交通生産を明示化したSCGEモデルによる便益帰着分析

武藤　慎一[1]・森杉　壽芳[2]・佐々木　邦明[3]・芹澤　亮裕[4]

[1]正会員　山梨大学准教授　大学院総合研究部工学域（〒400-0008　山梨県甲府市武田4-3-11）
E-mail: smutoh@yamanashi.ac.jp

[2]正会員　日本大学特任教授　理工学部交通システム工学科（〒274-8501　千葉県船橋市習志野台7-24-1）

[3]正会員　山梨大学教授　大学院総合研究部（〒400-0008　山梨県甲府市武田4-3-11）

[4]正会員　八千代エンジニアリング株式会社　管理統括本部付（〒161-8575　東京都新宿区西落合2-18-12）

2020年の東京オリンピックの開催に向け，首都圏を中心に高速道路ネットワーク整備が精力的に進められている．また，全国には高速道路のミッシングリンクも存在し，それらの効率的整備が求められている．これまでも，高速道路整備の便益評価にはSCGEモデルが用いられてきたが，それらは交通ネットワーク分析が別途交通需要予測などによってなされており，SCGEモデルと整合的な形で交通ネットワークが考慮されているものはほとんどなかった．

そこで本研究では，交通ネットワークを明示化したSCGEモデルの開発を行う．そこでは，リンクに対し道路運輸および自家運輸は運輸サービスを供給し，利用者は各リンクの運輸サービスを需要しながら経路選択を行う．また，高速道路整備は，道路施設提供部門を新たに設け，当該部門が行うものとする．以上のSCGEモデルを用いて，高速道路ネットワーク整備の便益評価を行うことが本研究の目的である．

Key Words : *SCGE model, transportation service product, transportation network, benefit ebaluation*

1.　はじめに

2020年の東京オリンピックの開催に向け，首都圏を中心に高速道路ネットワーク整備が精力的に進められている．また，全国には高速道路のミッシングリンクも存在し，それらの効率的整備が求められている．これまで高速道路整備の便益評価に対し，SCGEモデルを用いた研究が精力的に実施されてきた．これはSCGEモデルの適用により，高速道路整備が地域経済にもたらす効果や影響が明らかとなり，最終的にそれらを便益によって評価できることに理由があると考えられる．特に便益が，どの地域の，どの経済主体（家計，企業，行政（国・地方公共団体））に，どのような形で，どの程度帰着するのかが正確に計測できる点に特長がある．

しかし，従来のSCGE分析は，交通ネットワーク分析が別途交通需要予測などによってなされ，その所要時間の推計結果をSCGEモデルにインプットすることにより便益計測等がなされるという形が一般的であり，SCGEモデルと整合的な形で交通ネットワークが考慮されているものはほとんどなかった．

そこで本研究では，交通ネットワークを明示化したSCGEモデルの開発を行う．そこでは，リンクに対し道路運輸および自家運輸は運輸サービスを供給し，利用者は各リンクの運輸サービスを需要しながら経路選択を行う．また，高速道路整備は，道路施設提供部門を新たに設け，当該部門が行うものとする．以上のSCGEモデルを用いて，高速道路ネットワーク整備の便益評価を行うことが本研究の目的である．さらに，ここで計測される便益は，地域ごとの帰着便益であるが，それらが発生ベースの時間短縮便益と整合的であるのかが，SCGEモデルの妥当性，信頼性を確認する上で重要な論点となる．そこで本研究では，便益帰着分析を行うことにより，本SCGEモデルで計測される便益が発生ベースの時間短縮便益と整合的であることを明らかとする．

2.　交通生産を明示化したSCGEモデル

(1)　モデルの前提条件

SCGEモデルを構築するにあたり，以下の前提条件を

おく.
1) 対象とする社会はJ地域に分割されている.
2) 各地域には代表家計とm財を生産する代表企業，そして運輸企業が存在する.
3) モデルでは，同種の財であっても生産された地域が異なれば消費地または投入地ではそれぞれ別種の財と見なされる（Armingtonの仮定）.
4) 財消費には運輸サービスの投入が必要であり，それを運輸企業が供給する．なお，運輸企業はODごとに運輸サービスを供給しているとする.
5) 生産要素は労働と資本であり，それらの生産要素市場は各地域で閉じている．一方，どの財市場も地域間で開放されており，財は自由に移輸入あるいは移輸出される.
6) すべての市場は完全競争的であり，長期均衡状態にある.

