

# ボトルネック通行権取引制度が パレート改善に及ぼす影響 —スケジュール制約と料金抵抗の異質性に着目して—

坂井 勝哉<sup>1</sup>・日下部 貴彦<sup>2</sup>・朝倉 康夫<sup>3</sup>

<sup>1</sup>学生会員 東京工業大学 理工学研究科土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1-M1-20)  
E-mail:k.sakai@plan.cv.titech.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 東京工業大学助教 理工学研究科土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1-M1-20)  
E-mail:t.kusakabe@plan.cv.titech.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 東京工業大学教授 理工学研究科土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1-M1-20)  
E-mail:asakura@plan.cv.titech.ac.jp

時間帯別ボトルネック通行権取引制度は一般ネットワークにおいて社会的費用最小化の観点から最も効率的な状態を達成できる。しかし、料金抵抗の大きい利用者は希望時刻の通行権が高価格の場合に買うことができず、渋滞による待ち時間はなくなったとしても、結果的に厚生が低下することが懸念される。本研究では、スケジュール制約と料金抵抗が利用者ごとに異なる場合に、通行権取引制度が利用者のパレート改善に及ぼす影響を分析した。その結果、ボトルネック容量全てに対して通行権取引制度を導入した場合には、パレート改善が必ずしも達成されないことが示された。そこで、パレート改善を達成するための方法として、通行権取引制度をボトルネック容量の一部のみに導入することを提案した。この方法を導入すると、料金抵抗の小さな利用者のみが通行権を買っていれば均衡状態でパレート改善が達成されることがわかった。

**Key Words :** Bottleneck model, Tradable Bottleneck Permits, Pareto improving, Drivers' heterogeneity

## 1. 序論

交通集中渋滞の発生要因は需要が多いことではなく、時間的・空間的に需要が偏ってボトルネック容量を超えることである。したがって、渋滞を緩和するためには、需要を時間的・空間的に分散させる交通マネジメントが必要である。マネジメント手法のひとつとして、経済的メカニズムを利用した料金課金による手法が挙げられる。

Pigou<sup>1)</sup>は、負の外部性がある場合に課金を行うことによって社会費用を下げることを示した。静的な枠組みにおいては、外部性と同じだけの課金を行うことにより社会費用最小化の観点から最適な状態を達成できるのに対して、交通渋滞などの待ち行列を扱う場合、社会最適な状態を達成するためには動的な枠組みが必要である。Vickrey<sup>2)</sup>は朝の通勤交通の発時刻選択問題を「待ち行列での遅れ時間による損失(渋滞遅れ費用)」と「希望到着時刻との差による損失(スケジュール費用)」のトレード・オフとしてモデル化し、時々刻々と料金を変動させることにより待ち行列を解消すること

を示した。Amott<sup>3)</sup>は時刻別変動料金制度を提案し、全く課金を行わなかった場合に待ち行列で被っていた待ち時間を費用に換算した料金をそのまま課金すれば、社会最適な状態に均衡することを示した。しかし、このような社会最適を達成できる料金を設定するためには、利用者の時間価値やスケジュール費用といった選好を適切に把握する必要があり、誤った料金設定を行うと社会的費用が増加する恐れがある。この問題に対して、段階的料金<sup>4)</sup>のような次善の策も提案されている。

市場メカニズムを利用して料金を決定することで、道路管理者が利用者の選好を把握する必要がなく社会的費用を最小化することができるという新しい枠組みとして、赤松ら<sup>5)</sup>は時間帯別ボトルネック通行権取引制度(以下、通行権取引制度と呼ぶ)を提案した。この制度は、渋滞が頻発している特定のボトルネックを対象として、ボトルネックを特定の時刻に通行できる権利(通行権)を道路管理者が発行し、時刻別の通行権を自由に売買取引できる市場を創設するというものである。通行権を道路管理者が販売する(販売型)スキームとあらかじめ利用者

へ配布する（配布型）スキームが提案されており、いずれの場合も、単一ボトルネックのネットワークでは、社会的費用最小化の観点から最も効率的な状態を達成できることが示されている。さらに、赤松<sup>6)</sup>は、一般ネットワークにおいても社会的に最適状態を実現できることを示した。しかし、それと同時に、通行権取引制度は複数ボトルネックの場合には必ずしもパレート改善しないことも赤松<sup>6)</sup>で指摘されている。

通行権取引制度の導入により不利益を被る人がいれば、制度の導入が難航する恐れがあるため、通行権取引制度を導入することによりパレート改善が達成されるような方策、制度を設計することが望まれる。例えば、タンデムボトルネック<sup>7)</sup>や合流部<sup>8)</sup>といったような道路ネットワーク構造によってパレート改善されない場合に対して、通行権による料金収入を使ってボトルネック容量を拡張することによってパレート改善を達成できる条件を緩和できることが知られている。

伝統的な混雑課金でも通行権取引制度でも、経済的メカニズムを利用した交通マネジメントに共通して、所得格差によってパレート改善が達成されない可能性があるという問題がある。具体的には、所得が少なくても料金抵抗の大きな利用者は通行権市場で希望時間帯の通行権を買うことができず、厚生が低下することが懸念される。そこで、本研究では、利用者間に所得差があることを、料金抵抗に違いがあるとしてモデル化し、通行権取引制度導入によるパレート改善の可能性に着目した。

本研究の目的は、通行権取引制度を導入した場合に、スケジュール柔軟性と料金感度に関する利用者行動の違いがパレート改善に及ぼす影響とそのメカニズムを理論的に分析し、パレート改善が達成できる方法を提案することである。

