土木学会論文集 No.400/I–22, pp.1–9, 2015.4

交通均衡問題を制約条件とした経済均衡モデルの検討

玉置哲也[1]・多々納裕一[2]

[1]正会員　九州大学大学院工学研究院（〒 819-0395　福岡市西区元岡 744）
E-mail: tamaki@doc.kyushu-u.ac.jp
[2]正会員　工博　京都大学防災研究所（〒 611-0011　京都府宇治市五ケ庄）
E-mail: tatano@imdr.dpri.kyoto-u.ac.jp

本研究では，災害時における交通ネットワークへの被害を考慮した各地域に波及する経済的影響を定量的に分析するための手法を提示している．具体的には，空間的応用一般均衡モデルにおける輸送コストを内生的に決定する手法を検討している．従来，交通ネットワーク変化による輸送コストの変化は外生的に与えられてきたが，実際には，各地域の経済活動状況によって派生的に地域間交易量が決定されるため，内生変数化することが望ましい．近年では，均衡制約条件つきの均衡問題を MPEC の手法で解く方法が提案されつつある．そこで，本研究では，交通均衡問題を制約条件として考えることで均衡制約条件付の数理計画問題としてとらえることで，輸送コストを内生化できる可能性について言及している．そして，実際に数値例を用いて交通ネットワークの途絶による地域への派生的影響を計算して数値解を得ることができた．

Key Words : *spatial computable general equilibrium, disaster risk manegement, user equilibrium, EPEC*

1.　はじめに

現代における地域間の交流･交易の発達は，我々の日常生活における利便性を向上させる一端を担っている．その一方で，自然災害による交通機能の損傷は，救援物資の運搬や救援活動などに加え，被災地やその取引関係のある他地域の経済活動に対しても支障をきたす恐れががある．

実際に自然災害によって交通網が損傷し，物資や旅客の移動に大きな影響が出た事例がいくつか挙げることができる．例えば，2000 年の東海豪雨[1)]のときには，新幹線や高速道路，一般道が通行止めとなり，大きな損害が発生した．また，2004 年の新潟県中越地震[2)]では交通ネットワークが激しく損傷を受け，迂回路を用いらざるを得なくなった．2011 年の東日本大震災[3)]においても，東北地方の太平洋側沿岸部の交通は，津波による壊滅的な被害を被ったことは記憶に新しい．また，東南海・南海トラフ地震や東京首都直下地震を含めた地震災害，富士山噴火，桜島噴火などの火山災害，また，毎年のように発生する土砂災害など多くの災害リスクに日本は晒されているが，これらの災害による被害は，直接的な都市への被害に加え，交通ネットワークの損傷も引き起こす可能性があり，それに伴う各地域への波及被害も大きなものとなるであろう．

災害による被災地域外への波及的な被害を推計する手法として，空間的一般均衡モデル（以下，SCGE モデル）によるアプローチが挙げられる．このアプローチでは，生産や消費行動に関するモデルを柔軟に設定でき，分析目的に合わせた企業の生産関数および家計の効用関数を決定することができる．また，均衡状態における価格情報が得られることも大きなメリットであり，Ueda et al.[4)] は，この SCGE モデルを用いて，高速鉄道網が被災したケースを分析している．そこで，本研究では地域間交通ネットワークを考慮した SCGE モデルの開発を行い，道路機能損傷による経済被害を分析する手法を提案する．

ここで，地域間交通量は各地域における経済活動によって派生的に決定されるものである．従来の SCGE モデルにおいては，災害による交通ネットワークの損傷を反映する方法として，輸送コストの変化として外生的に与える方法が用いられてきた．しかし，実際には，各地域の経済活動状況によって派生的地域間交易量は決定されるため，輸送需要は内生的に決定するので，輸送マージンについても内生変数化することが望ましい．そこで本研究では，輸送コストの変化を内生的に決定できる SCGE モデルの開発を行う．数理計画の分野においては，MPEC 等の均衡問題を制約条件として取り扱うことのできる計算手法が確立されつつあるが，この手法は，経済被害分析においても十分応用できる可能性がある．本研究では，この手法を SCGE

モデルに用いて，利用者均衡モデルを制約条件として取り扱うことで，輸送コストの内生化した数理計画問題として定式化できる可能性について言及する．

本論文の構成は以下のとおりである．まず，**2.** において研究のアプローチ及び背景として，既往の研究のレビューをしたうえで，本研究で用いる分析手法について言及する．**3.** では，具体的に本研究で用いるモデルの構造を示し，**4.** において，数値例を用いた分析結果を示す．最後，**5.** において本研究のまとめ及び今後の課題に言及する．

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 交通需要問題と経済評価に関する既往の研究

交通ネットワークの発達に伴い，わが国における地域間交易も共に発展の一途をたどってきた．地域間交易の発展により，分業が可能となり，財・サービスの生産地と消費地との分離することで，我々の生活が豊かになってきた．しかし一方で，交通機能に大きな損傷が発生すれば被災地外の地域にも波及的被害をもたらす可能性が高まっている．そこで，このようなリスクに対するリスク管理を行うことが必要であるが，そのためには適切な経済被害の推計を行うことが重要である．自然災害による交通ネットワーク構造の変化が地域経済に与える影響を分析するために，SCGE モデルや交通ネットワークモデル [5)] 等を用いたアプローチが研究されている．

例えば Gordon et al.[6)] は，1994 年にアメリカで発生したノースリッジ地震に対して，Spatial Allocation Model を用いて，交通関連事業の停止による影響を分析し，事業停止損失は 65 億ドル以上になると推計している．また，高橋ら [8)] は，計量経済モデルと産業連関表を用いて生産設備・輸送施設の被害を考慮した経済被害推定モデルを構築し，阪神・淡路大震災の間接的な影響を推計している．しかし，これらは交通ネットワークが被災したことによる輸送需要の変化を明示的に組み込んでいるわけではない．

