

# 社会資本の老朽化による国民経済への影響分析

佐近 翔<sup>1</sup>・石倉 智樹<sup>2</sup>・小根山 裕之<sup>3</sup>

<sup>1</sup>非会員 首都大学東京大学院 都市環境科学研究科(〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)  
E-mail: sakon-sho@tmu.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 首都大学東京准教授 都市環境科学研究科(〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)  
E-mail: iskr@tmu.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 首都大学東京教授 都市環境科学研究科(〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)  
E-mail: oneyama@tmu.ac.jp

現在、日本の多くの社会資本は高度経済成長期に建設されたものである。しかし、社会資本は耐用年数50年前後のものが多く、今後急速な老朽化というものが考えられる。急速な老朽化というのは劣化進行による社会資本の毀損のリスクが考えられる。また、国民の税金によって支えられている社会資本が急速に老朽化することで国民経済に影響があるとも考えられる。しかし、このような背景を考慮したモデルによる分析は存在しない。そこで本研究は、近年各国の中央銀行等で用いられ発展しているDSGEモデルに社会資本を組み込み、その減耗率を確率的なショックとして新たに構築した。また、政府支出も確率的なショックとすることで、想定外の世界社会資本ストックの毀損があった際に、国民経済にどのような影響を及ぼすのかや、どの程度の期間影響が及ぼされるかを分析した。その結果、国民経済が負の方向に反応することや、社会資本の不足に応じた政府支出の大きさが国民経済に大きな影響を及ぼすことなどを示せた。

**Key Words :** DSGE model, nation's economy, aging social overhead capital

## 1. 本研究の背景と目的

現在、日本に存在する多くの社会資本は高度経済成長期に集中的に建設されたものである。社会資本の耐用年数は約50年であるものが多いが、20年後には建設してから50年経過する社会資本の割合は50%を超える。このことは、今後社会資本に急速な老朽化が進行しうることを意味する。急速な老朽化が進み、多くの社会資本が耐用年数に近づくことで劣化進行による社会資本ストックの毀損のリスクが高まる。社会資本は計画から建設、維持、更新まで長期性を有し、ストックとしての寿命が長いという特徴がある。したがって、老朽化による寿命変動でのリスクが大きい。又、社会資本は公共投資によって建設され経済的に規模が大きい。よって国民の税金によって支えられている社会資本への支出に及ぶ影響も大きくなり、国民経済に影響を及ぼしかねない。そこで、本研究は社会資本の急激な老朽化が進み、想定外の世界社会資本の毀損が起きることで国民経済にどのような影響がどれだけの期間及ぼされるのかを動的に分析する。

## 2. 既存研究と本研究の位置づけ

従来、財政政策や金融政策を分析するツールとして、IS-LM分析やマクロ計量モデルであった。しかし、「ディープパラメータで特徴づけられていないモデルのパラメータは政策変更にも頑健ではなく、ミクロ的基礎付けがある経済主体を前提としたモデルでないと正しい分析が行われない」というルーカス批判を受けて、動学的確率的一般均衡(Dynamic Stochastic General Equilibrium: 以下DSGEと呼ぶ)モデルが発展している。DSGEモデルは各経済主体が将来を見越して異時点間の行動の最適化を行う「動学的最適化」を考慮しているので、ルーカス批判を回避できる。近年ではMCMC法によるベイズ推定する方法を組み込んだDSGEモデルが特に発展している。

一般にモデルから得られる結果はモデルの中のパラメータに依存するため適切な値を設定する必要がある。従来ではモデルの値は既存研究から引用していたが、これではモデルのパラメータを不変として扱うため、推定期間が長い場合などパラメータの値は不安定になることが指摘されている。この推定方法を用いることでこの問題が解消される。

MCMC法によるベイズ推定を組み込んだDSGEモデルを用いて財政政策の分析を行っている代表的な既存研究として江口(2011)<sup>1)</sup>がある。この研究では、DSGEモデルに社会資本を組み込み、1990年代に行われた財政政策の効果について分析している。また加藤、宮城(2012)<sup>4)</sup>では、政策の必要性が認識されてから、立法措置上の過程を経て、社会資本ストックとして利用可能になるまでの実現ラグを考慮している。更に小池ら(2012)<sup>5)</sup>流動性の罫を考慮し、1990年代と2000年代での公共事業の効果について分析を行っている。しかし、これらのモデルの中で社会資本は、一定的な減耗を仮定している。つまり、背景で述べたような社会資本の老朽化によるリスクを考慮していない。本研究では江口(2011)<sup>1)</sup>を基に老朽化の影響を考慮したモデルを新たに構築する。