続いて，各主体の行動モデルをそれぞれ説明する.

(2) 運輸企業の行動モデル

本モデルでは，運輸部門は，鉄道旅客，道路旅客，自家旅客，航空，鉄道貨物，道路貨物，自家貨物，水運，道路施設提供，その他運輸の 10 部門を考慮する．このうち，道路旅客，自家旅客，道路貨物，自家貨物運輸部門が，高速道路の利用を行うことになる．高速道路の建設，維持管理等については，道路施設提供部門が行うものとする.

道路施設提供，その他運輸を除く運輸部門は，基本的には同様の行動をとる．そこで，ここではそれらの行動モデルについて詳細に説明を行う．なお，道路施設提供，その他運輸部門は，3.3 節で説明する通常の企業と同様の行動を行うものとしている.

道路施設提供，その他運輸を除く運輸部門は，それぞれ交通ネットワークにおけるリンクに対して運輸サービスを供給するものとする．具体的には，運輸部門の立地する地域に属するリンク（これをh, aと表す．ただし，h：運輸企業の立地する地域を表す添字，a：リンクを表す添字）に対し，それぞれ交通サービスを提供する．その行動モデルは，通常の企業と基本的には同様である．ただし，労働，資本の投入に際しては，リンク所要時間がその投入効率性に影響を与えるものとしてモデル化を行う．具体的には以下のとおりである.

運輸企業の合成生産要素関数において，リンク所要時間，労働投入および資本投入に関するゼロ次同次性が成立すると仮定する．これは以下のように表される.

$$cf_{F_n}^{h,a} = cf_{F_n}^{h,a}\left(t^{h,a}, l_{F_n}^{h,a}, k_{F_n}^{h,a}\right) = cf_{F_n}^{h,a}\left(\lambda t^{h,a}, \lambda l_{F_n}^{h,a}, \lambda k_{F_n}^{h,a}\right) \quad (1)$$

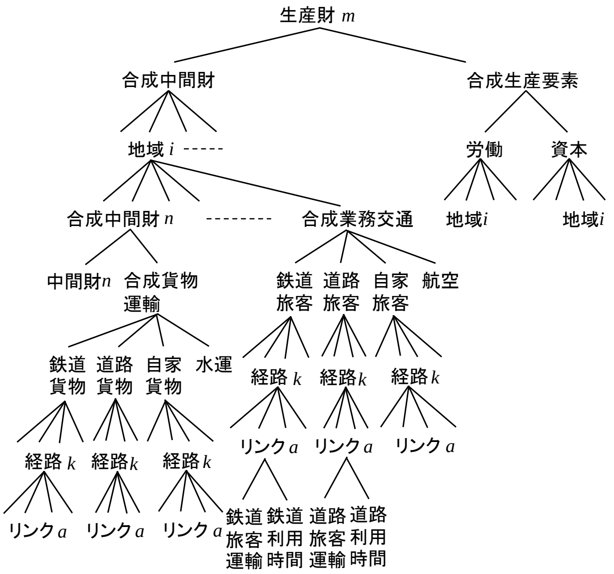

図-2　企業の行動モデルツリー

ただし，$cf_{F_n}^{h,a}$：地域hの運輸企業のリンクaにおける合成生産要素関数，$l_{F_n}^{h,a}$：労働投入量，$k_{F_n}^{h,a}$：資本投入量，$t^{h,a}$：リンク所要時間.

