

時空間拡張ネットワークを用いた リンクベース最適避難計画モデルの構築

安藤 宏恵¹・倉内 文孝²・杉浦 聡志³

¹学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1-1)
E-mail: u3121002@edu.gifu-u.ac.jp

²正会員 岐阜大学教授 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1-1)
E-mail: kurauchi@gifu-u.ac.jp

³正会員 岐阜大学研究員 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1-1)
E-mail: sugi_s@gifu-u.ac.jp

現在わが国では来たるべき津波災害への備えとして避難計画の見直しが求められている。これまでに筆者らは時空間拡張ネットワークを用いて避難完了時刻を最小とする最適避難計画モデルを開発してきた。このモデルは避難経路集合を事前に設定し最適避難を求めるものであるが、全ての出発点からの避難経路を抽出するために計算コストが大きくなり、ネットワークが大規模になると計算が困難になることが課題となっていた。そこで、Jarvis and Ratliff (1982)が示したmany-to-oneの動的ネットワークにおいては避難完了時刻の最小化と総避難時間最小化が等価であることを援用し、従来のパスベースではなく、経路集合をあらかじめ設定しないリンクベースで最適避難計画を立案するモデルを提案する。構築したモデルを先行研究モデルと比較し、有意性を確認した。また、避難所の増築を想定して効率的に避難完了時刻を短縮する方法について検討した。

Key Words : space-time extended network, optimal evacuation planning, link-based formulation

1. はじめに

内閣府では、東日本大震災の経験を踏まえ、平成24年3月、交通の方法に関する教則（国家公安委員会）を改正し、徒歩避難を原則としつつも、やむを得ない場合のみ車を使った避難を認めた¹⁾。また、防災基本計画には新たに「津波災害対策編」が設けられた¹⁾。その中では、『自動車避難を検討せざるを得ない場合は、限界量があることを認識し、限界量以下に抑制するよう各地域で合意形成を図る』ように定めている。これらを踏まえ、各地方公共団体は来たるべき南海トラフ巨大地震をはじめとする大地震に備え、避難計画の早急な策定の必要性が求められている。土木計画学の分野では、金ら²⁾、清田ら³⁾、長尾ら⁴⁾のように、避難状況の再現や避難計画の策定のためのシミュレーションモデルの構築およびシナリオ分析は多くみられる。これらシミュレーションモデルの構築は、現象を理解するための演繹的アプローチとして有効である。その一方で、それぞれの地域の人がどこに向って逃げるともっともはやく避難完了することができるのか、といった最適な避難方法を検討する規範的

アプローチによる最適避難計画モデルも必要であるといえる。

また、先行研究⁵⁾⁶⁾では、規範的アプローチとして利用可能な経路があらかじめわかっているという想定のもと、最も避難完了時刻がはやくなるような避難方法を求める最適避難計画モデルを構築した。その上で、宮城県亘理郡亘理町のネットワークにおいてモデルの妥当性を検証し、十分実務に適用できることを示した。しかしながら、先行研究では、総避難時間最小化のために最短経路探索とネットワーク容量最大化問題を繰り返し解き経路集合を生成する方法を採用している。これは経路を数え上げる過程を経て解を導くため、ネットワークの規模によっては計算量が大きくなる。

これらの課題に対応するため、本研究ではJarvis and Ratliff⁷⁾が証明した『動的なmany-to-one ネットワークにおいては総避難時間最小化と避難完了時刻最小化が等価である』ことを援用し、総避難時間最小化問題により最適避難方法を得るモデルを構築する。総避難時間最小化の求解では避難経路を特定する必要がなく、リンク交通量を未知変数として設定できるため、計算コストが縮小で

きる。これにより先行研究の課題であったネットワーク規模が大きい対象へ適用できると考える。構築したモデルを宮城県亙理郡亙理町でのネットワークに適用し、モデルの挙動を確認するとともに、計算所要時間などの現実性の視点から、先行研究での最適避難計画モデルと計算時間や求められた解を比較する。また、構築したモデルを用いて、避難完了時刻を減少させる方法として避難所容量を増大させるケーススタディの結果を示す。

2. パスベース津波最適避難計画モデルの概要と課題

(1) パスベース最適避難計画モデルの概要

先行研究である倉内⁹⁾の時空間拡張ネットワーク (STEN, Space-Time Extended Network)⁸⁾を活用して時間軸を考慮した最適避難計画モデルの定式化について概説する。本稿で提案するリンクベース避難計画モデルと区別するために、先行研究の最適避難計画モデルを以下ではパスベース最適避難計画モデルという。

津波最適避難計画モデルでは目的関数をすべての避難者の避難が完了する時刻の最小化として、それぞれの地域の住民がどこに、どの経路を通して避難すべきかを制御変数として最適解を求める。求解の手順は以下の通りとなる。まず、各リンクの所要時間 t_a は既知であり、定数であるとしよう。そして、利用しうる全ての経路があらかじめわかっていることを仮定する。このとき、避難時間最小化のためには、できる限り所要時間の長い経路を使わず、なおかつ全ての避難者の移動を保証すればよいことになる。最適な避難経路を求めるには、今わかっている経路集合から最長の時間となる経路を順に削除していき、全員がぎりぎり避難可能となる経路集合を抽出すればよい。ここで「全員が避難可能かどうかを吟味」する方法としては、与えられた経路集合を用いて各リンクの容量を超えないことを制約条件として避難時間の総和を最小化する問題を定義し、この問題に解があるかどうかを確認すればよい。

a) 経路集合の生成 (列生成法)

