

進化ゲーム理論に基づく確率的交通配分の 分位数推計手法

尻高佑樹¹・長江剛志²

¹学生員 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-816)
E-mail: yuki.shittaka.p5@dc.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-816)
E-mail: nagae@m.tohoku.ac.jp

近年自動車による交通混雑の頻発により、道路ネットワークの時間信頼性の重要性が再認識されている。時間信頼性の指標には、buffer time や planning time に代表されるよう、旅行時間の 95 パーセント値の推計を必要とするものがある。従来、旅行時間の分位数を交通量データの解析により推計する研究は盛んに行われているが、モデルに基づいた演繹的アプローチによる推計の研究は少ない。本稿では、進化ゲーム理論に基づいて与えられる道路ネットワーク状態の定常分布モデルに対して、旅行時間の分位数を推計する手法を開発する。

Key Words: *Travel time reliability, MCMC, Multilevel splitting, Evolutionary game theory and stochastic dynamics*

1. 緒言

近年交通混雑の頻発、大規模な自然災害の発生により、交通サービスの信頼性の重要性が再認識されている。特に混雑を減らすための交通政策の検討や、定時性の高い交通サービスの提供には、定量的分析結果に基づいた、交通ネットワークの時間信頼性の評価が重要である。自動車交通においては、各道路の交通量や所要時間などのネットワーク状態の定量的分析に基づき、道路ネットワークの信頼性を評価することが重要である。

分析のアプローチには、道路上の観測器から得られた交通データによる帰納的アプローチと、道路利用者の行動モデルによる演繹的アプローチがある。近年、中山ら¹¹⁾のように、前者のアプローチによるネットワーク状態の定量的分析が数多く行われている。それに対して後者のアプローチによる定量的分析を行った研究は少ない。しかし、交通政策や交通サービスを導入、評価する際、社会実験により十分なデータを入手することは容易でなく、モデルによる分析が必要となる。

モデルによる道路ネットワーク分析の研究において、Sandholm^{4) 5)} や Hofbauer³⁾ は、利用者行動とネットワーク状態の変動を進化ゲーム理論により説明している。Sandholm⁵⁾ は、個々の道路利用者の経路選択行動を、天候や事故、個々人の認知誤差により攪乱をうけた旅行時間に基づく最適反応し、その結果ネットワーク状態の Day-to-Day dynamics に確率的バラツキが生じることを示した。さらにそのバラツキはある条件の

もとで定常分布に収束し、その分布を数式で定義できることを示した。しかし、この研究は実規模のネットワークに対する定量的分析を指向していない。

Sandholm⁵⁾ のモデルは経路選択の変動により交通量自体が確率変動を行い、それに伴い旅行時間も変動する。これは、中山ら¹¹⁾ による確率均衡モデルの分類において確率均衡 II 型に該当するモデルである。この分類に該当する研究として、Watling⁶⁾ は、確率的利用者均衡を、経路選択確率のとおり確率的に交通量を配分するモデルに発展させている。しかし一般的なネットワークでは解の一意性が保証されない。中山ら¹⁰⁾ は、経路選択が確率的に行われる場合、大規模ネットワークでは経路交通量がポアソン近似できることに着目し、Watling⁶⁾ のモデルを発展させた解が一意的なモデルを提案している。また、内田ら¹⁴⁾ は、Clark, Watling¹⁾ のポアソン変動の交通需要の枠組みを拡張し、交通需要とともに交通量がポアソン分布に従う確率均衡モデルを提案した。確率均衡 II 型は解の一意性が保証されるモデルが限定的であるという点が問題である。しかし、Sandholm⁵⁾ のモデルは、これらのモデルと比較して弱い条件から一意な解を得ることができるモデルである。

Wei et al.^{7) 8)} はネットワーク状態の確率的バラツキをベイズの定理における事後確率分布と定義し、その分布をマルコフ連鎖モンテカルロ法により定量的に推計する手法を開発した。しかし MCMC による分布の推定は、マルコフ状態数の増加に従い収束速度が著しく低下することがわかっており、実規模の道路ネット