ここで，$\lambda = \dfrac{\left\{t^{h,a}\right\}^A}{t^{h,a}}$とおく．ただし，$A$：整備なしを表す添字．この結果，式(1)は以下のようになる.

$$cf_{F_n}^{h,a} = cf_{F_n}^{h,a}\left(\left\{t^{h,a}\right\}^A, eff^{h,a}\cdot l_{F_n}^{h,a}, eff^{h,a}\cdot k_{F_n}^{h,a}\right) \quad (2)$$

ただし，$eff^{h,a} = \dfrac{\left\{t^{h,a}\right\}^A}{t^{h,a}}$.

これより，本モデルでは，交通整備等によるリンク所要時間の短縮は，運輸企業の労働投入および資本投入の効率性を高まることで効果を生じさせることになることがわかる.

(3) 企業の行動モデル

企業の行動モデルは，森杉 [1]で定式化したものと同様である．企業の行動モデルツリーを図-2 に示す.

企業は，まず合成中間財と合成生産要素の投入量を決定し，その合成中間財に対しどの地域から投入するかの地域選択を行う．その地域hからの合成中間財に対し中間財nの合成投入量を決定する．業務交通を考慮するため，どの地域に業務交通を発生させるか，さらに自家旅客輸送を含む交通機関選択を行うとした．経路の決定方法については，各 OD 間に一本の経路のみが存在していると考え，最短経路探索によって経路選択を行い，リンク選択についてはレオンチェフ型生産関数によって配分する（図-2）.

合成生産要素に関しては，労働，資本の各投入量を決定する．そして，労働，資本とも，どの地域から投入するかの地域選択を行うとした．

以上の行動モデルは，いずれも Barro 型 CES 生産技術制約下での費用最小化行動により定式化される[2]．特に，交通行動モデルに関する，目的地選択モデル，交通機関選択モデル，経路選択モデルも，Barro 型 CES 生産技術制約下での費用最小化行動により定式化している．なお，最後に，最短経路を選択した鉄道旅客運輸サービスから，その経路上のリンク運輸サービス消費量を求める．これは，交通ネットワークの均衡配分の考え方[3]と異なっているため，まず概要を説明する．交通ネットワーク均衡配分では，経路交通量とリンク交通量は完全に一致する．経路を選択した交通がリンクも走行するためである．そのため，リンク選択モデルというものは存在しない．その代わりにリンク・パス・インシデントマトリクスによって，経路交通量がリンク交通量に変換される．一方，本モデルでは，交通ネットワーク均衡配分でいうところの交通量を求めるのではなく，あくまで運輸サービス投入量を求めようとしている点が重要である．そのため，経路における運輸サービス投入量が導出された後，それを経路上の各リンクに対して，それぞれどの程度投入されるのかを決定する問題が必要となるのである．生産関数の概念に基づけば，これはリンク別運輸サービスを投入して経路運輸サービスを生産するものと考えモデル化できる．ただし，リンク別運輸サービスは非代替的と考えられる．例えばある経路を走行するのに，一部のリンクが整備されたからといって別のリンクの運輸サービス投入を減らしてそのリンクの運輸サービス投入を増やすというのは不可能だからである．そこで，ここでは完全非代替の財選択を意味するレオンチェフ型技術に基づきモデル化を行うこととした．レオンチェフ型技術は Barro 型 CES 関数において代替弾力性パラメータをゼロに設定することで誘導できる．具体的には以下のような式になる．

$$z^{ij,k}_{P_n m} = \gamma^{ij,k}_{P_n m} \min\left[\cdots, \beta^{ij,ka}_{P_n m} x^{ij,ka}_{P_n m}, \cdots\right] \tag{3}$$