本論文の構成は次の通りである。第1章では研究背景と目的を述べた。第2章では利用者間に異質性がない場合の通行権取引制度とパレート改善について説明する。第3章では、利用者の異質性を仮定し、ボトルネック容量全てに対して通行権取引制度を導入すると必ずしもパレート改善しないことを確かめる。第4章では、パレート改善を達成するための施策として、部分的に通行権取引制度を導入することを提案する。ボトルネック容量の一部に対して通行権が発行される状況を考えて、パレート改善が達成される条件を求める。最後に、第5章で結論を述べる。

## 2. ボトルネック通行権取引制度

本章では、利用者間に異質性がない場合に、赤松ら<sup>5)</sup>のボトルネック通行権取引制度を導入することを考える。

第1節では本研究で対象とするネットワークの設定と利用者行動の仮定を行う。第2節では通行権取引制度導入前の均衡状態を記述し、第3節では通行権取引制度導入後の均衡状態を記述する。均衡状態における利用者の効用と道路管理者の収益を導入前後で比較することにより、通行権制度導入前後での変化を示し、パレート改善を確認する。

### (1) ネットワークと利用者効用の仮定

本研究では、1起点、1終点、1ボトルネック、経路選択なしのネットワークを対象とする。起点には $N$ 人の通勤者が居住しており、毎朝終点に向かってトリップを行うものとする。通行権取引制度の導入前後で道路交通需要は変化しないものとする。

利用者は自身の効用を最大化する行動を取るものとする。本研究では、トリップに関する効用を時間ベースで定義し、利用者行動を次のように定式化する。

$$\max_t U(t) = \begin{cases} -w(t) + \beta s(t) - \delta p(t) & \text{when } s(t) < 0 \\ -w(t) - \gamma s(t) - \delta p(t) & \text{when } s(t) \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 $U(t)$ は時刻 $t$ に到着する時の効用、 $w(t)$ は時刻 $t$ に到着する場合に被るボトルネックでの待ち時間遅れ、 $\beta$ は早着スケジュール遅れを不効用に換算するパラメータ、 $\gamma$ は遅着スケジュール遅れを不効用に換算するパラメータ、 $\delta$ は料金を不効用に換算するパラメータ、 $p(t)$ は時刻 $t$ に到着するためにかかる料金である。 $s(t)$ はスケジュール遅れであり、実際の到着時刻 $t$ と希望到着時刻 $t_0$ を用いて

$$s(t) = t - t_0 \quad (2)$$

と表す。

### (2) 通行権取引制度導入前

通行権取引制度導入前における均衡条件を定式化し、均衡解を示す。

#### a) 均衡条件

通行権取引制度導入前の均衡条件は以下の3つである。

①**ボトルネック流出時刻の選択に関する均衡条件**：あるボトルネック流出時刻 $t$ が選択されているならばその時刻の効用は均衡状態での効用（均衡効用）と等しく、選択されていないならば均衡効用以下である。

$$\begin{cases} U(t) = U^* & \text{if } q(t) > 0 \\ U(t) \leq U^* & \text{if } q(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (3)$$

ここに、 $U^*$ は均衡効用、 $q(t)$ は時刻 $t$ に到着する利用者の流率である。

②**ボトルネックの容量制約**：ボトルネックにおいて待ち時間が発生していればその時の流率はボトルネック容量 $\mu$ と等しく、待ち時間が発生していなければその時の流率はボトルネック容量以下である。

$$\begin{cases} q(t) = \mu & \text{if } w(t) > 0 \\ q(t) \leq \mu & \text{if } w(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (4)$$

③総通勤者数の保存条件：ボトルネックでの流率を全ての時刻で足し合わせると総通勤者数 $N$ に等しい。

$$\int q(\tau) d\tau = N \quad (5)$$

b) 均衡解

前項の均衡条件を満たすような出発時刻選択を利用者が行った結果、つまり、均衡状態におけるボトルネックでの待ち時間の推移は図-1のように表される。横軸は時刻、縦軸はボトルネックでの待ち時間である。図中に示されている到着開始時刻 $t_s$ と終了時刻 $t_f$ はそれぞれ

$$t_s = t_0 - \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \frac{N}{\mu} \quad (6)$$

$$t_f = t_0 + \frac{\beta}{\beta + \gamma} \frac{N}{\mu} \quad (7)$$

である<sup>9)</sup>。希望到着時刻での待ち時間が最も長くなり、早着側の待ち時間の変化率は遅着側よりも小さい。

(3) 通行権取引制度導入後

通行権取引制度導入後における均衡条件を定式化し、均衡解を示す。

a) 均衡条件

通行権取引制度導入後の均衡条件は以下の3つである。

④通行権の選択に関する均衡条件：どのボトルネック通行権（いつ通行できる権利）を買うのかという選択に関する均衡条件であり、制度導入前の①の条件と対応する。通行権取引制度を導入しても、ボトルネックの流出時刻を（通行権を買うことによって）選択するということが変わりはないので、式(3)と同じである。