高橋ら [7)] は需要変動型利用者均衡配分を用いて，交通利用者の時間損失や取りやめによる機会損失を計算することで，有珠山噴火の経済被害額を計算している．藤原ら [9)] も需要変動型利用者均衡配分を用いて，経路が途絶されたことでトリップが不可能になる場合や極度の交通集中によりトリップを断念する場合も考慮した社会的不便益を計算している．

一方，Ueda et al.[4)] や土屋ら [10)] は SCGE モデルを用いることで経済被害を推計している．先に紹介したように，Ueda et al.[4)] は高速鉄道のネットワークが 1 年間被災した場合の経済被害を計算し，それによってもたらされる他地域への被害の波及に関する知見を示している．また土屋 [10)] は交通網の被害シナリオをもとに交通費用の変化を明示的に示すことで，被害の定量化を行っている．交通の分析に SCGE モデルを用いることの利点として，需要変動を内生的に決定できるという点が挙げられる．SCGE モデルは CGE モデル同様ミクロ経済理論に基づいており，さらに地域間交易を明示的に扱えるようにしたモデルであるため，地域外への被害の波及を分析することに適している．

しかし，多くの SCGE モデルを用いた先行研究では，外生変数として輸送マージンを与えることが多い．実際には，各地域の経済活動状況によって派生的地域間交易量は決定されるため，輸送需要は内生的に決定するので，輸送マージンについても内生変数化することが望ましい．そこで，輸送需要を内生的に決定できる経済均衡モデルを数理計画の分野で用いられている手法を利用することで，均衡制約付きの数理計画問題の一つとして定式化することで買いを得る手法を提案する．

(2) 均衡制約付きの数理計画問題の利用

均衡制約付きの数理計画問題は一般に MPEC (Mathematical Programming Problem with Equilibrium Constraints) と呼ばれ，OR や工学，経済学の分野で応用されてきた．本研究で扱うような交通・地域政策の分析にも多く利用されている (例えば，早崎 [11)] など)．さらに上位の数理問題が均衡問題で表されるような問題を EPEC (Equilibrium Problems with Equilibrium Constraints) と呼び，寡占電力市場における排出権取引等の問題を定式化に応用されている（例えば，田中ら [12)],Hobbs et al.[13)],Hu et al.[14)]）．

本研究で提案しているものも利用者均衡制約下の経済均衡モデルであるため，この問題に属すると言えよう．この EPEC は MPEC よりもさらに複雑な数理計画問題となるが，Hu et al.[15)] は EPEC に属する Multi-leader-follower game において，Fischer-Burmeister 関数 [16)] を用いるアプローチを提案している．この手法を用いることで，対象とする数理問題を解く際に出てくる退化点を，その十分近くの非退化点で近似させることが可能となる．そのため，ニュートン法などの反復法を用いて解を求めることが可能となる．本研究ではこの Fischer-Burmeister 関数を用いることで，ニュートン法を用いた利用者均衡制約条件付きの SCGE モデルの計算手法を検討する．

3. EPECとして捉えた交通均衡を考慮した経済均衡モデル

(1) 本研究で用いるSCGEモデル

まず，本章に用いるSCGEモデルを示す．ここで用いるSCGEモデルでは各地域に家計，企業という経済主体が存在する状態を想定する．企業は各産業部門に1つ存在し，1種類の財を生産しており，利潤の最大化を行うものとする．また，家計は，代表的な家計として自身の効用を最大化する．

モデルの定式化にあたって，以下に前提となる条件をあげる．１．このモデルにはN個の地域が存在する．２．各国の経済主体として家計とM種の産業が存在する．３．k地域$(k \in N = \{1, \cdots, N\})$では，産業毎に1つの企業$i\,(i \in M = \{1, \cdots, M\})$が立地している．この企業$i$は，$M$種の中間投入財と労働・資本からなる合成生産要素を投入要素として，ただ1種の財iを生産しているものとする．この企業が生産した財はその地域で消費される財と他国に移出される移出財として使用される．４．家計は産業界に資本と労働力を提供することで資金を得て，財の消費を行うことにより効用を得るが，これは効用最大化に従うものとする．また，家計は地域間移動を行わないものとし，消費活動も当該家計が居住する地域内で行われるものとする．

a) 家計の行動

家計は，各地域に1つの代表的なものを想定し，予算制約のもとで効用を最大化するように各財の消費量を決定していると考える．また，家計の消費活動は全て自地域内で行われていると仮定する．地域kの家計の効用関数U^kをCES型として特定化すると以下のような効用最大化問題として定式化できる．

$$U^k = \max_{d_i^k} \left\{ \sum_{i=1}^{M} (\gamma_i^k)^{\frac{1}{\sigma_H}} (d_i^k)^{\frac{\sigma_H - 1}{\sigma_H}} \right\}^{\frac{\sigma_H}{\sigma_H - 1}} \tag{1}$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{M} q_i^k d_i^k \leq y^k \tag{2}$$

$$w^k L^k + r K^k = y^k \tag{3}$$

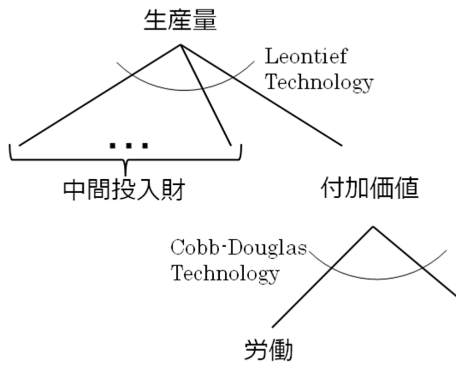
d_i^k：地域kの家計の財iの消費量
γ_i^k:地域kの家計の財iの消費に関する選好パラメータ
σ_H：財消費の代替性に関するパラメータ
q_i^k：地域kでの財iの消費者価格
y^k：地域kでの家計の所得
U^k：地域kの家計が得る効用
w^k：地域kでの賃金率
r：資本レント
L^k：地域kの財iを生産する企業の労働投入量
K^k：地域kの財iを生産する企業の資本投入量

