

# 不確実性を考慮した社会基盤政策への 最適支出に関する基礎的研究

鈴木 勇氣<sup>1</sup>・石倉 智樹<sup>2</sup>・小根山 裕之<sup>3</sup>

<sup>1</sup>非会員 首都大学東京大学院 都市環境科学研究科 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)  
E-mail:suzuki-yuuki@ed.tmu.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 首都大学東京都市環境学部 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)  
E-mail: iskr@tmu.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 首都大学東京都市環境学部 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)  
E-mail:oneyama@tmu.ac.jp

我が国では、高度経済成長期に蓄積された多くのインフラストックが老朽化しており、今後の維持管理費・更新費用が増大することが予想されている。限られた公共予算内でストックを維持していくためには、戦略的な維持管理政策が必要である。維持管理に関する工学的技術は進歩しているものの、劣化の予測や最適な維持管理を完全に実施することは容易ではない。さらに、予期せぬインフラの劣化、維持管理の失敗など不確実性が生じうることも否定できない。そこで本研究では、インフラストック状態の維持管理による制御に加え、不確実性を考慮したインフラマネジメントモデルを構築する。その結果、最適な維持管理政策は技術力や不確実性によるストック減耗の発生確率によって異なり、状況に応じた柔軟な政策の重要性を示す。

**Key Words :** *asset management, maintenance policy, uncertainty, DSGE model, numerical simulation*

## 1. はじめに

我が国では、高度経済成長期に建造された多くのインフラストックの老朽化が進んでいる。これら老朽化したインフラの破損事故が実際に発生したことで、インフラ維持管理や更新の重要性が近年見直されている。今後、維持管理費・更新費用が増大すると予想されており、限られた公共予算内でストックを維持していくためには、効率的な維持管理政策が必要である。構造物の長寿命化や劣化予測技術など、インフラ劣化を制御するためのアセットマネジメント技術が蓄積されている。しかし、劣化の予測や最適な維持管理を完全に実施することは容易ではなく、予期せぬインフラの毀損、劣化状態の誤認、維持管理の失敗などが生じうることも否定できない。たとえば、構造物の目視点検の失敗などのヒューマンエラーや技術職員の不足、維持管理工事の瑕疵は、インフラ状態の劣化をより進展させることとなる。

以上を踏まえ、本研究ではインフラストック状態の維持管理による制御に加え、確率的ストック変化ショックを考慮した、インフラマネジメントモデルを構築する。さらに、計算負荷を軽減するための効率的な近似解法を導入した手法を提案する。

## 2. 既存研究と本研究の位置付け

これまでに、公的資本への投資と経済成長の関係について多くの研究がされている。Barro(1990)<sup>1)</sup>は、動学モデルを用いることによって、公共資本は経済成長に多大な影響をもたらすことを示している。Futagami, et al.(1993)<sup>2)</sup>は、インフラの蓄積を考慮したモデルを構築したが、ストックの劣化は考慮されていない。インフラストックの劣化を考慮した研究としては、Rioja(2003)<sup>3)</sup>のモデルがある。Rioja(2003)<sup>3)</sup>のモデルは、インフラストックの維持管理を明示しており、政府の維持管理支出によってインフラストックの劣化を制御している。しかし、このモデルでは維持管理と新規投資の支出配分については扱っていない。これに対し、桑島、織田(2005)<sup>4)</sup>は、民間資本ストックとインフラストックの差別化、維持管理の明示、ストック劣化の制御を考慮したモデルを構築したが、工学技術と経済成長率といった観点は議論していない。

石倉(2010)<sup>5)</sup>は、維持管理と新規投資の差別化に加え、維持管理によるインフラストックの劣化・減失を明示的に考慮したマネジメントモデルを構築した。さらに、数値シミュレーションに適した離散型のモデル展開によって、任意の経済状況に対して定量的な最適政策や影響分

析をおこなった。しかし、石倉(2010)<sup>5)</sup>は不確実性によって生じるインフラストックの減耗は扱っていない。

このように、インフラ管理技術を考慮したモデルは発展しているものの、不確定要因による劣化を考慮したモデルは少ない。数学的には、ストックの状態変数の増加や、不確実性を扱うことで、動的最適化問題の厳密な求解が著しく困難になることが知られている。本研究では、離散的な数値シミュレーションに適した近似解法を用い、不確実性を考慮したインフラ管理モデルの構築と数値分析をおこなう。