ワークへの適用は困難であると考えられる。また、道路ネットワークの旅行時間信頼性を評価する際に用いられるバッファertime (buffer time: BT) やプランニングタイム (planning time: PT) などの指標¹¹⁾は、旅行時間の 95 パーセンタイル値から計算されるため、交通量や旅行時間の分布そのもの推計する必要はないと考えられる。

そこで、確率分布の分位数を効率良く推定するアルゴリズムが必要となる。Guyader et al.²⁾は、multilevel splitting アルゴリズムを分位数推計に応用した手法を提案した。この手法は、確率分布のなかで、期待値から遠いサンプルを生成するアルゴリズムであり、期待値から遠いサンプルが生成されづらい上記の手法に比べ、効率良く 95 パーセンタイル値を推計できると考えられる。

本研究では、Sandholm⁵⁾のモデルに、Wei et al.⁷⁾と Guyader et al.²⁾の手法を組み合わせ、演繹的アプローチによる旅行時間信頼性評価の手法を構築することを目的とする。

2. ネットワーク状態の確率的進化モデルと定常分布

Sandholm⁵⁾は、進化ゲーム理論の枠組みの下で、ネットワーク状態の day-to-day ダイナミクスを記述したモデルを定式化した。このモデルは、atomic(不可分)な道路利用者を想定しており、個々の利用者の perturbed best response(PBR) と、それに伴う交通配分パターンの確率的ダイナミクスで構成される。以下では、まず 2.1 節でモデルの枠組みを示す。2.2 節では各利用者が PBR によってどのように経路を変更するかを示す。2.3 節では交通配分パターンの確率的ダイナミクスを示す。2.4 節では確率的ダイナミクスの定常分布を示す。

(1) モデルの枠組み

現実の交通網を抽象化した道路ネットワークとして、ノード集合 N 、リンク集合 A からなる有向グラフ $G(N, A)$ を考える。リンクは道路区間、ノードは交差点などの道路区間の連結点をあらわす。ネットワーク上に 1 つの移動の起終点ペア $(o, d) \in N \times N (o \neq d)$ を考え、その間の経路の集合を K とする。

経路 $k \in K$ の交通量を x_k とし、そのベクトルを $\mathbf{x} = \{x_k\}$ とする。 \mathbf{x} を交通配分パターンとよぶ。交通配分パターンの許容領域を $\Omega = \{\mathbf{x} : \sum_k x_k = N\}$ (x_k は自然数) とする。このとき、リンク $a \in A$ の交通量は式 (1) であらわされる。ここで $\delta_{a,k}$ はリンク a が経路 k に含まれるとき 1、そうでないとき 0 となるリンク経

路接続係数である。

$$u_a(\mathbf{x}) = \sum_{k \in K} x_k \delta_{a,k} \quad (1)$$

リンク交通量のベクトルを \mathbf{u} とする。

リンク a を通過する際の所要時間を t_a とし、そのベクトルを \mathbf{t} とする。 t_a はそのリンクの交通量 u_a の単調増加関数 $t_a(u_a)$ であらわされるとする。経路 k を利用する際の旅行時間を c_k とし、そのベクトルを $\mathbf{c} = \{c_k\}$ とする。旅行時間は式 (2) に示すように、利用する経路に含まれるリンクの所要時間の和であらわされる。

$$c_k = \sum_{a \in k} t_a(u_a) \delta_{a,k} \quad (2)$$

適当な離散時点集合 T を考え、時刻 $t \in T$ における交通配分パターンを \mathbf{x}^t とする。交通配分パターン \mathbf{x} の day-to-day ダイナミクスは以下のようにあらわされる。

- [0]: 初期交通配分パターン \mathbf{x}^0 が与えられる。
- [1]: 時刻 t における各リンクの交通量 u^t が更新される。
- [2]: 各リンクの所要時間 t^t が更新される。
- [3]: 各経路の旅行時間 c^t が更新される。
- [4]: 高々ひとりの利用者が旅行時間をもとに経路変更する。
- [5]: 交通配分パターンが \mathbf{x}^{t+1} に更新される。
- [6]: 時点が $t+1$ に進み、1 に戻る。