パスベースのモデルは、利用し得る経路が既知であることを前提とする。ここでは、以下に示す列生成法⁹⁾を用いて経路集合を生成する。これは、利用者均衡配分の際に、最短経路探索とネットワークローディングを繰り返す中で、新たに見つかった経路を順次経路集合に付け加えていく方法である。なお、本モデルではリンク所要時間を定数として取り扱うため、ネットワークローディングによって新たな経路が発見されることはない。ただし、この方法は全ての OD ペアに個別に実施することにする。これにより多くの経路を見つけることが可能で

ある。以下に計算手順を示す。

- Step 0** ゼロフロー時を想定し、すべてのリンクを利用可能であるとする。
- Step 1** 最短経路探索を実施し、見つかった経路を経路集合に加える。最短経路が見つからない (=最短経路の所要時間が無限大) の場合には、今までで得られた経路群を経路集合とし、列生成を終了する。
- Step 2** 得られた経路集合を用い、以下のネットワーク容量最大化問題を解く。

$$\begin{aligned} & \max_{q_w, f_w} q_w \\ & \text{Subject to} \\ & \sum_{k \in \mathbf{K}_w} \phi_{ak} f_k \leq c_a \quad \forall a \in \mathbf{A} \\ & \sum_{k \in \mathbf{K}_w} f_k = q_w \\ & f_w \geq 0, \quad \forall k \in \mathbf{K}_w \end{aligned}$$

- Step 3** 上記の最適化問題の解において、リンク交通量がリンク交通容量と一致するリンクを見つけ、そのリンクの所要時間を無限大とし、1に戻る。

ただし、

- q_w : ODペア w のネットワーク容量
- \mathbf{K}_w : ODペア w の経路の集合
- ϕ_{ak} : リンク a パス接続行列
- f_k : 経路交通量
- c_a : リンク容量
- \mathbf{A} : リンク集合
- \mathbf{W} : ODペアの集合

である。

b) パスベース最適避難計画モデルの定式化

パスベース最適避難計画モデルは、リンク容量付きの総避難時間最小化問題として定式化できる。この問題を生成された経路集合で求め、その問題に解が存在する場合には、所定の経路集合で避難可能である。そのため、所要時間が最長の経路を経路集合から順次除去してそうそう総時間最小化問題を解き、下記の問題に解が存在する中で最長経路所要時間が最小のものが最適解となる。そのアルゴリズムは次の通りである。

- Step 1** 列生成法で求められた経路集合について経路所要時間を求め、この値の長い順に並べ替える。
- Step 2** 得られた経路集合を用い、以下の総避難時間最小化問題を解く。

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{f}} \sum_{w \in \mathbf{W}} \sum_{k \in \mathbf{K}_w} \sum_{a \in \mathbf{A}} \phi_{ak} t_a f_k \\ & \text{Subject to} \\ & \sum_{k \in \mathbf{K}_w} \phi_{ak} f_k \leq c_a \quad \forall a \in \mathbf{A} \\ & \sum_{k \in \mathbf{K}_w} f_k = q_w \quad \forall w \in \mathbf{W} \\ & f_w \geq 0, \quad \forall k \in \mathbf{K}_w, w \in \mathbf{W} \end{aligned}$$

- Step 3** もし上記について解があるならば、改善の

余地があるとし、現在の経路集合のうち最も所要時間がながい経路を削除し2に戻る。もし解がない場合にはそのひとつ手前の繰り返しの解が最適解である。

ただし、

t_a : リンク所要時間

W : ODペアの集合

である。

c) STENの構築

以上で定式化されたモデルによって避難完了時刻の最小化を図ることができるが、避難計画においては時間軸を無視することが現実的でない。したがって、最適避難計画モデルは交通流を動的にとらえる必要がある。定式化されたモデルでは容量を超える交通量をリンクには割り当てず、かつリンク所要時間を定数で与えることから、一般的な交通ネットワークを時間軸に拡張したSTENを活用する。時間帯に拡張したネットワークを用いることで、同一経路を移動するものを別の経路として定義することができる。