ここでは家計の貯蓄行動は考慮していない．この効用最大化問題を解くことで家計の次の需要関数を得る．

$$d_i^k = \frac{\gamma_i^k (q_i^k)^{1-\sigma_H}}{\Sigma_j \gamma_j^k (q_j^k)^{1-\sigma_H}} \frac{w^k L^k + r K^k}{q_i^k} \tag{4}$$

b) 企業の行動

地域kに立地する企業iは，地域lで生産された財jを中間投入財として，また，労働L^kと資本K^kを生産要素として，財iを生産する．そこでは，規模に関して収穫一定となる一次同次の生産技術を用いるものと仮定する．このとき，企業の行動は以下の利潤最大化行動として記述することができる．このモデルの概念図は図1のようになる．



図–1 企業の階層的生産構造

STEP:1(生産量及び中間投入財投入量の決定)
企業は利潤最大化のために生産量及び各財の投入量を決定する．この問題は以下の利潤最大化問題として定式化できる．

$$\Pi_i^k = \max p_i^k Q_i^k - \left\{ \sum_{j=1}^{M} q_j^k X_{ji}^k + c_{V_i}^k V_i^k \right\} \tag{5}$$

$$s.t. \quad Q_i^k = \min \left\{ \frac{X_{1i}^k}{a_{1i}^k}, \cdots, \frac{X_{Mi}^k}{a_{Mi}^k}, \frac{V_i^k}{a_{V_i}^k} \right\} \tag{6}$$

STEP:2(労働，資本投入量の決定)
労働及び資本の投入量は以下の費用最小化問題として定式化できる．

$$c_{V_i}^k V_i^k = \min \left\{ w^k L_i^k + r K_i^k \right\} \tag{7}$$

$$s.t. \quad V_i^k = \left\{ (L_i^k)^{\delta_{Li}^k} (K_i^k)^{\delta_{Ki}^k} \right\} \tag{8}$$

Π_i^k：企業iの利潤
p_i^k：財iの生産者価格
Q_i^k：企業iの生産量
q_i^k：財iの消費者価格
X_{ji}^k：財iの生産に使われる中間投入財jの量
V_i^k：企業iで付加価値を形成する合成生産要素
$c_{V_i}^k$：V_i^kの単位費用関数

a_{ji}^k：企業 i の生産に対する中間投入比率

$a_{V_i}^k$：企業 i の生産に対する合成生産要素投入比率

δ_{Li}^k：企業 i の労働のシェアパラメータ

δ_{Ki}^k：企業 i の資本のシェアパラメータ

STEP:1 における生産関数は，中間財及び投入要素間の代替関係を規定する．ここでは Leontief 型技術として定式化している．**STEP:2** では生産投入要素の間の代替関係を規定している．ここでの投入要素は労働及び資本であり，生産関数は Cobb-Douglas 型で定式化する．ただし，$\delta_{Li}^k + \delta_{Ki}^k = 1$ である．以下，この問題を解くにあたり階層の問題から順に解いていくこととする．

まず，**STEP:2** を解くと以下の需要関数が得られる．

$$L_i^k = \frac{\delta_{Li}^k}{w^k} c_{V_i}^k V_i^k \tag{9}$$

$$K_i^k = \frac{\delta_{Ki}^k}{r} c_{V_i}^k V_i^k \tag{10}$$

$$c_{V_i}^k = \left(\frac{w^k}{\delta_{Li}^k}\right)^{\delta_{Li}^k} \left(\frac{r}{\delta_{Ki}^k}\right)^{\delta_{Ki}^k} \tag{11}$$

続いて，**STEP:1** を考えるに当たり，以下のような 2 段階の問題を考える．

1 段階目

$$C_i^k Q_i^k = \min \sum_{j=1}^{M} q_j^k X_{ji}^k + c_{V_i}^k (w^k, r) V_i^k \tag{12}$$

$$s.t. \quad Q_i^k = \min \left\{ \frac{X_{1i}^k}{a_{1i}^k}, \cdots, \frac{X_{Mi}^k}{a_{Mi}^k}, \frac{V_i^k}{a_{V_i}^k} \right\} \tag{13}$$

ここで，C_i^k は単位費用関数である．これを解くと以下の需要関数及び費用関数が得られる．

$$X_{ji}^k = a_{ji}^k Q_i^k \tag{14}$$

$$V_i^k = a_{V_i}^k Q_i^k \tag{15}$$

$$C_i^k = \sum_{j=1}^{M} q_j^k X_{ji}^k + c_{V_i}^k a_{V_i}^k \tag{16}$$

2 段階目

$$\Pi_i^k = \max p_i^k Q_i^k - C_i^k Q_i^k \tag{17}$$

平常時に各々の産業は完全競争的であり，長期的な均衡状態にあるため長期利潤は恒等的ににゼロとなる．よって，

$$p_i^k = C_i^k = \sum_{j=1}^{M} q_j^k a_{ji}^k + c_{V_i}^k a_{V_i}^k \tag{18}$$

となる．

c)　地域間交易

地域間交易に関する定式化として，空間価格均衡モデルに確率的要因を導入して構築する．地域 l の企業が生産地 k を財 i の購入先として選ぶ確率を

$$S_i^{kl} = \frac{Q_i^k \exp\left\{-\lambda_i p_i^k (1+\phi_i^{kl})\right\}}{\sum_{m=1}^{N} Q_i^m \exp\left\{-\lambda_i p_i^m (1+\phi_i^{ml})\right\}} \tag{19}$$

