i \mid \mathbf{A}_d]^-$. 更に, $\delta = [\delta_i \mid \delta_d]^T$.

この命題は, ネットワークスループットが縮約ネットワークの構造, すなわち渋滞リンク同士の接続関係によって特徴付けられることを示している. 以降の節では, まず, スループットの低下前後における渋滞パターンの変化とそれに伴う縮約ネットワークの構造変化を示す. そして, 解析式より導出される具体的なスループットから, 存在台数が増加することによるスループットの低下メカニズムを考察する.

(2) スループットの低下パターン

a) リンクの渋滞延伸によるブロッキング

終点が近接しているグリッドネットワーク (図 3(a) 参照) において, 終点 8 に向かう比率を 5 倍にしたケースにおける渋滞パターンの変化を考察しよう. 図 15 に, スループットが低下する前後における渋滞パターンの変化を示す. これを見ると, 非渋滞状態であった終点 6,7 に接続するリンクに, 終点 8 に接続するリンクからの渋滞が延伸していることが分かる. これは, 縮約ネットワークにおいて, 起点と終点が同一ノードに縮約された構造から, 起点と複数の終点が渋滞延伸先のリンクにより直列に接続される構造への変化によって表されている. すなわち, リンクの容量に制約されることなく自由に流れていた終点 6,7 からのスループットが, 終点 8 に接続するリンクからの渋滞延伸により制限さ

れるようになったことが分かる.

存在台数の増加によるスループットの低下メカニズムを考察するために, それぞれの渋滞パターンにおけるスループットを具体的に求めてみよう. 変化の前後におけるスループット $\mathbf{G}_{before}$, $\mathbf{G}_{after}$ は, 終点 d へ向かう車両の存在台数 n_d , 延伸先のリンク容量 $\tilde{\mu}$ を用いて, 式 (3) により以下のように求められる.

$$\mathbf{G}_{before} = \frac{n_6}{600/v} + \frac{n_7}{600/v} + \mu_{68} + \mu_{78}. \quad (5)$$

$$\mathbf{G}_{after} = \tilde{\mu}_{36} + \tilde{\mu}_{46} + \tilde{\mu}_{47} + \tilde{\mu}_{57}. \quad (6)$$

この解析的なスループットでは, 変化後における渋滞パターンでは延伸先のリンク (e.g., リンク 36,46,47,57) の容量 (捌け量) によってスループットが決定されることが示されている. さらに, この捌け量は, リンク内の終点別車両の存在比率に依存しており, 終点 8 に向かう車両の存在比率が高くなることにより低下する. これは, 終点 6,7 に向かう車両は, それぞれノード 6,7 においてリンクから即座に流出することができる一方, 終点 8 に向かう車両のリンク流出率はその接続先のリンク容量に制限されるためである.

以上から, このスループットの低下前後では, より下流に存在する終点に向かう車両が上流の終点に向かう車両を妨害する, ブロッキング現象が発生する渋滞パターンへの変化が起きていることが分かる. そして変化後では, 存在台数の増加に伴い, 終点 6,7 に接続するリンクの捌け量が低下する (i.e., リンク内における終点 8 に向かう車両の存在比率が高くなる) ため, ネットワークスループットは低下する.

b) 経路選択の影響によるリンク容量の奪い合い

次に, 終点が分散しているグリッドネットワーク (図 3(b) 参照) において, 終点ノード 8 に向かう比率を 5 倍にしたデータにおける渋滞パターンの変化を考察しよう. このデータの, スループットが低下する前後における渋滞パターンの変化を図 16 に示す. これを見ると, 渋滞の延伸は終点に接続するリンクには伸びておらず (i.e., ブロッキング現象が発生しておらず), 各終点に流入する交通量は変化していない. しかし, 存在台数が増加することにより終点 8 に向かう車両の利用経路が変化し, リンク 36,57 を通過する経路が利用されるようになったことが分かる. これは, 経路選択が変化することで, 終点 8 に向かう車両がノード 3,5 を終点とする車両を妨害していることを意味している.