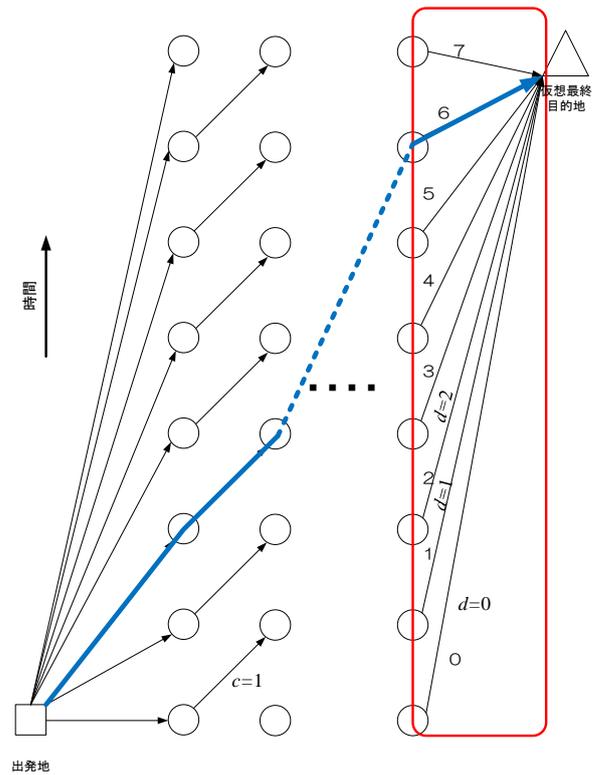


図-1 時空間ネットワーク

(2) パススペース最適避難計画モデルの課題

パススペース最適避難計画モデルでは、経路集合を生成する際に、各出発地から目的地ノードまでの最短経路探索とネットワーク容量を繰り返し求める考え方を適用した。この方法は循環経路を許さないとしても、すべての経路を数え上げることはネットワーク規模が大きくなれば計算時間が大きくなり実務への適用が困難となる。また、経路集合の探索が不十分である場合、得られた避難完了時刻が最適解である保証はない。

3. 時空間拡張ネットワーク上での避難完了時刻最小化と総避難時間最小化の等価性

パススペースモデルの課題の改善方法として、時空間ネットワーク上での総避難時間最小化と避難完了時刻最小化の等価性を証明したJarvis and Ratliff⁷⁾を援用し、リンク交通量を未知変数とした総避難時間最小化問題による最適避難計画モデル（以下、リンクベース最適避難計画モデル）を構築する。以下に、文献7)を参考にして、総避難時間最小化問題と避難完了時刻最小化問題が等価であることを示す。

定理1 many-to-one（多出発地，単一目的地）ネットワークにおいて、ネットワーク上を移動する総交通量の総和，すなわち発生交通量の和は，唯一の目的地ノードへ流入するリンクのリンク交通

量の和と一致する。

証明：複数の出発地から発生する交通量の総和を T とする。目的地ノードから流出するリンクはないとすれば、目的地ノードに流入するリンクの集合は、出発地群と目的地を分離するカットセットを構成する。すなわち、全ての出発地から目的地まで総交通量が T ならば、交通量保存則より、このカットセット上のリンク集合のリンク交通量の和は、 T に等しい。

系1.1 図-1のような時空間ネットワークを考えると、図-1中赤で囲われた仮想的な唯一の目的地（仮想最終目的地）に流入するリンク交通量の総和は総発生交通量と等しい。

証明：赤で囲われたリンクは唯一の目的地に流入するリンク集合であるため、定理1より明らかである。

定理2 以下の性質を持った A 個の要素を持つ2つのリンク交通量ベクトル v_a^*, v_a' ($a = 1, \dots, A$)を考える。

- (a) $\sum_{a=1}^A v_a' = \sum_{a=1}^A v_a^*$
- (b) $\sum_{a=1}^p v_a' \leq \sum_{a=1}^p v_a^*$ for $p = 1, 2, \dots, A$ (1)
- (c) $c_1 < c_2 < \dots < c_A$

ここで、 c_a ($a = 1, \dots, A$)はリンクのコストである。このとき、少なくともひとつの a について、 $v_a' \neq v_a^*$ であれば、以下が満たされる。

$$\sum_{a=1}^A c_a v_a' > \sum_{a=1}^A c_a v_a^* \quad (2)$$

証明： q を, $\sum_{a=1}^q v_a' \leq \sum_{a=1}^q v_a^*$ が生じる一番小さなインデックスとする. このとき, $a=1, \dots, q-1$ までは, $v_a' = v_a^*$ であり, かつ $v_q' < v_q^*$ である. また, (a) の総和が一致する条件から, $\sum_{a=q+1}^A v_a' - \sum_{a=q+1}^A v_a^* = v_q^* - v_q'$ となる. この差分を $\Delta v (= v_q^* - v_q')$ としよう. 今, v_{q+1}', \dots, v_A' のうちで Δv だけ増やす必要があり, なおかつ $\sum_{a=1}^A c_a v_a'$ の増分を最小にしたいとすると, もっとも少ない増分は, $c_{q+1} \Delta v$ である. 一方で, q のインデックスにおいて $\sum_{a=1}^A c_a v_a'$ の値は, \mathbf{v}' の方が $c_q \Delta v$ だけが小さい. このとき, (c) より, $c_{q+1} \Delta v - c_q \Delta v = \Delta v (c_{q+1} - c_q) > 0$ である. したがって, (a)~(c) を満たす場合, \mathbf{v}_a^* は最小の $\sum_{a=1}^A c_a v_a^*$ をとる.

系 2.1 今, 定理 2 で示された(a)~(c)を満たす実数集合 $\mathbf{v}^*, \mathbf{v}'$ について, $v_{q+1}^*, v_{q+2}^*, \dots, v_A^* = 0$ であったとする. このとき, $v_{p+1}', v_{p+2}', \dots, v_A' = 0$ ($p < q$) を満たしつつ, $\sum_{a=1}^A c_a v_a' < \sum_{a=1}^A c_a v_a^*$ をみたとす \mathbf{v}' は存在しない.

