

インフラ維持管理における 動学的なリスク考慮のための基礎的検討

大澤遼一¹・本田利器²

¹学生会員 東京大学大学院 修士課程 工学系研究科社会基盤学専攻 (〒 113-8654 東京都文京区本郷 7-3-1)

E-mail: osawa-r@ip.civil.t.u-tokyo.ac.jp

²正会員 工博 東京大学大学院 新領域創成科学研究科国際協力学専攻 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5)

E-mail: rhonda@k.u-tokyo.ac.jp

インフラの維持管理計画の策定は、期待 LCC 最小化等の長期的な効率性の観点からの最適化問題として扱われることが多い。ここでは構造物全体の平均的な状態の維持、向上が求められる。一方、インフラの高齢化に伴い、劣化損傷に伴う事故を防ぐことの重要性が指摘されている。その観点では平均的な状態よりも、発生頻度は低い影響が大きな事象の発生確率を抑えることが重要となる。

著者らは、維持管理における予算の制約や点検精度などに応じて、将来のインフラの状態値の確率分布の確率的性質が変化することに着目した上で、インフラの価値や維持管理コストのばらつきを評価する手法を検討している。しかし、従来の評価手法を、維持管理という逐次的な意思決定を行う過程に適用することは理論的な問題があることが指摘されている。この点を考慮するため、本報告では、繰り返しリスク指標 (Iterated Risk Measure) 理論を参考に、維持管理の意思決定において用いる評価手法について検討した。

Key Words: *maintenance, tail risk, dynamic risk measure*

1. はじめに

先進国では、各種土木構造物 (以下インフラ) の高齢化に伴う維持管理の必要性が高まっている¹⁾。一方、政府の予算逼迫のため、インフラの維持管理や更新にかけることが出来る費用は減少しており、適切な予算を確保する重要性は増している。そこで、長期的に合理的な投資を計画し、更に利用者や納税者への説明責任を果たすことを目的としたアセットマネジメント (AM) の実施が目指されている²⁾。AM では、長期的なコスト低減という効率性と、危険な事象、すなわち社会的に影響の大きな事象の発生可能性を低減するリスクマネジメントの両立を目指すこととなる。

このうち、長期的な計画の策定においては、効率性の観点が重視されてきた。1つの土木構造物やその部材について、例えば慈道ら³⁾は、コスト効率の観点から最適な投資計画を求めるため、構造物の劣化状態を連続値とし、確率インパルス制御問題として定式化している。また、Madanat⁴⁾や織田澤ら⁵⁾は、構造物の劣化状態を観測結果に基づき離散値で表す、マルコフ決定過程 (MDP) として定式化している。

また、管理者が保有する複数の構造物や部材について、予算の制約を考慮して、最適な投資計画を導く手法も提案されている。Golabi ら⁶⁾や Smilowitz & Madanat⁷⁾は、構造物もしくは部材の劣化状態を離散値で表し、各

状態に対してある行動をする割合を求める線形計画問題として定式化している。これは、期待パスに対する最適な計画を求める手法であり、そこから乖離した場合についての考慮はない。他には、田村ら⁸⁾が、構造物毎に対策を実施した際の期待ライフサイクルコストの低減の大きさを求め、大きいほど優先的に対策を行うと想定した計画手法を提案している。上記のような手法を用いて、長期的な効率性向上の観点から、期待 LCC 最小化を目指した計画立案を行うことは重要である。

一方で、リスク低減の考慮も重要となっている。2012年に発生した笹子トンネル天井板崩落事故をはじめ、コンクリート片剥落などの事故は、構造部材のうち性能が低下した箇所が生じる⁹⁾。維持管理にかけることが出来る予算が潤沢にあり、構造物全体の性能が高く維持されていれば、効率性の向上を目指すことが、劣化損傷が発生しうるリスクの低減に直結するだろう。しかし、多くの管理者について、今後維持管理に費やすことの出来る予算が減少することが懸念されている。維持管理にかけることが出来る予算が潤沢でない場合、長期的な効率性の向上に資する施策と、直近のリスク低減に資する施策とが競合することが懸念される。この際、効率性の向上とリスクの低減について、それぞれの程度ずつ予算を配分すべきなのかを決めるためには、リスクの低減を直接考慮する必要がある。

インフラの維持管理計画の策定手法に関する研究の

うち、インフラの劣化損傷の発生に関するリスクを考慮する手法は複数提案されている。ここでは代表的なものを2種類取り上げる。1つ目は、損傷に伴い発生する社会的影響を費用として算出し、費用の期待値を期待LCCに算入した上で、その期待LCCが最小となるように計画立案を行う手法である。小池¹⁰⁾は、ガスパイプラインの維持管理戦略について、上記の枠組みを用いて、パイプラインの劣化に伴う大規模な事故も考慮した維持管理計画の策定手法を提案している。佐藤ら¹¹⁾は、地震に伴う損傷時のコストの期待値を維持管理コストに含めてライフサイクルコストの分析を行い、効果的な補強戦略を導く手法を提案している。2つ目は、損傷の発生を防ぐという観点から、構造物の状態や性能を指標として管理する手法である。Frangopolら¹²⁾は、交通ネットワークを構成する各構造物の信頼性指標を用い、ネットワーク全体の信頼性を求め、それを指標として維持管理計画を策定する手法を提案している。

