

実空間における都市集積分布の空間周波数分析

亀井 元大¹・池田 清宏²・高山 雄貴³

¹ 東北大学大学院工学研究科 土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: kamei@msd.civil.tohoku.ac.jp

² 東北大学教授 東北大学大学院工学研究科 土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: ikeda@civil.tohoku.ac.jp

³ 東北大学助教 東北大学大学院工学研究科 土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: takayama@civil.tohoku.ac.jp

都市人口の空間分布に関する研究として経済地理学の Christaller-Lösch が提唱した正六角形状の人口集積パターンに関する中心地理論がある。この中心地理論は都市の自己組織化を幾何学的考察に基づき説明しているが、ミクロ経済学的根拠が不足していたため、著者らは既往の研究で、一様な立地空間における正六角形状の人口集積パターンの発現を、Forslid-Ottaviano モデルを用いた分岐解析により実証した。だが、実際の都市の分布パターンの特徴を定量的に評価する指標が存在しないことから、中心地理論と実際の都市の空間分布との整合性に関しては定性的な研究しかされておらず、実データの分析が欠如していた。そこで本研究では都市の空間分布を定量的に評価できる、群論的分岐理論に基礎をもつ変換行列を用いた都市の人口分布パターンの空間周波数分析手法を用いることで、南ドイツやアメリカといった実空間における分布パターンの特徴を定量的に捉え、中心地理論で求められるパターンの発現を実証するとともに、本手法の有用性を示す。

Key Words : spatial frequency; group-theoretic bifurcation theory; central place theory; spatial agglomeration pattern;

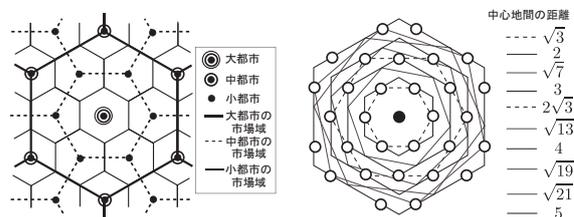
1. はじめに

経済地理学の Christaller の中心地理論によれば、ある財を供給する中心都市と供給される都市は、供給する都市を中心に正六角形の市場域を形成する¹⁾。また、大きさの異なる正六角形市場域が階層性を持ちながら形成される(図-1(a))。Lösch は、Christaller の理論を幾何学的に一般化し、 k system と呼ばれる都市間距離が \sqrt{k} となるような様々な正六角形状の空間分布の重ねあわせによる都市分布を提案した¹⁾(図-1(b))。この様に都市の自己組織化を中心地理論では財やサービスに着目して幾何学的考察に基づき説明しているが、ミクロ経済学的根拠の不足が指摘されている。

Ikeda et al.²⁾ は、周期境界を有する無限平面上ではミクロ経済学的基礎をもつ新経済地理学モデル(Forslid & Ottaviano³⁾) が中心地理論と整合的であることを確認している。一方で、実空間における都市人口の空間分布と中心地理論の整合性は十分に確認されていない。そのため都市の人口分布を定量的に評価する方法が必要である。

そこで本研究では、都市の空間分布を定量的に評価できる、群論的分岐理論を基礎に持つ変換行列²⁾を用いた都市の人口分布パターンの空間周波数分析手法を提案する。これにより都市の空間分布が中心地理論で求められているどのパターンにどの程度一致している

のかを定量的に評価し、分布パターンの特徴を捉えることが可能になる。



(a) クリスタラーの商業域 (b) レッシュの分布

図-1 Christaller-Lösch の理論予測¹⁾

2. 空間周波数分析手法

(1) 変換行列

Ikeda & Murota²⁾ は $n \times n$ メッシュ上の空間経済に対する変換行列 Q の部分行列 $Q^{(k)}$ を定義した。本稿では例として 6×6 メッシュにおける変換行列 Q について示す。

$$Q = (Q^{(1)}, Q^{(3)}, Q^{(4)}, Q^{(9)}, Q^{(12)}, Q^{(36(I))}, Q^{(36(II))}),$$

$$Q^{(k)} = (\mathbf{q}_1^{(k)}, \mathbf{q}_2^{(k)}, \dots), \quad k = 1, 3, 4, 9, 12, 36(I), 36(II)$$