これは進化ゲーム理論において確率的進化過程とよばれるダイナミクスである。

(2) Perturbed best response と経路選択確率

利用者は perturbed best response(PBR) に従い経路を変更するとする。以下に本モデルにおける PBR の詳細を示す。

まず、それぞれの利用者は確率的にアラームを鳴らす時計 (Poisson alarm clock : PAC) をもっているとす。各利用者のアラームが鳴る時刻は互いに独立な、パラメータ R の指数分布に従うとする。PAC は利用者に経路変更をする機会がめぐってきたことを知らせる。時点 t には高々ひとりの利用者の PAC しか鳴らないものとする。

経路変更機会を得た利用者は、外的要因により攪乱を受けた後の旅行時間が、最短となる経路に利用経路を変更するとする。そのため各経路の旅行時間は確定項と確率項の和で表される。このうち確定項は、当該経路の旅行時間であり、式 (2) であらわされる。一方、確率項は、それぞれの利用者が経路を決定する直前、天候や事故、個々人の認知誤差などの外的要因によって

決められるものとする。ここで、個々の利用者は旅行時間が最短となる経路を「確定的」に選択するにも関わらず、その旅行時間が(当該利用者が意思決定を行う前に)攪乱されるため、あたかも「確率的」に経路を選択しているように見える点に注目されたい。

経路 i の利用者のひとりが、経路を $j(j \neq i)$ に変更する確率は、変更先の経路 j の旅行時間 c_j の関数として式 (3) であらわされるとする。このとき c_j は経路 i の利用者が経路を j に変更した後の交通量から計算する。

$$\rho_{i,j} \propto \exp(-\alpha c_j(x_j + 1)) \quad (3)$$

式 (3) は旅行時間の短い経路ほど選択される確率が高いことをあらわす。 α は旅行時間の確率項の分散に依存するパラメータであり、経路選択のバラツキをあらわす。 $\alpha = 0$ の場合、利用者は旅行時間の確定項が最短となる経路を確率 1 で選択し、 $\alpha = \infty$ の場合、利用者は全ての経路は等しい確率で選択する。

時点 t から $t+1$ までの間に、経路 i の利用者が経路を j に変更する確率は、PAC のパラメータ R と条件付経路選択確率 $\rho_{i,j}$ から $\rho_{i,j}/R$ とあらわされる。経路 i の利用者が誰も経路を変更しない確率は $1 - \sum_{j \neq i} \rho_{i,j}/R$ である。

(3) 交通配分パターンの確率的ダイナミクス

交通配分パターンの確率的ダイナミクスはマルコフ連鎖であらわされる。マルコフ連鎖とは、次の状態が現在の状態のみに依存し推移する確率過程のことである。

ある交通配分パターン \mathbf{x} に対して、経路 i の利用者のひとりが経路を j に変更した後のパターンを $\mathbf{x} + \mathbf{e}_j - \mathbf{e}_i$ であらわす。ここで \mathbf{e}_i は k 次元の列ベクトルであり、その i 番目要素が 1、他の要素が 0 となるような標準基底ベクトルである。

時刻 t において交通配分パターン \mathbf{x} であるとき、ひとりの利用者の経路変更によって時刻 $t+1$ で交通配分パターン \mathbf{y} に遷移する確率 $P_{\mathbf{x},\mathbf{y}}$ を考える。利用者の総数が N のとき、時点 t から $t+1$ の間に誰かの PAC が鳴る確率は N/R である。また、各利用者の PAC は独立であるため、経路 i の利用者が経路変更機会を得る確率は x_i/N である。よって、ある時刻間に経路 i の利用者が経路 j に変更する確率は

$$\frac{N}{R} \frac{x_i}{N} \rho_{i,j} = \frac{x_i \rho_{i,j}}{R}$$

となる。よって交通配分パターンの遷移確率は式 (4) であらわされる。

$$P_{\mathbf{x},\mathbf{y}} = \begin{cases} \frac{x_i \rho_{i,j}}{R} & \text{if } \mathbf{y} = \mathbf{x} + (\mathbf{e}_j - \mathbf{e}_i) \\ 1 - \sum_{i \in K} \sum_{j \neq i} \frac{x_i \rho_{i,j}}{R} & \text{if } \mathbf{y} = \mathbf{x} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