ただし，$x^{ij,ka}_{P_n m}$ ：経路 k 上のリンク a の旅客運輸サービス消費量，$\beta^{ij,ka}_{P_n m}, \gamma^{ij,k}_{P_n m}$ ：分配パラメータ（$\sum_a \beta^{ij,ka}_{P_n m} = 1$）および効率性パラメータ．

式(3)を基に，リンク選択問題を定式化すると以下のようになる．

$$q^{ij,k}_{P_n m} z^{ij,k}_{P_n m} = \min_{x^{ij,ka}_{P_n m}} \left[\sum_a \left(p^{h,a}_{P_n} + w^j_m \xi_m t^{h,a} \right) x^{ij,ka}_{P_n m} \right] \tag{4a}$$

$$\text{s.t.}\ z^{ij,k}_{P_n m} = \gamma^{ij,k}_{P_n m} \min\left[\cdots, \beta^{ij,ka}_{P_n m} x^{ij,ka}_{P_n m}, \cdots \right] \tag{4b}$$

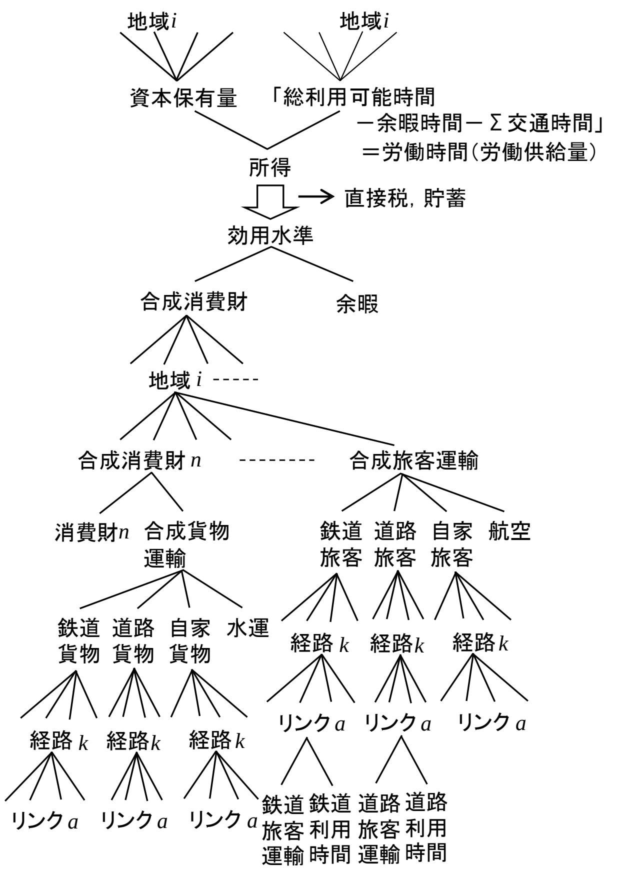

図-3 家計の行動モデルツリー

ただし，$x^{ij,ka}_{F_n m}$ ：企業 m が貨物運輸の交通機関 F_n に対し，地域 ij 間の経路 k 上のリンク a の貨物運輸サービス投入量，$p^{h,a}_{F_n}$ ：貨物運輸の交通機関 F_n が地域 h のリンク a に対して供給する貨物運輸サービスの価格．

式(4)を解くと，以下の需要関数が求められる．

$$x^{ij,ka}_{P_n m} = \frac{1}{\gamma^{ij,k}_{P_n m} \beta^{ij,ka}_{P_n m}} z^{ij,k}_{P_n m} \tag{5}$$

これを式(5)の目的関数に代入すると，経路価格が求められる．

$$q^{ij,k}_{P_n m} = \frac{1}{\gamma^{ij,k}_{P_n m}} \sum_a \left\{ \frac{1}{\beta^{ij,ka}_{P_n m}} \left(p^{h,a}_{P_n} + w^j_m \xi_m t^{h,a} \right) \right\} \tag{6}$$