### 3. モデルの構造

#### (1) 経済システム

##### a) 概要

本研究では、インフラ維持管理とメンテナンスの不確実性を考慮した確率的動学的一般均衡モデルを構築する。本モデルではインフラ政策に焦点をおくため、民間資本ストックや労働の投入は捨象し、インフラストックを投入要素として生産が行われることとする。生産から得られる所得は、動学的効用最大化が達成されるように維持管理費・インフラ新規投資・消費に配分される。効用は消費に応じて得られ、生産者と消費者は同一であると考えられる。次期インフラストックは、今期インフラストック・維持管理費・新規投資・メンテナンスの不確実性によって決定する。図-1にモデルの枠組みを示す。

##### b) 代表的消費者の行動

代表的消費者は、各期の所得制約の下で、無限視野における効用を最大化するように消費流列を決定する。瞬時効用関数として、マクロ経済学で頻繁に使用される相対的危険回避 (CRRA) 型を用いる。

$$U_t = \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \quad (1)$$

ここで、 $U_t$ : 効用、 $C_t$ : 消費、 $\beta$ : 割引率、 $\sigma$ : 異時点間弾力性の逆数を表す。ただし、スクリプト  $t$  は時点を表すものであり、以下も同様である。

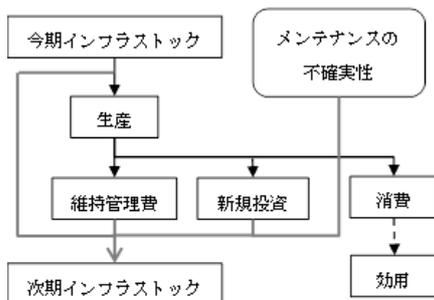


図-1 アセットマネジメントモデル

##### c) 生産

生産関数はインフラストックのみを投入要素とした関数である。

$$Y_t = AG_t^\theta \quad (2)$$

ここで、 $Y$ : 生産、 $A$ : 生産係数、 $\theta$ : 生産パラメータ、 $G$ : インフラストックをそれぞれ表す。代表的消費者と生産者が同一であると仮定しているため、式(2)によって獲得した所得は維持管理費・インフラ新規投資・消費に配分される。

$$M_t + J_t + C_t \leq Y_t \quad (3)$$

ここで、 $M$ : 維持管理費、 $J$ : 新規投資である。

式(3)は不等号によって結ばれているが、本モデルでは効用最大化問題を扱うため、生産は余すことなく各要素に分配される。

##### d) メンテナンスの不確実性

構造物の目視点検の失敗や、維持管理工事の瑕疵など、各現場で発生していると考えられるインフラのメンテナンス計画の失敗は、インフラストックの劣化を早期進行させると考えられる。ヒューマンエラー等によるメンテナンス不備を予測することは困難だが、マクロな視点で見れば確率的な事象として発生していると考えられる。そこで本モデルでは、メンテナンスの失敗を、インフラストックの早期劣化が確率的に生じる事象であると見なす。早期劣化発生確率を  $p$ 、インフラストック存続割合を  $\varepsilon$  とおき、早期劣化の不確実性を以下の様に定義する。

$$\text{probability } 1-p: \varepsilon_t = 1 \quad (4)$$

$$\text{probability } p: \varepsilon_t = \kappa$$

早期劣化が発生しない場合、 $\varepsilon_t = 1$  でありインフラストックは計画通りに劣化進行する。早期劣化が発生する場合、たとえば  $\kappa = 0.8$  のとき、インフラストックの劣化が 20% 早期化する。メンテナンス不確実性の発生確率  $p$  はモニタリング技術等の発達によって値は変化すると考えられるが、本モデルではこれを技術水準によって与えられる外生値と見なし、 $p$  の値は常に一定であることとする。