証明： (a) の保存条件より, $v_{p+1}', v_{p+2}', \dots, v_A' = 0$ ($p < q$) が満たされるためには, $v_1' \sim v_{p-1}'$ のいずれかについて, $v_k' > v_k^*$ である必要がある. しかし, これは(b)を満たさない. したがって, 定理 2 の(a)~(c)を満たす実数集合 \mathbf{v}^* は, $v_{q+1}^*, v_{q+2}^*, \dots, v_A^* = 0$ となる q が最小のものである.

定理 3 図-1 の STEN について, 到着地ノードに時点 t に到着し仮想最終目的地に到達するリンク (最終流出リンクとよぶ) のコスト d_a を t とおく. このとき, 以下の最適化問題は, 避難完了時刻を最小化する.

$$\min \sum_{a \in E} d_a v_a \quad (3)$$

Subject to

$$\sum_{a \in In(n)} v_a - \sum_{a \in Out(n)} v_a = \begin{cases} o_n & n \in \mathbf{O} \\ 0 & n \in \mathbf{N} \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{v} \leq \mathbf{s} \quad (5)$$

$$d_1 < d_2 \dots \quad (6)$$

ただし,

- O** : 出発地ノードの集合
- N** : 中間ノードの集合
- E** : 最終目的地に接続されるリンク (最終流出リンク) の集合
- K** : 避難所の集合
- H_k** : 避難所 k から流出するリンクの集合
- v** : リンク交通量
- s** : リンク交通容量
- j_k** : 避難所 k の容量
- c_a** : 最終流出リンク a のコスト (始点ノードの時点)

- o_n : 出発地 n からの避難交通量
- $In(n)$: ノード n に流入するリンクの集合
- $Out(n)$: ノード n から流出するリンクの集合である.

証明： まず, 系 1.1 より, $\sum_{n \in \mathbf{O}} o_n = \sum_{a \in E} v_a$ となり, この問題は, 総避難需要 $\sum_{n \in \mathbf{O}} o_n$ を仮想最終目的地まで移動させることを制約条件としている. つぎに, $d_a < d_b$ ($a < b$) であることから, この問題の最適解 \mathbf{v}^* は, 定理 2 の(a)~(c)を満たす. したがって, 系 2.1 より, この最適化は, それ以上の v_a がゼロとなる最大のインデックスを最小化する問題, すなわち避難完了時刻を最小化の問題と等価である.

系 3.1 最終流出リンクのコストの総和を最小化する問題と各リンクに所要時間を付与した総避難時間最小化問題の解は一致する.

証明： 図-1 を用いて説明する. 今, 高さ方向に時間においており, 簡単のため時間間隔 $\Delta t=1$ としよう. このとき, 時刻 1 での最終流出リンクのコスト d は 1, t におけるコスト d は t になる. 一方で, 各リンクのコストとは, 移動時間の分だけ STEN 上で上に移動することになる. 図-1 の青い経路について考えてみると, この経路については, 最終目的地に到達するまでに 6 時間帯を費やしている. すなわち, 全リンクの集合を \mathbf{A} , ある経路 k についてそれを構成するリンクの集合を \mathbf{A}_k とすると, 経路コスト b_k は, 以下の通りとなる.

$$b_k = \sum_{a \in \mathbf{A}_k} c_a = d_{b_k} \quad (7)$$

さらに交通量保存則を考慮すると, 以下が成立する.

$$\begin{aligned} \sum_{a \in \mathbf{A}} c_a v_a &= \sum_{k \in \mathbf{K}} b_k h_k \\ &= \sum_{k \in \mathbf{K}} h_k d_{b_k} \\ &= \sum_{a \in E} \sum_{k \in \mathbf{K}} \delta_{ak} h_k d_{b_k} \\ &= \sum_{a \in E} d_a v_a \end{aligned} \quad (8)$$

ただし, h_k : 経路 k の交通量, δ_{ak} : 経路 k にリンク a が含まれていれば 1 をとるダミー変数となる.

これより総避難時間最小化問題と定理 3 で示された最終流出リンクにおける総費用最小化問題は一致する. したがって, 総避難時間最小化によるパスベース最適避難計画モデルは, 避難完了時刻を最小とするリンクベース最適避難計画モデルで定式化することが可能であることが示された.

4. リンクベース最適避難計画モデル

(1) リンクベース最適避難計画モデルの定式化

前章における証明により、時空間ネットワーク上での避難完了時刻最小化は以下の総避難時間最小化問題と一致することが示された。ただし、出発地ではないノードについては、 $o_n=0$ と扱うことにより定式化を簡略化している。

$$\min \sum_{a \in \mathbf{A}} c_a v_a \quad (9)$$

Subject to

$$\sum_{a \in \mathbf{H}_k} v_a \leq J_k \quad \forall k \in \mathbf{K} \quad (10)$$

$$\sum_{a \in \mathbf{In}(n)} v_a - \sum_{a \in \mathbf{Out}(n)} v_a = o_n \quad n \in \mathbf{N} \quad (11)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{v} \leq \mathbf{s} \quad (12)$$