とする．ここで，

λ_i：スケールパラメータ

ϕ_i^{kl}：輸送マージン

である．この確率を用いて，地域 l における財 i の消費地価格は，

$$q_i^l = \sum_{k=1}^{N} S_i^{kl} p_i^k (1+\phi_i^{kl}) \tag{20}$$

また，生産者価格は，

$$p_i^k = \sum_{j=1}^{M} q_j^k a_{ji}^k + c_{V_i}^k a_{V_i}^k \tag{21}$$

で表すことができる．

d)　平常時の経済均衡条件

平常時の経済社会の均衡は，生産者価格と消費地価格も通して財市場が地域間で均衡し，資本市場についても地域間で均衡し，労働市場が地域内で均衡するものと仮定している．

まず，労働市場については，家計の地域間移動を考慮しないので，地域ごとで均衡するため以下の式が成り立つ．

$$\sum_i L_i^k = L^k \tag{22}$$

ここで，L^k は平常時の地域 k における総労働量である．

次に資本市場は地域間移動が可能なため以下の式が成り立つ．

$$r\left(\sum_k \sum_i K_i^k - K\right) = \sum_k \sum_i q_i^k IM_i^k - \sum_k \sum_i p_i^k EX_i^k \tag{23}$$

ただし，K は平常時の国内総資本量であり，EX_i^k, IM_i^k はそれぞれの地域・産業における輸出及び輸入を表す．

財市場においては，発着地ベースでそれぞれの均衡条件式が成り立つ．

$$Q_i^k - EX_i^k = \sum_l z_i^{kl} (1+\phi_i^{kl}) \tag{24}$$

$$z_i^{kl} = S_i^{kl} \left(d_i^l + \sum_j X_{ij}^l - IM_j^l \right) \tag{25}$$

ここで，z_i^{kl} は財 i の地域 k から地域 l への交易量である．

(2)　本研究で用いる交通均衡モデル

a)　利用者均衡配分モデル

ここでは，利用者均衡配分モデルを用いることによって地域間の交通時間を求めることで輸送マージンを決定する．

地域 kl 間の交易台数 Z^{kl} が与えられたとき，利用者均衡状態は以下のような数理最適化問題に置き換えることができる．

$$\begin{cases} \min W = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \\ s.t. \quad Z^{kl} = \sum_r f_r^{kl} \quad \forall kl \in \Omega \\ \qquad x_a = \sum_r \sum_{kl} \epsilon_{a,r}^{kl} f_r^{kl} \quad \forall a \in A \\ \qquad f_r^{kl} \geq 0, \ \ x_a \geq 0 \end{cases} \tag{26}$$

ここで，$t_a(x_a)$ はリンク a のリンクコスト関数であり，

$$t_a(x_a) = t_{a0} \left\{ 1 + \alpha (\frac{x_a}{c_a})^\beta \right\} \tag{27}$$

である．また，x_a はリンク a の交通量，f_r^{kl} は OD ペア kl 間第 r 経路の経路交通量であり，

$$\epsilon_{a,r}^{kl} = \begin{cases} 1 : OD \text{ ペア } kl \text{ 間第 } r \text{ 経路がリンク } a \\ \quad \text{を含むとき} \\ 0 : \text{そうでないとき} \end{cases} \tag{28}$$

である．

この最適化問題は，変数の実行可能領域が凸であり，リンクパフォーマンス関数が単調増加関数であれば，目的関数はリンク交通量に対して狭義の凸関数になることが知られている．よって解は一意に決定する．

b) FB 関数を用いた利用者均衡モデルの再定式化

一般的に利用者均衡問題を解く場合には Frank-Wolfe 法を用いることで解くことが可能であるが，本研究では，利用者均衡問題を制約条件とし他問題を取り扱いたいため，Fischer-Burmeister 関数 (以下 FB 関数) を用いた再定式化を行う．FB 関数とは，

$$\varphi(a,b) = a + b - \sqrt{a^2 + b^2} \tag{29}$$

で表される関数であり，次のような性質を持つ．

$$\varphi(a,b) = 0 \Leftrightarrow a + b = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{30}$$

$$\Leftrightarrow a + b \geq 0, ab = 0 \tag{31}$$

$$\Leftrightarrow a \geq 0, b \geq 0, ab = 0 \tag{32}$$

つまり，相補性条件が $\varphi(a,b) = 0$ と等価になる．したがって，相補性条件を FB 関数に置き換えることで，適当な反復法で解くことが可能となる．ただし，$(a,b) = (0,0)$ において，微分不可能になるため計算過程で $(a,b) = (0,0)$ となるような点に出くわしたときにうまく計算ができなくなる可能性がある．そこで，この FB 関数をスムージングした関数 (Smoothing Fischer-Burmeister：以下 SFB 関数) が Fischer[18] によって考案されている．

$$\varphi_\nu(a,b) = 0 \Leftrightarrow a + b = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\nu^2} \tag{33}$$

これは，

(a) $\nu > 0$ において微分可能

(b) $\lim_{\mu \downarrow 0} \varphi_\nu(x) = \varphi(x) \quad \forall x \in \Re^n$

という特徴を持ち，

$$\varphi_\nu(a,b) = 0 \Leftrightarrow a \geq 0, b \geq 0, ab = \nu^2 \tag{34}$$

である．この SFB 関数は，任意の固定点 $\nu > 0$ に対し，SFB 関数 $\varphi_\nu(a,b)$ は連続かつ微分可能であり，さらに $\nu = 0$ のとき，SFB 関数は FB 関数と一致することが知られている．

以下では，地域 kl 間の交易台数 Z^{kl} が与えられたと仮定して，利用者均衡問題の再定式化を行う．ラグランジュ関数を用いると

$$\begin{cases} L(f,\mu) = W(f) - \sum_{kl \in \Omega} \mu_{kl} \left\{ \sum_{r \in R_{kl}} f_r^{kl} - Z_{kl} \right\} \\ f_r^{kl} \geq 0 \end{cases} \tag{35}$$

