

労働者の早着インセンティブを考慮した 出発時刻・駐車位置選択モデル

高山 雄貴¹・桑原 雅夫²

¹正会員 東北大学助教 大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)
E-mail: takayama@civil.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)
E-mail: kuwahara@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究では、“通勤ラッシュ・駐車場混雑の回避,” “上司より早く出勤する”といった労働者の早着インセンティブを考慮した出発時刻・駐車位置選択モデルを構築する。そして、労働者の属性毎に異なる早着インセンティブが、非効率な出発時刻・駐車位置分布を生み出す原因となることを明らかにする。さらに、本研究では、交通渋滞・駐車場混雑により生じる社会的費用を改善するための方策として、動的な混雑料金と駐車場料金の導入を考え、その効果を検証する。その結果、両者を同時に導入すれば社会的最適状態が達成される一方で、駐車場料金のみ導入は、交通渋滞を悪化させるだけでなく、社会的費用をも増加させる可能性があることが明らかにされる。

Key Words : bottleneck congestion, morning bias, parking congestion, parking fee, road toll

1. はじめに

数多くの研究・観測で確認されているように、労働者には、始業時刻より早く出勤する、様々な種類のインセンティブが働く。“通勤ラッシュの回避”はその代表例であり、大都市では労働者の出勤時刻を早める最大の理由の一つである。その他にも、“便利な (e.g., 職場近くの) 駐車位置の確保”, “上司より早く出勤する¹⁾”, “仕事の効率化”といったものも存在する。最近注目されている“朝残業”も、労働者の早着インセンティブを高める方策である。

これらの早着インセンティブの高さは、その種類毎、年齢・階級などの労働者の属性毎に大きく異なる。例えば、高齢の労働者は、若年労働者より長距離の徒歩移動に苦痛を感じると考えられるため、“便利な駐車位置を確保”するための早着インセンティブが高いと考えられる。その一方で、若年労働者は、高齢労働者と比べると階級が低くなる傾向があるため、“上司より早く出勤する”ための努力をするであろう。このような、種類毎、属性毎に異なる早着インセンティブは、次に示すような循環的な相互作用により、雪だるま式に高まると考えられる: 「若年労働者の早朝出勤は、若年層による便利な駐車位置の占有をもたらすことから、高齢労働者の出勤時刻を早める。そして、この高齢 (i.e., 階級の比較的高い) 労働者のより早い時刻の出勤は、若年

労働者の早着インセンティブを更に高くする。」

この事実は、複数種類の早着インセンティブを有する異質な労働者の存在がピーク時の交通状態 (e.g., 交通需要の時間分布) や交通渋滞緩和策の効果に重大な影響を与え得ることを示している。しかし、“複数種類の早着インセンティブ”を有する“異質な労働者”を同時に考慮した研究は、これまで全く存在しない。なお、複数種類の早着インセンティブのみに着目した研究は、これまで幾つか蓄積されている。Arnott et al.²⁾ は、標準的な出発時刻選択モデル³⁾ に駐車場混雑を導入した枠組みにより、“通勤ラッシュの回避”と“便利な駐車位置の確保”といった複数種類の早着インセンティブを表現している。同様の枠組みは、Zhang et al.⁴⁾, Qian et al.⁵⁾, Yang et al.⁶⁾ などでも提案されている。しかし、前述のように、これらの研究では労働者は全て均質であると仮定されている。

そこで、本研究では、Arnott et al.²⁾ を拡張し、複数種類の早着インセンティブを有する異質な労働者を考慮した出発時刻選択モデルを構築する。この枠組みにより、通勤ラッシュ時の交通渋滞、駐車場混雑による職場への徒歩移動コスト、以降で「上司コスト」と呼ぶ“上司より早く出勤しなければならない”などの出勤時刻が遅くなることにより生じるコストが表現される。そして、異質な労働者間の循環的な相互作用により実現する均衡状態や社会的最適状態の特性を明らかにする。その結果、均衡状態では、「徒歩移動コストの高い労働者であっても駐車位置が職場から遠くなってしまう

¹ “早朝出勤は上司からの評価を上げるために重要”という傾向は、日本だけでなく、海外でも確認されている (Yam et al.¹⁾)。

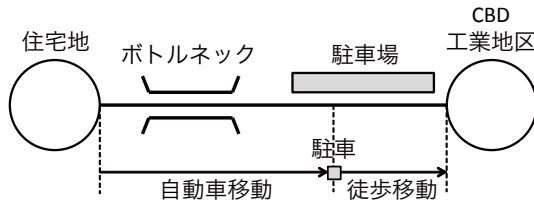


図-1 モデルの空間構造

う」「上司コストの高い労働者であっても、出勤時刻が他の労働者より遅くなってしまう」といった、非効率な駐車位置分布、出発時刻分布が実現し得ることが示される。

本研究では、さらに、社会的最適状態を達成するための方策の効果を検証する。具体的には、駐車場料金、動的な混雑料金が、労働者の出勤時刻分布、駐車位置分布に与える影響を明らかにする。その結果、駐車場料金の導入は、社会的最適状態と同一の出勤時刻・駐車位置分布を実現させるものの、それ単独では交通渋滞や社会厚生を悪化させる可能性があることが示される。また、社会的最適状態の達成のためには、混雑料金・駐車場料金を同時に導入する必要があることも明らかにされる。

本稿の構成は以下の通りである。まず2章では、複数種類の早着インセンティブを有する異質な労働者を考慮した、出発時刻選択モデルを構築する。そして、その均衡状態、社会的最適状態の特性を、第3,4章で、順に明らかにする。さらに、第5章において、社会的最適状態を達成するための方策とその効果を示す。最後に、第6章で本稿のまとめを述べる。

2. 複数種類の早着インセンティブを考慮した出発時刻選択モデル

(1) モデルの設定

異質な労働者が住宅地から CBD（または工業地区）へ通勤する状況を考える（図 1）。ここでは、労働者は I 種類存在すると仮定し、各種類の労働者数は N_i とする。以降では、便宜上、種類 $i \in \mathcal{I} \equiv \{1, \dots, I\}$ の労働者を“労働者 i ”と呼ぶ。

住宅地と CBD を結ぶ道路には、容量 μ のボトルネックが存在する。このボトルネックのサービスは、first-in-first-out (FIFO) 原則を満足し、待ち行列は Vickrey³⁾, Arnott et al.⁷⁾ と同様の point queue モデルにより表現できると仮定する。労働者は、このボトルネックを通過した後、CBD 直前にある駐車場に車を停めて徒歩で通勤する。この駐車場は、道路沿いに連続して存在しており、単位距離当たりの駐車可能台数は一定値 d とする。単位距離の徒歩移動にかかる時間を w とすると、

駐車位置から CBD までの距離が l である場合、各労働者の徒歩による所要時間は wl と表される。以上の設定の下では、住宅地から CBD までの所要時間は、ボトルネックでの待ち時間、自動車の移動時間、徒歩の移動時間の和となる。ただし、自動車の移動時間は、労働者の出発時刻に依存しない静的なコストであり、かつ以降の結果に本質的な影響を与えないため、ここでは無視する。

単位時間あたりの徒歩移動コストは、年齢等に依存すると考えられるため、労働者 $i \in \mathcal{I}$ 毎に異なり、 λ_i で与えられると仮定する。それゆえ、駐車位置が l の労働者 i の徒歩移動コストは、 $\lambda_i wl$ で与えられる。また、全ての労働者の勤務開始時刻は同一であり、 t^* とする。そして、ボトルネックを t に通過し、駐車位置が l となる労働者のスケジュールコストは、CBD 到着時刻 $t + wl$ と勤務開始時刻 t^* との時間差の線形関数 $s(t + wl - t^*)$ で与える：

$$s(x) = \begin{cases} -\beta x & \text{if } x \leq 0, \\ \gamma x & \text{if } x \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