これらはいずれも、費用や性能の期待値について、最適化をはかるものである。これに対して、確率的なばらつき、特に、Tail部分に対する考慮を加えた実践的な考え方も検討されている。例えば、阪神高速道路の維持管理について検討した坂井ら¹³⁾は、構造物のうち望ましくない状態となる割合の確率分布をValue at Riskを用いて評価し、その値に関する制約条件を設けた上で、期待LCCの観点から最適な計画を立案する手法を提案している。

これらのように維持管理計画策定時にリスクの評価手法は複数提示されているが、いずれも現時点から見た最適な維持管理経路を算出するという観点からのものとなっている。実際には、インフラの管理者は、毎年の点検結果等に基づきインフラの性能や劣化傾向、事故が発生した際の社会的影響等¹⁴⁾を評価したうえで、優先順位をつけて補修する等の臨機応変な対応を行う。これは、構造物の劣化は予測の難しい不確実性の高い事象であるため、各時点で観測された構造物の状態を踏まえて意思決定を行うという現行の維持管理の考え方は、リスクマネジメントの観点から適切なものであるといえよう。そのため、維持管理においては、必ずしも最適な管理計画を忠実に実施できるわけではない。従って、信頼性の高い維持管理計画を策定するためには、上記のような維持管理時に実施される行動の影響を考慮して、リスクを評価することが求められる。例えば、著者らは、管理者の行動を考慮した時、点検精度に応じて、リスクのTail部の性質が変化することに着目し、確率密度関数等の変化を捉えて評価できるRisk Measure(リスク指標)を用いる必要性を指摘し、Conditional Value at RiskやEntropic Value at Risk等の利用についての検

討を行っている¹⁵⁾。しかし、そのような観点からのリスク評価に関する研究は限られている。

本稿では、上述したように、インフラの維持管理が、逐次的な意思決定に基づいて実施される行動であるという点に着目し、その影響を考慮する方法についての検討を行う。

維持管理のように逐次的な意思決定が介在する問題においては、計画時点から最終時点までのリスクを評価し、最適な戦略を策定しても、将来の各時点で実施される意思決定により、その計画から逸脱してしまうことがあることが、例えば、恐神¹⁶⁾らにより指摘されている。すなわち、維持管理のように各時点で意思決定を行う問題については、初期時点からリスクを最も低減するような計画を立案し実施しても、将来時点において異なる意思決定が導かれるという「不整合」が生じる可能性がある、ということである。これは、各時点におけるリスク評価の際に、その時点以降でリスク低減を目指した意思決定が実施されることを考慮していないために生じる問題である。その結果、必ずしもリスクを最小化するような行動が導かれなことが指摘されている¹⁶⁾。

なお、この問題は、確率密度関数のTail部の影響を考慮したリスク評価を行う場合に顕在化するが、累積コストの期待値を最小化するという最適化問題では発生しない。従って、従来多く用いられてきた期待値の最適化というリスク評価に基づく維持管理計画では考慮する必要の無いものであった。

上記を踏まえると、インフラ維持管理のように逐次的な意思決定を繰り返す過程に関するリスクを評価する際には、逐次的な意思決定の実施に伴う不整合の発生を防ぐ必要があるといえる。本稿では、インフラ維持管理が、逐次的に意思決定を繰り返す過程であることを踏まえ、維持管理計画を策定する際に用いるリスク指標について検討する。具体的には、こうした逐次的な意思決定に用いることが出来るリスク指標として指摘されるIterated Risk Measure¹⁷⁾の適用性について検討を行う。

2. 動学的特性を考慮したリスク指標

(1) リスク指標

維持管理において用いるリスク指標について、維持管理行動の影響でリスクのTail部の性質が変化しうることを指摘した¹⁵⁾。金融工学で、リスクの期待値や分散だけでなく、リスクのTail部の性質を捉えて評価する際にはValue at Risk(VaR, 式(1))が用いられることが多い。

$$\text{VaR}(X, 1 - \alpha) = \inf_{k \in \mathbb{R}} \{k : F_X(k) \geq 1 - \alpha\} \quad (1)$$