時点 t において交通配分 $\mathbf{x} \in \Omega$ が実現される確率を $\mu_{\mathbf{x}}^t$ であらわし、そのベクトルを $\boldsymbol{\mu}^t = \mu_{\mathbf{x}}^t : \mathbf{x} \in \Omega$ とあらわす。このとき $\boldsymbol{\mu}$ のダイナミクスは式 (5) のようにならわせる。

$$\boldsymbol{\mu}^{t+1} = \mathbf{P} \boldsymbol{\mu}^t \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{P} は $|\Omega| \times |\Omega|$ の正方行列で、その (n, m) 要素は、 m 番目の交通配分パターン \mathbf{x} が、 n 番目の交通配分パターン \mathbf{y} に遷移する確率 $P_{\mathbf{x},\mathbf{y}}$ である。

(4) 交通配分パターンの定常分布

式 (5) であらわされる分布 $\boldsymbol{\mu}$ のダイナミクスは一般に定常分布

$$\boldsymbol{\mu}^* = \mathbf{P} \boldsymbol{\mu}^*$$

なる $\boldsymbol{\mu}^*$ をもつことが知られている。Sandholm⁵⁾ は、その分布が式 (6) であらわされることを明かにした。 $\mu_{\mathbf{x}}$ は、ある交通配分パターン \mathbf{x} が生起する確率をあらわしている。この式から各経路の交通量の確率分布と、交通量に従い決定する各経路の旅行時間の確率分布を導くことができる。

$$\mu_{\mathbf{x}} = \frac{1}{Z} \frac{N!}{\prod_{k \in K} x_k!} \exp(-\alpha f(\mathbf{x})) \quad (6)$$

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{a \in A} \int_0^{u_a(\mathbf{x})} t_a(z) dz$$

ここで、リンクの所要時間が交通量に対して単調増加であり、他のリンクの交通量の影響を受けないとするとき、式 (6) から計算される各経路の交通量の期待値は確率的利用者均衡状態 (Stochastic User Equilibrium: SUE)^{12) 13)} における経路交通量に一致することがわかっている。このことから、本モデルは交通工学において一般的な均衡状態を計算でき、かつ従来のモデルでは扱えなかった分散や分位数などの確率的特性を分析できるモデルであるといえる。

式 (6) はすべての交通配分パターンについて計算することで確率を正規化できるが、対象とするネットワークの複雑化、利用者の増大とともに交通配分パターンは急激に増大し、すべてのパターンを数えあげて計算することが困難になる。そこで次章では、すべてのパターンを数えあげることなしに、サンプリングにより確率分布やその分位数を推計する手法を説明する。

3. 推計手法

式 (6) に示す交通配分パターンの定常分布から、各経路の旅行時間の理論分布が得られる。この旅行時間の理論分布の 95 パーセンタイル値を推計することを考える。大まかな手順は次のようになる。

まず、式 (6) から交通配分パターンのサンプルを Wei et al.⁷⁾ の手法で生成する。得られたサンプル列に対し、

Guyader et al.²⁾ の手法を適用することで経路旅行時間の 95 パーセントイル値を推計する。

以下でそれぞれの手法を解説する。

(1) マルコフ連鎖モンテカルロ法

マルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov chain Monte Carlo : MCMC) はマルコフ連鎖を用いて、未知の確率分布をサンプリングにより推計する一群の手法の総称である。推計したい確率分布を定常分布にもつようなマルコフ連鎖を構成し、推移を繰り返すことで、未知の確率分布に従うサンプルを生成することができる。

この手法の利点は、正規化定数を計算しなくてもよいことである。マルコフ連鎖が定常分布に収束する必要十分条件を式 (7) に示す。θ は条件つき確率である。式 (7) はある状態から別のある状態に遷移する確率と、その逆に遷移する確率が等しいという条件を表している。この条件は詳細釣り合い条件と呼ばれる^{9) 15)}。

$$\mu_{\mathbf{x}^{t-1}}\theta(\mathbf{x}^*|\mathbf{x}^{t-1}) = \mu_{\mathbf{x}^*}\theta(\mathbf{x}^{t-1}|\mathbf{x}^*) \quad (7)$$