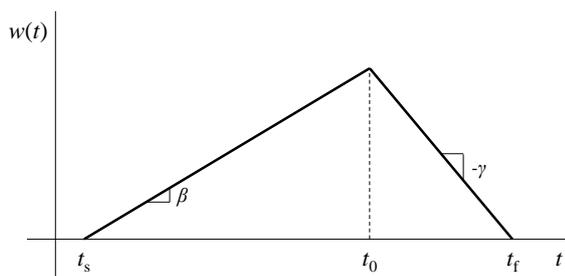


図-1 通行権取引制度導入前の均衡状態

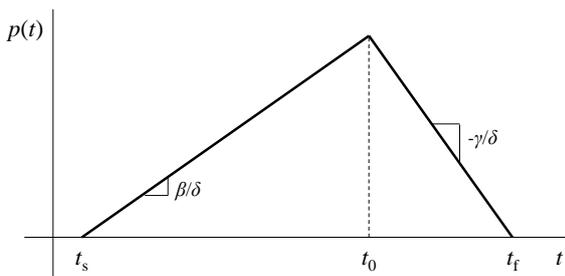


図-2 通行権取引制度導入後の均衡状態

表-1 異質性がない場合での通行権取引制度導入前後比較

	利用者の効用	道路管理者の収益
通行権取引制度導入前	$-\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma} \frac{N}{\mu}$	0
通行権取引制度導入後	$-\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma} \frac{N}{\mu}$	$\frac{1}{2\delta} \frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma} \frac{N}{\mu}$
通行権取引制度導入による変分	0	$\frac{1}{2\delta} \frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma} \frac{N}{\mu} (>0)$

⑤通行権取引市場の需給均衡条件：制度導入前の②の条件と対応する。需要の変数が道路利用者の流率である点は②と同じであるが、供給の変数がボトルネック容量（待ち時間）から通行権枚数（料金）へ変わる。ボトルネック通行権に価格が付いている時刻では流率がボトルネック容量に等しく、価格が付いていない時刻では流率は容量以下である。

$$\begin{cases} q(t) = \mu & \text{if } p(t) > 0 \\ q(t) \leq \mu & \text{if } p(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (8)$$

⑥総通勤者数の保存条件：通行権取引制度導入前の③と同じであり、式(5)によって記述される。

b) 均衡解

図-2は、通行権取引制度導入後の均衡状態における通行権価格の推移を表している。横軸は時刻、縦軸はその時刻にボトルネックを通過するために必要な通行権の価格である。均衡状態では、元々待ち時間として被っていた遅れ時間に相当する金額と通行権価格が等しくなるため、通行権価格の推移を表す曲線の概形は図-1と同じである。

(4) 制度導入前後での比較とパレート改善

表-1は通行権取引制度導入前後での利用者の効用と道路管理者の収益、またその変化を示している。通行権取引制度を導入することによって、利用者効用のうち、ボトルネックでの待ち時間による部分が道路管理者の収益となっている。その際、料金抵抗のパラメータで除することにより効用が料金に変換されている。利用者の効用は変わらず、道路管理者の収益は増加しているため、パレート改善が達成されている。

3. 利用者間の異質性とパレート改善

本章では、利用者間に異質性がある場合に、ボトルネック通行権取引制度を導入することの影響について分析する。まず、第1節では利用者間の異質性の設定を行う。第2節では通行権取引制度導入前の均衡条件と均衡解を示し、第3節では制度導入後の状態を示す。第4節で通行権制度導入前後を比較し、パレート改善が達成されているか否かを分析する。

表-2 通勤者の異質性と人数

		料金抵抗 ( $\delta$ )	
		裕福 ( $\delta_1$ )	貧乏 ( $\delta_2$ )
スケジュール柔軟性 ( $\beta, \gamma$ )	暇 ( $\beta_1, \gamma_1$ )	グループ1 $acN$ 人	グループ2 $adN$ 人
	多忙 ( $\beta_2, \gamma_2$ )	グループ3 $bcN$ 人	グループ4 $bdN$ 人

### (1) 利用者間の異質性

本研究では、利用者間で「スケジュール柔軟性（スケジュール遅れによる効用の感度）」と「料金抵抗（料金による効用の感度）」が異なることを考える。

スケジュール遅れによる効用の感度について、それが大きい利用者層と小さい利用者層を想定する。具体的には、スケジュール遅れを不効用に換算する係数 $\beta, \gamma$ に関して、値が小さい $\beta_1, \gamma_1$ を持つ利用者（簡単のため、暇な利用者とよぶ）と大きい $\beta_2, \gamma_2$ を持つ利用者（忙しい利用者）がいると仮定する。また、料金による効用の感度に差のある利用者層についても同様に仮定する。具体的には、料金支払いを不効用に換算するパラメータ $\delta$ に関して、値が小さい $\delta_1$ を持つ利用者（裕福な利用者）と大きい $\delta_2$ を持つ利用者（貧乏な利用者）がいると仮定する。2つの異質性についてそれぞれ2つの層の利用者が存在すると仮定したので、利用者は $2 \times 2 = 4$ グループに分けられる。各グループの効用関数を以下のように記述する。

$$\text{グループ1: } U_1(t) = \begin{cases} -w(t) + \beta_1 s(t) - \delta_1 p(t) & \text{when } t \leq t_0 \\ -w(t) - \gamma_1 s(t) - \delta_1 p(t) & \text{when } t > t_0 \end{cases}$$

$$\text{グループ2: } U_2(t) = \begin{cases} -w(t) + \beta_1 s(t) - \delta_2 p(t) & \text{when } t \leq t_0 \\ -w(t) - \gamma_1 s(t) - \delta_2 p(t) & \text{when } t > t_0 \end{cases}$$

$$\text{グループ3: } U_3(t) = \begin{cases} -w(t) + \beta_2 s(t) - \delta_1 p(t) & \text{when } t \leq t_0 \\ -w(t) - \gamma_2 s(t) - \delta_1 p(t) & \text{when } t > t_0 \end{cases}$$

$$\text{グループ4: } U_4(t) = \begin{cases} -w(t) + \beta_2 s(t) - \delta_2 p(t) & \text{when } t \leq t_0 \\ -w(t) - \gamma_2 s(t) - \delta_2 p(t) & \text{when } t > t_0 \end{cases}$$