### 3. モデル構築

以上を踏まえて、本研究では江口(2011)<sup>1)</sup>を参考にしてDSGEモデルを構築する。経済主体は、家計、企業、政府の3主体とする。以下では経済主体別にモデル式の導出を示す。

#### (1) 家計

家計の期対生涯効用関数は、次のような相対的危険回避度一定(CRRA)型であるとする。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} - \frac{n_t^{1+\phi}}{1+\phi} \right) \quad (1)$$

$c_t$ は消費、 $n_t$ は労働である。また、各期の予算制約式は次のように与えられる。

$$c_t + k_{t+1} = w_t n_t + r_t^k k_t + (1 - \delta_p) k_t - \tau_t \quad (2)$$

$k_t$ は民間資本、 $w_t$ は賃金率、 $n_t$ は労働量、 $r_t^k$ は資本レンタル料、 $\tau_t$ は税である。家計は労働と資本を企業に提供し、賃金所得と資本レンタル料を受け取る。ここから税金と民間資本減耗分が引かれ、残りの可処分所得から消費と貯蓄を行う。家計は将来についても考慮して行動を決定すると仮定し無限に生きるとする。単純化のためにすべての期間で $n_t = 1$ とする。式(2)を予算制約のもとで式(1)の効用最大化問題を解くと、消費のオイラー方程式が得られる。

$$c_t^{-\theta} = \beta E_t c_{t+1}^{-\theta} (1 + r_{t+1}^k - \delta_p) \quad (3)$$

#### (2) 企業

企業はコブ・ダグラス型の生産関数に基づき生産活動を行うと仮定する。

$$y_t = z_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} k_{gt}^\nu \quad (4)$$

$y_t$ はGDP、 $z_t$ は生産技術の効率性、 $k_{gt}$ は社会資本である。単純化のために、 $z_t = 1$ とする。また、 $t$ 期の企業の利潤は下式とする。

$$y_t - r_t^k k_t - w_t n_t \quad (5)$$

市場は完全競争を仮定する。企業は労働を雇い資本を借り入れ、生産物を販売する。また、社会資本は費用を支払うことなく利用可能であるとする。式(4)の制約下で、式(5)の利潤を最大化するように

行動した結果、資本レンタル料についての式が導出される。

$$r_t^k = \alpha k_t^{\alpha-1} k_{gt}^\nu \quad (6)$$

#### (3) 資本

想定する資本は民間資本と社会資本とする。各資本は下式の推移式に従って貯蓄していく。

$$k_{t+1} = (1 - \delta_p) k_t + i_t \quad (7)$$

$i_t$ は民間投資である。

$$k_{gt+1} = (1 - \delta_{gt}) k_{gt} + i_{gt} \quad (8)$$

$\delta_{gt}$ は社会資本減耗率ショック、 $i_{gt}$ は公共投資である。(8)式より社会資本の減耗は一定的ではなく、 $t$ 期で表せられる確率的なショックとして定義している。これより、社会資本の急激な老朽化による毀損を表現する。

#### (4) 財市場の均衡条件

$t$ 期に生産された生産物は、消費されるか、投資されるか、政府支出で購入されるかのいずれかに用いられる。よって、財市場の均衡条件は下式になる。

$$y_t = c_t + i_t + g_t \quad (9)$$

この右辺について、政府支出はすべて公共投資に支出されると仮定しているので、

$$g_t = i_{gt} \quad (12)$$

であり、政府支出は全て税によって調達されている。したがって、

$$g_t = \tau_t \quad (13)$$

が成立する。

#### (5) 外生ショック

本研究のモデルでは政府支出ショックと社会資本減耗率ショックが存在することを想定する。この2つのショックは下式のような1階の自己回帰過程(AR(1))に従うものとする。パラメータに付いているハットは定常状態からの剥離を意味する。

$$\hat{g}_t = \rho_g \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_{gt} \quad (10)$$

$$\hat{\delta}_{gt} = \rho_{\delta_g} \hat{\delta}_{gt-1} + \varepsilon_{\delta_{gt}} \quad (11)$$