Wei et al.⁷⁾ は交通配分パターンの確率分布を事後確率分布として定義した、さらに MCMC のアルゴリズムとして Metropolis-Hastings(M-H) を引用し、交通配分パターンのサンプルを各経路ごとに集計し、経路交通量の確率分布とその期待値や分散を推計する手法を開発した。

(2) Metropolis-Hastings アルゴリズム

M-H アルゴリズムは、既知の確率分布 (提案分布) からサンプルの候補を生成し、詳細釣り合い条件が満たされるように候補を受容、棄却するステップを繰り返すことで、間接的に未知の確率分布からのサンプル列を生成する手法である。

以下に本研究における M-H アルゴリズムを示す。

- [0]: 交通配分パターンの初期値を \mathbf{x}^0 を与え、 $t = 1$ とする。
- [1]: \mathbf{x}^{t-1} をもとに提案分布 θ から候補交通配分パターン \mathbf{x}^* を生成する。
- [2]: 候補への遷移確率 r を計算する。
- [3]: \mathbf{x}^* を $\min(r, 1)$ で \mathbf{x}^t とする。そうでなければ $\mathbf{x}^t = \mathbf{x}^{t-1}$ とする。
- [4]: $t < T$ ならば $t = t + 1$ とし、1 にもどる。
- [5]: $t = T$ でサンプル列 $(\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^t, \dots, \mathbf{x}^T)$ を得る。

上記のアルゴリズムによって形成されるマルコフ連鎖の遷移確率を式 (8) に示す。遷移確率は詳細釣り合い条件の両辺の比である。提案分布には、Wei et al.⁷⁾ が

用いた、式 (9) に示す多項分布を用いた。

$$r = \frac{\mu_{\mathbf{x}^*}\theta(\mathbf{x}^{t-1}|\mathbf{x}^*)}{\mu_{\mathbf{x}^{t-1}}\theta(\mathbf{x}^*|\mathbf{x}^{t-1})} \quad (8)$$

$$\theta(\hat{\mathbf{x}}|\mathbf{x}) = \frac{N!}{\prod_{k \in K} \hat{x}_k} \prod_{k \in K} (x_k/N)^{\hat{x}_k} \quad (9)$$

(3) 分位数推計アルゴリズム

Guyader et al.²⁾ は multilevel splitting アルゴリズムを確率分布の分位数推定に適用する手法を提案した。以下、このアルゴリズムを著者の頭文字から GHM アルゴリズム呼ぶ。と multilevel splitting の基本的な考え方を説明する。

ある確率分布 μ に従う確率変数ベクトル \mathbf{x} と、その関数 $\Phi(\mathbf{x})$ を考える。このとき関数 $\Phi(\mathbf{x})$ がある値 q よりも大きくなる確率 $p(\Phi(\mathbf{x}) > q)$ は式 (10) のように分割できる。

$$p(\Phi(\mathbf{x}) > q) = \prod_{j=1}^m p(\Phi(\mathbf{x}) > L_j | \Phi(\mathbf{x}) > L_{j-1}) \quad (10)$$

ただし、 $-\infty = L_0 < L_1 < L_2 < \dots < L_m = q$ とする。分割した個々の確率が計算可能であるとき、このアルゴリズムは有用である。GHM アルゴリズムは分割した個々の確率が一定になるように、サンプル列の改訂を繰り返すことで裾確率と分位数を推定するアルゴリズムである。以下にそのアルゴリズムを示す。(1) は分位数 Q を与えて裾確率を推計する際の停止条件、(2) は裾確率 P を与え分位数を推計する際の停止条件である。

[0]: 適当な大きさの整数 N, M を与える。i.i.d を満たすサンプル列 $(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \dots, \mathbf{x}^N)$ が得られたならば、 $(\mathbf{x}_1^1 = \mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}_1^N = \mathbf{x}^N), L_0 = -\infty, m = 1$ として初期化する。

[1]: $L_m = \min(\Phi(\mathbf{x}_m^1), \dots, \Phi(\mathbf{x}_m^N))$ とする。

[2]: 全ての $i = 1, 2, \dots, N$ について、

$$\mathbf{x}_{m+1}^i = \begin{cases} \mathbf{x}_m^i & \text{if } \Phi(\mathbf{x}_m^N) > L_m \\ \mathbf{x}^* \sim \mathcal{L}(\mathbf{x}|\Phi(\mathbf{x}) > L_m) & \text{if } \Phi(\mathbf{x}_m^N) = L_m \end{cases}$$