ここで、 X はリスクの大きさとその発生確率とを示す確率変数である。これに対して Artzner ら¹⁸⁾ は、リスク指標が有すべき望ましい性質として monotonicity(単調性), translation invariance(平行移動不変性), subadditivity(劣加法性), positive homogeneity(正の同次性)を挙げ、これらをまとめて coherent 性とした。coherent 性を満たすリスク指標は Entropic Risk Measure 等様々なものがあるが、本稿では、比較的広く用いられている Conditional VaR(CVaR)¹⁹⁾ を用いることとする。これは次式(2)で与えられる。

$$\text{CVaR}(X, 1 - \alpha) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \text{VaR}_{1-k}(X) dk \quad (2)$$

(2) 時間的整合性を有するリスク指標

次に、従来のリスク指標を多期間へと拡張した、Dynamic Risk Measure(動的リスク指標)を定義する。維持管理では、年度毎などのコストやリスクの分布を、ある指標で評価した値を踏まえて、予算やその配分が決定される。つまり、この意思決定は離散的な時点においてなされることになるため、以下では離散時間を考えて定式化する。時点 t において発生しうるコストやリスクの大きさを確率変数 X_t とおく。

確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) について、フィルトレーションを $\mathcal{F}_1 \subset \dots \subset \mathcal{F}_T \subset \mathcal{F}$, 評価対象となる離散的な確率変数列を $X_t, t = 1, \dots, T$ とする。確率空間 $\mathcal{L}_t = \mathcal{L}_p(\Omega, \mathcal{F}_t, P), p \in [1, \infty], t = 1, \dots, T$ と定義する。また、 $\mathcal{L}_{t,T} = \mathcal{L}_t \times \dots \times \mathcal{L}_T$ とする。このとき動的リスク指標 $\rho_{t,T}: \mathcal{L}_{t,T} \rightarrow \mathcal{L}_t, 1 \leq t \leq T$ は下記の単調性を満たすものとする。

$$X \leq Y \Rightarrow \rho_{t,T}(X) \leq \rho_{t,T}(Y) \quad \text{for } \forall X, \forall Y \in \mathcal{L}_{t,T} \quad (3)$$

動的リスク指標を用いた際に、現在の意思決定と将来の意思決定との間に齟齬が発生する時間的不整合が発生しないとは、将来の時点 $t + \theta$ において優位と評価されることになる戦略を、 t においても優位と評価することができるということである。つまり、対象とする期間内の任意の2時点 $t, t + \theta (\theta \geq 0)$ について、

$$\begin{aligned} \rho_{t+\theta,T}(X_{t+\theta}, \dots, X_T) &\leq \rho_{t+\theta}(Y_{t+\theta}, \dots, Y_T) \\ &\Rightarrow \rho_{t,T}(X_t, \dots, X_T) \leq \rho_t(Y_t, \dots, Y_T) \end{aligned} \quad (4)$$

が成立することである^{20),21),22)}。この性質は Time-Consistency(時間的整合性)と呼ばれる。

(3) 繰り返しリスク指標

ある確率変数を評価するリスク指標 ρ について、

$$R\rho_{t,T}(X_{t+1}, \dots, X_T) = \rho(X_{t+1} + \dots + X_T | \mathcal{F}_t) \quad (5)$$

と定義されるリスク指標を考える。このリスク指標 $R\rho_{t,T}$ は、現時点 t から見た、将来の時点 $t + 1$ から T の間に起こりうるリスク事象の被害額の合計値をま

とめてひとつの確率変数とみなして評価しており、対象区間を1期と考えているという意味で、静的なリスク指標であると言える。

1 期間リスク指標 $\rho_t: \mathcal{L}_{t+1} \rightarrow \mathcal{L}_t, t = 1, \dots, T - 1$ を動的リスク指標を用いて、

$$\rho_t(X_{t+1}) = \rho_{t,t+1}(0, X_{t+1}) \quad (6)$$

と定義する。

時間的整合性を有するリスク指標の1つとして Iterated Risk Measure(繰り返しリスク指標)が挙げられる¹⁷⁾。これは1 期間リスク指標 ρ_t を、式(7)のように繰り返し用いる指標である。

$$\begin{aligned} I\rho_{t,T}(X_{t+1}, \dots, X_T) \\ = \rho_t(\rho_{t+1}(\dots \rho_{T-1}(X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_T) \dots)) \end{aligned} \quad (7)$$

これは、将来の時点 $T - 1$ から見た、時点 $t + 1$ から T までのリスクの評価値 $\rho_{T-1}(X_{t+1}, \dots, X_T)$ を、時点 $T - 2$ から評価し、 $T - 3$ から評価し、と、時点 t からの評価となるまで繰り返しして評価するという指標である。

このうち、繰り返しリスク指標が、

$$\begin{aligned} I\rho_{t,T}(X_t, X_{t+1}, \dots, X_T) \\ = X_t + I\rho_{t,T}(0, X_{t+1}, \dots, X_T) \end{aligned} \quad (8)$$

$$I\rho_{t,T}(0, \dots, 0) = 0 \quad (9)$$

を満たす時、式(7)は式(10)のように書ける。

$$\begin{aligned} I\rho_{t,T}(X_{t+1}, \dots, X_T) \\ = \rho_t(X_{t+1} + \rho_{t+1}(X_{t+2} + \dots (\rho_{T-1}(X_T)) \dots)) \end{aligned} \quad (10)$$