さらに、本稿では、労働者はより遅い時刻に到着すると、“morning bias” (Yam et al.¹⁾) による上司からの低評価、コミュニケーション不足による上司/部下との関係の希薄化、作業効率の低下、などのコストが生じると仮定する。これらの効果を、本稿では、“上司コスト”と呼ぶ。この上司コストは、労働者の役職等により異なり、労働者 i が時刻 $t + wl$ に CBD に到着する場合、 $\kappa_i \times (t + wl - t^*)$ で表される²。

以上の設定のもとでは、ボトルネックを時刻 t に通過し、CBD から距離 l だけ離れた駐車場を利用する労働者 i の一般化通勤費用 $c_i(t, l)$ は、渋滞待ち時間費用 $q(t)$ 、徒歩移動時間費用 $\lambda_i wl$ 、スケジュールコスト $s(t + wl - t^*)$ 、上司コスト $\kappa_i(t + wl - t^*)$ の和で与えられる：

$$c_i(t, l) = q(t) + \lambda_i wl + s(t + wl - t^*) + \kappa_i(t + wl - t^*) \\ = \begin{cases} q(t) + \{\beta - \kappa_i\}(t^* - t) + \{\lambda_i - \beta + \kappa_i\}wl & \text{if } t + wl \leq t^*, \\ q(t) + \{\gamma + \kappa_i\}(t - t^*) + \{\lambda_i + \gamma + \kappa_i\}wl & \text{if } t + wl \geq t^*. \end{cases} \quad (2)$$

ここで、本研究では、渋滞待ち時間一単位と費用一単位が一致するように、費用の単位を基準化する。

本稿では、均衡状態の存在の保証、非現実的な状況設定の排除のために、次の仮定を導入する。

² 例えば、労働者の役職が高い場合、上司の数が少なく κ_i が小さい値をとり、低い役職であれば κ_i が大きい値を取ると考えることができる。

仮定 1 パラメータ $\beta, \gamma, \mu, d, \kappa_i, w$ は以下の条件を満たす。

- (a) $\beta - \kappa_i < 1$ for all $i \in \mathcal{I}$
- (b) $\beta - \kappa_i < \lambda_i$ for all $i \in \mathcal{I}$
- (c) $\beta - \kappa_i > \{\lambda_i - \beta + \kappa_i\}w\mu/d$ for all $i \in \mathcal{I}$
- (d) $w/d < 1/\mu$

最初の仮定 (a) は、標準的なボトルネックモデルに関する研究 (e.g., Arnott et al.⁸⁾) でも示されている、均衡状態が FIFO 原則を満足するための条件である。この条件は、渋滞待ち時間一単位当たりの費用 (i.e., 1) が、単位時間早着することによるスケジュールコストと上司コストの増分 ($\beta - \kappa_i$) より大きくなることを要求している。そして、この条件が満足されない場合、ボトルネックにおいて車の追い抜きを許さない限り、均衡状態は存在しない。

2 番目の仮定 (b) は、労働者の駐車位置選択に関する条件である。通勤費用 $c_i(t, l)$ が (2) で表現できることから、早着する (i.e., $t + wl \leq t^*$) 労働者は、 $(\lambda_i - \beta + \kappa_i)$ が正であれば CBD に近い駐車場、負であれば CBD から遠い駐車場を選択することがわかる。ただし、 $(\lambda_i - \beta + \kappa_i)$ が負である状況は、単位時間の徒歩移動コストよりスケジュールコストの方が負担が大きいことを意味している³。この状況は、現実的とは言いがたく、かつ Arnott et al.²⁾ の実証分析結果とも整合していない。したがって、本研究では、 $\beta - \kappa_i < \lambda_i$ を満たすと仮定する。

この仮定 ($\beta - \kappa_i < \lambda_i$) の下では、労働者は常に駐車位置を可能な限り CBD に近づける。そのため、ボトルネックを通過した順に、CBD 近くから駐車場が埋まる。これは、ボトルネック通過時刻 t の労働者が選択する駐車位置 $l(t)$ が、次の t の関数で与えられることを意味する：

$$l(t) = \frac{N(t)}{d}. \quad (3)$$

ここで、 $N(t)$ は時刻 t の累積ボトルネック通過者数であり、時刻 t にボトルネックを通過する労働者 i の人数 $n_i(t)$ を用いると、次のように表される：

$$N(t) = \sum_{i \in \mathcal{I}} \int_{-\infty}^t n_i(s) ds. \quad (4)$$

この関係を利用すると、通勤費用 (2) は、 t のみの条件

で表すことができる：

$$c_i(t) = \begin{cases} q(t) + \{\beta - \kappa_i\}(t^* - t) \\ \quad + \{\lambda_i - \beta + \kappa_i\} \frac{wN(t)}{d} & \text{if } t + wl \leq t^*, \\ q(t) + \{\gamma + \kappa_i\}(t - t^*) \\ \quad + \{\lambda_i + \gamma + \kappa_i\} \frac{wN(t)}{d} & \text{if } t + wl \geq t^*. \end{cases} \quad (5)$$

仮定 (c) について議論するために、通勤費用が (5) で与えられるときの、労働者のボトルネック通過時刻選択に注目する。通勤費用の時間変化 $\dot{c}_i(t) = dc_i(t)/dt$ は、以下で与えられる：

$$\dot{c}_i(t) = \begin{cases} \dot{q}(t) + \{\lambda_i - \beta + \kappa_i\} \frac{w \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t)}{d} - \{\beta - \kappa_i\} & \text{if } t + wl \leq t^*, \\ \dot{q}(t) + \{\lambda_i + \gamma + \kappa_i\} \frac{w \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t)}{d} + \{\gamma + \kappa_i\} & \text{if } t + wl \geq t^*. \end{cases} \quad (6)$$

この関係から、 $\{\lambda_i - \beta + \kappa_i\}w \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t)/d - \{\beta - \kappa_i\}$ が正になる場合、(渋滞が発生する直前の時刻などの) $\dot{q}(t) = 0$ となる時間帯が存在すると、労働者は、スケジュールコストの値に依らず、誰よりも早い時刻に出勤するインセンティブを持つことがわかる。これは徒歩コストが非常に高く、CBD 付近の駐車位置の確保が何よりも優先されるためである。このような状況設定は、本研究の分析対象とは異なり、かつ非現実的である。したがって、任意の t に対して $\{\lambda_i - \beta + \kappa_i\}w \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t)/d - \{\beta - \kappa_i\} < 0$ となることを保証するために、仮定 (c) を導入する。

最後の仮定 (d) は、駐車場容量が非現実的なほど小さい状況を排除するために導入する。本モデルにおいて、労働者がボトルネックを通過する時間帯 (渋滞継続時間) は、必ず N/μ 以上の長さになる。一方、労働者の徒歩移動時間の最大値は wN/d で与えられる。したがって、駐車場容量 d が非常に小さい場合、この最大徒歩移動時間が渋滞継続時間よりも長いという、非現実的な状況が生じる可能性がある。そこで、このような状況が起こらない (i.e., $wN/d < N/\mu$) ことを保証するために、仮定 (d) を導入する。

(2) 均衡条件

労働者 $i \in \mathcal{I}$ は、(5) で表される通勤費用 $c_i(t)$ を最小化するボトルネック通過時刻 t を選択する。通勤交通の均衡状態は、任意の $i \in \mathcal{I}, t \in \mathbb{R}$ に対して、次の条件が同時に成立する状態である：

$$\begin{cases} c_i(t) = c_i^* & \text{if } n_i(t) > 0, \\ c_i(t) \geq c_i^* & \text{if } n_i(t) = 0, \end{cases} \quad (7a)$$