ただし、各係数の大小関係は以下の通りである。

$$0 < \beta_1 < \beta_2 < 1, \quad (9)$$

$$0 < \gamma_1 < \gamma_2 < 1, \quad (10)$$

$$0 < \delta_1 < \delta_2. \quad (11)$$

スケジュール遅れに関する係数 $\beta, \gamma$ について、早着を不効用に換算する係数の比率( $\beta_2/\beta_1$ )と遅着を不効用に換算する係数の比率( $\gamma_2/\gamma_1$ )は値の大小に関わらず一定であると仮定する。

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \beta', \quad (12)$$

ここに、 $\beta'$ は暇な利用者と忙しい利用者とのスケジュール不効用係数の差異を比率で表したものであり、

$$1 < \beta', \quad (13)$$

である。料金抵抗の差異についても同様に、

$$1 < \delta' = \frac{\delta_2}{\delta_1}, \quad (14)$$

と表す。

このとき、各グループの特性と通勤者数は表-2のようにまとめられる。本研究では、スケジュール柔軟性の異質性に関して、暇な利用者と忙しい利用者が $ab$ の比率で混在していると仮定する。同様に、料金抵抗に関して、裕福な利用者と貧乏な利用者が $cd$ の比率で混在していると仮定する。また、これらの異質性は独立であるとし、総通勤者数を $N$ 人とする。

### (2) 通行権取引制度導入前の均衡状態

本節では、通行権取引制度を導入する前の均衡状態を示し、均衡効用を各利用者グループについて記述する。

通行権取引制度が導入されていなければ料金はかからないので、料金抵抗の異質性による影響はなく、スケジュール柔軟性の異質性のみによって均衡状態が定まる。

図-3は、均衡状態におけるボトルネックでの待ち時間の推移を表している。横軸は時刻、縦軸はボトルネックでの待ち時間である。横軸の下に記されている丸囲み数字は、点線で区切られた各時間帯にどのグループが到着しているのかを示すものである。貧富の差にかかわらず、忙しいグループ(3, 4)が希望到着時刻に近い時間帯で到着し、暇なグループ(1, 2)は希望到着時刻から遠い時間帯に到着する。図中に示されている到着開始時刻 $t_s$ と終了時刻 $t_f$ はそれぞれ式(6)と(7)の $\beta, \gamma$ を $\beta_1, \gamma_1$ に置き換えた値となる。式(12)より、 $\beta_2, \gamma_2$ に置き換えても同じ値になるが、以下では $\beta_1, \gamma_1$ を使って記述する。この均衡状態における各グループの均衡効用は

$$U_1^* = -\frac{\beta_1 \gamma_1}{\beta_1 + \gamma_1} \frac{N}{\mu} \quad (15)$$

$$U_2^* = -\frac{\beta_1 \gamma_1}{\beta_1 + \gamma_1} \frac{N}{\mu} \quad (16)$$

$$U_3^* = -(a + \beta' b) \frac{\beta_1 \gamma_1}{\beta_1 + \gamma_1} \frac{N}{\mu} \quad (17)$$

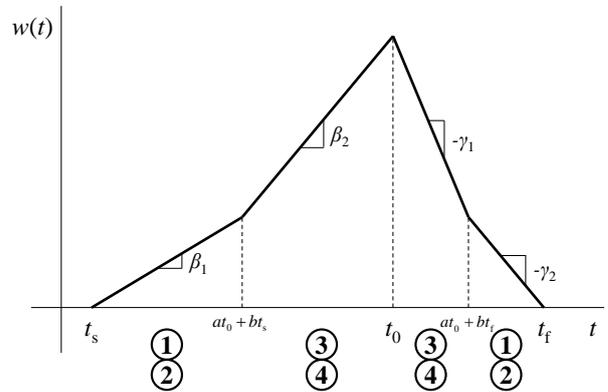


図-3 通行権取引制度導入前( $m=0$ )の均衡状態

$$U_4^* = -(a + \beta'b) \frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu} \quad (18)$$

である。グループ1と2、グループ3と4の均衡効用がそれぞれ等しいのは、スケジュール遅れが効用に与える感度がそれぞれ等しいためである。以下では、この均衡状態をパターン0とする。

### (3) 通行権取引導入後の均衡状態

本節では通行権取引制度導入後における均衡状態を記述する。制度導入後の均衡状態は、スケジュール柔軟性に関する異質性の大きさ( $\beta$ )と料金抵抗に関する異質性の大きさ( $\delta$ )によって以下の3パターンに場合分けされる。

① (パターン1) スケジュール柔軟性の異質性が料金抵抗の異質性に比べて大きい場合( $\beta > \delta$ )の均衡状態における通行権価格の変化を図-4に示す。スケジュール遅れによる効用への感度の違いのほうが、料金が効用へ与える感度の違いよりも大きいため、忙しいグループ(3,4)が希望到着時刻に近い時間帯で到着し、暇なグループ(1,2)がその外側の時間帯に到着する。忙しいグループが到着する時間帯と暇なグループが到着する時間帯の中で、裕福なグループ(1,3)が、より希望到着時刻に近い時間帯に到着する。

② (パターン2) 料金抵抗の異質性がスケジュール柔軟性の異質性に比べて大きい場合( $\beta < \delta$ )は図-5のような均衡状態になる。料金が効用へ与える感度の違いのほうが、スケジュール遅れが効用へ与える感度の違いよりも大きいため、裕福なグループ(1,3)が希望到着時刻に近い時間帯に到着し、貧乏なグループがその外側の時間帯に到着する。裕福なグループが到着する時間帯と貧乏なグループが到着する時間帯の中で、忙しいグループがより希望到着時刻に近い時間帯に到着する。パターン1の場合と比較すると、グループ1と4の到着時間帯が入れ替わっている。