ここで、この計算で想定しているネットワークの例を図-2 に示す。一番目の制約条件について補足説明する。式(10)で示された \mathbf{K} は避難所集合を示し、図-2 の例では $\mathbf{K} = \{\text{避難所 A, 避難所 B}\}$ となる。また、 \mathbf{H}_k は避難所 k から安全地帯へ流出しているリンクの集合であるため、避難所 A に対しては図-2 の青いリンク、避難所 B に対してはオレンジのリンクが対応する。(10)式はこれらのリンク交通量の合計、すなわち避難所 A あるいは B に避難する人数がその容量 J_k を超えないことを意味する。この問題は線形計画問題であり、凸計画問題といえる。そのため、最適解は唯一に求まる。

(2) 最適性条件

上記の問題の解を満たす Kuhn-Tucker 条件を求めてみる。今、上記問題の Lagrange 緩和問題は次のように記述できる。

$$\min L(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = \sum_{a \in \mathbf{A}} c_a v_a + \sum_{k \in \mathbf{K}} \theta_k \left(\sum_{a \in \mathbf{H}_k} v_a - J_k \right) + \sum_{n \in \mathbf{N}} \mu_n \left(- \sum_{a \in \mathbf{In}(n)} v_a + \sum_{a \in \mathbf{Out}(n)} v_a \right) + \sum_{a \in \mathbf{A}} \lambda_a (v_a - s_a) \quad (13)$$

$$\text{Subject to } \boldsymbol{\theta} \geq \mathbf{0}, \mathbf{v} \geq \mathbf{0}, \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0} \quad (14)$$

したがって、最適解が満たすべき Kuhn-Tucker 条件は次の通りである。

$$\frac{\partial}{\partial v_a} L(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = c_a + w_{ak} \theta_k + \mu_{i_a} - \mu_{j_a} + \lambda_a \geq 0, v_a \geq 0 \quad \forall a \in \mathbf{A} \quad (15)$$

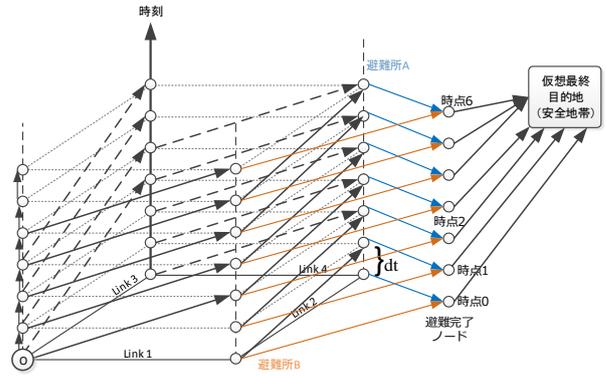


図-2 想定するネットワーク図

$$v_a \frac{\partial}{\partial v_a} L(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = v_a (c_a + w_{ak} \theta_k - \mu_{i_a} + \mu_{j_a} + \lambda_a) = 0 \quad \forall a \in \mathbf{A} \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_k} L(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = \sum_{a \in \mathbf{H}_k} v_a - J_k \leq 0, \theta_k \geq 0 \quad \forall k \in \mathbf{K} \quad (17)$$

$$\theta_k \frac{\partial}{\partial \theta_k} L(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = \theta_k \left(\sum_{a \in \mathbf{H}_k} v_a - J_k \right) = 0 \quad \forall k \in \mathbf{K} \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu_n} L(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = o_n - \sum_{a \in \mathbf{In}(n)} v_a + \sum_{a \in \mathbf{Out}(n)} v_a = 0 \quad \forall n \in \mathbf{N} \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_a} L(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = v_a - s_a \leq 0, \lambda_a \geq 0 \quad \forall a \in \mathbf{A} \quad (20)$$

$$\lambda_a \frac{\partial}{\partial \lambda_a} L(\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = \lambda_a (v_a - s_a) = 0 \quad \forall a \in \mathbf{A} \quad (21)$$

以上をまとめると次のようになる。

$$v_a (c_a + \delta_{ak} \theta_k - \mu_{i_a} + \mu_{j_a} + \lambda_a) = 0 \quad \forall a \in \mathbf{A} \quad (22)$$

$$\theta_k \left(\sum_{a \in \mathbf{H}_k} v_a - j_k \right) = 0 \quad \forall k \in \mathbf{K} \quad (23)$$

$$\lambda_a (v_a - s_a) = 0 \quad \forall a \in \mathbf{A} \quad (24)$$

$$o_n - \sum_{a \in \mathbf{In}(n)} v_a + \sum_{a \in \mathbf{Out}(n)} v_a = 0 \quad \forall n \in \mathbf{N} \quad (25)$$

$$c_a + \delta_{ak} \theta_k - \mu_{i_a} + \mu_{j_a} + \lambda_a \geq 0, v_a \geq 0 \quad \forall a \in \mathbf{A} \quad (26)$$

$$\sum_{a \in \mathbf{H}_k} v_a - j_k \leq 0, \theta_k \geq 0 \quad \forall k \in \mathbf{K} \quad (27)$$

$$v_a - s_a \leq 0, \lambda_a \geq 0 \quad \forall a \in \mathbf{A} \quad (28)$$

ただし、 i_a, j_a はそれぞれリンク a の始点、終点に位置するノードであり、 w_{ak} は、リンク a が避難所 k からの流出リンクであれば 1 をとる接続変数である。