上式において、各ブロック行列 $Q^{(1)}, Q^{(3)}, Q^{(4)}, \dots$ が各々正六角形分布に対応しており、 $\mathbf{q}_1^{(k)}, \mathbf{q}_2^{(k)}, \dots$ は、同じ都市間距離が \sqrt{k} となる人口分布 (k system) を表現

している。また、36(I), 36(II) という様に $k = 36$ が二つに分かれるのは $k = 36$ system が対称性の異なる 2 種類の $\mathbf{q}_i^{(k)}$ により表現されるためである。ここで各 $Q^{(k)}$ は具体的には以下ようになる。

$$\begin{aligned} Q^{(1)} &= \frac{1}{6}(1, \dots, 1)^\top \\ Q^{(3)} &= [\mathbf{q}_1^{(3)}, \mathbf{q}_2^{(3)}] \\ Q^{(4)} &= [\mathbf{q}_1^{(4)}, \mathbf{q}_2^{(4)}, \mathbf{q}_3^{(4)}] \\ Q^{(9)} &= [\mathbf{q}_1^{(9)}, \dots, \mathbf{q}_6^{(9)}] \\ Q^{(12)} &= [\mathbf{q}_1^{(12)}, \dots, \mathbf{q}_6^{(12)}] \\ Q^{(36(I))} &= [\mathbf{q}_1^{(36(I))}, \dots, \mathbf{q}_6^{(36(I))}] \\ Q^{(36(II))} &= [\mathbf{q}_1^{(36(II))}, \dots, \mathbf{q}_{12}^{(36(II))}] \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{q}_i^{(k)}$ の n_1 行 n_2 列に対応する要素は、以下で与えられる。 n_1, n_2 は図-2 の様な座標を表している。

$$\mathbf{q}_i^{(3)} = \begin{cases} \langle \cos(2\pi(n_1 - 2n_2)/3) \rangle & \text{if } i = 1, \\ \langle \sin(2\pi(n_1 - 2n_2)/3) \rangle & \text{if } i = 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{q}_i^{(4)} = \begin{cases} \langle \cos(\pi n_1) \rangle, & \text{if } i = 1, \\ \langle \cos(\pi n_2) \rangle, & \text{if } i = 2, \\ \langle \cos(\pi(n_1 - n_2)) \rangle & \text{if } i = 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{q}_i^{(9)} = \begin{cases} \langle \cos(2\pi n_1/3) \rangle, & \text{if } i = 1, \\ \langle \sin(2\pi n_1/3) \rangle, & \text{if } i = 2, \\ \langle \cos(2\pi(-n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 3, \\ \langle \sin(2\pi(-n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 4, \\ \langle \cos(2\pi(-n_1 + n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 5, \\ \langle \sin(2\pi(-n_1 + n_2)/3) \rangle & \text{if } i = 6. \end{cases}$$

$$\mathbf{q}_i^{(12)} = \begin{cases} \langle \cos(2\pi(n_1 + n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 1, \\ \langle \sin(2\pi(n_1 + n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 2, \\ \langle \cos(2\pi(n_1 - 2n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 3, \\ \langle \sin(2\pi(n_1 - 2n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 4, \\ \langle \cos(2\pi(-2n_1 + n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 5, \\ \langle \sin(2\pi(-2n_1 + n_2)/3) \rangle & \text{if } i = 6. \end{cases}$$

$$\mathbf{q}_i^{(36(I))} = \begin{cases} \langle \cos(\pi n_1/3) \rangle, & \text{if } i = 1, \\ \langle \sin(\pi n_1/3) \rangle, & \text{if } i = 2, \\ \langle \cos(\pi(-n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 3, \\ \langle \sin(\pi(-n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 4, \\ \langle \cos(\pi(-n_1 + n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 5, \\ \langle \sin(\pi(-n_1 + n_2)/3) \rangle & \text{if } i = 6. \end{cases}$$