③ (パターン3) 両異質性の程度が同じ場合( $\beta = \delta$ )は図-6のような均衡状態になる。忙しくて裕福なグループ3が最も希望到着時刻に近い時間帯に到着し、暇で貧乏なグループ2が最も希望到着時刻から遠い時間帯に到着することは、パターン1, 2と同様である。グループ1と4は、グループ2が到着する時間帯とグループ3が到着する時間帯とで挟まれた時間帯に到着する。

それぞれのパターンにおける各グループの均衡効用と、制度導入前の効用との差を表-3にまとめる。パターン1, 2, 3のいずれの場合でも、グループ4の均衡効用が制度導入前と比べて減少している。したがって、利用者間にスケジュール柔軟性と料金抵抗について異質性が存在すれ

ば、通行権取引制度の導入が必ずしもパレート改善にならないことが示された。次章では、パレート改善を達成するための方法として部分的に通行権取引制度を導入することについて考察する。

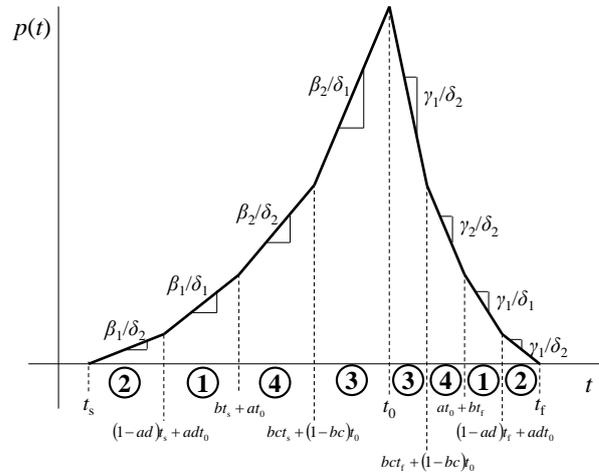


図-4 通行権取引導入後の均衡状態( $\beta > \delta$ )

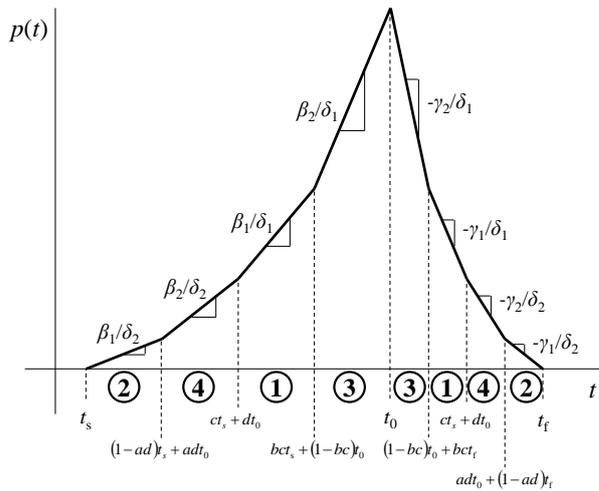


図-5 通行権取引導入後の均衡状態( $\beta < \delta$ )

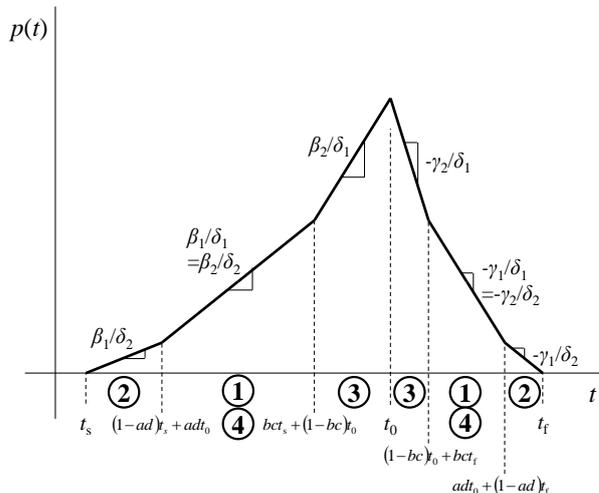


図-6 通行権取引導入後の均衡状態( $\beta = \delta$ )

表-3 制度導入前後の均衡効用とその変化

		グループ 1 $U_1^*$	グループ 2 $U_2^*$	均 衡 効 用 グループ 3 $U_3^*$	グループ 4 $U_4^*$
制度導入前		$-\frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu}$		$-(a + \beta' b) \frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu}$	
制度導入後	$\beta' > \delta'$	$-\left(ac + \frac{1}{\delta'} ad + b\right) \frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu}$	$-\frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu}$	$-(a + \beta' b) \left(c + \frac{1}{\delta'} d\right) \frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu}$	$-(\delta' ac + ad + \beta' b) \frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu}$
	$\beta' = \delta'$				$-(\beta' ac + ad + \beta' b) \frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu}$
	$\beta' < \delta'$	$-\left(c + \frac{1}{\delta'} (a + \beta' b) d\right) \frac{\beta_1 \gamma_1 N}{\beta_1 + \gamma_1 \mu}$			
	効用変化	増加	不変	増加	減少

#### 4. パレート改善を達成するための方策と条件

前章では、通行権取引制度を導入することによりグループ4の均衡効用が減少し、パレート改善が達成されなかった。本章では、通行権取引制度を部分的に導入し、グループ4の均衡効用の変化に着目する。第1節では、通行権を部分的に導入することを模倣的に表すためのネットワークを設定し、第2節で通行権取引制度を部分的に導入した場合の均衡条件を記述する。第3節では、均衡状態におけるグループ4の効用を調べ、パレート改善が達成される条件を明らかにする。第4節では、パレート改善が達成される条件について考察する。