上記の条件を満たす $\mathbf{v}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}$ が避難完了時刻最小化の解であり、この解は唯一に決まる。さらに、ラグランジェの未定乗数の意味するところを考えてみる。 θ_k は、当該リンクが避難所に相当する場合、その容量制約に起因する遅れとなる。つまり、その避難所に収容することができず、他の避難所に向かったことによって生じたコスト（シェルターコストと称する）を表している。また、 λ_a は、リンクの交通容量を超えていなければ 0、超えていれば正の値をとる変数であり、リンク a での遅れを示す。つぎに、 μ_i はノードポテンシャル¹⁰⁾と呼ばれるものであり、ノード i から最終目的地 S までの最短経路所要時間を示している。よって各ノードに対する μ はそのノードから出発したケースの最短経路所要時間をあらわしており、すべての出発地となっているノードの μ のなかで最も大きい値が避難完了時刻となる。以上より、(22) 式は以下の条件を示す。もしあるリンク a が利用されている、すなわち v_a が正であるならば、リンク a はノード i から最終目的地 S までの最短経路に含まれているはずである。そのため、リンク a の遅れを含めた所要時間 $c_a + w_{ak}\theta_k + \lambda_a$ とリンク起終点に位置するノード間のポテンシャル差（ノード i から、および j から最終目的地 S への最短経路所要時間の差） $\mu_{i_a} - \mu_{j_a}$ は等しく、 $c_a + w_{ak}\theta_k - \mu_{i_a} + \mu_{j_a} + \lambda_a = 0$ となる。

本研究で定式化を行ったリンクベース最適避難計画モデルは、総避難時間の最小化を求めていることから、最適な避難方法を求める規範的アプローチと解釈できる。一方で、ラグランジェ乗数で示される遅れ時間を考慮した場合、この問題は容量制約付き利用者均衡問題¹¹⁾と位置づけることができ、ノード保存条件に対応するラグランジェ乗数であるノードポテンシャルにより、各出発地からの避難完了時刻を得ることができる。

5. パスベース最適避難計画モデルとリンクベース最適避難計画モデルの比較

前章で示したリンクベース最適避難計画モデルを用いて、パスベース最適避難計画モデルと計算時間や求解された値を比較する。最適化問題は MATLAB から汎用線形計画ソルバー (CPLEX) を呼び出して求解する。

(1) 対象地域

対象地域は先行研究⁹⁾と同じ宮城県亶理郡亶理町を対象とする。亶理町は、太平洋に面し海岸部は低平地が続いており、東側の海岸部から西側の内陸部まで約 5km の距離がある。周辺に高台もないため、徒歩での避難が困難な地域もある。東日本大震災では、最大震度 6 弱を観測し津波に襲われた。町の面積の半分である 3,493ha



図-3 試算ネットワーク（数値は発生交通量）

表-1 両モデルによる計算結果

	パスベース	リンクベース
避難完了時刻(分)	50	50
総避難時間(分)	115,838	115,678
計算所要時間(秒)	339,130	0,521

が浸水し、最大浸水深は約 7.3m であった¹²⁾。

(2) 試算に使用したネットワーク

試算に使用したネットワークは時系列の数だけノード、リンク数が増大する STEN の性質を考慮し、実際のネットワークから道路を集約したネットワークを用いる。これはネットワークサイズが大きくなるとパスベース最適避難計画モデルでの計算が困難になることに配慮したものである。このとき、近隣のリンクを集約したときには、リンク容量を足し合わせることで、実際の道路の容量を損なわないように配慮した。また、高速道路は災害時に避難路として使用しないものとし、ネットワークから除外した。避難者は地域に居住する人口をノードに割り付けて設定した。すなわち、本稿の避難計画は夜間人口を想定している。以上の作業により、リンク数は往復路合わせて 120、ノード数 36、そのうち避難所ノードは 12、出発地ノードは 15 の図-3 に示すネットワークを使用して試算した。

(3) モデルの比較結果

まず避難所容量を無限大としてパスベース最適避難計画モデル、リンクベース最適避難計画モデルの結果を比較する。このときの両モデルの避難完了時刻、総避難時間、計算所要時間を表-1 に示す。避難完了時刻は両モデ

ルともに 50 分となっており、リンクベース最適避難計画モデルが、避難完了時刻を最小化できていることが確認できた。一方で、総避難時間はリンクベース最適避難計画モデルの方がパスベース最適避難計画モデルより小さい。これは、リンクベース最適避難計画モデルでは、総避難時間が最小化されるが、パスベース最適避難計画モデルでは経路の数え上げが十分でない場合得られた解が必ずしも総避難時間が最小化されるとは限らないためである。また、ネットワーク構築を除いた計算所要時間を比較すると、パスベース最適避難計画モデルが 339.130 秒であるのに対して、リンクベース最適避難計画モデルは 0.521 秒と大幅に短縮できている。これによりリンクベース最適避難計画モデルは、ネットワークサイズが大きくても、計算負荷が小さく計算できるため実務への適用性が高いモデルであるといえる。