##### e) インフラストックの蓄積過程

次期インフラストックは、各期のインフラ新規投資により蓄積される。各期におけるインフラの劣化・減失は、維持管理費への配分と、メンテナンスの不確実性によって決定する。

$$G_{t+1} = \varepsilon_t \delta(M_t, G_t) G_t + J_t \quad (5)$$

$\delta(M_t, G_t)$  はインフラストックの劣化・減耗の関数を表す。メンテナンス不確実性は減耗関数の係数とし、減耗済みのストックからさらに既存ストックを割り引く。減耗関数は維持管理費とインフラストックの関数であり、下記の形で仮定した。

$$\delta(M_t, G_t) = \left( \frac{M_t}{G_t} \right)^\gamma \quad (6)$$

$\gamma$  は維持管理技術力である。式(6)は、維持管理費が少ないと減耗率は高くなり、多くのインフラストックを維持するには維持管理費への配分を多くする必要があることを示している。維持管理技術力とは、維持管理費のインフラストック弾力性を操作する維持管理の効率性パラメータである。維持管理技術力の値が小さいほど、少額の維持管理費で多くのインフラストックを維持できる。

## (2) 最適政策と成長経路

以上で構築したモデルについて、最適解の条件を導出する。式(2)で示したように、生産はインフラストックを投入要素とするため、生涯を通して、インフラストックを高い水準に維持しつつ、高い効用を得るために3つの要素に生産を適切に分配する必要がある。つまり、各期における維持管理費・インフラ新規投資・消費の最適配分比率を決定する問題に帰着する。この問題の最適経路の条件は、下記に定義される確率的動的最適化問題を解くことによって得られる。

$$\max_{C_0, C_1, \dots} U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \quad (7)$$

st

式(2), (3), (4), (5), (6)

ラグランジュの未定乗数法を用い、最適化問題を解く。式(7)よりラグランジュ関数を次式のように定義する。

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda_t \left[ \varepsilon_t M_t^\gamma G_t^{1-\gamma} + Y_t - C_t - M_t - G_{t+1} \right] \quad (8)$$

$\lambda$  はラグランジュ未定定数である。1階の条件より、以下の条件が得られる。

$$\lambda_t (\gamma \varepsilon_t M_t^{\gamma-1} G_t^{1-\gamma} - 1) = 0 \quad (9)$$

$$\beta^t C_t^{-\sigma} - \lambda_t = 0 \quad (10)$$

$$-\lambda_t + \lambda_{t+1} \left[ (1-\gamma) \varepsilon_{t+1} M_{t+1}^\gamma G_{t+1}^{-\gamma} + \theta A G_{t+1}^{\theta-1} \right] = 0 \quad (11)$$

式(9)より、

$$M_t^* = \left( \frac{1}{\varepsilon_t \gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} G_t \quad (12)$$

の関係式が直ちに導出される。式(12)は各期における最適な維持管理費用の条件を意味する。

式(9), (10)より、消費、維持管理費の最適成長経路は以下の条件で表される。

$$\left[ \frac{C_{t+1}}{C_t} \right]^{-\sigma} \beta \left[ (1-\gamma) \varepsilon_{t+1} M_{t+1}^\gamma G_{t+1}^{-\gamma} + \theta A G_{t+1}^{\theta-1} \right] - 1 = 0 \quad (13)$$

式(13)はオイラー方程式であり、この方程式の解が最適政策となる。ただし式(12)より、最適な維持管理費はメンテナンス不確実性とインフラストックから導出可能である。式(13)は解析的に解くことが不可能であるため、数値計算によって近似解を導出する。

## 3. 数値シミュレーション

### (1) 数値解法

本研究で扱うような確率的動学モデルは解析的に解くことが困難であることが知られている。よって本研究では、モデルの解を得る際に数値計算による解法を用いる。最適解へのアプローチは、Chebyshev Collocationと呼ばれる手法<sup>9)</sup>によって、オイラー方程式の解を近似することによって行う。この手法は解を簡単な多項式結合によって近似するため、Value Function Iteration法などと比べると、状態変数の増加による計算時間の肥大化を緩和できる。今後、モデルを発展させるうえで状態変数を増やすことを考慮し、この手法を用いることにする。

### (2) 条件設定

モデル条件となるパラメータ設定は、割引因子については一般的なマクロ経済モデルで用いられるものと近い値を設定した。ほかの値は仮想的な経済システムを想定した。基本ケースでは、不確実性によるストック減耗の発生確率は50%とし、発生した場合の減耗は通常時より20%割増すると仮定した。各パラメータの設定値を表1にまとめる。