式(8)は、繰り返しリスク指標 $I\rho_{t,T}$ が、時点 t から評価を行う際には、 t 時点の確率変数は一定値をとる実現値になっているとき、その値を定数として返す指標であることを示している。式(9)は、繰り返しリスク指標 $I\rho_{t,T}$ が、0 をとる確率変数を評価した時には、常に評価値 0 を返すことを意味する。これらの条件を満たすとき、繰り返しリスク指標 $I\rho_{t,T}$ は式(10)のように、 $T - 1$ 時点から T 時点の確率変数 X_T を評価し、 $T - 2$ 時点から、その評価値と確率変数 X_{T-1} の合計値との確率変数 $X_{T-1} + \rho_{T-1}(X_T)$ を評価し、というステップを繰り返すことで求まる。

3. 数値シミュレーションモデル

本節では、時間的整合性を有するリスク指標である繰り返しリスク指標(式(10))を用いることの利点や影響を検討するための数値シミュレーションモデルを提示する。

(1) 数値例の設定

インフラ維持管理の問題を簡易的に模した数値例として、以下のような問題を設定する。構造物数、状態

数、行動数について、実際の維持管理において管理者は膨大な数の構造物群を管理していることから、これは実際の維持管理と比べて大きく簡略化した数値例である。

- ・ 構造物：A と B の 2 種類とする。A は相対的に事故の発生確率は小さいが起きたときの被害が大きい。
- ・ 状態：管理者が保有する構造物全体は、状態 1(A が多い)、状態 2(A と B が同程度)、状態 3(B が多い) の 3 状態を取りうる。初期状態は 2 とする。
- ・ リスク：事故などが発生する確率や被害の大きさは構造物群の状態に依存する。今回用いた数値を表-1 に示す。

表-1 事故などが発生した際の被害の大きさと発生確率

被害額	状態 1	状態 2	状態 3
3	0.1	0.2	0.3
10	0.05	0.03	0.01

- ・ 行動：管理者は行動 1,2 の 2 つから 1 つを選ぶ。行動 1 は A を、行動 2 は B を多く補修する。行動にかかるコストは同じとする。
 - ・ 時間発展：状態 s の時に行動 a を実行した次の時点での状態が s' となる確率を遷移行列 $P_{ss'}^a$ (式 (11)) で表す。
- $$P_{ss'}^1 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0.1 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}, P_{ss'}^2 = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 \end{pmatrix} \quad (11)$$
- ・ 維持管理期間：初期時点を $t = 0$ とする。また維持管理行動を $t = T - 1$ まで実施し、リスクは $t = T$ 時点までを考慮する。
 - ・ 計画：時点 t において、管理者が策定した計画を Π_t とする。時点 t' 、状態 s の時に実行する行動を $\pi_{t'}(s)$ とすると、時点 t において策定した計画は $\Pi_t = \{\pi_{t'}(s)\}_{t \leq t' \leq T-1, 1 \leq s \leq 3}$ と書ける。

(2) 最適な計画の導出

補修に要するコストが同じであることから、管理者はよりリスクが低い施策を実行すると考えられる。リスクとしては、発生しうる被害額の期待値という評価と、被害額の Tail 値による評価の 2 つが考えられる。施設を平均的に良い状態に保つときには、被害額の期待値を最小化するように維持管理を実施することになる。一方、非常に大きな事故の発生を恐れるという観点では、被害額の確率分布の Tail 値の評価が重要となる。そのため、CVaR などのリスク指標の評価値を最小にするよう維持管理を実施することになる。そこで本稿の数値例では、双方の視点を考慮し、リスク指標として被

害額の期待値と CVaR($\alpha = 0.2$) との線形和 (式 (12)) を用いる。

$$M-CVaR(X) = \beta E[X] + (1 - \beta) CVaR(X, 0.8) \quad (12)$$

この際、期待値と CVaR の評価値をどの程度ずつ考慮するかを示すパラメータを β とし、時間を通じて一定とする。この値が小さいほど、管理者は Tail Risk を低減しようとする傾向が強いことを示す。この 1 期間リスク指標を $M-CVaR_t$ と表す。また、動的リスク指標を $M-CVaR_{t,T}$ とする。

t 時点から計画を立案し、維持管理を実行する際、式 (5) に示すように、現時点から見た将来のリスク値の合計値を最小化することを目指す場合、

$$\min_{\Pi_t} M-CVaR(X_{t+1} + \dots + X_T | \mathcal{F}_t) \quad (13)$$

に従い最適な計画を求めることとなる。

一方、 t 時点において、繰り返しリスク指標 (式 (10)) の評価値を低減するよう計画する時、

$$\min_{\Pi_t} M-CVaR_t(X_{t+1} + M-CVaR_{t+1}(X_{t+2} + \dots (X_{T-1} + M-CVaR_{T-1}(X_T)) \dots)) \quad (14)$$