この事実を詳しく考察するために, それぞれの渋滞パターンにおけるスループットを求めてみよう. 前節と同様に, 変化前後におけるスループット $\mathbf{G}_{before}$, $\mathbf{G}_{after}$

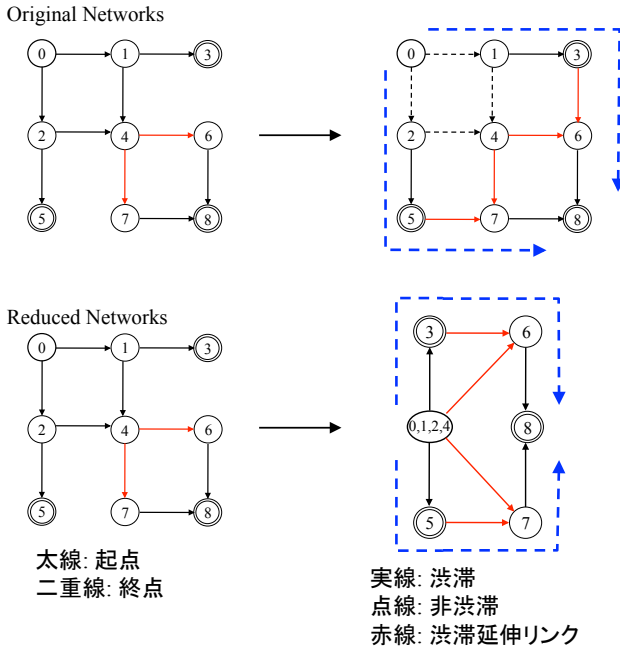


図-16 経路選択の影響によるリンクの容量の奪い合い, 上: オリジナルのネットワークにおける変化, 下: 縮約ネットワークの変化

は以下のように求められる。

$$G_{before} = \mu_{13} + \mu_{25} + \mu_{68} + \mu_{78}. \quad (7)$$

$$G_{after} = \mu_{13} + \mu_{25} + \mu_{68} + \mu_{78} - \frac{\mu_{68}\tilde{\mu}_{36}}{\tilde{\mu}_{36} + \tilde{\mu}_{46}} - \frac{\mu_{78}\tilde{\mu}_{57}}{\tilde{\mu}_{57} + \tilde{\mu}_{47}}. \quad (8)$$

このとき、変化後の渋滞パターンにおけるスループットは、終点ノードへの流入フローから、終点ノードから通過ノードへの流出フロー（e.g., リンク 36,57 のフロー）を引いたものとして表されている。これは、以下のように解釈することができる。渋滞パターンの変化前では、各終点に向かう車両は分流化されており、終点に流入するフローがそのままスループットとなる。しかし、渋滞パターンが変化することにより、下流に存在する終点に向かう車両が上流に存在する終点を通過ノードとして利用するようになる。このため、終点を別にする車両同士により、上流の終点に接続するリンク容量（e.g., リンク 13,25 の容量）の奪い合いが発生している。この影響により、渋滞パターンの変化後においては、終点に流入するリンクの容量和より小さいスループットが実現する。

さらに、終点 8 に向かう車両の存在台数が増加すると、これらのリンクからのフローは増加し、スループットもそれに従い低下する。具体的には、リンク 36,57 の延伸後の容量変化に関するスループットの感度を取ると、

$$\frac{\partial G_{after}}{\partial \tilde{\mu}_{36}} = -\frac{\mu_{68}\tilde{\mu}_{46}}{(\tilde{\mu}_{36} + \tilde{\mu}_{46})^2}, \quad \frac{\partial G_{after}}{\partial \tilde{\mu}_{57}} = -\frac{\mu_{78}\tilde{\mu}_{47}}{(\tilde{\mu}_{57} + \tilde{\mu}_{47})^2} \quad (9)$$