つぎに、避難所容量を設定したケースで試算した。ここでの避難所容量はそれぞれの避難所の実際の収容人数¹⁹⁾で、図4で避難所ノードの上に示した数に設定した。

その結果、リンクベース最適避難計画モデルでは避難完了時刻は 84 分となり、避難所容量を考慮しないときより、避難完了時刻が 34 分大きいという結果を得た。しかし、パスベース最適避難計画モデルでは実行不可能となり、解が得られなかった。この原因を簡単な例で示す。図5に示すように出発地と避難所2の最短経路上に別の避難所1が位置するとき、現在用いている列生成法では目的地までの最短経路である避難所1を経由する経路を抽出する。このとき、出発地から避難所1までの経路は容量最大化により以降の経路探索で使用できないため、避難所2に到達する赤いリンクが使用される経路は抽出されない。そのため、抽出される全ての経路は避難所1を経由するのみになる。この条件下においては出発地から発生した交通量が避難所容量よりも大きいとき、避難できない交通が生じるため、実行不可能となる。試算対象のネットワーク構成はこの例よりも経路選択の自由度が高い場合が多いと考えられるが、出発地と避難所の位置関係によっては上記のような状況は生じる。パスベース最適避難計画でこの解決するためには、経路集合生成法を改良し、全ての出発地から避難所のノードへの経路探索をすればよいだろう。ただし、このときは出発地数に避難所数を乗じた数だけ列生成を行う必要があり、計算時間がより大きくなることが予想される。

以上で示した試算結果から、リンクベース最適避難計画モデルでは総避難時間が小さい、すなわち冗長な移動を許さない最適解を少ない計算時間で求めることができることを確認した。



図4 収容人数に基づく避難所容量制約

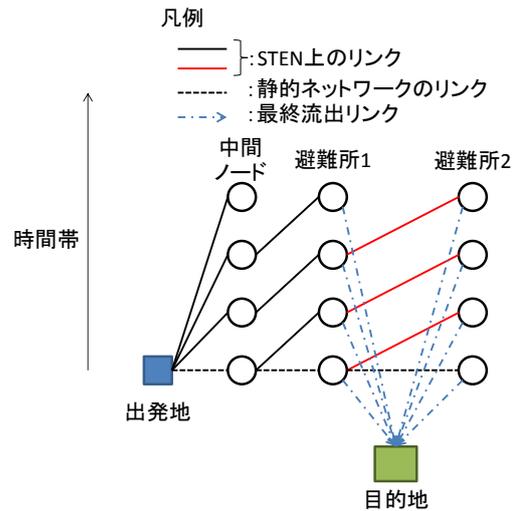


図5 経路探索上の問題点

6. リンクベース最適避難計画モデルによる改善策の検討

最適避難計画を実務に適用するとき、現状の避難所の容量、配置で避難完了時刻を算出した結果が各自治体で設定する津波到達時間を踏まえた目標避難完了時間を超過することも考えられる。このとき、行政は目標とする避難時間に避難完了できるよう、避難所の増築や道路の拡幅、緊急時におけるコントラフローの適用などの施策を求められると考えられる。定式化の段階で示したとおり、シェルターコストは各避難所の混雑遅れを示しており、この値により増強すべき避難所選定の参考になると考えられる。ここでは、避難所の増築を想定し、避難所

容量を増大させたときの避難完了時刻の変化を確認する。避難完了時刻は4.に示したリンクベース最適避難計画モデルの定式化におけるノードポテンシャルにより得る。試算結果から示される出発地ごとのノードポテンシャル集合の中で最も大きい値が避難完了時刻となる。避難所容量を増大させたケースにおいて、避難完了時刻がどのように変わるのかを確認し、どこをどのように改良すると効果的であるか検討する。

前章で示した避難所容量が無限大のケースと図-4の避難所容量制約を設けたとき（以下、基本ケースと称す）の避難完了時刻と総避難時間を表-2に示す。基本ケースは、避難所容量無限大のときに比べて、避難完了時刻は1.68倍、総避難時間は2.36倍となっている。したがって、避難所容量増大が避難完了時刻の縮減に与える影響は大きい。また、いずれかの避難所容量を増築すれば、避難完了時刻は84以下、50以上となることがわかる。増築する場所によって効果の大きさには差が生じることが考えられるため、12カ所の各避難所の容量を増大させたときの避難完了時刻を比較し、どの避難所の容量を増大させると効果が大きいかを確認する。図-4に示した各避難所の容量を2倍に増大させたケースをそれぞれ試算した。基本ケースにおいて算出されたシェルターコスト θ_k と容量を増大させたときの避難完了時刻の変化を各避難所で整理し表-3に示す。試算の結果、避難所20, 21, 31, 32, 35の容量を増大させたとき、基本ケースの84分より10分以上短縮された。このうち、4つの避難所はシェルターコストが25以上の避難所であった。避難所31は、出発地ノードと重なっていないが、周辺に出発地が多く存在するため、避難完了時刻縮減効果が大きくなったと考えられる。

以上の結果から、本モデルを用いることで、避難所の増築など、ハード整備のための検討が可能であることを確認した。これはリンクの改良やコントラフローなどの検討にも応用できると考える。

7. おわりに

本稿では、まず動的なmany-to-one ネットワークにおいては総避難時間最小化と避難完了時刻最小化の目的関数が等価であることを示した。これを援用して先行研究で構築したパスベース最適避難計画モデルの課題であった経路探索の計算コストを、総避難時間最小化問題を解くことで改善するリンクベース最適避難計画モデルを構築した。また、構築したモデルを用いてネットワークにおける最適避難完了時刻を試算し、パスベース避難計画モデル、リンクベース最適避難計画モデルの比較をおこなった。その結果、パスベース最適避難計画モデルでは経