に従い最適な計画を求めることとなる²³⁾。M-CVaR は期待値と CVaR の線形和であり、いずれも coherent 性を有することから、M-CVaR $_{t,T}$ は式 (8,9) を満たすため、繰り返しリスク指標は式 (10) に従い求めることが出来る。

4. 提案手法の適用性の検討

本節では、前節に示した、インフラ維持管理を模した数値シミュレーションモデルについて、繰り返しリスク指標 (式 (10)) を用いた場合について、非逐次的なリスク指標を用いた場合 (式 (5)) とを比較し、時間的整合性を有するリスク指標を用いることの利点や影響を検討する。

(1) 時間的整合性の比較

ここでは維持管理期間を 2 期間とし ($T = 2$)、各指標に基づいて求められた最適な計画を比較し、時間的不整合の発生について調べる。各 β に対応する最適な計画を表-2 に示す。

例えば $\beta = 0.85$ の時、逐次性を有しない動的リスク指標 $R_{\rho_{0,2}}$ を用いて評価すると $t = 1$ 時点で $\pi_1 = (2, 2, 2)$ という戦略を実施すると想定し、 $t = 0$ で行動 2 を実施することとなる。しかし、 $t = 1$ 時点で再びリスクを $R_{\rho_{1,2}}$ に従い評価すると、その時点から見たリスク最適解である行動は $\pi_1 = (2, 1, 1)$ となる。つまり、当初の計画では、 $t = 1$ 時点においてインフラの状態値が 2 または 3 のときには、行動 2 をとるという最適計画を想

表-2 各リスク指標による最適解

β の範囲	$R\rho_{0,2}(X_1, X_2)$ (式 (14))		$I\rho_{0,2}(X_1, X_2)$ (式 (13))		$\rho_1(X_2)$
	$\pi_0(2)$	$(\pi_1(1), \pi_1(2), \pi_1(3))$	$\pi_0(2)$	$(\pi_1(1), \pi_1(2), \pi_1(3))$	$(\pi_1(1), \pi_1(2), \pi_1(3))$
$0 \leq \beta < 0.201$	1	(1,1,1)	1	(1,1,1)	(1,1,1)
$0.201 \leq \beta < 0.767$	1	(1,1,1)	1	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.767 \leq \beta < 0.810$	1	(1,1,2)	1	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.810 \leq \beta < 0.839$	2	(1,2,2)	1	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.839 \leq \beta < 0.862$	2	(2,2,2)	1	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.862 \leq \beta < 0.876$	2	(2,2,2)	2	(2,1,1)	(2,1,1)
$0.876 \leq \beta \leq 1$	2	(2,2,2)	2	(2,2,2)	(2,2,2)

定していたことになるのだが、実際にその時点になってみると、行動1をとることが最適な行動であることが判明すること。そのため、想定されていた最適計画とは異なる経路が実現することになる。

このようにして、 $t=0$ 時点から、非逐次的なリスク指標 $R\rho_{t,T}$ を用いて評価したリスクが最小となるように決定した π_1 と、 $t=1$ 時点から評価し決定した π_1 との間に複数の齟齬が生じている。表-2に示す $R\rho_{t,T}$ を用いて求められた行動 π_1 のうち下線が引いてあるのが、 ρ_1 に従い求めた行動と比較して、齟齬が発生している行動である。こうした齟齬が発生するのは、異なる時点での非逐次的なリスク指標 $R\rho_{t,T}$ に基づく意思決定において、意思決定に用いることができる情報の量に差があるからである。

一方、繰り返しリスク指標 $I\rho_{t,T}$ について、このような時間的不整合は生じていない。これは、式(10)にあるように、 $I\rho_{t,T}$ の評価時には、将来時点で観察される情報に基づき、そのリスク評価ならびにそれに基づく意思決定がなされることを想定した上で、当該時点以降のリスクの総和を評価するためである。このように、繰り返しリスク指標を用いることで、将来の各時点で、リスクを最小化するという逐次的な行動を考慮した計画を導出できることが示される。

ただし、ここで指摘した時間的不整合の問題は、常に生じるわけではない。例えば、前述したように、コストの期待値の最小化を図る最適な計画を求める場合、このような時間的不整合は生じない。以下、この点について、もう少し検討を加える。

リスク指標として用いている式(12)は、 β が大きくなるにつれ、期待値の評価を重視するものとなる。従って、 β が1に近い値をとるときは、実質的に期待値の最小化を図る戦略と同じものとなる。そのため、上述したように、非逐次的なリスク指標を用いて評価した場合と、繰り返しリスク指標を用いて評価した場合の戦略は同じものとなっている。(表-2の一番下の段参照。)