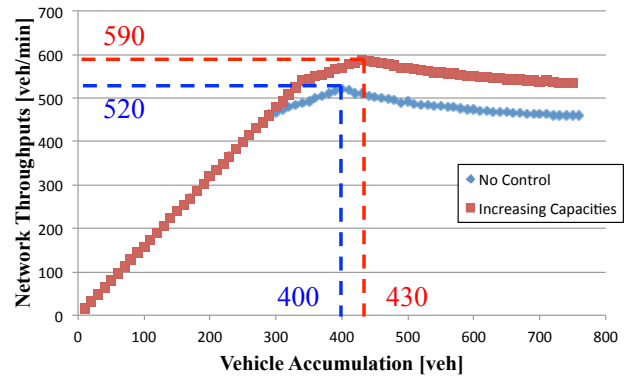


図-17 リンクの容量増強による制御

となり、感度が負であるため、容量の増加に従いスループットは低下する。

以上から、このスループットの低下前後では、経路選択により上流に存在する終点ノードが通過ノードとして利用される渋滞パターンへの変化が起きていることが分かる。そして、存在台数の増加に伴い、終点 3,5 を通過ノードとして利用する車両が増加し、終点 3,5 からの流出量が大きくなるために、ネットワークスループットが低下していることが分かる。

以上の分析から、スループットが低下する渋滞パターンでは、渋滞延伸によるブロッキングと、経路選択の影響によるものが存在していることが分かる。そして、存在台数が増加することによりブロッキングや経路選択の影響が増幅され、スループットは減少する。さらに、以上の考察から、スループットの低下において重要なリンクを把握することができ、これらのリンク容量を制御することにより、渋滞パターン変化後のスループット低下影響を小さくすることができることが分かる。次節では、これらのリンク容量を制御することによるスループット・臨界密度の改善効果を示す。

(3) リンクの容量制御によるスループットの増加

a) 容量増強による渋滞延伸の影響抑制

前節 (a) で考察を行なった、終点が近接しているグリッドネットワーク（図 3(a)）において、終点 8 に向かう車両の比率を 5 倍にしたケースでの制御を考えよう。図 15 に示されているように、このケースでは渋滞延伸による物理的なブロッキングにより終点群への流入交通量が減少している。この場合、終点群に接続するリンクの容量低下は下流終点ノードに接続するリンクの容量に影響を受けるため、これらのリンク容量を増強すればよい。具体的には、終点ノード 8 に接続するリンク 68,78 の容量を 150 から 175 に増強する（図 3(a) 参照）。

図 17 に制御前後における MFD を示す。なお、制御

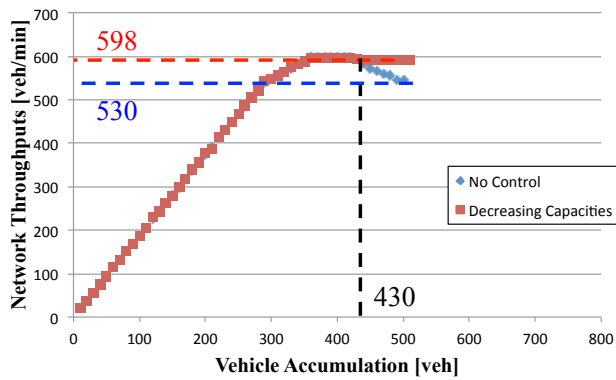


図-18 リンクの容量制限による制御

前後で、スループットの低下前後における渋滞パターンは同様に変化している。これを見ると、制御後では、制御前と比較して全体的に高いスループットを達成していることが分かる。また、制御後においても存在台数の増加によりスループットの低下が発生しているが、低下しはじめる存在台数は制御前と比較して、400 から 430 台へと増加しており、制御により容量とともに臨界密度も向上していることが分かる。

b) 容量制限による経路選択の誘導

次に、前節 (b) で考察を行なった、終点が分散しているグリッドネットワーク (図 3(b)) において、終点 8 に向かう車両の比率を 5 倍にしたケースでの制御を考えよう。図 16 に示されているように、このケースでは経路選択の影響によるリンク容量の奪い合いが発生し、終点郡からの流出フローが生じている。この場合、下流の終点に向かう車両により、上流の終点を通過ノードとして利用させないよう、終点ノードから流出するリンクの容量を制限すれば良い。具体的には、終点ノード 3,5 から流出するリンク 36,57 の容量を 150[veh/min] から 1[veh/min] に制限する。