##### (1) ネットワークと定式化

通行権を部分的に導入した状態を表すために、以下では、図-7に示すように、1つのボトルネックの容量 $\mu$ を仮想的な2つのボトルネックに分けて取り扱う。経路1は通行権がないボトルネックであり、経路2は通行権の設定があるボトルネックである。経路2には、ボトルネック容量 $\mu$ に対して $m$ の割合だけ通行権を発行する。つまり、経路1には $(1-m)\mu$ の容量があり、経路2には $m\mu$ の容量がある。利用者は通行権を持っていないければ経路2を通ることができない。経路1では待ち行列が発生し、経路2では待ち行列が発生しない代わりに通行権料金を支払うことになる。

##### (2) 均衡条件

前節で仮定したネットワークでの均衡条件は以下のように記述できる。

**ボトルネックの容量制約：**経路1では、通行権取引制度が導入されていないので、ボトルネックの容量制約が成り立つ。待ち時間が発生していれば、その時の流率はボ

トルネック容量と等しく、待ち時間がなければ流率は容量以下である。

$$\begin{cases} \sum_i q_{i1}(t) = (1-m)\mu & \text{if } w(t) > 0 \\ \sum_i q_{i1}(t) \leq (1-m)\mu & \text{if } w(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t, \quad (19)$$

ここに、 $q_{i1}(t)$ はグループ $i$ について時刻 $t$ における経路1のボトルネックでの流率である。

**通行権取引市場の需給均衡条件：**経路2では通行権取引制度が導入されているので、通行権取引市場の需給均衡条件が満たされる。通行権に価格が付いている時刻での流率は容量と等しく、価格がついていない時刻での流率は容量以下である。

$$\begin{cases} \sum_i q_{i2}(t) = m\mu & \text{if } p(t) > 0 \\ \sum_i q_{i2}(t) \leq m\mu & \text{if } p(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t, \quad (20)$$

ここに、 $q_{i2}(t)$ はグループ $i$ で経路2を通り、時刻 $t$ に到着する利用者の流率である。

**経路とボトルネック流出時刻の選択に関する均衡条件：**時刻 $t$ にグループ $i$ が経路 $r$ を利用していれば、そのときの効用は均衡効用に等しく、利用していないならば、そのときの効用は均衡効用以下である。

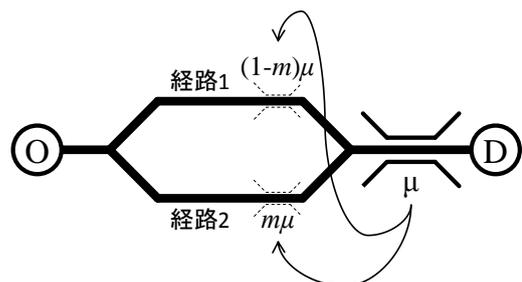


図-7 仮想的に2経路を考えたネットワーク

表-4 異質性の大きさと通行権導入率とによって決まる均衡パターンの場合分け

	通行権取引制度導入率 $m$								
	非導入 0	...	$c$	...	$\frac{(\delta'-1)ac + (\beta'-1)bc}{(\delta'-1)ac + (\beta'-1)b}$	...	$\frac{c}{bd+c}$	...	完全導入 1
スケジュール柔軟性の異質性大 ( $\beta' > \delta'$ )						パターン 7			パターン 1
料金抵抗の異質性大 ( $\beta' < \delta'$ )	パターン 0	パターン 4	パターン 5		パターン 6		パターン 8		パターン 2
異質性の程度が同一 ( $\beta' = \delta'$ )							パターン 9		パターン 3

表-5 通行権取引制度部分的導入時のグループ4の効用変化

均衡パターンの場合分け	グループ4の均衡効用	変化
4 $0 < m < c$		なし
5 $m = c$	$-(a + \beta'b) \frac{\beta_1 \gamma_1}{\beta_1 + \gamma_1} \frac{N}{\mu}$	なし
6 $c < m < \frac{(\delta'-1)ac + (\beta'-1)bc}{(\delta'-1)ac + (\beta'-1)b}, \beta' > \delta'$ $c < m \leq \frac{c}{1-ad}, \beta' > \delta'$	$-\left\{ a + \left( c + \frac{\beta'-m}{1-m} d \right) b \right\} \frac{\beta_1 \gamma_1}{\beta_1 + \gamma_1} \frac{N}{\mu}$	減少
7 $\frac{(\delta'-1)ac + (\beta'-1)bc}{(\delta'-1)ac + (\beta'-1)b} < m < 1, \beta' > \delta'$	$-\{(\delta'c + d)a + \beta'b\} \frac{\beta_1 \gamma_1}{\beta_1 + \gamma_1} \frac{N}{\mu}$	減少
8 $\frac{c}{1-ad} < m < 1, \beta' < \delta'$	$-\{(\beta'c + d)a + \beta'b\} \frac{\beta_1 \gamma_1}{\beta_1 + \gamma_1} \frac{N}{\mu}$	減少
9 $\frac{c}{1-ad} < m < 1, \beta' = \delta'$		減少

$$\begin{cases} U_{ir}(t) = U_i^* & \text{if } q_{ir}(t) > 0 \\ U_{ir}(t) \leq U_i^* & \text{if } q_{ir}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall i, r, t \quad (21)$$