ただし、 \mathbf{x}^* は $\mathbf{x}_m^1, \dots, \mathbf{x}_m^N$ から独立である。

[3]:(1) もし、 $L_m > Q$ ならば $M = m - 1$ とし、裾確率の推定値 \hat{q} を

$$\hat{p} = (1 - \frac{1}{N})^M$$

として終了。そうでなければ、 $m = m + 1$ として 1 にもどる。

(2) もし、

$$m = \frac{\log(P)}{\log(1 - N^{-1})}$$

ならば分位数の推定値を $\hat{q} = L_m$ とし終了。そうでなければ、 $m = m + 1$ として 1 にもどる。

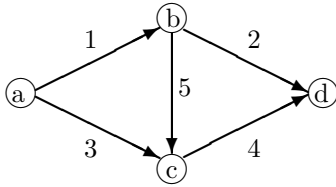


図-1 対象とするネットワーク

表-1 自由走行時間とリンク容量

リンク	1	2	3	4	5
t_{a0}	1	2	2	1	1
C_a	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500

表-2 5回の試行における推定量と理論値の比較

	GHM	MCMC
試行 1 の推定量	5.3	5.358
試行 2 の推定量	5.325	5.356
試行 3 の推定量	5.325	5.362
試行 4 の推定量	5.335	5.354
試行 5 の推定量	5.281	5.353
平均値	5.3132	5.3566
理論値	5.357	5.357
平均誤差率	0.818	0.0523

上記アルゴリズムは初期サンプルとして i.i.d を満たすサンプルが必要である。これは (2) のアルゴリズムにより生成する。また、ステップ [2] において $\mathcal{L}(\mathbf{x}|\Phi(\mathbf{x}) > L_m)$ なる条件付き確率分布からサンプルを生成する必要がある。これを実装するために MCMC を用いてサンプルを生成する。本研究ではここにも (2) のアルゴリズムを用いることにする。従って上記アルゴリズムのステップ 2 は以下のように修正される。

- [2-1]: 全ての $i = 1, 2, \dots, N$ について、 $\Phi(\mathbf{x}_m^i) > L_m$ ならば、 $\mathbf{x}_{m+1}^i = \mathbf{x}_m^i$ とする。
- [2-2]: $\Phi(\mathbf{x}_m^i) = L_m$ ならば、1 から N の整数からランダムに整数 R を選び (ただし i を除く)、 $\mathbf{x}_{m+1}^i = \mathbf{x}_m^R$ とする。 $k = 0$ とする。
- [2-3]: MCMC により \mathbf{x}_{m+1}^i から新しいサンプル \mathbf{x}^* を生成する。
- [2-4]: $\mathbf{x}^* > L_m$ ならば $\mathbf{x}_{m+1}^i = \mathbf{x}_m^R$ とする。 $k = K$ ならば 3 へ、そうでなければ $k = k + 1$ として [2-3] にもどる。

ここで K は、新しいサンプルの独立性を確保するため、MCMC によりサンプルを遷移させる回数である。

4. 推計結果

(1) 対象ネットワーク

2,3 章で解説した手法を用いて、図 1 に示すネットワークの経路 3 に対し、旅行時間の 95 パーセンタイル値を推計する。ここで、経路 1 はリンク 1 → 2 から、経路 2 はリンク 3 → 4 から、経路 3 はリンク 1 → 5 → 4 から、それぞれ成り、交通需要は起点 a から終点 d まで 2,000 台である。リンクコスト関数として BPR(US Bureau of Public Road) 関数¹²⁾を用いた、BPR 関数を式 (9) に、それぞれのリンクの自由走行時間とリンク容量を表 1 に示す。また、経路選択確率の分散パラメータ α は 0.35 とした。

$$c_a = t_{a0}[1 + 2.62(u_a/C_a)^5] \quad (11)$$

- t_{a0} : リンク a の自由走行時間
- C_a : リンク a の容量

(2) 結果

GHM アルゴリズムを用いた推定量、MCMC でナイーブにサンプルを発生させた場合の推定量と式 (6) から計算した理論値を比較する。ここで、今回の計算では簡単なネットワークを対象としたため、全交通配分パターンについて式 (6) から生起確率の理論値を比較的容易に計算できる。そこから各経路の旅行時間の 95 パーセンタイル値を計算した。