³ この状況下では、労働者は自動車を駐車してから直ぐ会社に向かうのではなく、始業時刻直前まで (会社付近を) 歩き回った方が効率的になる。

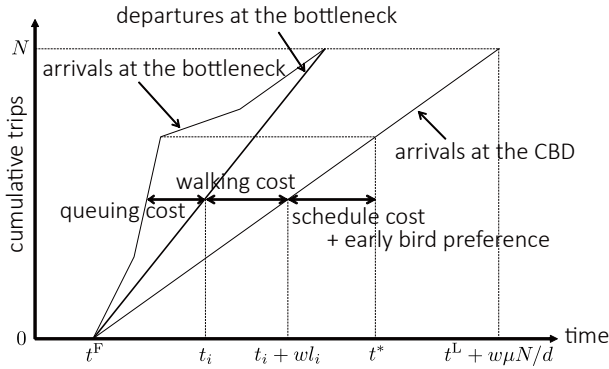


図-2 均衡状態の累積図

$$\begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t) = \mu & \text{if } q(t) > 0, \\ \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t) \leq \mu & \text{if } q(t) = 0, \end{cases} \quad (7b)$$

$$\int n_i(t) dt = N_i. \quad (7c)$$

ここで、 $n_i(t)$ はボトルネック通過時刻が t の労働者 i の人数である。

均衡条件 (7a) は、労働者のボトルネック通過時刻選択の無裁定条件を表す。すなわち、この条件は、均衡状態では、どの労働者も自らのボトルネック通過時刻を変更するインセンティブを持たないことを意味している。条件 (7b) は、ボトルネックの容量制約である。この条件は、時刻 t においてボトルネックに渋滞が発生している場合、その時刻のボトルネック流出率は容量 μ に等しく、渋滞が発生していない時刻の流出率は μ 以下であることを示している。条件 (7c) は、労働者の人口保存則である。

3. 均衡状態の特性

次に、勤務開始時刻が固定的な場合の均衡状態の特性を示そう。均衡条件 (7) より、均衡状態 $n^*(t)$ の台 (support) $\text{supp}\{n^*(t)\} \equiv \{t \in \mathbb{R} \mid n^*(t) > 0\}$ に関する次の補題が得られる：

補題 1 均衡条件 (7) を満たす均衡状態 $n^*(t)$ の台は次の性質を有する：

$$\text{supp}\{n^*(t)\} \in \{[t^F, t^L] \subset \mathbb{R} \mid \mu(t^L - t^F) = N\}. \quad (8)$$

証明 付録 I 参照。

この補題は、均衡状態 $n^*(t)$ において、ボトルネックを通過する労働者が存在する (i.e., $n^*(t) > 0$ となる) 時間帯は凸集合であり、かつその時間帯には常に渋滞待ち行列が存在することを意味している (図 2)。

補題 1 より、均衡状態において労働者が最初にボトルネックを通過する時刻を t^F とすると、 $N(t) = \mu(t - t^F)$

となる。そのため、ボトルネックを t_i に通過する労働者 $i \in \mathcal{I}$ の均衡通勤費用 $c_i^*(t_i)$ は、次のように表される：

$$c_i^*(t_i) = q(t_i) + s(t_i + w\mu(t_i - t^F)/d - t^*) + \frac{\lambda_i w\mu(t_i - t^F)}{d} + \kappa_i \left(t_i + \frac{w\mu(t_i - t^F)}{d} - t^* \right). \quad (9)$$

この結果を利用すると、均衡状態における $n_i^*(t)$ は、 t^F を持ちいた、次の相補性問題の解であることがわかる：

$$\begin{cases} c_i^*(t) = c_i^* & \text{if } n_i^*(t) > 0, \\ c_i^*(t) \geq c_i^* & \text{if } n_i^*(t) = 0, \end{cases} \quad (10a)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i^*(t) = \mu & \text{if } q(t) > 0, \\ \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i^*(t) \leq \mu & \text{if } q(t) = 0, \end{cases} \quad (10b)$$

$$\int n_i^*(t) dt = N_i. \quad (10c)$$

この性質から、次の補題が得られる。

補題 2 均衡状態 $\{n_i^*(t)\}$ は、次の最適化問題の Karush–Kuhn–Tucker (KKT) 条件を満たす $\{n_i(t)\}$ と一致する。

$$\min_{\{n_i(t)\}} C(\{n_i(t)\}) \quad (11a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in \mathcal{I}} n_i(t) \leq \mu, \quad \int n_i(t) dt = N_i, \quad n_i(t) \geq 0. \quad (11b)$$

ここで、目的関数 $C(\{n_i(t)\})$ は、以下で与えられる：

$$C(\{n_i(t)\}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} \int \hat{c}_i(t) n_i(t) dt, \quad (11c)$$

$$\hat{c}_i(t) = s(t + w\mu(t - t^F)/d - t^*) + \frac{\lambda_i w\mu(t - t^F)}{d} + \kappa_i \left(t + \frac{w\mu(t - t^F)}{d} - t^* \right). \quad (11d)$$

証明 最適化問題 (11) の KKT 条件と均衡条件 (10) が一致することから、補題 2 が得られる。

この補題は、均衡状態が総スケジュールコスト、総徒歩コスト、総上司コストの和を最小化する状態と与えられることを示している。

さらに、労働者 $i, j \in \mathcal{I}$ の均衡条件から与えられる次の関係

$$c_i^*(t_i) \leq c_i^*(t_j), \quad (12a)$$

$$c_j^*(t_j) \leq c_j^*(t_i), \quad (12b)$$

を用いると、次の命題が得られる。

命題 1 均衡状態において、 t_i, t_j にボトルネックを通過する労働者 $i, j \in \mathcal{I}$ を考える。 $t_i < t_j$ とすると、労働者 j が早着 (i.e., $t_j + (w\mu/d)(t_j - t^F) \leq t^*$) または

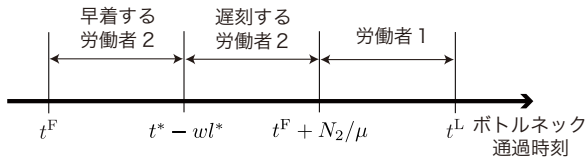


図-3 均衡状態のボトルネック通過時刻分布

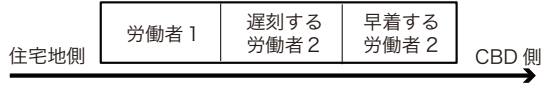


図-4 均衡状態の駐車位置分布

労働者 i が遅刻 (i.e., $t_i + (w\mu/d)(t_i - t^F) \geq t^*$) する場合、次の関係が成立する:

$$\{f_j - f_i\}(t_j - t_i) \leq 0. \quad (13)$$

ここで、 f_i は徒歩コストと上司コストの到着時刻に関する限界費用であり、以下で与えられる:

$$f_i = \lambda_i \frac{w\mu}{d} + \kappa_i \left\{1 + \frac{w\mu}{d}\right\}. \quad (14)$$

この命題は、 f_i が大きい、すなわち、限界的な徒歩コストと上司コストが大きい労働者ほど、早く勤務地に到着することを示している。したがって、均衡状態では、ある労働者の徒歩コスト λ_i が高くても、上司コスト κ_i が非常に低ければ、駐車位置が勤務地から遠くになってしまう。同様に、上司コストが高い労働者であっても、徒歩コストが非常に低いと、出勤時刻が遅くなってしまうことがわかる。なお、この f_i の定義 (14) は、 λ_i より κ_i の方が係数が大きくなっている。これは、徒歩コストより、上司コストの方が均衡状態における出勤時刻 ($t + w\mu$) 分布に与える影響が大きいことを示唆している。

この命題 1 で得られた結果を簡単な例で確認しよう。ここでは、労働者が 2 種類 ($l \in \{1, 2\}$)、 $f_1 < f_2$ 、かつ労働者 2 集団のみに早着と遅刻する労働者が混在する場合を考える。このとき、ボトルネック通過時刻は、 $f_1 < f_2$ より、労働者 2 の方が早くなる。さらに、ボトルネック通過順に駐車位置を選択できることから、労働者 2 の方が CBD 付近に駐車することも分かる。この結果を模式的に表すと、図 3, 4 が得られる。