ここで、 $0 < \rho_x < 1$ とし、 $\varepsilon_{xt} : i.i.d.$ の確率変数とする。これらのモデルは非線形系なので、そのままでは分析が難しいため、定常周りで対数線形近似して分析を行う。定常状態からの変化率を以下のように定義する。

$$\hat{x}_t = \frac{x_t - x}{x}$$

手法としては、そのまま対数をとって1次のテイラー展開をしていく。式(3)、(4)、(6)、(7)、(8)、(9)、(10)、(11)でモデルが構成されるが、簡略化のために $i_t, y_t, r_t^k$ を代入により削除する。以上より得られるモデル体系を対数線形近似したものを表-1に整理する。

表-1 対数線形近似したモデル式

$E_t \hat{c}_{t+1} = \hat{c}_t + \frac{\beta r^k}{\theta} ((\alpha - 1) \hat{k}_{t+1} + v \hat{k}_{gt+1})$
$E_t \hat{k}_{t+1} = (1 - \delta_p) \hat{k}_t + \frac{\delta_p y}{i} (\alpha \hat{k}_t + v \hat{k}_{gt} - \frac{c}{y} \hat{c}_t - \hat{g}_t)$
$E_t \hat{k}_{gt+1} = (1 - \delta_g) \hat{k}_{gt} - \delta_g \hat{\delta}_{gt} + \frac{y}{k_g} \hat{g}_t$
$\hat{g}_t = \rho_g \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_{gt}$
$\hat{\delta}_{gt} = \rho_{\delta_g} \hat{\delta}_{gt-1} + \varepsilon_{\delta_{gt}}$

#### 4. DSGE モデルの解法

DSGE モデルの誘導系を求めていく。得られる誘導系は、状態空間モデルと呼ばれるシステムで表現される。表-1 で示されているモデルをまずは以下のように行列表記にする。

$$A E_t \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} + C \varepsilon_t \quad (19)$$

A, B, C は各パラメータの係数行列, x は状態変数のベクトル, y はジャンプ変数のベクトルである。こうして表記されたモデルを状態空間モデルは下式になる。

$$x_{t+1} = \alpha_1 x_t + \alpha_2 \varepsilon_t \quad (20)$$

$$y_t = \beta_1 x_t + \beta_2 \varepsilon_t \quad (21)$$

式(19)を式(20), 式(21)の表現にするために、固有値分解法を用いる。固有値分解法とはいくつかのアルゴリズムの総称なのだが、その中のBlanchard-kahn(1980)のアルゴリズムを用いる。このアルゴリズムでは、 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  を求める。

#### 5. カリブレーション

ここでは、ディープパラメータのカリブレーションを行っていく。ディープパラメータとは、家計の効用関数や企業の生産関数など経済のより深いところにあつて、経済政策や想定する社会資本ストックの毀損等の確率的なショックによる影響から独立しているパラメータのことである。本研究においては、ディープパラメータを既存研究から値をベンチマークとして用いる方法と、MCMC 法によるベイズ推定の方法と 2 種類ある。分析結果に大きな影響を与えるものについて MCMC 法を用いる。

##### (1) 既存研究からのカリブレーション

本研究では、江口(2011)<sup>1)</sup>を参照してディープパラメータに値を入れていく(表-2参照)。

表-2 ディープパラメータへのカリブレーション

$\beta$	$\theta$	$\alpha$	$v$	$\delta_p$	$\delta_g$
0.996	1.5	0.33	0.25	0.06	0.04

次に変数の定常状態値を計算する。まず、政府支出の対 GDP 比をと設定する。

$$\frac{g}{y} = 0.2 \quad (12)$$

式(3)より,

$$r^k = \frac{1}{\beta} - 1 + \delta_p \quad (13)$$

式(4), (6)より,

$$\frac{k}{y} = \frac{\alpha}{r^k} \quad (14)$$

式(7)より,

$$\frac{i}{y} = \delta_p \frac{k}{y} \quad (15)$$

式(9)より,

$$\frac{c}{y} = 1 - \frac{i}{y} - \frac{g}{y} \quad (16)$$

式(8)より,

$$\frac{k_g}{y} = \frac{1}{\delta_p} * \frac{g}{y} \quad (17)$$

以上の式を用いることで定常状態が求まる。

##### (2) MCMC法によるベイズ推定

本研究では分析結果に大きな影響を与えるパラメータとして、 $\rho_g, \rho_{\delta_g}$  の 2 つを MCMC 法によるベイズ推定を行っていく。MCMC 法のサンプリング手法としてメトロポリス・ヘイスティング(Metropolis-hasting, 以下 MH)アルゴリズムを用いる。MH 法では提案分布と呼ばれる確率分布を利用してサンプリングを行う。サンプリング回数は 50 万回としてそのうち最初の 25 万回をバーイン期間として破棄する。本研究のモデルの観測変数は消費である。状態変数は民間資本, GDP, 社会資本, 政府支出, 社会資本減耗率ショックである。推定に用いるデータは国民経済計算の季節調整済み民間消費を用いることとした。使用するデータ区間は 1994 年の第一四半期から 2013 年の第 4 四半期までの 80 期間である。DSGE モデルは定常状態からの剥離でモデル化されているため、消費のデータの対数をと、Hodrick-Prescott フィルタを適用して、それを定常状態からの剥離とみなす。Hodrick-Prescott フィルタのスムージングパラメータは四半期用の 1600 を使用する。推定結果を表-4 に示す。