(4) 家計の行動モデル

本稿での家計の行動モデルは，森杉[1]あるいは標準的な CGE モデルでの定式化[4]と枠組みは同様である．ただし，ここでは経路選択，リンク選択まで考慮している．しかし，それらのモデル化は企業と同様であるため，ここでは家計行動モデルのツリーを図-3 に示し，その詳細

な定式化は割愛したい．

なお，ツリーからは，最終的に家計効用は，合成消費財消費量と余暇消費量から決定されることがわかる．そして，余暇は総利用可能時間から労働時間，各種交通期間の利用時間を差し引いて求められる．これより，リニア中央新幹線整備により鉄道利用時間が短縮された場合，一部は労働時間の増加に充てられ労働所得が増加し，それより合成消費財の消費量が増加することにより効用を高める，そして残りは余暇時間の増加に充てられ，直接効用を高めることにより家計に効果をもたらすことになる．

3. 便益定義と便益帰着分析

(1) 等価的偏差による便益定義

ここでは，交通整備，具体的には交通所要時間 t^{ij} の短縮を例に便益を定義する．便益を等価的偏差（EV：Equivalent Variation）の概念に基づき定義するとき，EVとは「整備なしの価格水準を維持した状態での支出関数の差」であるので，以下のように求められる．

$$EV^j = p_U^{jA}\left(U^{jB} - U^{jA}\right) \tag{7}$$

ただし，添字A，B：それぞれ整備なし，ありを表す．

これに，式(27)の効用水準を代入するとEVが実質家計所得の差になることがわかる．

$$EV^j = \frac{p_U^{jA}}{p_U^{jB}}\Omega^{jB} - \Omega^{jA} \tag{8}$$

ここで「実質」とは，所得を物価上昇率 $\left(\dfrac{p_U^{jB}}{p_U^{jA}}\right)$ で除したものとの意味である．

(2) 便益帰着分析

まず，式(8)で定式化した便益は以下のようにも表される．

$$EV^j = \int_{U^A}^{U^B} p_U^{jA} dU^j \tag{9}$$

ここで，効用水準は所得 Ω^j と効用水準価格 p_U^j の関数となっていて，さらに p_U^j は合成財価格 q_{nH}^j の関数となっている．これより，効用水準の全微分は以下のように展開できる．

$$\begin{aligned} dU^j &= \sum_n \frac{\partial U^j}{\partial q_{nH}^j} dq_{nH}^j + \frac{\partial U^j}{\partial \Omega^j} d\Omega^j \\ &= \frac{\partial U^j}{\partial \Omega^j}\left[\sum_n \left(\frac{\dfrac{\partial U^j}{\partial q_{nH}^j}}{\dfrac{\partial U^j}{\partial \Omega^j}}\right) dq_{nH}^j + d\Omega^j\right] \end{aligned} \tag{10}$$

また，以下の式(11)のロアの恒等式，さらに $\dfrac{\partial U^j}{\partial \Omega^j}$ を求めたものを式(10)に代入すると，効用水準の全微分は式(12)のようになる．

$$【ロアの恒等式】\quad -z_{nH}^j = \frac{\dfrac{\partial U^j}{\partial q_{nH}^j}}{\dfrac{\partial U^j}{\partial \Omega^j}} \tag{11}$$

$$dU^j = \frac{1}{p_U^j}\left[\sum_n -z_{nH}^j dq_{nH}^j + d\Omega^j\right] \tag{12}$$

式(12)の右辺第一項に関しては， q_{nH}^j を全微分することにより以下のように展開できる．

$$dq_{nH}^j = \sum_i \left\{uz_{nH}^{ij} dq_{nH}^{ij} + q_{nH}^{ij} d\left(uz_{nH}^{ij}\right)\right\} \tag{13}$$

ただし， $uz_{nH}^{ij} = \dfrac{1}{\gamma_{nH}^j \left(\beta_{nH}^{ij}\right)^{1-\sigma_{nH}^j}}\left(\dfrac{\alpha_{nH}^{ij}}{q_{nH}^{ij}}\right)^{\sigma_{nH}^j} \Psi_{nH}^{j\,\frac{\sigma_{nH}^j}{1-\sigma_{nH}^j}}$ であり，