表-2 容量制約の有無による計算結果

	容量無限大	容量制約あり
避難完了時刻(分)	50	84
総避難時間(分)	115,678	273,702

表-3 容量を2倍とした避難所による計算結果

避難所 ノード 番号	シェルター コスト(θ_k)	容量2倍 時の避難 完了時刻	避難所 容量	到達 交通量
2	0	84	2400	1109
3	1	82	1100	1100
16	5	82	600	600
20	26	72	1650	1650
21	42	72	1000	1000
23	0	84	3600	0
24	0	84	1900	1560
25	7	84	150	150
30	1	84	750	750
31	1	72	1100	1100
32	35	72	900	900
35	42	68	1200	1200

路探索の課題により避難所容量の設定により解が得られない場合が生じることがわかった。一方でリンクベース最適避難計画モデルではこの問題が生じないことにくわえて、総避難時間が最小となるため、避難において冗長な移動が生じないことも確認できた。リンクベース最適避難計画モデルを用いて、避難所の増築を想定した容量増大による避難完了時刻短縮効果を検討した。その結果、シェルターコストが大きい避難所を増築することで、避難完了時刻を縮減できることを示した。また、本モデルを用いることでネットワーク整備の方針を検討することが可能であることを示した。

リンクベース最適避難計画の定式化で示したノードポテンシャルを用いれば、避難完了時刻を制約条件として上位問題にネットワーク整備費用の最小化をもつパイレベルのネットワークデザイン問題が定義できると考える。また、本稿で示したモデルは自動車を想定した単一モードに限定された定式化となっている。津波避難においては歩行による避難も考慮した混合モードでの計画が必要であると考えられる。これらの検討は今後の課題とする。

参考文献

- 1) 中央防災会議：防災基本計画，2014年1月
- 2) 金進英，片岡侑美子，奥村誠：交通シミュレーションを用いた自治体の避難計画の評価，土木計画学研究，Vol.49，CD-ROM，2014
- 3) 清田裕太郎，岩倉成志，野中康弘：東日本大震災時の都区内道路のグリッドロック現象に関する基礎的考察，土木計画学研究，Vol.47，CD-ROM，2013
- 4) 長尾文平，嶋本寛，中村俊之，宇野伸宏，Jan-Dirk Schmöcker，山崎浩気：自動車利用と避難開始時間帯を考

- 慮した津波避難計画の評価, 土木計画学研究, Vol.49, CD-ROM, 2014
- 5) 倉内文孝: STEN (Space-Time Extended Network) を用いた最適津波避難計画モデルの構築, 土木計画学研究, Vol.50, CD-ROM, 2014
 - 6) 荒木麻里, 倉内文孝, 杉浦聡志: 時空間ネットワークによる津波最適避難計画モデルの実ネットワークへの適用: 宮城県亘理町を対象として, Vol.51, CD-ROM, 2015
 - 7) Jarvis, J.J. and Ratliff, H.D.: Some Equivalent Objectives for Dynamic Network Flow Problems, Management science, 28, pp.106-108, 1982.
 - 8) Bell, M.G.H. and Iida, Y.: “1.11 Time Dependency”, In Transportation Network Analysis, Wiley, 15, 1997.
 - 9) Bell, M.G.H. and Iida, Y.: “2.8 Path Enumeration and Column Generation”, In Transportation Network Analysis, Wiley, 29, 1997.
 - 10) Ahuja, R. K., Magnanti, T. L. and Orlin J. B.: “9. Minimum Cost Flow: Basic Algorithms, 9.3 Optimality Conditions”, In, Network Flows Theory, Algorithms, and Applications, Prentice Hall, 306-310, 1993.
 - 11) Bell, M.G.H. and Iida, Y.: “5.3.2 Right angle cost functions”, In Transportation Network Analysis, Wiley, 92-95, 1997.
 - 12) 亘理町防災会議: 亘理町地域防災計画第2編津波対策編, 2014年2月
 - 13) 亘理町: 避難所開設・運営マニュアル, 2014年2月
- (2015.07.29 受付)

LINK-BASED OPTIMAL TSUNAMI EVACUATION PLANNING MODEL USING STEN (SPACE-TIME EXTENDED NETWORK)

Hiroe ANDO, Fumitaka KURAUCHI and Satoshi SUGIURA

Revision of evacuation planning in consideration of forthcoming Tsunami disasters is a key issue in Japan. For this, authors have developed a path-based optimal evacuation planning model using space-time-extended network (STEN). The developed model needs a huge computational resource consumption and a more computationally efficient model is needed to implement to a real situation. This study develops a link-based optimal Tsunami evacuation planning model. Referring to Jarvis and Ratliff (1982), it is proved that minimizing total evacuation time on STEN is equivalent with minimizing a time to finish an evacuation. This ensures that the link-based optimal evacuation planning model minimizing a total evacuation time provides an answer to minimize a time to finish an evacuation. We compared the result obtained by path-based and link-based optimal evacuation planning model, and the superiority of the link-based model has confirmed. Also the newly developed model gives useful information about shelters and links via Lagrangean multipliers, and the effect of enlarging shelters is discussed as an example.