$$\mathbf{q}_i^{(36(II))} = \begin{cases} \langle \cos(\pi(2n_1 + n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 1, \\ \langle \sin(\pi(2n_1 + n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 2, \\ \langle \cos(\pi(n_1 - 3n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 3, \\ \langle \sin(\pi(n_1 - 3n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 4, \\ \langle \cos(\pi(-3n_1 + 2n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 5, \\ \langle \sin(\pi(-3n_1 + 2n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 6, \\ \langle \cos(\pi(2n_1 - 3n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 7, \\ \langle \sin(\pi(2n_1 - 3n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 8, \\ \langle \cos(\pi(n_1 + 2n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 9, \\ \langle \sin(\pi(n_1 + 2n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 10, \\ \langle \cos(\pi(-3n_1 + 2n_2)/3) \rangle, & \text{if } i = 11, \\ \langle \sin(\pi(-3n_1 + 2n_2)/3) \rangle & \text{if } i = 12. \end{cases}$$

ここで $\langle \dots \rangle$ は括弧内の 2 重フーリエ級数を正規化したベクトルを表す。

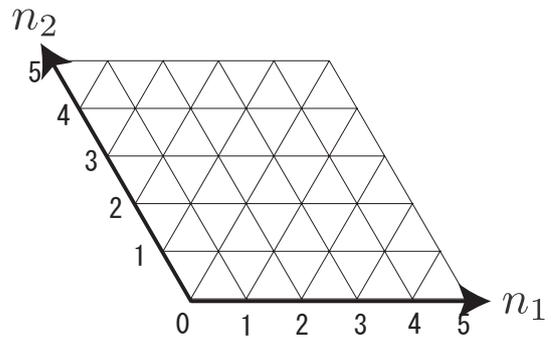


図-2 n_1, n_2 が表す座標

(2) 評価方法

第 (1) 節で示した $\mathbf{q}_i^{(k)}$ と分析対象の人口ベクトル \mathbf{x} との内積 $p_i^{(k)}$ により、分析対象の人口分布がどのような $\mathbf{q}_i^{(k)}$ とどの程度近いのかを定量評価する。ここで、 $\mathbf{q}_1^{(k)}, \mathbf{q}_2^{(k)}, \dots$ は、同じ都市間距離が \sqrt{k} となる人口分布 (k system) を表現している。よって、 k system と分析領域の人口分布パターンとの整合性は、 k system 方向

の射影成分の和 $p_1^{(k)} q_1^{(k)} + p_2^{(k)} q_2^{(k)} + \dots$ のノルムにより評価する。

3. 南ドイツの空間周波数分析

(1) モデル化

Christaller や Lösch が中心地理論を提唱するきっかけとなった南ドイツで空間周波数分析を行う。 $q_i^{(k)}$ は人口の増加・減少の程度を表しているため、 x の各要素を各地点の人口変化率で与える。対象とするのは南ドイツの 1995 年～2012 年までの人口変化率とし、 24×24 メッシュ上に配置する (図-3)。なお赤丸が人口増加する都市、青丸が人口減少する都市を表し、円の面積が増加・減少の大きさを表している。

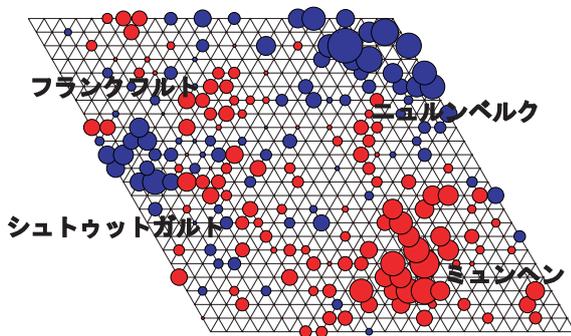


図-3 南ドイツにおける人口変化率分布

(2) 分析結果

周波数分析の結果、図-4に示すような関係が得られた。 $k = 64(I)$, $144(I)$, $192(I)$ に関するノルムがそれぞれ卓越していることが分かる。このノルムが卓越した分布 $\sum_i p_i^{(k)} q_i^{(k)}$ のそれぞれの特徴は以下の様になっている。