GHM アルゴリズムの初期サンプル数は 300 個、新しいサンプル生成時の遷移回数を 20 回とした。このときアルゴリズムの繰り返し回数は停止条件の式から求まるため、上記の条件の下で MCMC により生成されるサンプル数は 17,940 個であると計算できる。そこで、MCMC を用いて同様に 17,940 個のサンプルを生成した場合と推定量を比較する。同じ条件で各アルゴリズムについてそれぞれ 5 回計算した。結果の比較を表 (2) に示す。

5. 結言

実験結果から、GHM アルゴリズムによって旅行時間の 95 パーセンタイル値を平均誤差率 1%以下で推定できていることがわかる。しかし、本実験では MCMC と比べ同じサンプル数に対する精度で劣っていた。これは本実験で対象としたネットワークは経路 3 本で OD ペアが 1 つの非常に簡単なネットワークであることが原因であると考えられる。起こり得る交通配分パター

ンが多くないため分布の裾も長くならず、期待値近傍にサンプルが集中する MCMC の方が高い精度で推計できたと考えらる。

本実験では、提案手法の計算効率の優位性を示すことはできなかったが、小規模ネットワークに対しては、MCMC と同様に理論値を精度良く推計できることは確認できた。今後は、ある程度の規模のネットワークに対し提案手法を適用し、提案手法の性能を評価したい。

参考文献

- 1) Stephen Clark and David Watling. Modelling network travel time reliability under stochastic demand. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 39, No. 2, pp. 119–140, February 2005.
- 2) Arnaud Guyader, Nicolas Hengartner, and Eric Matzner-Løber. Simulation and estimation of extreme quantiles and extreme probabilities. *Applied Mathematics and Optimization*, Vol. 64, No. 2, pp. 171–196, 2011.
- 3) Josef Hofbauer and William H. Sandholm. Evolution in games with randomly disturbed payoffs. *Journal of Economic Theory*, Vol. 132, No. 1, pp. 47–69, January 2007.
- 4) William H. Sandholm. Potential Games with Continuous Player Sets. *Journal of Economic Theory*, Vol. 97, pp. 81–108, 2001.
- 5) William H Sandholm. *Population Games and Evolutionary Dynamics*. 2009.
- 6) David Watling. A Second Order Stochastic Network Equilibrium Model, II. *Transportation Science*, Vol. 36, No. 2, pp. 167–183, 2002.
- 7) Chong Wei, Yasuo Asakura, and Takamasa Iryo. The posterior probability distribution of traffic flow: a new scheme for the assignment of stochastic traffic flow. *Transportmetrica*, No. September 2014, pp. 1–19, 2012.
- 8) Chong Wei, Yasuo Asakura, and Takamasa Iryo. Formulating the within-day dynamic stochastic traffic assignment problem from a Bayesian perspective. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 59, pp. 45–57, 2014.
- 9) 伊庭幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦. 計算統計学 III: マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺統計科学のフロンティア 12. 岩波書店, 2005.
- 10) 晶一郎, 中山, 純一, 高山. 交通需要と経路選択の確率変動を考慮した確率的交通ネットワーク均衡モデル. 土木学会論文集 D, Vol. 62, No. 4, pp. 537–547, 2006.
- 11) 中山晶一郎, 朝倉唐夫. 道路交通の信頼性評価. 2014.
- 12) 土木学会. 交通ネットワークの均衡分析. 丸善(株), 1998.
- 13) 土木学会. 道路交通需要予測の理論と適用. 丸善(株), 2003.
- 14) 賢悦内田. 需要・供給・認知の確率変動を反映した利用者均衡配分. 土木学会論文集 D, Vol. 62, No. 4, pp. 537–47, 2009.
- 15) 豊田秀樹. マルコフ連鎖モンテカルロ法 統計ライブラリー. 朝倉書店, 2008.