ここで、 $\hat{c}_i(t)$ が次のように表されることに注目しよう:

$$\hat{c}_i(t) = \begin{cases} (\kappa_i - \beta)(t - t^*) + (\lambda_i - \beta + \kappa_i) \frac{w\mu(t - t^F)}{d} & \text{if } t + w\mu(t - t^F)/d - t^* \leq 0, \\ (\kappa_i + \gamma)(t - t^*) + (\lambda_i + \gamma + \kappa_i) \frac{w\mu(t - t^F)}{d} & \text{if } t + w\mu(t - t^F)/d - t^* \geq 0. \end{cases} \quad (15)$$

この関係は、駐車場容量 d を増加させると、 $\hat{c}_i(t)$ が必ず減少することを示している。したがって、駐車場容量 d の増強は、総スケジュールコスト、総徒歩コスト、総上司コストの和を減少させることがわかる。ただし、ここで注意が必要なのは、(1) 節において具体的に示されるように、総渋滞待ち時間コストは、 d の増加とともに、増加してしまう可能性がある点である。これは、駐車場容量増強が労働者の早着インセンティブを弱め、交通需要の時間的集中を生じさせるためである。

4. 社会的最適状態の特性

社会的最適状態は総一般化通勤費用 $TC(\{n_i(t, l)\})$ を最小化する状態 $\{n_i^o(t, l)\}$ であると定義する。すなわち、次の問題の解が社会的最適状態である:

$$\min_{\{n_i(t, l)\}} TC(\{n_i(t, l)\}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} \int \int c_i(t, l) n_i(t, l) dt dl \quad (16a)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i \in \mathcal{I}} \int n_i(t, l) dl \leq \mu, \quad \sum_{i \in \mathcal{I}} \int n_i(t, l) dt \leq d, \\ \int \int n_i(t, l) dt dl = N_i, \quad n_i(t, l) \geq 0. \quad (16b)$$

社会的最適状態では、渋滞が完全に解消されることを考慮すると、総一般化通勤費用 $TC(\{n_i(t, l)\})$ は、以下で表すことができる:

$$TC(\{n_i(t, l)\}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} \int \int \hat{c}_i(t, l) n_i(t, l) dt dl, \quad (17a)$$

$$\hat{c}_i(t, l) = \lambda_i w\mu + s(t + w\mu - t^*) + \kappa_i(t + w\mu - t^*). \quad (17b)$$

最適化問題の一階条件より、各制約条件のラグランジュ乗数を $\eta_1(t)$, $\eta_2(l)$, η_3 とすると、社会的最適状態 $\{n_i^o(t, l)\}$ が次の条件を満たすことがわかる:

$$\begin{cases} c_i^o(t, l) = \eta_3 & \text{if } n_i^o(t, l) > 0, \\ c_i^o(t, l) \geq \eta_3 & \text{if } n_i^o(t, l) = 0, \end{cases} \quad (18a)$$

$$c_i^o(t, l) = \lambda_i w\mu + s(t + w\mu - t^*) + \kappa_i(t + w\mu - t^*) + \eta_1(t) + \eta_2(l). \quad (18b)$$

社会的最適状態における、労働者 $i, j \in \mathcal{I}$ のボトルネック通過時刻を t_i^o, t_j^o 、駐車位置を l_i^o, l_j^o と表すと、この条件から次の関係が得られる:

$$c_i^o(t_i^o, l_i^o) \leq c_i^o(t_j^o, l_j^o), \quad (19a)$$

$$c_j^o(t_j^o, l_j^o) \leq c_j^o(t_i^o, l_i^o). \quad (19b)$$

この関係を利用すると、社会的最適状態の特徴に関する次の命題が得られる。

命題 2 社会的最適状態において、 t_i, t_j にボトルネックを通過する労働者 $i, j \in \mathcal{I}$ を考える。このとき、次

の関係が成立する:

$$\text{if } t_{\max}^{ij} \leq t^* \text{ or } t_{\min}^{ij} \geq t^*,$$

$$(\kappa_i - \kappa_j)(t_i - t_j) \leq 0, \quad (20a)$$

$$\{(\lambda_i + \kappa_i) - (\lambda_j + \kappa_j)\}(l_i - l_j) \leq 0. \quad (20b)$$

ここで, $t_{\max}^{ij}, t_{\min}^{ij}$ は以下で与えられる:

$$t_{\max}^{ij} = \max\{t_i, t_j\} + w \max\{l_i, l_j\}, \quad (20c)$$

$$t_{\min}^{ij} = \min\{t_i, t_j\} + w \min\{l_i, l_j\}. \quad (20d)$$

$t_{\max}^{ij}$ は, ボトルネック通過時刻が t_i または t_j , 駐車位置が l_i または l_j となる労働者の CBD 到着時刻のうち, 最も遅い時刻を表している. 同様に, $t_{\min}^{ab}$ は最も早い CBD 到着時刻を表している.

(20a) は, κ_i が大きい, すなわち上司コストが大きい労働者ほど, 早く自宅を出発することを示している. また, (20b) は, $\kappa_i + \lambda_i$ が大きい労働者ほど, CBD に近い駐車場に車を停めることを意味している. すなわち, 徒歩コストの大きさのみでなく, 上司コストも, 社会的最適状態における駐車位置に影響を与えている. この事実は, 若手社員は上司より必ず早く出社しなければならない, 等の環境がなく, 上司コストが労働者の種類に依存せずほぼ一定値となる場合, 社会的最適状態における駐車位置は徒歩コストに応じて定まることを示唆している. 逆に, 若手社員が早く出社しなければいけない場合, 高齢等の理由で徒歩コストが高い労働者が多く存在する場合であっても, 若手社員が CBD 付近に駐車することが社会的には望ましくなる.

命題 2 では, 上司コスト・徒歩コストが異なる労働者 i, j 間のボトルネック通過時刻, 駐車位置の関係を示した. そこで, 次に, 同一の上司コスト・徒歩コストを有する労働者 i 集団の内部でのボトルネック通過時刻, 駐車位置の関係を考えよう. そのために, 社会的最適状態において, ボトルネック通過時刻が $t_i, \hat{t}_i (> t_i)$, 駐車位置が $l_i, \hat{l}_i$ となる 2 人の労働者 i を考える. このとき, $c_i^o(t_i, l_i), c_i^o(\hat{t}_i, \hat{l}_i)$ は次の関係を満たす:

$$c_i^o(t_i, l_i) \leq c_i^o(t_i, \hat{l}_i), \quad (21a)$$

$$c_i^o(\hat{t}_i, \hat{l}_i) \leq c_i^o(\hat{t}_i, l_i). \quad (21b)$$

全労働者が早着 (または, 遅刻) する労働者 i 集団であり, かつ $\hat{t}_i + w l_i < t^*$ (または, $t_i + w \hat{l}_i > t^*$) が成立する $(t_i, l_i), (\hat{t}_i, \hat{l}_i)$ が存在するならば, (21) は, 以下の形に書き換えられる:

$$c_i^o(t_i, l_i) + c_i^o(\hat{t}_i, \hat{l}_i) = c_i^o(t_i, \hat{l}_i) + c_i^o(\hat{t}_i, l_i). \quad (22)$$

この関係は, 労働者 i 集団内の労働者で駐車位置を入れ替えても, 総一般化通勤費用が変化しないことを意味している. したがって, 全労働者が早着または遅刻する労働者 i 集団内では, 各労働者のボトルネック通

過時刻と駐車位置 (t_i, l_i) は, 必ずしも一意に定まるわけではないことがわかる.

次に, 早着, 遅刻する労働者が混在する労働者 i 集団を考える. このとき, 仮定 1 (d), (21) より, 次の補題が得られる.

補題 3 早着, 遅刻する労働者が混在する労働者 i 集団を考える.