このシミュレーションモデルでは、構造物Aのほう

が、希だが大きい被害額を出じさせる。そのAを重点的に補修する行動1の方が、Tail値である被害額10の事象が出やすい状態1の回避につながる。逆に、行動2は、被害の期待値が大きくなることを回避することになる。従って、 β の値が大きい場合、行動2の方が好まれることになる。この傾向は、いずれのリスク指標を用いた場合にも見られる傾向である。

ただし、完全に一致するわけではない。例えば、 $\beta = 0.810 \sim 0.862$ においては、非逐次的なリスク指標 $R\rho_{0,2}$ による評価に基づく最適行動は $\pi_0(2) = 2$ だが、繰り返しリスク指標 $I\rho_{0,2}$ による評価では $\pi_0(2) = 1$ が最適行動となっている。こうした齟齬について、表-2の $\pi_0(2)$ に、 $R\rho_{0,2}$ に従い求めた計画のうち、 $I\rho_{0,2}$ に従い求めた計画と齟齬が発生している行動に下線を引いて示す。これは、 $R\rho_{0,2}$ による評価では、 π_1 でのリスク評価並びにそれに基づく意思決定を考慮していないために、時間を遡って影響が及んでいることを示す。

おおまかな傾向として、非逐次的なリスク指標 $R\rho_{t,T}$ の $t=0$ 時点での評価に基づく最適解 π_1 は、 β を大きくするにつれ、 $\pi_1(3), \pi_1(2), \pi_1(1)$ の順に、行動が1から2へと変化している。一方、繰り返しリスク指標 $I\rho_{t,T}$ の $t=0$ 時点での評価に基づく最適解 π_1 は、 β を大きくするにつれ、 $\pi_1(1)$ が2となり、その次に $\pi_1(2), \pi_1(3)$ が同時に行動が1から2へと変化している。

$I\rho_{t,T}$ は時間的整合性を有するため、 π_1 での最適解は $t=1$ から見た評価と同一である。また、状態1は状態2,3に比べ、行動1から2へと切り替えることで、大幅に期待値を低減できるため、比較的 β が小さいときに行動2の方が最適となる。

一方、 $R\rho_{t,T}$ による評価では、初期時点の状態は2であり、この時行動1が実施される。すると状態3となる可能性が高いため、状態3の期待値の低減が重視され、もっとも小さい β で、行動1ではなく2が最適になっているものと推察される。

表-3 検討した3ケースの条件

	リスク指標	
	$I\rho_{t,T}$	$R\rho_{t,T}$
計画策定を各時点で実施	ケース 1	ケース 2
計画策定は $t=0$ のみ		ケース 3

表-4 M-CVaR($\beta = 0.7$) で評価した時の $t=2$ 時点での被害額の経験確率分布 X_2 とそのリスク評価値

	ケース 1	ケース 2	ケース 3
0	0.742	0.762	0.792
3	0.236	0.211	0.173
10	0.0229	0.0279	0.0355
$E[X]$	0.936	0.911	0.874
$CVaR(\alpha = 0.2)$	3.801	3.976	4.241
M-CVaR	1.795	1.830	1.884

(2) 維持管理への適用性

ここでは維持管理期間 $T=5$ とし、表-3 に示す3ケースについて比較し、繰り返しリスク指標の維持管理計画策定への適用性について調べる。ケース1は、 $t=0$ 時点で、繰り返しリスク指標 $I\rho_{t,T}$ に従い求めた計画に従って $T=5$ まで維持管理を実施するケースである。ケース2,3 はいずれも、各時点において非逐次的なリスク指標 $R\rho_{t,T}$ に従い計画を定める。この際、ケース3は $t=0$ 時点で求めた最適な計画に従って $t=5$ まで維持管理を実施する。一方、ケース2は、各時点 t において、その時点から $t=5$ までのリスクを再評価して、時点 t における行動を定めている。ここで、ケース1については、前節で見たように繰り返しリスク指標が時間的整合性を有するため、 $t=0$ 時点で求めた最適計画と各時点で再評価した結果が常に一致する。

ここでは、各ケースについて、各時点の被害額 X_t の確率分布を求めるために、 1.0×10^7 回のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、経験確率分布を求めた。

まずは、各時点で発生する被害額の確率分布 X_t について、それぞれ経験確率分布を求め、それらを M-CVaR で評価した値を比較する。例として、 $\beta = 0.7$ で評価した時の $t=2$ 時点での被害額の確率分布 X_2 の経験確率分布を求めたものを表-4 に示す。ここでは、ケース1で0と10が発生する確率が最も低く、一方3が発生する確率が最も高くなるような戦略が実行されていることが分かる。その結果、期待値はケース1ほど高くなっているが、CVaR の評価値はケース1ほど低く、結果として M-CVaR はケース1ほど小さくなっている。