表-4 推定結果

パラメータ	値	90%信用区間
政府支出ショックの持続性 $\rho_g$	0.2842	[0.0315-0.4758]
社会資本減耗率ショックの持続性 $\rho_{\delta_g}$	0.7529	[0.3590-0.9199]

## 6. 分析結果

### (1) シナリオ設定

本研究では、社会資本の老朽化による予期されないストックの毀損をシナリオとして想定する。具体的には、社会資本ストックの減耗率が上がるようなショックを外生変化として与える。更に、それに応じて老朽化対策による公共投資の増加などを想定した、政府支出の予定されない増加を、同じく外生ショックとして与える。この政府支出の増加パターンを社会資本の老朽化による損失に対して大きい場合から小さい場合まで3つのシナリオで与える。政府支出が大きい場合(シナリオ1)とは社会資本の毀損に対して過剰な額の公共投資政策を意味し、小さい場合(シナリオ3)とは逆に過小な額の公共投資政策を意味する。政府支出の反応パターンに応じて、国民経済の動学経路がどのように影響されるのかを分析する。

この2つのショックの値の与え方を説明していく。各ショックに与えた値は表-5にまとめる。各シナリオについて社会資本減耗ショックを1%増加させる。それに対応して、政府支出の増額については1%増加、0.5%増加、0.1%増加の3パターンとする。各ショックは1期に与えることとする。

グラフの見方について、変化率0つまり経済がショックの影響を受けていない状態が定常状態である。各変数について、ショックが起きた際に受けた影響の最大値と、ショック後に定常状態へ戻った期について表-6にまとめる。

表-5 ショックの値(%)

	社会資本減耗 ショック	政府支出
シナリオ1	1	1
シナリオ2	1	0.5
シナリオ3	1	0.1

表-6 ショック後の各変数の変化率(%)と定常状態へ戻る期間(期)

	シナリオ1	シナリオ2	シナリオ3
消費	-0.56257 145期	-0.26246 111期	-0.02237 35期
民間資本	-0.32268 147期	-0.14681 114期	-0.01347 20期
GDP	-0.07032 111期	-0.04352 79期	-0.02184 34期
社会資本	0.184779 106期	0.062296 81期	-0.10145 70期