(a) 早着・遅刻する労働者のボトルネック通過時刻, 駐車位置を, 各々, $(t_i^e, l_i^e), (t_i^\ell, l_i^\ell)$ とする. このとき, 次の関係が成立する:

$$t_i^e < t_i^\ell, \quad l_i^e > l_i^\ell. \quad (23)$$

(b) 労働者 i のうち, 早着または遅刻する集団 i^e, i^ℓ を考える. この集団 i^τ ($\tau = e, \ell$) 内の二人の労働者のボトルネック通過時刻と駐車位置を, 各々, $(t_i^\tau, l_i^\tau), (\hat{t}_i^\tau, \hat{l}_i^\tau)$ (ただし, $t_i^\tau < \hat{t}_i^\tau$) とする. このとき,

$$\hat{t}_i^e + w l_i^e < t^*, \quad t_i^\ell + w \hat{l}_i^\ell > t^* \quad (24)$$

を満足する $(t_i^\tau, l_i^\tau), (\hat{t}_i^\tau, \hat{l}_i^\tau)$ が存在するならば, 以下の関係が成立する:

$$c_i^o(t_i^\tau, l_i^\tau) + c_i^o(\hat{t}_i^\tau, \hat{l}_i^\tau) = c_i^o(t_i^\tau, \hat{l}_i^\tau) + c_i^o(\hat{t}_i^\tau, l_i^\tau). \quad (25)$$

証明 付録 II 参照.

以上の結果をまとめると, 次の命題が得られる.

命題 3 社会的最適状態において, 早着または遅刻する労働者が存在する労働者 $i \in \mathcal{I}$ 集団を考える.

(a) 労働者 i 集団が全て早着または遅刻する場合, 各労働者のボトルネック通過時刻と駐車位置 (t_i, l_i) は一意には定まらない.

(b) 労働者 i 集団に早着, 遅刻する労働者が混在する場合, 早着する労働者は遅刻する労働者より早くボトルネックを通過し, かつ CBD より遠い位置に駐車する. ただし, 早着または遅刻する労働者集団内の各労働者のボトルネック通過時刻と駐車位置 (t_i, l_i) は一意には定まらない.

命題 2, 3 で得られた結果を具体例により確認しておこう. ここでは, 労働者が 2 種類 (i.e., $i \in \{1, 2\}$), $\lambda_1 + \kappa_1 > \lambda_2 + \kappa_2$, $\kappa_1 < \kappa_2$, かつ労働者 2 集団のみに早着と遅刻する労働者が混在するケースを考える. このとき, 命題 2 は, 労働者 2 の方が早くボトルネックを通過し, 労働者 1 が CBD 側, 労働者 2 が住宅地側に駐車することを主張している. さらに, 命題 3 より, 労働者 2 集団の早着する労働者は住宅地側, 遅刻する労働者は CBD 側に駐車することもわかる. ただし, これらの集団内の各労働者のボトルネック通過時刻と駐車位置 (t_i, l_i) は一意には定まらない. 以上の結果は, ボ

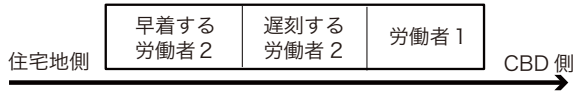


図-5 社会的最適状態の駐車位置分布

トルネック通過時刻分布は図3と一致し、駐車位置分布は図5に示す通りとなることを意味する。

命題2, 3は、均衡状態におけるボトルネック通過時刻・駐車位置分布が、社会的最適状態と必ず異なったものとなることを主張している。したがって、社会的最適状態を達成するためには、何らかの政策を導入する必要がある。そこで、次章では、社会的最適状態を達成するための方策とその効果を検証する。

5. 社会的最適状態への誘導策

本章では、社会的最適状態を達成するための方法を考える。均衡状態と社会的最適状態が一致しない大きな要因の一つに、“ボトルネックを早く通過できた労働者の順に、有利な駐車位置を確保できる”ことがある。そこで、まず最初にボトルネック通過時刻選択と駐車位置選択を独立させるために、駐車場に料金を導入し、その効果を明らかにする。次に、ボトルネック渋滞の発生も総通勤費用を増大させる原因となることから、動的な混雑料金制度の導入効果も分析する⁴。

(1) 駐車場料金の導入

本節では、駐車位置 l に自動車を停めるには料金 $p(l)$ が必要となる状況を考える。ただし、労働者は、ボトルネック通過時刻 t を設定する“以前”に、駐車位置 l を決定できるものと仮定する⁵。すなわち、労働者は、自らの駐車位置を与件として、ボトルネック通過時刻を選択すると考える。このとき、労働者の一般化通勤費用は次のように表される：

$$\begin{aligned} c_i^p(t, l) &= p(l) + c_i(t, l) \\ &= p(l) + q(t) + \lambda_i w l + s(t + w l - t^*) \\ &\quad + \kappa_i(t + w l - t^*). \end{aligned} \quad (26)$$

このときの均衡状態は、次の相補性問題の解で与えられる：

$$\begin{cases} c_i^p(t, l) = c_i^{p*} & \text{if } n_i^p(t, l) > 0, \\ c_i^p(t, l) \geq c_i^{p*} & \text{if } n_i^p(t, l) = 0, \end{cases} \quad (27a)$$

⁴ 動的な混雑料金制度より実現可能性が高いと考えられる、ボトルネック通行権取引制度(赤松ら⁹⁾)であっても、全く同じ効果を得ることができる。

⁵ この状況設定は、駐車位置を予約できることを意味している。ただし、駐車場に到着してから駐車位置を決定する状況設定であっても、定性的には同様の結果が得られる。

$$\begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{I}} \int n_i^p(t, l) dl = \mu & \text{if } q(t) > 0, \\ \sum_{i \in \mathcal{I}} \int n_i^p(t, l) dl \leq \mu & \text{if } q(t) = 0, \end{cases} \quad (27b)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{I}} \int n_i^p(t, l) dt = d & \text{if } p(l) > 0, \\ \sum_{i \in \mathcal{I}} \int n_i^p(t, l) dt \leq d & \text{if } p(l) = 0, \end{cases} \quad (27c)$$

$$\iint n_i^p(t, l) dt dl = N_i. \quad (27d)$$

均衡条件(27a)は、労働者のボトルネック通過時刻・駐車位置選択の無裁定条件を表す。条件(27b), (27c)は、各々、ボトルネック・駐車場の容量制約である。条件(27d)は、労働者の人口保存則である。

この相補性問題(27)は、次の最適化問題と等価であることが容易に確認できる：

補題4 均衡状態 $\{n_i^{p*}(t, l)\}$ は、次の最適化問題のKKT条件を満たす $\{n_i^p(t, l)\}$ と一致する。

$$\min_{\{n_i^p(t, l)\}} C^p(\{n_i^p(t, l)\}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} \iint \hat{c}_i^p(t, l) n_i^p(t, l) dt dl \quad (28a)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in \mathcal{I}} \int n_i^p(t, l) dl \leq \mu, \quad \sum_{i \in \mathcal{I}} \int n_i^p(t, l) dt \leq d, \\ & \iint n_i^p(t, l) dt dl = N_i, \quad n_i^p(t, l) \geq 0. \end{aligned} \quad (28b)$$

ここで、 $\hat{c}_i^p(t, l)$ は、以下で与えられる：

$$\begin{aligned} \hat{c}_i^p(t, l) &= c_i^p(t, l) - p(l) - q(t) \\ &= s(t + w l - t^*) + \lambda_i w l + \kappa_i(t + w l - t^*). \end{aligned} \quad (28c)$$

証明 最適化問題(28)のKKT条件と均衡条件(27)が一致することから、補題4が得られる。

この補題は、均衡状態 $\{n_i^{p*}(t)\}$ が、第3章と同様、総スケジュールコスト・総徒歩コスト・総上司コストの和を最小化する状態となることを示している。ここで注意が必要なのは、駐車料金を徴収する場合、“労働者は駐車位置 l を決定したのちに、その駐車位置を与件として、ボトルネック通過時刻 t を選択する”点である。この事実から、次の関係が成立する：

$$C^p(\{n_i^{p*}(t, l)\}) \leq C(\{n_i^*(t)\}). \quad (29)$$

この結果は、駐車料金を徴収する場合、労働者の総スケジュールコスト・総徒歩コスト・総上司コストの和は、料金を徴収しない場合と比較して、低下することを意味している。

さらに、(17)より、 $C^p(\{n_i(t, l)\}) = TC(\{n_i(t, l)\})$ であるため、等価最適化問題(28)は第4章で分析した総一般化通勤費用最小化問題と完全に一致する。この事実から、次の命題が得られる。