$\beta = 0.7, 0.75, 0.8$ の3ケースに従い維持管理を実行し、各時点の経験確率分布を求め、リスク値を評価し

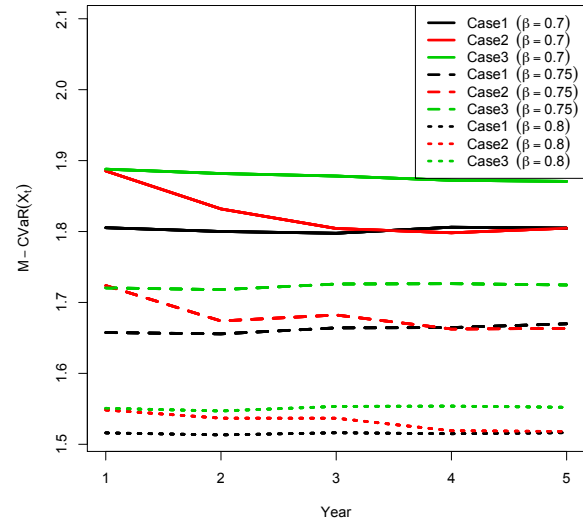


図-1 各リスク指標に従い維持管理を実施した際の、各時点における被害額の M-CVaR 値

た結果を図-1 に示す。これより、いずれの β においても、ケース2はケース1に比べて $t=1, 2$ において大きなリスク値を示している。 $t=4, 5$ においては、ケース2とケース1の差は殆どなく、一部ではケース2のリスク値の方が小さくなっている。時点 $t=4, 5$ ではいずれのケースにおいても政策 π_t にほぼ差はないため、モンテカルロ・シミュレーションの誤差に起因するものと考えられる。ケース3はいずれのケースよりも、すべての時点で大きなリスク値を示している。これは、ケース3が $t=0$ 時点から見たリスクの最小化をしており、各時点でのリスク低減を考慮していない結果といえる。これに対して各時点で $R\rho_{t,T}$ に従い意思決定を行うケース2は、残余期間が減少するにつれて、齟齬が生じにくくなっている。逆に言えば、対象とする期間が長い問題においては、ケース1に対するケース2の差は、時間経過しても殆ど改善されないと考えられる。

このように、繰り返しリスク指標を用いて、中長期の計画策定を行うことで、将来の各時点における逐次的な意思決定による維持管理行動の影響を踏まえた計画立案が可能となることが示された。

5. おわりに

インフラ維持管理の計画策定においては、コストやリスクの期待値だけでなく、Tail 値の考慮も重要となっている。本稿では、インフラの管理者が、毎年の点検結果等に基づきインフラの性能や劣化傾向、事故が発生した際の社会的影響等を評価したうえで、優先順位をつけて補修する等の臨機応変な対応を行っていること

に着目した。このように、インフラの維持管理は各時点でリスク低減を目指した意思決定を繰り返す逐次的な過程である。

逐次的な過程において、各時点でリスク低減を目指した意思決定が繰り返されることを考慮せず、リスクを評価して計画を策定すると、将来の各時点でリスク低減を目指した意思決定が行われることで、当初の計画から逸脱するという時間的な不整合が発生することが指摘されている。そのため、策定された計画は実効的なものとはならない。維持管理において、各時点でリスク低減を目指した対応を行うことは、構造物の劣化の不確実性の大きさなどを考慮すると妥当な対応と言える。むしろ、インフラ維持管理の計画策定の段階で、各時点においてリスク低減を目指した意思決定が行われることを考慮したリスク評価を行うことが重要であろう。そこで本稿では、インフラ維持管理の逐次性を考慮した、インフラ維持管理で用いるリスク指標について検討した。

理論的な研究を参考に、逐次性を考慮したリスク指標の要件として、時間的整合性を指摘し、この要件を満たす具体的なリスク指標として繰り返しリスク指標を挙げた。その上で、インフラ維持管理を簡易的に模した数値例を用いて、逐次性を有しないリスク指標と比較しつつ、繰り返しリスク指標について、その利点や影響について調べた。まず繰り返しリスク指標が時間的整合性を有する指標であり、逐次的な過程である維持管理計画のリスク評価に適用しても意思決定の齟齬が発生しないことを示した。すなわち、計画時点で将来のリスクの再評価を考慮した計画策定が出来るということである。次に各時点でのリスクの実現値を比較した時、繰り返しリスク指標を用いて策定された計画に従うことで、非逐次的なリスク指標に従い維持管理を行った場合に比べ、各時点でのリスクを低減出来ることが分かった。この差は計画期間が長くなるほど、大きくなる。