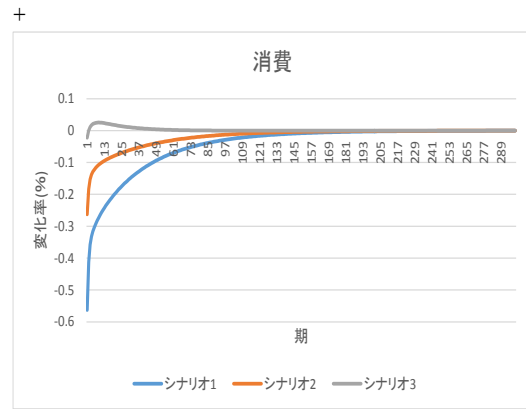


図-1 消費の動学経路

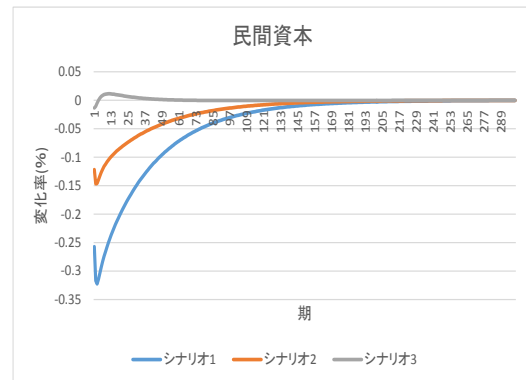


図-2 民間資本の動学経路

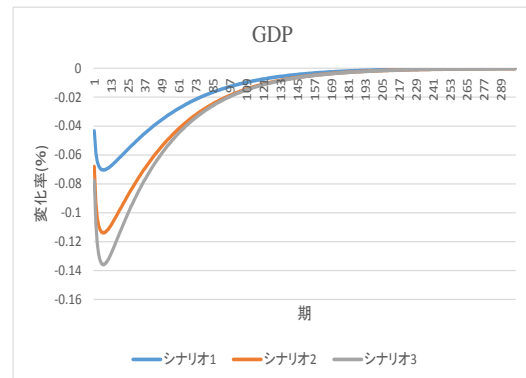


図-3 GDPの動学経路

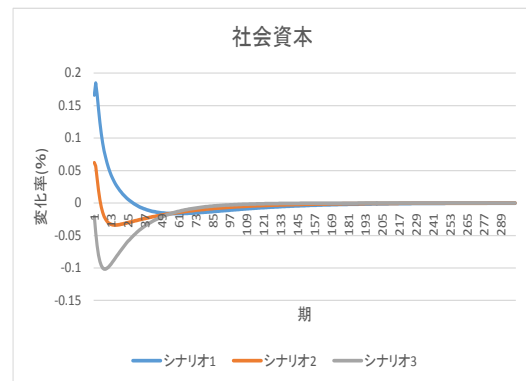


図-4 社会資本の動学経路



## (2) 結果と考察

消費経路は、外生ショックによる影響を受けて、おおむね負の方向に反応する(図-1)。これは社会資本ストックが減少することによって、家計の税によって賄われている政府支出が増加し、家計の主体的な支出が減るためと考えられる。ただし、シナリオ 3 においてショック直後に正の方向している。これは、政府支出による社会資本の蓄積を通じて正の資産効果が生じるため、この効果が増税と社会資本の想定外な毀損による負の資産効果を上回ったためと考えられる。

民間資本については、外生ショックに対して、民間資本ストックの経路は負の方向に反応している。外生ショックが生じた次の期にも、民間資本ストックの減少は続き、その後、緩やかに定常状態へ戻っていくという動学経路を示している。民間資本ストックが定常状態に戻るまでの期間は、おおむね消費フローの場合と同様である。しかし、その変化率は消費の場合の半分程度であり、動学経路の変化は緩やかである。また、消費と同様にシナリオ 3 において正の方向に反応しているが、これも財政支出増による社会資本の蓄積効果が生じているためである。

次に GDP について着目すると、全シナリオとも負の方向に反応している。特徴的なのは、ショックが生じた期以降も減少を続け、その後定常状態へ戻っているという傾向である。しかし、いずれのシナリオにおいても GDP の変化率は小さく、ショックによる影響の規模は個別のフロー変数よりも小さいと考えられる。

本分析のシナリオでは社会資本の減耗率を外生的に上昇させているが、同時に、財政支出増による手当ても外生シナリオとして考慮している。その結果として、社会資本ストックの動学経路に着目すると、正方向への反応が見られ、老朽化による社会資本ストックの減少以上に、社会資本投資の効果が顕れたと考えられる。

## 7. 結論

本研究では、DSGEモデルの中に社会資本を組み込み、その減耗率を確率的なショックとすることで、老朽化による劣化進行リスクが高まり想定外の社会資本ストックの毀損を仮定した。また、そのショックが起きることによって、家計の消費、民間資本、GDP、社会資本の4つの変数の定常状態からの変化率を分析した。その結果、社会資本減耗ショックがあった際に、4つの変数が負の方向に反応することを表現できた。また、過剰な社会資本への政府支出の増加は、社会資本ストックの増加につながり他の3つの変数には負の反応の増大を、小さい政府支出は社会資本ストックの減少を招き他の3つの変数の府の反応の減少を招くことを表現できた。

## 参考文献

- 1) 江口允崇：動学的一般均衡モデルによる財政政策の分析，三菱経済研究所，2011
- 2) 北岡孝義，高橋青天，溜川健一，矢野順治：EViews で学ぶ実証分析の方法，日本評論社，2013
- 3) 加藤涼：現代マクロ経済学講義，東洋経済新報社，2006
- 4) 加藤裕人，宮城俊彦：DSGE モデルによる公共投資の効果分析とモデルの事変パラメータ推定，土木計画学研究・論文集，Vol.68，No.5，pp.121-130，2012
- 5) 小池淳司，漆谷敏和，樋野誠一：流動性の罫を考慮した DSGE モデルによる公共事業の効果に関する分析，土木計画学研究・論文集，Vol.68，No.4，pp.113-119，2012