と表すことができる．f_r^{kl} で微分すると，

$$\frac{\partial L}{\partial f_r^{kl}} = \sum_{a \in A} t_a(x_a) \frac{\partial x_a}{\partial f_r^{kl}} - \mu_{kl} \tag{36}$$

ここで，

$$\frac{\partial x_a}{\partial f_r^{kl}} = \frac{\partial \sum_{kl} \sum_r \epsilon_{a,r}^{kl} f_r^{kl}}{\partial f_r^{kl}} = \epsilon_{a,r}^{kl} \tag{37}$$

よって，

$$\frac{\partial L}{\partial f_r^{kl}} = \sum_{a \in A} t_a(x_a) \epsilon_{a,r}^{kl} - \mu_{kl} \tag{38}$$

となり，利用者均衡問題は次のように等価変換出来る．

$$\begin{cases} \sum_{a \in A} t_a(x_a) \epsilon_{a,r}^{kl} - \mu_{kl} \geq 0 \ \ \forall kl \in \Omega, \forall r \in R_{kl} \\ f_r^{kl} \left\{ \sum_{a \in A} t_a(x_a) \epsilon_{a,r}^{kl} - \mu_{kl} \right\} = 0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \forall kl \in \Omega, \forall r \in R_{kl} \\ Z^{kl} = \sum_r f_r^{kl} \quad \forall kl \in \Omega \\ x_a = \sum_r \sum_{kl} \epsilon_{a,r}^{kl} f_r^{kl} \quad \forall a \in A \\ f_r^{kl} \geq 0, \ \ x_a \geq 0 \end{cases} \tag{39}$$

ここで用いられるラグランジュ乗数 μ_{kl} は kl 間の所要時間を表すことになる．これらの連立方程式を解くことにより，地域間を移動するための所要時間を求めることができる．ここで，SFB 関数を考えると式 (39) は

$$\begin{cases} \varphi_\nu(\sum_{a \in A} t_a(x_a) \epsilon_{a,r}^{kl} - \mu_{kl}, f_r^{kl}) = 0 \\ Z^{kl} = \sum_r f_r^{kl} \quad \forall kl \in \Omega \\ x_a = \sum_r \sum_{kl} \epsilon_{a,r}^{kl} f_r^{kl} \quad \forall a \in A \\ x_a \geq 0 \end{cases} \tag{40}$$

となり，スムージング関数を用いた再定式化ができ，相補性条件が含まれない形で連立方程式として表現することが可能になった．

(3) 本研究で用いるモデル

前節における定式化をもとに，ここでは利用者均衡を制約条件とした SCGE モデルを考える．簡単のために上位問題である SCGE モデルの内生変数となるものは，p_i^k，q_i^k のみとし，その他の要素は以上の等式を満たすような定数として与えられる場合を考えてみよう．

これは，家計の所得及び企業の生産量が確定している状況において，交易による価格変化のみに着目したモデルとなる．ここで本研究では利用者均衡が制約条件となる場合を考えるが，利用者均衡問題における変数は f_r^{kl}, μ_{kl} である．また，ここでは輸送マージンと輸送時間には次の関係が成り立っていると仮定する．

$$\phi_i^{ks} = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}\mu^{ks} \tag{41}$$

また，簡単のために地域 kl 間の交易台数 Z^{kl} は，財 i の地域 kl 間の交易量においても次式が成り立つものとする．

$$Z^{kl} = \sum_i \beta_{z,i} z_i^{kl} \tag{42}$$

これらの式における $\beta_{0,i}, \beta_{1,i}, \beta_{z,i}$ はパラメータである．輸送マージン ϕ_i^{kl} は利用者均衡配分によって決定され，その時の地域間交易量は p_i^k，q_i^k によって決定するため，$\phi_i^{kl} = \phi_i^{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q})$ として考える必要がある．ここで $\mathbf{p}$，$\mathbf{q}$ は $\mathbf{p} = [p_1^1, \cdots, p_i^s, \cdots p_I^S]$，$\mathbf{q} = [q_1^1, \cdots, q_i^s, \cdots, q_I^S]$ を示す．また，利用者均衡モデルにおける交通量 $\mathbf{f}$ 及びラグランジュ乗数 (輸送時間)$\boldsymbol{\mu}$ についても $\mathbf{f} = [f_1^{11}, \cdots, f_r^{kl}, \cdots, f_R^{KL}]$，$\boldsymbol{\mu} = [\mu^{11}, \cdots, \mu^{kl}, \cdots, \mu^{KL}]$ であるものとする．この問題を定式化すると，

上位問題

家計

$$\begin{aligned} U^k = \max_{d_i^k} & \left\{ \textstyle\sum_{i=1}^M (\gamma_i^k)^{\frac{1}{\sigma_H}} (d_i^k)^{\frac{\sigma_H - 1}{\sigma_H}} \right\}^{\frac{\sigma_H}{\sigma_H - 1}} \\ \text{s.t.} \quad & \textstyle\sum_{j=1}^M q_i^k d_i^k \le y^k \\ & w^k L^k + rK^k = y^k \end{aligned} \tag{43}$$

企業

$$\begin{aligned} \Pi_i^k &= \max p_i^k Q_i^k - \left\{ \textstyle\sum_{j=1}^M q_j^k X_{ji}^k + c_{V_i}^k V_i^k \right\} \\ \text{s.t.} \quad Q_i^k &= \min\left\{ \frac{X_{1i}^k}{a_{1i}^k}, \cdots, \frac{X_{Mi}^k}{a_{Mi}^k}, \frac{V_i^k}{a_{V_i}^k} \right\} \\ s.t. \quad c_{V_i}^k V_i^k &= \min\left\{ w^k L_i^k + rK_i^k \right\} \\ s.t. \quad V_i^k &= \left\{ (L_i^k)^{\delta_{Li}^k} (K_i^k)^{\delta_{Ki}^k} \right\} \end{aligned} \tag{44}$$