ここに、 $U_{ir}(t)$ はグループ*i*の利用者が経路*r*を通して時刻*t*に到着する場合の効用である。

**総通勤者数の保存則**：各時刻について、各経路のボトルネックでの流率を足し合わせると総通勤者数に等しい。

$$\int (q_{i1}(\tau) + q_{i2}(\tau)) d\tau = N_i \quad (22)$$

### (3) 均衡解と均衡効用

パレート改善しているか否かを調べるために、前節で定式化した均衡条件を満たす均衡解を分析した。その結果、通行権取引制度を部分的に導入する場合、通行権導入率*m*、利用者間のスケジュール柔軟性に関する異質性の大きさ $\beta'$ 、料金抵抗に関する異質性の大きさ $\delta'$ によって均衡パターンが場合分けされることがわかった。均衡パターンが異なるということは、均衡状態においてあるグループが利用する経路または時間帯が異なるということを意味する。具体的な均衡パターンの場合分けを表-4

に示す。各均衡パターンにおけるグループ4の均衡効用を表-5に示す。通行権導入率*m*が富裕層の割合*c*以下であれば通行権取引制度導入前と均衡効用は変化せず、パレート改善が達成されるが、*m*が*c*を超えるとグループ4の均衡効用は減少し、パレート改善が達成されない。

### (4) 考察

パレート改善のメカニズムを調べるため、通行権導入率*m*の違いによって各グループの到着時間帯がどのように変化するかを分析した。その結果を図-8に示す。横軸に通行権導入率*m*の値を取り、縦軸にスケジュール遅れ（希望到着時刻と実際の到着時刻の差）を取る。ある値*m*に対して、図の下方に属するグループのほうが希望到着時刻に近い時間帯で到着し、スケジュール不効用が小さくなることを示している。

まず、スケジュール柔軟性の異質性のほうが料金抵抗の異質性よりも大きい場合の均衡状態について、経路1、経路2の到着パターンをそれぞれ(a), (b)に示す。経路1・経路2ともに、*m*が富裕層の割合*c*以下なら、いずれのグループの到着時間帯も変化はないが、*m*が*c*を超えると

経路1でのグループ4の到着時間帯が広がってスケジュール不効用が増加する。  $m$  がさらに大きくなると経路2においても、グループ4の到着時間帯がスケジュール不効用の増大する方向へ広がることがわかる。

料金抵抗の異質性のほうがスケジュール柔軟性の異質性よりも大きい場合の到着パターンを(c), (d)に示す。  $m$  が  $c$  を超えると経路1でのグループ4の到着時間帯幅が広がってスケジュール不効用が増大することが示されている。

以上のことから、通行権導入率  $m$  が通勤者に対する富裕層の割合  $c$  を超えると、グループ4の到着時間帯幅が広がり、スケジュール不効用が増大することによってパレート改善が達成されないことがわかった。したがって、  $m$  を  $c$  以下となるように抑制して通行権取引制度を導入すれば、いずれのグループの到着時間帯幅を変えずにパレート改善を達成できる。

しかし、通行権が部分的にしか導入されないため、社会的費用最小化の観点からは最も効率的な状態を達成できない。パレート改善することを制約条件として社会的費用を最小化した場合には、制度導入前に利用者が被っ

ていた総待ち時間のうち  $c$  の割合を削減することができる。

## 5. 結論

本研究では1起点1終点1ボトルネックのネットワークを対象として、利用者間でスケジュール柔軟性と料金抵抗が異なる場合に通行権取引制度を導入することが必ずしもパレート改善を達成しないことを確認した。パレート改善を達成するための方法として部分的に通行権取引制度を導入することを提案し、料金感度による利用者行動の違いがパレート改善に及ぼす影響とそのメカニズムを明らかにした。結果として、「全体のボトルネック容量に対する通行権の発行割合」が「総利用者数に対する富裕層の割合」以下となるように通行権を発行すれば、パレート改善することが示された。

本研究で示された結果は通行権取引制度に限った問題ではなく、混雑課金制度で一般的に起こりうる現象である。つまり、複数車線がある道路で、いくつかのレーンにだけ課金を行った場合にも同様の現象が起きる。