(i) $k = 64(I)$

$k = 64(I)$ は図-5に示す分布が発現している。人口減少する都市群が $k = 64$ で分布し、その減少する都市群を囲むように人口増加する都市群が形成されている。これは Ikeda & Murota²⁾ が示した、円周上に都市が形成される、競技場型分布である。

(ii) $k = 144(I)$

$k = 144(I)$ は図-6に示す分布が発現している。人口減少する都市群が $k = 144$ で分布し、その減少する都市群を囲むように人口増加する都市群が形成される競技場型分布である。

(iii) $k = 192(I)$

$k = 192(I)$ は図-7に示す分布が発現している。人口減少する都市群が $k = 192$ で分布している。 $k =$

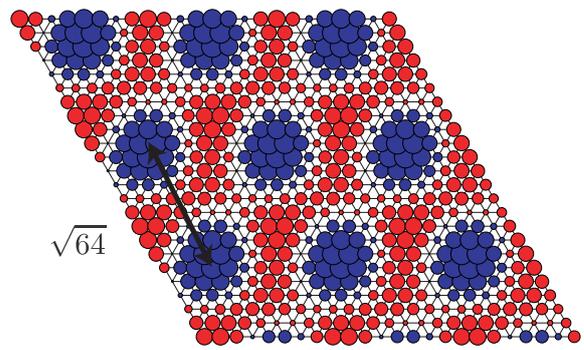


図-5 $k = 64(I)$ の分布

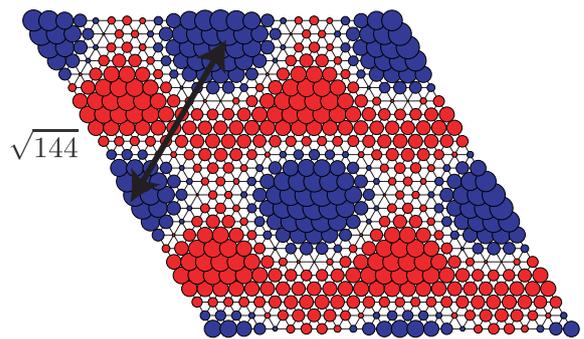


図-6 $k = 144(I)$ の分布

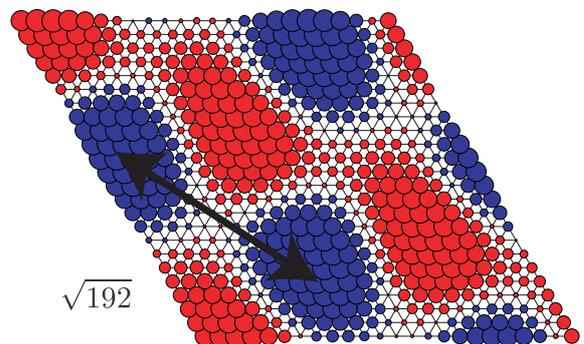


図-7 $k = 192(I)$ の分布

$64(I)$, $144(I)$ と同様にその減少する都市群を囲むように人口増加する都市群が形成される競技場型分布である。

(iv) その他

ノルムが小さい k の分布は六角形とは程遠いものとなった。例として $k = 36(II)$ を示す (図-8)。

(3) 卓越した周波数成分の足し合わせ

第(2)節から得られた三つの分布を足し合わせると、図-9の様になった。図-3と比較すると南ドイツの特徴であるミュンヘンやフランクフルト等の人口集積の様子が再現出来ている。