命題 4 社会的最適状態における $\{n_i^o(t, l)\}$ と駐車位置に応じた料金が必要になる場合の均衡状態の $\{n_i^{p*}(t, l)\}$ は一致する。

この命題 4 から、駐車場料金導入下での均衡状態は命題 2, 3 と全く同じ特性を持つことがわかる。ただし、ここで注意が必要なのは、命題 4 は、社会的最適状態における労働者 i の出勤時刻・駐車位置が $\{n_i^{p*}(t, l)\}$ と一致していること“のみ”を意味している点である。すなわち、両者の各労働者の自宅出発時刻は、必ずしも一致しない。実際、本節で議論した状況設定ではボトルネック渋滞が発生する一方で、社会的最適状態では渋滞は発生しない。したがって、駐車場料金の導入のみでは、社会的最適状態を達成することはできない。

さらに、駐車場料金の導入は、一般に、交通渋滞を悪化させると考えられる点にも注意が必要である。なぜならば、駐車場料金の導入は労働者の早着インセンティブを弱め、その結果として交通需要の時間的集中をもたらすためである。さらに、駐車場料金導入に伴う交通渋滞の悪化は、社会的費用（総一般化通勤費用と料金収入の差）を増加させてしてしまう可能性もある。実際、駐車場料金の導入が、交通渋滞の悪化・社会的総費用の増加をもたらす得ることは、(2) 節において具体的に確認される。したがって、駐車場料金には、政府による何らかの規制が必要となると考えられる。

(2) 混雑料金の導入

次に、ボトルネック渋滞を解消するために、動的な混雑料金を導入することを考える。この料金水準 $p_r(t)$ は、均衡状態におけるボトルネック渋滞待ち時間 $q(t)$ と全く同様の水準に設定される。したがって、均衡状態における一般化通勤費用 $c_i^{r*}(t, l)$ は、以下で与えられる：

$$c_i^{r*}(t, l) = p_r(t) + \lambda_i w l + s(t + w l - t^*) + \kappa_i(t + w l - t^*). \quad (30)$$

本節で考えるケースでは、駐車場料金は導入されていないため、ボトルネックを通過した順に、CBD 近くの駐車場が埋まる。すなわち、(3) と同様の関係が成立する。これは、均衡状態におけるボトルネック通過時刻・駐車位置分布、一般化通勤費用 $c_i^{r*}(t, l)$ が t のみの関数 $n_i^{r*}(t)$, $c_i^{r*}(t)$ で与えられることを意味している：

$$c_i^{r*}(t) = p_r(t) + \lambda_i w N(t)/d + s(t + w N(t)/d - t^*) + \kappa_i(t + w N(t)/d - t^*) \quad (31)$$

以上の結果から、直ちに次の命題が得られる：

命題 5 混雑料金の導入により達成される均衡状態におけるボトルネック通過時刻・駐車位置分布 $\{n_i^{r*}(t)\}$ は、混雑料金未導入の均衡条件 (7) を満たす。

この命題は、混雑料金の導入のみでは労働者の駐車位置を効率化することができないことを表している。ただし、混雑料金はボトルネック渋滞を完全に解消する効果を有することから、少なくとも、何も政策を導入しない場合より、総一般化通勤費用は低下する。

(3) 混雑料金と駐車場料金の導入

最後に、動的な混雑料金と駐車場料金を同時に導入することを考える。このとき、均衡状態における一般化通勤費用 $c_i^{pr*}(t, l)$ は、以下で与えられる：

$$c_i^{pr*}(t, l) = p_r(t) + p(l) + \lambda_i w l + s(t + w l - t^*) + \kappa_i(t + w l - t^*). \quad (32)$$

この事実を利用すると、均衡状態における総一般化通勤費用と料金収入の差 SC^{pr} は、

$$\begin{aligned} SC^{pr}(\{n_i(t, l)\}) &= \sum_{i \in \mathcal{I}} \iint c_i^{pr*}(t, l) dt dl \\ &\quad - \sum_{i \in \mathcal{I}} \iint \{p_r(t) + p(l)\} n_i(t, l) dt dl \\ &= TC(\{n_i(t, l)\}). \end{aligned} \quad (33)$$

以上より、次の命題が得られる。

命題 6 駐車場料金・動的な混雑料金の両方の導入により、社会的最適状態が達成される。

6. 具体例によるモデルの特性確認

本章までで得られたモデル特性を具体的に確認するために、ここでは労働者が 2 種類に分類され、かつ遅刻が許されない ($\gamma = \infty$) 状況を考える。また、以降の解析を簡略化するため、次の条件が満たされるケースのみを考える

$$f_1 < f_2, \quad \kappa_1 < \kappa_2, \quad \lambda_1 + \kappa_1 > \lambda_2 + \kappa_2. \quad (34)$$

そして、政策導入前、駐車場料金導入時、駐車場料金と混雑料金導入時の均衡状態の特性を示す。

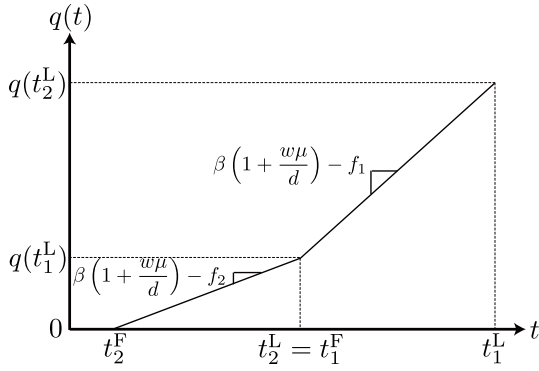
(1) 均衡状態の特性

最初に、政策が何も導入されていない状況下での均衡状態の性質を調べる。労働者 $i \in \{1, 2\}$ の一般化通勤費用は、以下で与えられる：

$$c_i(t) = q(t) + (\kappa_i - \beta)(t - t^*) + (\lambda_i - \beta + \kappa_i) \frac{w\mu(t - t^F)}{d}. \quad (35)$$

また、(34) と命題 1 から、労働者 2 の方が労働者 1 より早くボトルネックを通過することが分かる。

均衡状態の特性を調べるために、各労働者のボトルネック通過時刻を調べる。ここでは、最初・最後に労働者

図-6 均衡状態における $q(t)$

働者 i がボトルネックを通過する時刻を t_i^F, t_i^L と表す。すると、均衡条件と補題 1 より、次の関係が得られる:

$$\mu(t_i^L - t_i^F) = N_i \quad \forall i \in \{1, 2\}, \quad (36a)$$

$$t_1^L = t^* - \frac{w}{d}N, \quad (36b)$$

$$t_2^L = t_1^F. \quad (36c)$$

これらの関係を整理すると、 t_i^F, t_i^L が以下で与えられる:

$$t_2^F = t^* - \left(1 + \frac{w\mu}{d}\right) \frac{N}{\mu}, \quad (37a)$$

$$t_2^L = t_1^F = t^* + \frac{N_1}{\mu} - \left(1 + \frac{w\mu}{d}\right) \frac{N}{\mu}, \quad (37b)$$

$$t_1^L = t^* - \frac{w}{d}N. \quad (37c)$$

得られた t_i^F, t_i^L を利用すると、渋滞待ち時間コスト $q(t)$ が、図 6 の通り得られる。さらに、均衡通勤費用 c_i^* 、総一般化通勤費用 TC^* 、総渋滞待ち時間コスト Q^* は次の通り表される:

$$c_1^* = (\beta - \kappa_1) \left(1 + \frac{w\mu}{d}\right) \frac{N_1}{\mu} + (\beta - \kappa_2) \left(1 + \frac{w\mu}{d}\right) \frac{N_2}{\mu} + (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{w}{d} N_2, \quad (38a)$$

$$c_2^* = (\beta - \kappa_2) \left(1 + \frac{w\mu}{d}\right) \frac{N}{\mu}, \quad (38b)$$

$$TC^* = N_1 c_1^* + N_2 c_2^*, \quad (38c)$$

$$Q^* = \frac{N_1}{2} \left\{ (\beta - \kappa_1) - (\lambda_1 - \beta + \kappa_1) \frac{w\mu}{d} \right\} \frac{N_1}{\mu} + \frac{N + N_1}{2} \left\{ (\beta - \kappa_2) - (\lambda_2 - \beta + \kappa_2) \frac{w\mu}{d} \right\} \frac{N_2}{\mu}. \quad (38d)$$