本検討では、リスク指標として被害額の期待値と CVaR 値の合計値である $M-CVaR$ を用いた。しかし、計画段階におけるリスクの考慮については様々な方法が提案されている。例えば Chow ら²⁴⁾ は、従来のコストの期待値の低減に加えて、CVaR などの評価値を制約条件として用いる手法を検討している。いずれの手法を用いるにしても、期待値以外の指標を含めた評価を行い計画策定を行う場合には、逐次性を考慮した指標を用いる必要がある。インフラ維持管理においては、Tail 部の性質が重要である¹⁵⁾ ため、繰り返しリスク指標のような逐次性を有するリスク指標を利用する必要があると考えられる。

今後は、維持管理の計画時に上記手法を用いるため

に、モデルの精緻化や最適化手法、リスクの評価対象などについての検討を行う。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 26630237 の助成を受けた。記して謝意を表す。

(2015. 4. 24 受付)

参考文献

- 1) 土木学会メンテナンス工学連合小委員会: 社会基盤メンテナンス工学, 東京大学出版会, 2004.
- 2) 土木学会: アセットマネジメント導入への挑戦, 技報堂出版, 2005.
- 3) 慈道充, 小林潔司: 不確実性下における最適点検・修繕ルール, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.39-50, 2003.
- 4) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.27, Issue.6, pp.425-438, 1993.
- 5) 織田澤利守, 石原克治, 小林潔司, 近藤佳史: 経済的寿命を考慮した最適修繕政策, 土木学会論文集, No.772, pp.169-184, 2004.
- 6) Golabi, K., Kulkarni, R. B., and Way, G. B.: A statewide pavement management system, *Interfaces*, Vol.12, Issue.6, pp.5-21, 1982.
- 7) Smilowitz, K., and Madanat, S.: Optimal inspection and maintenance policies for infrastructure networks, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol.15, Issue.1, pp.5-13, 2000.
- 8) 田村謙介: 予算制約を考慮した道路舗装の修繕ルール, 土木計画学研究論文集, Vol.19, Issue.1, pp.71-82, 2002.
- 9) 日経コンストラクション (編): インフラ事故 笹子だけではない老朽化の災禍, 日経 BP 社, 2013.
- 10) 小池武: リスクマネジメント手法によるパイプラインの維持管理戦略について, 土木学会論文集, No.794/I-72, pp.189-202, 2005.
- 11) 佐藤忠信, 吉田郁政, 増本みどり, 金治英貞: ライフサイクルコストを考慮した道路橋の補強戦略, 土木学会論文集, N0.784/VI-66, pp.125-138, 2005.
- 12) Frangopol, D. M., and Liu, M.: Maintenance and management of civil infrastructure based on condition, safety, optimization, and life-cycle cost. *Structure and infrastructure engineering*, Vol.3, pp.29-41, 2007.
- 13) 坂井康人, 慈道充, 貝戸清之: 都市高速道路のアセットマネジメント-リスク評価と財務分析, 建設マネジメント研究論文集, 土木学会, Vol.16, pp.71-82, 2009.
- 14) 杉浦聡志, 金森吉信, 高木朗義: リスク評価に基づいた道路施設の総合維持管理手法の開発, 土木学会論文集. F4(建設マネジメント) 特集号, Vol.67, Issue.4, pp.103-112, 2011.
- 15) 大澤遼一, 本田利器: 管理者行動の影響を考慮したインフラ維持管理計画の危険性評価, 土木学会全国大会第 69 回 年次学術講演会講演概要集, CD-ROM, 2014.
- 16) 恐神貴行: リスクを考慮した逐次的意思決定, オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学, Vol.59, pp.364-369, 2014.
- 17) Hardy, M. R., and Wirch, J. L.: The iterated CTE: a dynamic risk measure, *North American Actuarial Journal*, Vol.8, Issue.4, pp.62-75, 2004.
- 18) Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., and Heath, D.: Coherent measures of risk, *Mathematical finance*, Vol.9, issue.3, pp.203-228, 1999.
- 19) Rockafellar, R. T., and Uryasev, S.: Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of risk*, Vol.2, pp.21-42, 2000.
- 20) Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J., Heath, D., and Ku, H.: Coherent multiperiod risk adjusted values and Bellman's

- principle, *Annals of Operations Research*, Vol.152, pp.5–22, 2007.
- 21) Föllmer, H., and Penner, I.: Convex risk measures and the dynamics of their penalty functions, *Statistics & Decisions*, Vol.24, pp.61–96, 2006.
 - 22) Cheridito, P., Delbaen, F., and Kupper, M.: Dynamic monetary risk measures for bounded discrete-time processes, *Electronic Journal of Probability*, Vol.11, Issue.3, pp.57–106, 2006.
 - 23) Ruszczyński, A.: Risk-averse dynamic programming for Markov decision processes, *Mathematical programming*, Vol.125, Issue.2, pp.235–261, 2010.
 - 24) Chow, Y.L., and Marco P.: Stochastic optimal control with dynamic, time-consistent risk constraints, *American Control Conference (ACC)*, pp.390–395, 2013.