均衡条件式

$$\textstyle\sum_i L_i^k = L^k \tag{45}$$

$$r\left(\textstyle\sum_k \sum_i K_i^k - K\right) = \sum_k \sum_i q_i^k IM_i^k - \sum_k \sum_i p_i^k EX_i^k \tag{46}$$

$$Q_i^k - EX_i^k = \textstyle\sum_l z_i^{kl}(1 + \phi_i^{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q})) \tag{47}$$

$$z_i^{kl} = S_i^{kl}\left(d_i^l + \textstyle\sum_j X_{ij}^l - IM_j^l\right) \tag{48}$$

下位問題

利用者均衡制約条件式

$$\varphi_\nu\left(\textstyle\sum_{a \in A} t_a(x_a)\epsilon_{a,r}^{kl} - \mu_{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q}), f_r^{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q})\right) = 0 \tag{49}$$

$$Z^{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q}) = \textstyle\sum_r f_r^{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \quad \forall kl \in \Omega \tag{50}$$

$$x_a(\mathbf{p},\mathbf{q}) = \textstyle\sum_r \sum_{kl} \epsilon_{a,r}^{kl} f_r^{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \quad \forall a \in A \tag{51}$$

$$x_a(\mathbf{p},\mathbf{q}) \ge 0 \tag{52}$$

以上のような形で表現することができる．

この上位問題は次のように整理出来る．

$$L^k - \textstyle\sum_i \left\{ \frac{\delta_{Li}^k}{w^k} \left(\frac{w^k}{\delta_{Li}^k}\right)^{\delta_{Li}^k} \left(\frac{r}{1-\delta_{Li}^k}\right)^{1-\delta_{Li}^k} a_{V_i}^k Q_i^k \right\} = 0 \tag{53}$$

$$K_i^k - \frac{1-\delta_{Li}^l}{r} \left(\frac{w^k}{\delta_{Li}^k}\right)^{\delta_{Li}^k} \left(\frac{r}{1-\delta_{Li}^k}\right)^{1-\delta_{Li}^k} a_{V_i}^k Q_i^k = 0 \tag{54}$$

$$\begin{aligned} r\left(\textstyle\sum_k \sum_i K_i^k - K\right) - \textstyle\sum_k \sum_i q_i^k IM_i^k & \\ + \textstyle\sum_k \sum_i p_i^k EX_i^k = 0 & \end{aligned} \tag{55}$$

$$Q_i^k - EX_i^k - \textstyle\sum_l z_i^{kl}(1 + \phi_i^{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q})) = 0 \tag{56}$$

$$p_i^k - \textstyle\sum_{j=1}^M q_j^k a_{ji}^k - \left(\frac{w^k}{\delta_{Li}^k}\right)^{\delta_{Li}^k} \left(\frac{r}{1-\delta_{Li}^k}\right)^{1-\delta_{Li}^k} a_{V_i}^k = 0 \tag{57}$$

$$q_i^k - \textstyle\sum_{l=1}^N S_i^{lk} p_i^l (1 + \phi_i^{lk}(\mathbf{p},\mathbf{q})) = 0 \tag{58}$$

ただし，

$$z_i^{kl} = S_i^{kl}\left(\frac{\gamma_i^l (q_i^l)^{1-\sigma_H}}{\sum_j \gamma_j^l (q_j^l)^{1-\sigma_H}} \frac{w^l L^l + rK^l}{q_i^l} + \textstyle\sum_j a_{ij}^l Q_j^l - IM_j^l \right) \tag{59}$$

$$S_i^{kl} = \frac{Q_i^k \exp\left\{-\lambda_i p_i^k (1+\phi_i^{kl}(\mathbf{p},\mathbf{q}))\right\}}{\sum_{m=1}^N Q_i^m \exp\left\{-\lambda_i p_i^m (1+\phi_i^{ml}(\mathbf{p},\mathbf{q}))\right\}} \tag{60}$$

外生変数として r, w^s, L_i^s, K_i^s を与えることで，式 (53)，式 (54) より

$$L^k = \sum_i \left\{ \frac{\delta_{Li}^k}{1-\delta_{Li}^k} \frac{r}{w^k} K_i^k \right\} \tag{61}$$

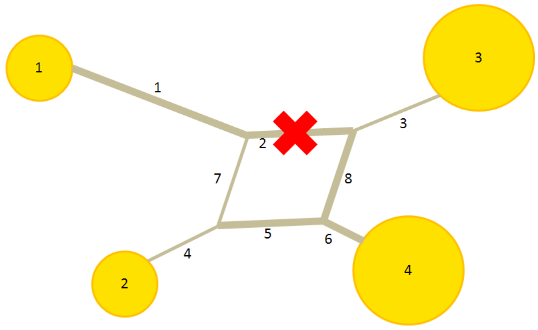
$$Q_i^k = \frac{rK_i^k}{(1-\delta_{Li}^k) c_{Vi}^k a_{Vi}^k} \tag{62}$$

を満たすように家計の所得及び企業の生産量を決定することができる．つまり，このモデルにおいては，式 (57)，式 (58) をもとに価格 $\mathbf{p}$，$\mathbf{q}$ が決定される．下位問題である交通均衡条件は既に相補性条件を含まない連立方程式として再定式化されているため，既存の手法を用いることで解を得ることができる．