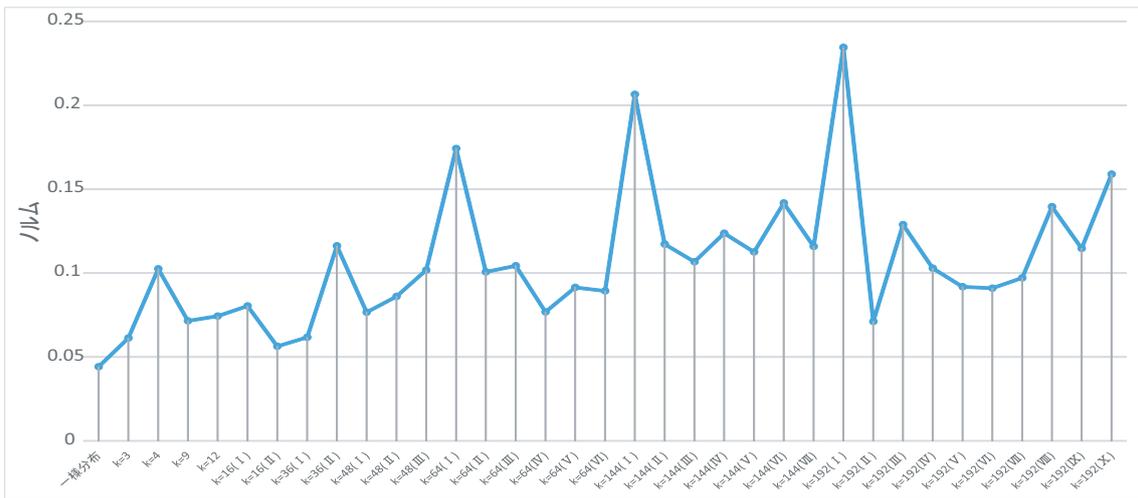


図-4 南ドイツにおける k とノルムの関係

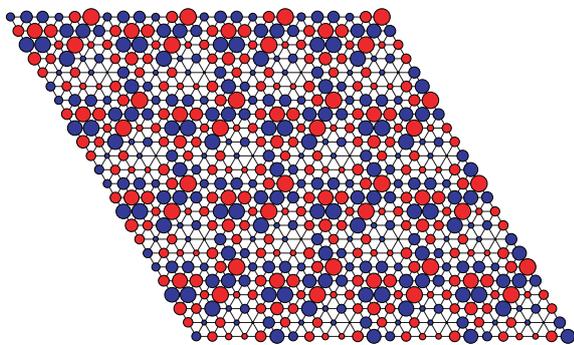


図-8 $k = 36(II)$ の分布

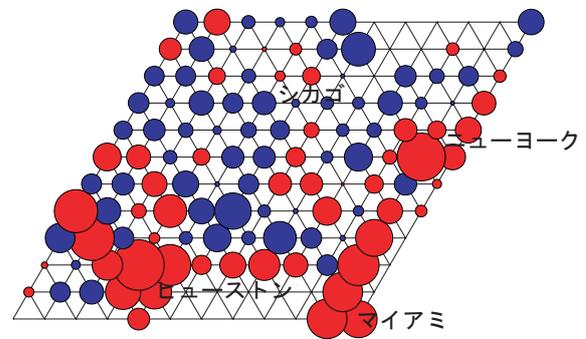


図-10 アメリカ東部における人口変化率分布

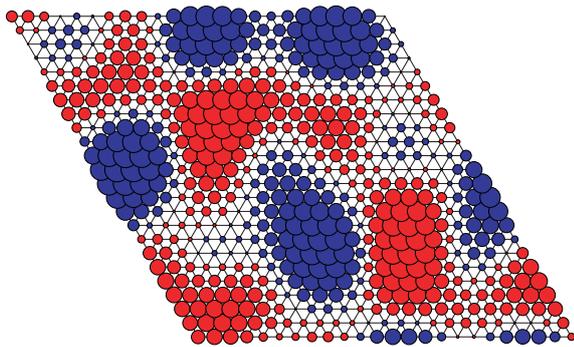


図-9 $k = 64(I), 144(I), 192(I)$ を足し合わせた分布

(4) 南ドイツの都市分布の特徴

卓越したノルムの分布でいずれも競技場型分布が発現している。つまり、南ドイツでは競技場型分布の重ね合わせにより都市が形成され、空間を支配していると考えられる。

4. アメリカ東部の空間周波数分析

(1) モデル化

アメリカの東部を対象とし、南ドイツのモデルと同様に人口変化率を用いて周波数分析を行った。12 × 12 メッシュの各節点に、その周辺都市の人口変化率の平均値を配置した(図-10)。人口は 2010~2014 年のデータを用いた。