### (3) 数値シミュレーション

#### a) 基本ケース

まず表-1に示す基本ケースのパラメータを用い、モデルの挙動を簡単に述べる。基本ケースにおいて、最適政策を実施した場合の各変数の動学経路を図-2に示す。

図-2において、メンテナンス不確実性  $\varepsilon$  が0.8のときストックの減耗ショックが生じることを示している。本モデルでは、インフラストックの蓄積が進むと高い所得を獲得できるため、消費や新規投資の水準が上昇する。各変数は期の経過に伴い定常状態に収束しようとするが、確率的なストック減耗ショックに反応して細かに変動していることがわかる。これは、減耗ショックが発生した場合は消費への配分比率を減らし、維持管理費や新規投資への支出を増やすことでインフラストックの水準を維持しようとするリスク回避挙動であると考えられる。

(3) 動学経路の比較分析

メンテナンスの不確実性を考慮したモデルの有用性を検証するために、数値シミュレーションによる比較分析を行う。比較対象として、不確実なストック減耗のリスクを考慮しない計画を想定し、各計画の動学経路と効用を比べる。リスクを考慮しない計画は、式(7)の確率変数を消去することで定義される動学的最適化問題( $\varepsilon$ が常に1をとる)を解くことによって得ることができる。シミュレーションの条件は、各パラメータは両計画で同様の値を設定し、メンテナンスの不確実性によるストック減耗ショックは各計画で同様に発生することとした。

各計画のインフラストック・消費・維持管理費の動学経路を図-3に示す。図-3において、実線は、確率的ストック変化ショックを組み込んだモデルの挙動である。破線は、不確実性を考慮しないモデルによって導出した計画の挙動である。図-3は、不確実性を考慮したモデルは、考慮しないモデルよりも高いインフラストックと消費水準を保ち、より高い効用を実現できることを示している。本研究で構築したモデルを使うことで、インフラ状態の不確実性も加味しつつ、各期のインフラストック状態に応じて最適な維持管理計画を導出できるという結果が得られた。

表-1 基本ケースのパラメータ設定値

	パラメータ	値
生産係数	$A$	1.2
割引率	$\beta$	0.95
異時点間弾力性の逆数	$\sigma$	1.1
生産パラメータ	$\theta$	0.88
維持管理技術力	$\gamma$	0.15
不確実性による ストック減耗発生確率	$p$	0.5
インフラストック存続割合	$\kappa$	0.8
インフラストック範囲	$G$	80~600
初期インフラストック	$G_{min}$	100

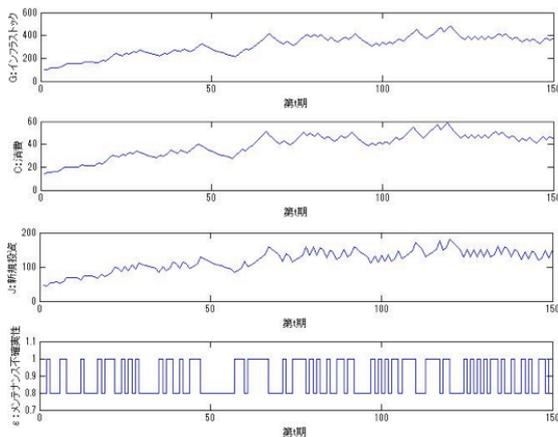


図-2 基本ケースの動学経路

(4) 最適政策と簡便な維持管理ルールによる政策の比較

現実の政策において、動的な視点から維持管理支出が計画されることは稀であり、財政予算など当期フローのみに依存した意思決定がなされることが考えられる。そこで、例として維持管理費を対GDP比で運用する政策を想定し、最適政策との差を分析する。

シミュレーションの条件は、不確実性を考慮したモデルから得られた解を政策として用い、パラメータは基本ケースの値とする。次に、最適政策と簡便な維持管理の2つのルールについて説明する。最適な維持管理政策は式(7)の確率的動学的最適化問題の解を政策として用いる。一方、維持管理費を一定比率で支出する政策は、式(7)で定義される最適化問題において、式(12)で示される最適な維持管理支出ルールに従わず、次の式

$$M_t = rat \cdot Y_t \tag{14}$$

に従って維持管理費用を支出する。式(14)において、生産である  $Y_t$  をGDPとみなし、 $rat$  は維持管理費の対GDP支出比率とする。維持管理費を対GDP比5~25%で一定比率支出する政策において、それぞれ数値シミュレーションを行い、生涯効用を算出した。