4. 数値例による計算結果

実際に値を用いて計算を行う．以下では 4 地域 3 産業のモデルを考えており，4 地域は図 2 のような交通ネットワークで結ばれているものとする．ここでは地域 1，地域 2 は地域 3，地域 4 に比べ小さい都市を考えている．図 2 に示す番号はそれぞれの道路リンク番号を示し，道路リンク 2 が途絶する場合について数値例を用いて分析を行う．つまり，図 2 のように，道路リンク 2 が途絶した場合，地域 1 から地域 3 へのルートは道路リンク 1，2，3 を通るルートではなく，道路リンク 1，7，5，8，3 を通るルートを用いる必要がある．以下では，道路リンク 2 が途絶した場合について分析を行う．まず，分析に用いたパラメータ値 (上田ら [19] を参考に筆者らが作成) を示す．

以上のパラメーター値をもとに計算を行う．資本レント $r = 1$，賃金率 $(w^1, w^2, w^3, w^4) = (1.0, 1.0, 1.0, 1.0)$ とした．まず，輸送にかかる所要時間の変化についてみてみよう．表 7 は道路リンク 2 の途絶前後の各地域間における所要時間の計算結果を示している．途絶前，



図–2 モデル図

表–1 分配パラメータ $\delta^s_{Li}, \delta^s_{Ki}$

	産業 1	産業 2	産業 3
地域 1,2	0.162,0.838	0.594,0.406	0.529,0.471
地域 3,4	0.160,0.840	0.584,0.416	0.550,0.450

表–2 財消費の代替性に関するパラメータ

σ_H	2.0

表–3 財消費に関する選好パラメータ γ^s_i

	産業 1	産業 2	産業 3
地域 1,2	0.042	0.395	0.563
地域 3,4	0.052	0.402	0.546

つまり，平常時における所要時間は，表 7 上段に示したものであるが，途絶後においてはどの地域間も所要時間が増加していることが見て取れる．もし，従来の研究のように輸送コストを内生化せず，混雑を考えなかった場合，道路リンク 2 が途絶したときには地域 1,3 間の輸送コストの変化は考慮されるものの，例えば地域 1,2 間や地域 2,4 間では輸送コストに変化が生じないものとして扱われてきた．しかし，実際には輸送コストの変化に伴い各地域の経済活動に影響を及ぼし，さらにそのときの経済活動状況によって地域間交易量も再び影響を受けると考えられる．本モデルによる分析では，道路リンク 2 を使用できないことにより迂回した交通の影響が，その他の地域間の輸送コストに対しても影響をもたらされ，経済均衡が成り立っている際に常に交通モデルに対しても均衡が成立した表 7 のような所要時間の変化を分析することが可能となる．この表を見ると，地域 1,3 間の所要時間は大幅に増加しているものの，その他の地域間の所要時間も全て増加している．これは道路リンク 2 が使用できないことに対する混雑の影響であると言える．

表–4 付加価値比率 a^s_{Vi}

	産業 1	産業 2	産業 3
地域 1,2	0.580	0.364	0.634
地域 3,4	0.553	0.351	0.638

表–5 投入係数 $a^s_{i,j}$

	地域 1, 地域 2			地域 3, 地域 4		
	産業1	産業2	産業3	産業1	産業2	産業3
産業1	0.090	0.014	0.002	0.009	0.022	0.002
産業2	0.151	0.351	0.091	0.163	0.367	0.091
産業3	0.141	0.214	0.240	0.144	0.201	0.235

表–6 スケールパラメータ λ_i

	産業 1	産業 2	産業 3
λ_i	1.0	1.0	1.0

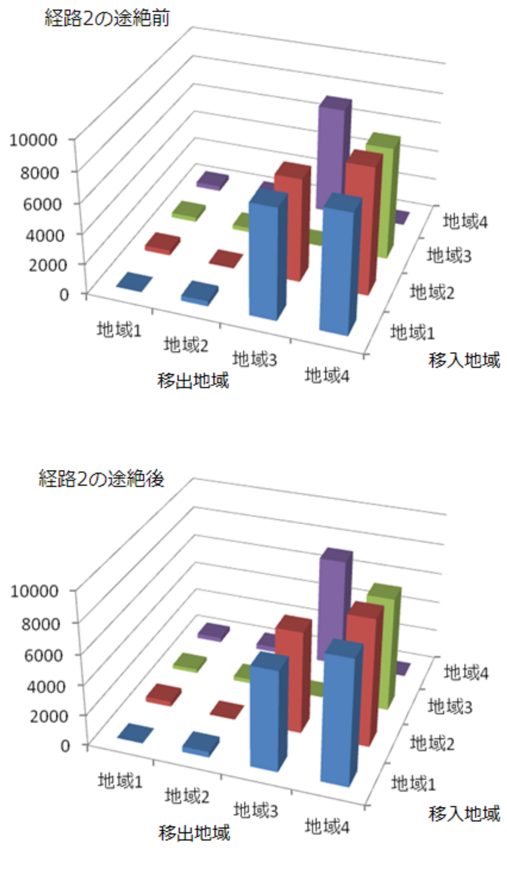
また，道路リンク 2 の途絶前後における地域間交易量に対しても変化が生じていることが図 3 からわかる．表 7 からわかるように，道路リンク 2 の途絶によって一番輸送コストに影響が及ぶのは地域 1 − 3 間である．道路リンク 2 の途絶前は，図 3 からわかるように，地域 3，4 から地域 1，2 に移出される量が高く出ているが，途絶後には地域 3 から地域 1 に送られていた交易量が減少しており，代わりに地域 1 は地域 4 からの移入量が増加していることが分かる．これは地域 1 − 3 間の輸送コストの増加によって，地域 1 の移入先が地域 3 から地域 4 に移ったと考えることができる．

5. 本研究のまとめ

本研究では，自然災害によって交通ネットワークが被災した場合の波及的な経済被害を分析するための SCGE モデルの開発を行った．従来より，災害時の交通機能損傷による波及的被害の分析手法として SCGE モデルが使われていたものの，輸送コストは外生変数として与えられてきたため，災害後の地域間の輸送コストの変化をうまく表現しきれていなかった．そこで，本研究では交通需要を内生的に決定できる利用者均衡問題を制約条件とした SCGE モデルを提案している．数理計画の分野において確立されつつある均衡問題を制約条件として扱うことで，交通均衡が成立しているもとでの経済均衡解を求められるようになった．