図 18 に、制御前後における MFD を示す。前節と同様に、制御後では制御前より高いスループットを達成している。具体的には、制御前は存在台数が 430[veh] に達した後、約 600[veh/min] から約 530[veh/min] と、スループットは大きく低下している。しかし、制御後では臨界密度に達しても約 598[veh/min] のスループットを維持し続けている。これは、リンクの容量を絞ることにより、終点 8 に向かう車両と、終点 3,5 に向かう車両同士でのリンク容量の奪い合いを防ぐことができるためである。つまり、終点ノード 8 に向かう車両は中央のリンク 46,47 に誘導されるため、スループットの低下を防ぐ制御を行なうことができる。

5. 終わりに

本稿では、1 起点多終点ネットワークを対象として、周期境界条件を仮定した数値実験により、DUE 状態に基づく MFD の考察を行なった。具体的には、存在台数が増加することによりネットワークスループットが減少するパターンについて着目し、低下前後における渋滞パターンの変化からスループットの低下メカニズムを考察した。これらの考察から、スループットの低下時には、渋滞延伸によるブロッキング現象と、経路選択の影響によるリンク容量の奪い合いが発生する渋滞パターンへの変化が起きていることが分かった。この事実は、和田・佐津川¹²⁾において、理論的に示されたものと整合的である。そして、これらのブロッキングや経路選択の影響が、存在台数の増加に従い増幅されるために、スループットの低下が発生したことが明らかとなった。

謝辞： 本研究は、日本学術振興会・科学研究費補助金・若手研究 (B) (課題番号：26820207) を受けた研究の一部である。

参考文献

- 1) Daganzo, C. F.: Urban gridlock: Macroscopic modeling and mitigation approaches, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.41, No.1, pp.49 – 62, 2007.
- 2) Geroliminis, N. and Daganzo, C. F.: Existence of urban-scale macroscopic fundamental diagrams: Some experimental findings, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.42, No.9, pp.759 – 770, 2008.
- 3) Daganzo, C. F. and Geroliminis, N.: An analytical approximation for the macroscopic fundamental diagram of urban traffic, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.42, No.9, pp.771 – 781, 2008.
- 4) Daganzo, C. F.: A variational formulation of kinematic waves: basic theory and complex boundary conditions, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.39, No.2, pp.187 – 196, 2005.
- 5) Daganzo, C. F., Gayah, V. V., and Gonzales, E. J.: Macroscopic relations of urban traffic variables: Bifurcations, multivaluedness and instability, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.45, No.1, pp.278 – 288, 2011.
- 6) Geroliminis, N. and Sun, J.: Properties of a well-defined macroscopic fundamental diagram for urban traffic, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.45, No.3, pp.605 – 617, 2011.
- 7) Knoop, V., Hoogendoorn, S., and Lint, J. V.: Routing strategies based on macroscopic fundamental diagram, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol.2315, pp.1–10, 2012.
- 8) Christine Buisson, C. L.: Exploring the impact of homogeneity of traffic measurements on the existence of macroscopic fundamental diagrams, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2009.
- 9) Mazlounian, A., Geroliminis, N., and Helbing, D.: The spatial variability of vehicle densities as determinant of urban network capacity, *Philosophical Transactions of the Royal*

Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Vol.368, No.1928, pp.4627–4647, 2010.

- 10) 井料隆雅: 車両を離散化した動的交通量配分問題の nash 均衡解の解法, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol.67, No.1, pp.70–83, 2011.
- 11) Newell, G.: A simplified car-following theory: a lower order model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.36, No.3, pp.195 – 205, 2002.
- 12) 和田健太郎・佐津川功季: 動的配分理論による交通ネットワークの巨視的解析, 投稿中, 2015.
- 13) 和田健太郎・佐津川功季: 動的利用者均衡状態における MFD の解析:1 起点多終点ネットワークの場合, 土木計画学研究・講演集, Vol.50, pp.125(CD-ROM), 2014.

(2015. 7. 31 受付)

An analysis of the mechanism for decreasing network throughput based on congestion patterns

Kouki SATSUKAWA and Kentaro WADA
and Takashi OGUCHI and Miho IRYO-ASANO