(2) 分析結果

周波数分析の結果、図-11 に示すような関係が得られた。海岸を持ち、広大な領域を対象としているため、南ドイツの分析結果とに比べ、卓越したノルムが見えづらい分析結果となっている。この中から南ドイツの場合と同様にノルムの値が大きいものを3つ選択すると、 $k = 36(I), 144(I), 144(IV)$ である。これら $k = 36(I), 144(I), 144(IV)$ の分布の特徴は以下の様になっている。

(i) $k = 36(I)$

$k = 36(I)$ では図-12 に示す分布が発現している。

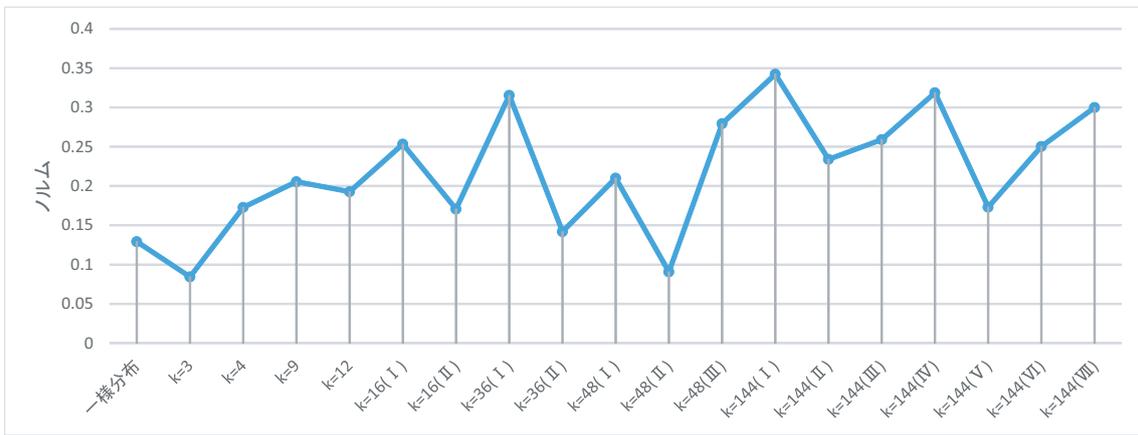


図-11 アメリカ東部における k とノルムの関係

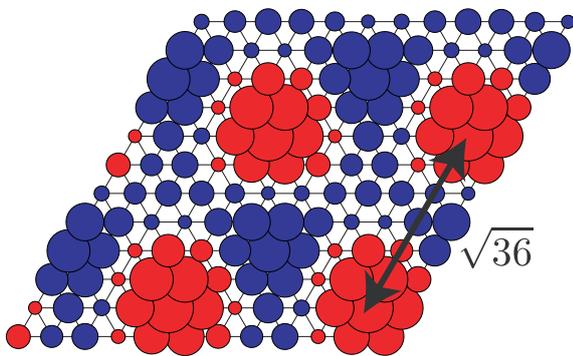


図-12 $k = 36(I)$ の分布

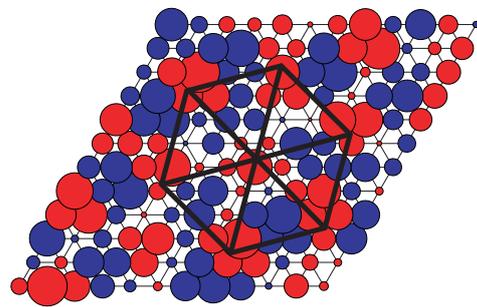


図-14 $k = 144(IV)$ の分布

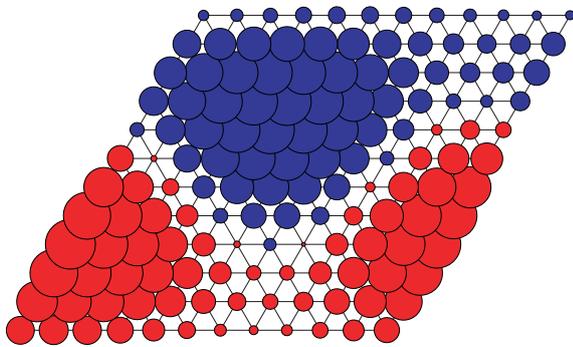


図-13 $k = 144(I)$ の分布

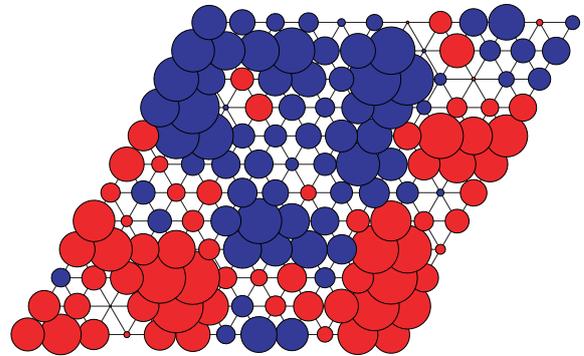


図-15 $k = 36(I), 144(I), 144(IV)$ を足し合わせた分布

人口増加する都市群が $k = 36$ で分布する正六角形状分布を形成している。

(ii) $k = 144(I)$

$k = 144(I)$ では図-13 に示す分布が発現している。人口増加する都市群が $k = 144$ で発現しているが、対象とする空間が Ikeda et al.²⁾ と同様、周期境界を有すると考えると一極集中が発現していると解釈できる。

(iii) $k = 144(IV)$

$k = 144(IV)$ は図-14 に示す分布が発現している。

図中に示したような若干、傾いた形で正六角形状分布が発現しているように見える。12 × 12 メッシュ上での空間周波数分析では検出できない k system (e.g., $k = 7, k = 21$) が発現している可能性がある。

(3) 卓越した周波数成分の足し合わせ

第(2)節から得られた三つの分布を足し合わせると、図-15 の様になった。図-10 と比較するとニューヨークやヒューストン等の大都市を再現出来ている。