表–7　途絶前後の地域間の所要時間の変化

	地域 1-2	地域 1-3	地域 1-4	地域 2-3	地域 2-4	地域 3-4
途絶前	13.84	17.27	13.88	20.09	10.14	14.78
途絶後	15.28	28.17	17.45	22.89	12.17	15.58



図–3　途絶前後の地域間交易量の変化

まず，モデルを構築するための準備として，ここで用いる SCGE モデルと利用者均衡モデルについて紹介した．さらに，利用者均衡モデルを制約条件として扱うために，Smoothing Fischer-Burmeister 関数を用いて再定式化を行っている．つまり，均衡問題を連立方程式にする際に生じる相補性条件をスムージングしたひとつの方程式として表現することを可能にしている．これにより，従来は外生的に与えてきた輸送コストを内生変数としてモデルに組み込むことを可能にし，より現実的なモデルへと拡張が可能となった．

そして，最後に簡単な数値例を用いて，このモデルによる数値計算を行った．ここでは道路リンクが途絶した場合の影響を簡単なネットワークを持つ 4 地域に対して分析した．従来では，道路途絶による迂回交通の発生によって生じた混雑の影響は考慮されずにいたが，道路途絶が直接影響しない地域間の交易にかかる所要時間にも影響が生じていることを分析することができた．また，それに伴い地域間の交易量や生産地価格，消費地価格にも影響が生じていることを表現することができた．

今後の課題として，大きく 3 つあげられる．まず 1 つ目として，数値計算上は収束し，安定した唯一解を得られるものの，その解析的な証明がまだ不十分であることが挙げられる．この問題が数理計画の分野におけるどの問題クラスにあるか明確にすることが重要である．2 つ目に，本研究では家計の所得と企業の生産能力を所与とし，変数を消費者価格と生産地価格価格のみとすることで，モデルを簡略化したが，変数を増やした場合についても同様に解が得られることを示すことが必要である．そして，3 つ目として，実際の災害を対象とした実証分析を行うことが挙げられる．

参考文献

1) 米谷恒春:東海地方豪雨災害の概要，主要災害調査，Vol38，2002
2) 長岡技術科学大学：新潟県中越地震被害報告書，2006
3) 吉崎収：東日本大震災の道路の被災状況と復旧への対応(特集 東日本大震災からの復興)，Traffic & business 97，pp.5-10，2011
4) Ueda T., A. Koike, and K. Iwakami; Economic damage assessment of catastrophe in high speed rail network, Proceedings of 1st Workshop for Comparative Study on Urban Earthquake Disaster Management, pp.13-19, 2001
5) 内田賢悦, 加賀屋誠一, 高橋尚人, 萩原亨, 交通行動の中止を考慮した災害時における交通ネットワークモデルに関する研究, 土木学会論文集 No.779/IV-66, pp.1-10, 2005
6) Cho, S., Gordon, P., Moore II, J.E., Richardson, H.W., Shinozuka M. and Chang, S.: Integrating transportation network and regional economic models to estimate the cost of a large urban earthquake, Journal of Regional Science, Vol.41 No.1, pp.39-65, 2001
7) 高橋尚人，内田賢悦，加賀屋誠一，浅野基樹：交通行動の中止を考慮した災害時の道路途絶の影響算定－有珠山噴火を対象として－，北海道開発土木研究所月報, No.622, pp.23-30, 2005
8) 高橋顕博，安藤朝夫，文世一:阪神·淡路大震災による経済被害推計，土木計画学研究·論文集，No.14，pp.149-156，1997
9) 藤原友，長江剛志，朝倉康夫：ＧＩＳと需要変動型利用者均衡配分を用いた道路ネットワーク耐震化の便益評価，土木計画学研究・講演集，vol.34, CD-ROM，2006
10) 土屋哲，多々納裕一，岡田憲夫:新潟県中越地震による経済被害の計量化の枠組み，土木計画学研究論文集, Vol.23,

pp.365-372 , 2006
11) 早崎俊和，赤松隆：混雑料金と割り当て制の合成スキームによるパレート改善，MPEC 研究会編，MPEC にもとづく交通・地域政策分析, 中京大学経済学部付属経済研究所研究叢書, 第 9 輯, 第 3 章，pp.37-59，2003
12) 田中誠:電力の先渡し･スポット市場と排出権取引，RIETI，Discussion Paper Series，08-J-063，2008
13) Hobbs, Benjamin F., Carolyn B. Metzler, and J-S. Pang. "Strategic gaming analysis for electric power systems: An MPEC approach: Power Systems, IEEE Transactions, Vol.15, No.2, pp.638-645, 2000
14) Hu, Xinmin, and Daniel Ralph: Using EPECs to model bilevel games in restructured electricity markets with locational prices, Operations research, Vol.55, No.5, pp.809-827, 2007
15) Hu M. , M. Fukushima: Smoothing approach to Nash equilibrium formulations for a class of equilibrium problems with shared complementarity constraints, Computational Optimization and Applications, Vol.52, No.2, pp.415-437, 2012
16) 福島雅夫：非線形最適化の基礎，朝倉書店，2001
17) 土木学会：交通ネットワークの均衡分析-最新の理論と解法-，社団法人土木学会，1998
18) Fischer, Andreas: A special Newton-type optimization method, Optimization, Vol.24.3-4, pp.269-284, 1992
19) 上田孝行 編著：第 4 章 SCGE モデルの理論と応用，「Excel で学ぶ地域・都市経済分析」，pp.79-97，コロナ社，2010.

(2015. 4. 24 受付)