この結果は、駐車場容量 d の増強が TC^* を減少させる一方で、 Q^* を増加させることを示している。

(2) 駐車場料金の導入

次に、駐車場料金を導入した場合の均衡状態の特性を確認する。(34) の仮定より、本節で扱う状況下では、労働者 1 の方が労働者 2 より遅い時刻にボトルネックを通過し、CBD の近くに駐車する。また、労働者 $i \in \{1, 2\}$

の一般化通勤費用 $c_i^p(t, l)$ は、次のように表される:

$$c_i^p(t, l) = q(t) + p(l) + \lambda_i w l - (\beta - \kappa_i)(t + w l - t^*). \quad (39)$$

労働者が全て早着することから、この費用関数は、駐車位置選択とボトルネック通過時刻に関する項 $P_i(l)$ 、 $D_i(t)$ に分離できる:

$$c_i^p(t, l) = P_i(l) + D_i(t), \quad (40a)$$

$$P_i(l) = p(l) + \{\lambda_i - \beta + \kappa_i\} w l, \quad (40b)$$

$$D_i(t) = q(t) + (\beta - \kappa_i)(t^* - t). \quad (40c)$$

本節でも、均衡状態の特性を調べるために、各労働者のボトルネック通過時刻を調べると均衡条件より、次の関係が得られる:

$$\mu(t_i^L - t_i^F) = N_i \quad \forall i \in \{1, 2\}, \quad (41a)$$

$$t_1^L = t^*, \quad (41b)$$

$$t_2^L = t_1^F. \quad (41c)$$

これらの関係を整理すると、 t_i^F, t_i^L が以下で与えられる:

$$t_2^F = t^* - \frac{N}{\mu}, \quad (42a)$$

$$t_2^L = t_1^F = t^* - \frac{N_1}{\mu}, \quad (42b)$$

$$t_2^L = t^*. \quad (42c)$$

この結果から、 t_i^L における渋滞待ち時間 $q(t_i^L)$ 、駐車場料金 $p(l)$ が図 7, 8 に示すとおりとなる。さらに、均衡通勤費用 c_i^{p*} は以下で与えられる:

$$c_i^* = D_i^{p*} + P_i^{p*}, \quad (43a)$$

$$D_1^* = (\beta - \kappa_1) \frac{N_1}{\mu} + (\beta - \kappa_2) \frac{N_2}{\mu}, \quad (43b)$$

$$D_j^* = (\beta - \kappa_2) \frac{N}{\mu}, \quad (43c)$$

$$P_1^* = (\lambda_1 - \beta + \kappa_1) \frac{w}{d} N_1 + (\lambda_2 - \beta + \kappa_2) \frac{w}{d} N_2, \quad (43d)$$

$$P_2^* = (\lambda_2 - \beta + \kappa_2) \frac{w}{d} N, \quad (43e)$$

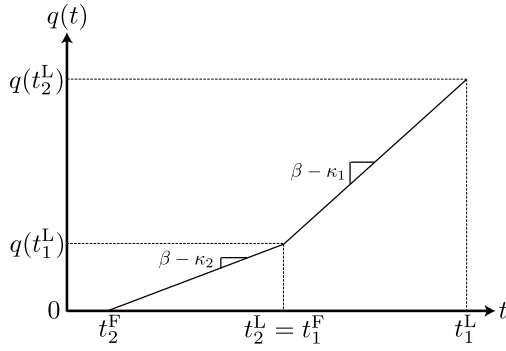
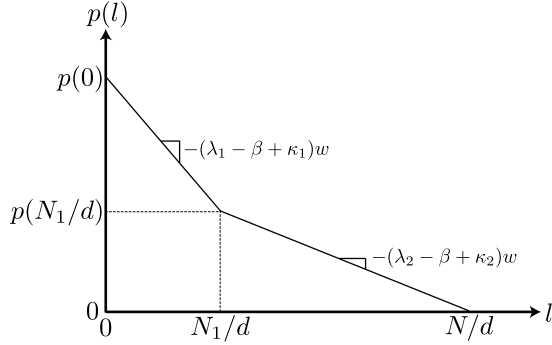
以上より、総一般化通勤費用 TC^p 、総渋滞待ち時間コスト Q^p 、総駐車場料金収入 PP が与えられる:

$$TC^p = c_1^* N_1 + c_2^* N_2, \quad (44a)$$

$$Q^p = (\beta - \kappa_1) \frac{N_1}{2} \frac{N_1}{\mu} + (\beta - \kappa_2) \frac{N + N_1}{2} \frac{N_2}{\mu}, \quad (44b)$$

$$PP = (\lambda_1 - \beta + \kappa_1) \frac{w}{d} \frac{N_1^2}{2} + (\lambda_2 - \beta + \kappa_2) \frac{w}{d} \frac{N_2(N + N_1)}{2}. \quad (44c)$$

ここで、駐車場料金の導入の有無による交通状態の違いを確認しておこう。最初に、総渋滞待ち時間コス

図-7 駐車料金導入下の $q(t)$ 図-8 駐車料金導入下の $p(l)$

ト Q^* , Q^p を比較すると、次の関係が得られる:

$$Q^* - Q^p = -(\lambda_1 - \beta + \kappa_1) \frac{w N_1^2}{d} \frac{1}{2} - (\lambda_2 - \beta + \kappa_2) \frac{w N_2(N + N_1)}{d} \frac{1}{2}. \quad (45)$$

この結果から明らかなように、 $Q^* < Q^p$ であり、駐車場料金の導入が交通渋滞を悪化させていることがわかる。

次に、社会的費用（総一般化通勤費用と料金収入の差）を比較しよう。そのために、 $\Delta SC = TC^* - (TC^p - P^p)$ を導出すると、以下が得られる:

$$\begin{aligned} \Delta SC = & \{3(\beta - \kappa_1) - \lambda_1\} \frac{w N_1^2}{d} \frac{1}{2} \\ & + \{3(\beta - \kappa_2) - \lambda_2\} \frac{w N_2(N + N_1)}{d} \frac{1}{2} \\ & + (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{w}{d} N_1 N_2. \end{aligned} \quad (46)$$

この関係は、 ΔSC の符号は、パラメータの値に応じて正・負の両方になり得ることを示している。これは、駐車場料金の導入は、社会に悪影響を与えてしまう可能性があることを意味している。以上の結果は、混雑料金の導入が困難であるなどの原因で社会的最適状態が達成できないのであれば、駐車場料金に何らかの規制を導入する必要があることを示唆している。