(4) アメリカ東部の都市分布の特徴

海岸線沿いに人口が集積しやすいため、卓越した空間分布を捉えることが難しかったが、 $k = 36$ の正六角形状集積分布や図-14 に示したような正六角形状集積分布を確認することができた。つまり、これらの正六角形状集積分布の重ね合わせにより都市が形成されていると考えられる。また $k = 144(I)$ で検出された一極集中については内陸ではなく海に囲われた地域であるために発現したと考えられる。

5. 結論

本研究では、実際の都市の人口変化率分布の空間周波数分析によって、実空間においても分布パターンを定量的に提示することができた。またその特徴を捉えることが可能であり、南ドイツにおいては競技場型分布、アメリカ東部においては正六角形状分布の発現を確認できた。これらの結果から実空間において都市が中心地理論に基づき、形成されていることが実証でき、本手法が実空間の都市の形成の定量評価するうえで有用であることを示すことができた。今後の課題としては「発現している分布パターンがどのような財によって形成されているのか」、「様々な地域で周波数分析を行った際に、発現する分布の距離にはどのような関係性があるのか」といったことが挙げられる。これらを調べていくことで新たな産業の発達等による人口の分布パターンの変化を予測することも可能なのではないかと考えられる。また、本研究では二次元空間での空間周波数分析を行ったが、海岸沿いの都市の発達の予測・評価のために一次元の空間周波数分析も有用であると考えられるため、本手法の更なる拡張を行っていきたいと考えている。

参考文献

- 1) P. Dicken, P. E. Lloyd: *Location in space: Theoretical Perspectives in Economic Geography*, Prentice Hall, 1991.
- 2) K. Ikeda, K. Murota: *Bifurcation Theory for Hexagonal Agglomeration in Economic Geography*, Springer, 2013.
- 3) R. Forslid, G. I. P. Ottaviano: An analytically solvable core-periphery model, *Journal of Economic Geography* 3 229–340, 2003.

(2015 年 7 月 31 日 受付)