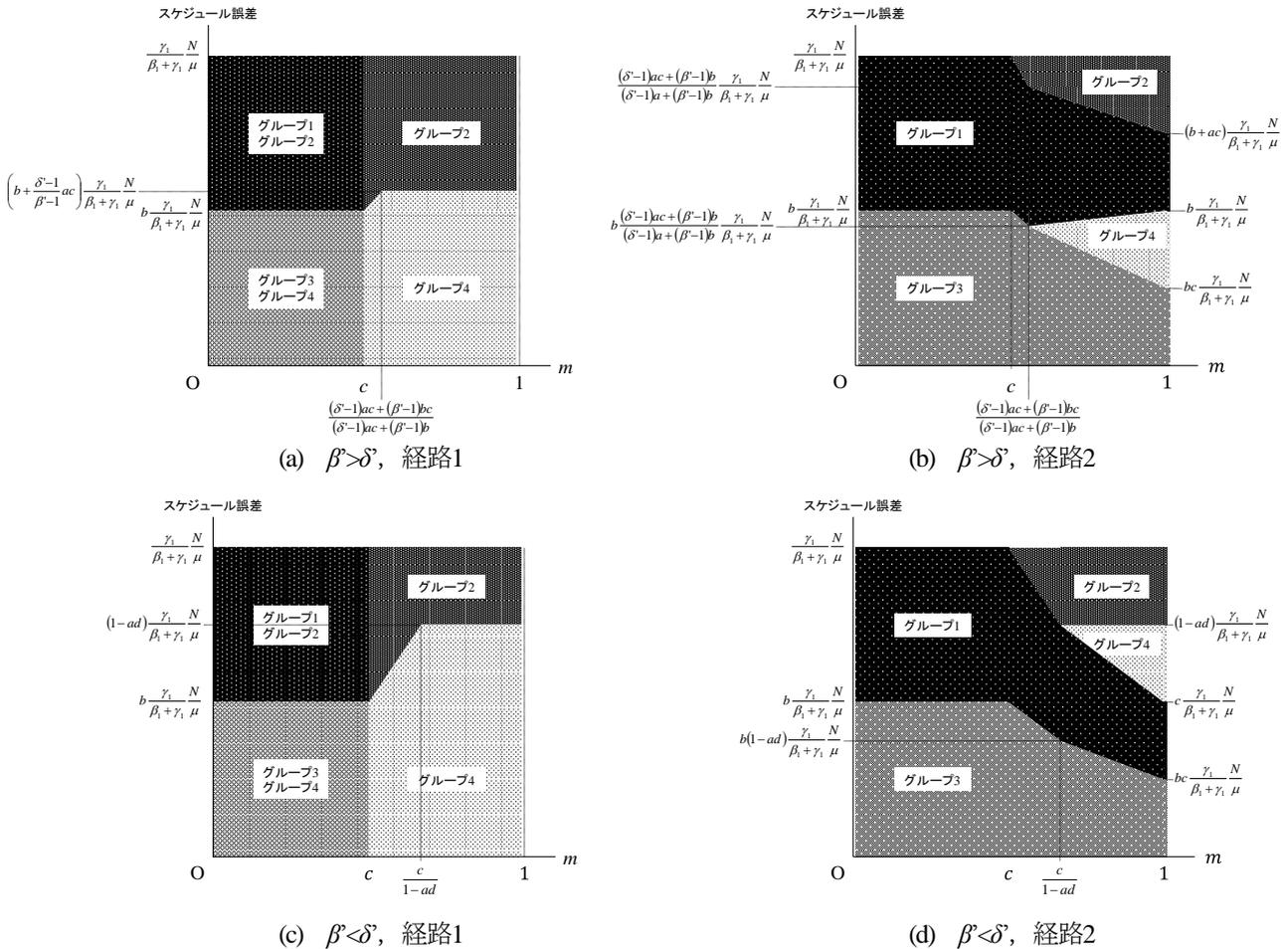


図8 通行権取引制度導入率と各グループの到着パターン

## 参考文献

- 1) Pigou, A. C.: The Economics of Welfare, 1920.
- 2) Vickrey, W. S.: Congestion Theory and Transport Investment, The American Economic Review, Vol.59, No.2, pp. 251-260, 1969.
- 3) Arnott, R. J., De Palma, A. and Lindsey, R.: Departure Time and Route Choice for the Morning Commute, Transportation Research B, Vol. 24, No. 3, pp. 209-228, 1990.
- 4) Laih, C.-H.: Queuing at a bottleneck with single- and multi-step tolls, Transportation Research A, Vol. 28, pp. 197-208, 1994.
- 5) 赤松隆, 佐藤慎太郎, Long, N. X. : 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究, 土木学会論文集 D, Vol. 62, No. 4, pp.605-620, 2006.
- 6) 赤松隆: 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度, 土木学会論文集 D, Vol.63, No.3, pp. 287-301, 2007.
- 7) 吉年正伸, 赤松隆: タンデムボトルネックにおける通行権取引制度の効率性, 土木計画学研究・論文集, Vol.25, pp. 897-907, 2008.
- 8) 坂井勝哉, 日下部貴彦, 朝倉康夫: 合流ネットワークでのボトルネック通行権取引制度導入時のパレート改善, 土木計画学研究・講演集, Vol. 50, CD-ROM, 2014.
- 9) 桑原雅夫: 道路交通における出発時刻選択に関する研究解説, 土木学会論文集, No. 604, pp. 73-84, 1998.

(2015. 4. 24 受付)

## EFFECTS OF TRADABLE BOTTLENECK PERMITS ON PARETO IMPROVEMENT UNDER USERS' HETEROGENEITY IN SCHEDULE FLEXIBILITY AND TOLL RESISTANCE

Katsuya SAKAI, Takahiko KUSAKABE and Yasuo ASAKURA

This study proposes a congestion pricing scheme using tradable bottleneck permits (TBP) and Pareto improving even if the revenue is not refunded to drivers. TBP scheme is originally one of the first-best time-varying pricing schemes, but does not always achieve a Pareto improvement when marginal utility of toll cost changes among drivers. This study aims to analyze the effects of TBP on departure time choice of drivers. In particular, we show the time dependent utility of drivers when they have different schedule flexibility and marginal utility of toll cost. The cases with and without TBP scheme are analytically compared. Then, we propose the TBP scheme which is Pareto improving without revenues refunded to drivers. We focus on a one-to-one network with a single bottleneck and employed a departure time choice model to discuss the case that there exists heterogeneity in schedule flexibility and marginal utility of toll cost. We assume two classes for two attributes as the heterogeneity respectively: “busy/free” and “rich/poor”, and formulated the drivers’ utility changes caused by implementation of TBP. In this assumption, we show that a Pareto improvement is not achieved, where the utility of “busy-poor” group was decreased by the effect of TBP. We propose partial implementation of TBP as a scheme for a Pareto improvement. In this scheme, the bottleneck capacity is assigned to drivers with and without TBP, where the driver who has a bottleneck permit can pass through the bottleneck without congestion and a driver without it goes through congestion. As a result, we reveal conditions in the amount of the bottleneck permits which can satisfy a Pareto improvement. This study finally discusses the requirement for a Pareto improvement that was derived by the proportion of the amount of issued bottleneck permits, and the number of each class drivers.