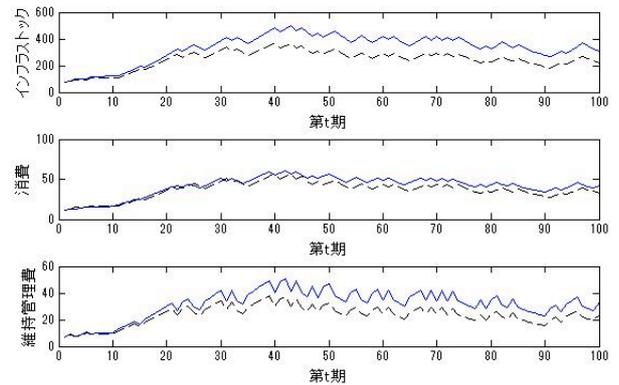


図-3 動学経路の比較

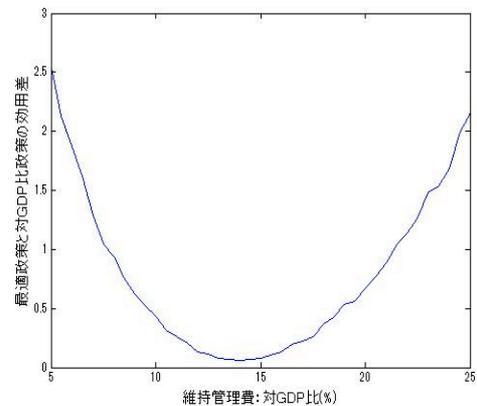


図-4 最適政策と簡便政策の効用差

式(12)で示される最適な維持管理費を支出する政策と、式(14)で示される維持管理費を一定比率で支出する政策の生涯効用差を図4に示す。図4において、横軸は各シナリオを表している。たとえば、グラフの横軸が5である箇所に着目すると、縦軸が2.5である。つまり、維持管理費を対GDP比5%で毎期支出する政策は、最適な維持管理政策と比べると生涯効用を2.5ロスしていることになる。また図4より、いかなる比率で維持管理費を割り当てたとしても、最適な政策よりも効用が低くなるという結果が得られた。したがって、対GDP比で維持管理費を割り当てるような、簡便な維持管理ルールは非効率的であり、最適な維持管理計画に従うことが重要であることがわかる。

### 3. 結論

本研究では、インフラ管理技術と、不確定要因の蓄積による確率的なインフラストックの減耗を考慮したモデルを構築した。構築した離散型モデルを展開することで任意の状態変数で数値シミュレーションが可能な形に変形し、Chebyshev Collocation 法によってモデルの最適解を導出した。数値シミュレーションでは、早期劣化等のリスクを考慮したインフラ管理政策は、リスクを考慮しない計画よりも高いインフラストック水準を達成できることを確認した。また、最適政策と簡便な維持管理ルールを比較することで簡便な維持管理ルールの非効率性を示した。最適な維持管理費は技術力や不確定要因によるストック減耗の発生確率によって異なるため、状況に応じた柔軟な政策が必要であると考えられる。

なお本研究のモデルでは、不確実性が及ぼす各変数への影響を明瞭化するために、不確実性によるストック減耗を2パターンのみ扱った。ストックの減耗パターンを増やすことで、ヒューマンエラー等によるストックの早期劣化だけでなく、例えば災害による多大なストック損失をシナリオとして組み込むことができると考えられる。また、状態変数を増やすことでモデルの精緻化を図ることも今後の研究課題としたい。

### 参考文献

- 1) Barro, R. : Government spending in a simple model of endogenous growth. *Journal of Political Economy* 98, pp.S103-S125, 1990
- 2) Futagami, K., Morita, Y. and Shibata, A.: Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital, *Scandinavian Journal of Economics*, vol.95 (4), pp.607-625, 1993.
- 3) Rioja, F. :Filling potholes' macroeconomic effects of maintenance versus new investment in public infrastructure. *Journal of Public Economics* 87, pp.2281-2304., 2003
- 4) 桑島氏直, 織田澤利守: インフラの競合性と減耗の経済成長経路に与える影響分析, 土木計画学研究・講演集 vol. 32, CD-ROM, 2005.
- 5) 石倉智樹: インフラ維持管理技術の変化によるマクロ経済的影響に関する基礎的モデル分析, 土木計画学研究・論文集, vol.27, pp.33-40, 2010
- 6) Burkhard Heer and Alfred Maußner: *Dynamic General Equilibrium Modelling*, Springer, 2005.

(?)