(3) 混雑料金と駐車場料金の導入

最後に、混雑料金と駐車場料金を導入したケースを考える。命題 6 より、本章で扱う例では、労働者 2 の方が早くボトルネックを通過し、CBD より遠い駐車位

置となる。このとき、総一般化通勤費用 TC^{pr*} 、駐車場料金収入 P^{pr} 、混雑料金収入 R^{pr} は、以下で与えられる:

$$TC^{pr*} = TC^p, \quad (47a)$$

$$P^{pr} = P^p, \quad (47b)$$

$$R^{pr} = Q^p. \quad (47c)$$

命題 6 で示されているように、混雑料金と駐車場料金の導入により、社会的最適状態が達成される。したがって、社会的最適状態における社会的総費用 SC^o は、以下で与えられる:

$$SC^o = TC^p - P^p - Q^p. \quad (48)$$

7. おわりに

本研究では、Arnott et al.²⁾ を拡張し、複数種類の早着インセンティブを有する異質な労働者を考慮した出発時刻選択モデルを構築した。そして、その均衡状態や社会的最適状態の特性を明らかにした。その結果、均衡状態では、「徒歩移動コストの高い労働者であっても駐車位置が職場から遠くなってしまふ」「上司コストの高い労働者であっても、出勤時刻が他の労働者より遅くなってしまふ」といった、非効率な駐車位置分布、出発時刻分布が実現することが示された。

さらに、社会的最適状態を達成するための方策として、駐車場料金、動的な混雑料金を考え、それらの効果を検証した。その結果、駐車場料金の導入は、効率的な駐車位置分布を実現させるものの、それ単独では交通渋滞・社会的費用を悪化させる可能性があることが明らかにされた。さらに、社会的最適状態の達成のためには、混雑料金・駐車場料金を同時に導入する必要があることも示された。

付録 I. 補題 1 の証明

補題 1 は、均衡状態において下記の条件が成立することを主張している:

$$n(t) = \mu \quad \forall t \in (t_a, t_b) \text{ and } t_a, t_b \in \text{supp}\{n^*(t)\}. \quad (I.1)$$

これを確認するために、労働者 $i \in \mathcal{I}$ のボトルネック通過時刻を t_i と表し、 $t_a, t_b \in \text{supp}\{n^*(t)\}$, $t_a < t_c < t_b$ かつ $n(t_a) = n(t_b) = \mu$, $n(t_c) < \mu$ (i.e., $q(t_c) = 0$) が成立する均衡状態が存在すると仮定する。このとき、均衡条件より $c_a(t_a) \leq c_a(t_c)$ が成立する。そのため、

$t_c + \frac{wN(t_c)}{d} \leq t^*$ の場合、次の関係が得られる:

$$\begin{aligned} q(t_a) &\leq (\beta - \kappa_a)(t_a - t_c) \\ &\quad + (\lambda_a - \beta + \kappa_a) \frac{w}{d} \{N(t_c) - N(t_a)\} \\ &\leq - \left\{ (\beta - \kappa_a) - (\lambda_a - \beta + \kappa_a) \frac{w\mu}{d} \right\} (t_c - t_a) \\ &< 0 \end{aligned} \quad (\text{I.2})$$

また, $c_b(t_b) \leq c_b(t_c)$ を利用すると, $t_c + \frac{wN(t_c)}{d} \geq t^*$ の場合,

$$\begin{aligned} q(t_b) &\leq (\gamma + \kappa_b)(t_c - t_b) \\ &\quad + (\lambda_b + \gamma + \kappa_b) \frac{w}{d} \{N(t_c) - N(t_b)\} \\ &\leq \left\{ (\gamma + \kappa_b) + (\lambda_b + \gamma + \kappa_b) \frac{w\mu}{d} \right\} (t_c - t_b) \\ &< 0 \end{aligned} \quad (\text{I.3})$$

となる。しかし、これらは均衡条件 (7b) と矛盾するため $t_a < t_c < t_b$ かつ $n(t_a) = n(t_b) = \mu$, $n(t_c) < \mu$ となる状態は、均衡状態にはなり得ない。

さらに、通勤費用 (5) より、任意の時点で $n(t) < \mu$ となる (i.e., 渋滞が発生しない) 状態も、均衡状態にはなり得ない。したがって、補題 1 が得られる。

付録 II. 補題 3 の証明

補題 3 (a), (b) の証明を順に示す。

(a) 条件 (21) より, (t_i^e, l_i^e) , (t_i^ℓ, l_i^ℓ) は次のいずれかの条件を満たすことが容易に確認できる:

$$t_i^e + wl_i^\ell > t^* \quad \text{and} \quad t_i^\ell + wl_i^e < t^*, \quad (\text{II.1})$$

$$t_i^e + wl_i^\ell < t^* \quad \text{and} \quad t_i^\ell + wl_i^e > t^*. \quad (\text{II.2})$$

そこで、まず (II.1) が成立する状況を考える。このとき、条件 (21) を利用すると、次の関係が得られる:

$$t_i^\ell \leq t_i^e. \quad (\text{II.3a})$$

この関係は、早着する労働者の方が、遅い時刻にボトルネックを通過することを意味している。この事実から、明らかに駐車位置 l_i^e, l_i^ℓ が次の関係を満たすことも確認できる:

$$l_i^e \leq l_i^\ell. \quad (\text{II.3b})$$

しかし、仮定 1 (d) より、任意の労働者がこの条件を満たすのは不可能である。したがって、(II.1) を満たす状態は社会的最適状態になり得ないことがわかる。

次に、(II.2) が成立する状況を考えよう。この場合も、先ほどと同様の手順により、次の関係が得られる:

$$t_i^e \leq t_i^\ell, \quad (\text{II.4a})$$

$$l_i^\ell \leq l_i^e. \quad (\text{II.4b})$$

この条件は、仮定 1 (d) の下でも成立することから、社会的最適状態は (II.4) を満たすことがわかる。

(b) 最初に、両者とも早着する 2 人の労働者を考える。労働者のボトルネック通過時刻と駐車位置は、各々、 (t_i, l_i) , $(\hat{t}_i, \hat{l}_i)$ で与えられ、 $t_i < \hat{t}_i$ となると仮定する。このとき、 $\hat{t}_i + wl_i < t^*$ が成立する (t_i, l_i) , $(\hat{t}_i, \hat{l}_i)$ が存在するならば、(21) は、以下の形に書き換えられる:

$$c_i^o(t_i, l_i) + c_i^o(\hat{t}_i, \hat{l}_i) = c_i^o(t_i, \hat{l}_j) + c_i^o(\hat{t}_i, l_j). \quad (\text{II.5})$$

この関係は、早着する労働者 i 集団の中で駐車位置を入れ替えても、総一般化通勤費用が変化しないことを表している。さらに、 $\hat{t}_i + wl_i < t^*$ が成立する (t_i, l_i) , $(\hat{t}_i, \hat{l}_i)$ の存在は否定できないため、早着する労働者 i 集団のボトルネック通過時刻と駐車位置は必ずしも一意に定まらないことがわかる。

参考文献

- 1) Yam, K. C., Fehr, R. and Barnes, C. M.: Morning employees are perceived as better employees: Employees' start times influence supervisor performance ratings, *Journal of Applied Psychology*, Vol. 99, No. 6, pp. 1288–1299, 2014.
- 2) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: A temporal and spatial equilibrium analysis of commuter parking, *Journal of Public Economics*, Vol. 45, No. 3, pp. 301–335, 1991.
- 3) Vickrey, W. S.: Congestion theory and transport investment, *The American Economic Review*, Vol. 59, No. 2, pp. 251–260, 1969.
- 4) Zhang, X., Huang, H. J. and Zhang, H. M.: Integrated daily commuting patterns and optimal road tolls and parking fees in a linear city, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 42, No. 1, pp. 38–56, 2008.
- 5) Qian, Z. S., Xiao, F. E. and Zhang, H. M.: The economics of parking provision for the morning commute, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 45, No. 9, pp. 861–879, 2011.
- 6) Yang, H., Liu, W., Wang, X. and Zhang, X.: On the morning commute problem with bottleneck congestion and parking space constraints, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 58, pp. 106–118, 2013.
- 7) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand, *The American Economic Review*, Vol. 83, No. 1, pp. 161–179, 1993.
- 8) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: Economics of a bottleneck, *Journal of Urban Economics*, Vol. 27, No. 1, pp. 111–130, 1990.
- 9) 赤松隆, 佐藤慎太郎, Long, Nguyen Xuan: 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究, 土木学会論文集 D, Vol. 62, No. 4, pp. 605–620, 2006.

(2015. 7. 31 受付)