単位 z_{nH}^{ij} あたりの需要を表す．

式(13)の右辺第二項は，以下に示す式展開（包絡線定理）によりゼロとなる．まず，式(13)の両辺を全微分する．このとき，式(13)の左辺 z_{nH}^j が一定となるとの前提で支出最小化問題を解いていることから以下が成立する．

$$\left(dz_{nH}^j =\right) 0 = \sum_i \frac{\partial z_{nH}^j}{\partial z_{nH}^{ij}} \frac{\partial z_{nH}^{ij}}{\partial\left\{uz_{nH}^{ij}\right\}} d\left\{uz_{nH}^{ij}\right\} \tag{14}$$

さらに，支出最小化問題の一階条件；

$$\frac{\partial z_{nH}^j}{\partial z_{nH}^{ij}} = \frac{q_{nH}^{ij}}{\lambda_{nH}^j} \tag{15}$$

ただし， λ_{nH}^j ：ラグランジュ未定乗数，

および $z_{nH}^{ij} = uz_{nH}^{ij} \cdot z_{nH}^j$ より以下が成立することから，

$$\frac{\partial z_{nH}^{ij}}{\partial\left\{uz_{nH}^{ij}\right\}} = z_{nH}^j \tag{16}$$

以上より，以下が得られる．

$$\sum_i \frac{q_{nH}^{ij}}{\lambda_{nH}^{j}} z_{nH}^{j} d\left\{uz_{nH}^{ij}\right\} = 0 \tag{17}$$

さらにλ_{nH}^{j}，z_{nH}^{j}がiとは無関係であることに注意すると以下が得られる．なお，これが包絡線の定理である．

$$\sum_i q_{nH}^{ij} d\left\{uz_{nH}^{ij}\right\} = 0 \tag{18}$$

以上より，式(13)の右辺第二項がゼロとなることが示せた．すなわち式(13)は以下となる．

$$dq_{nH}^{j} = \sum_i uz_{nH}^{ij} dq_{nH}^{ij} \tag{19}$$

式(19)の右辺はさらに展開可能である．詳細は上の式展開と同様であるため割愛する．

最終的に効用水準の全微分が以下のように求められる．

$$\begin{aligned} dU^{j} = \frac{1}{p_U^{j}} \Bigg[\sum_n \sum_i \Big(& -x_{nH}^{ij} dp_n^{i} - x_{TH}^{ij} dp_T^{ij} \\ & - t^{ij} \xi_H x_{TH}^{ij} dw^{j} - w^{j} \xi_H x_{TH}^{ij} dt^{ij} \Big) + d\Omega^{j} \Bigg] \end{aligned} \tag{20}$$

さらに，これをEV式に代入すると便益が以下のように求められる．

$$\begin{aligned} EV^{j} = \oint_{A \to B} \frac{p_U^{jA}}{p_U^{j}} \Bigg[& \sum_n \sum_i \Big\{ -x_{nH}^{ij} dp_n^{j} \\ & + \sum_{k,a} \Big(-t^{ij,ka} \xi_H x_{n(T)H}^{ij,ka} dw^{j} - w^{j} \xi_H x_{n(T)H}^{ij,ka} dt^{ij,ka} \Big) \Big\} \\ & + d\Omega^{j} \Bigg] \end{aligned} \tag{21}$$

次に，式(21)に対して，さらに企業側の要素を取り入れることによって便益帰着分析を実行し，それを表形式にまとめることで便益帰着構成表（BIT）[5]を作成する．BITの作成により，便益の発生形と帰着形，さらに発生から帰着までの流れを明らかにすることができる．

そこで，式(21)に対し，企業および運輸企業の利潤変化を組み込む．既に述べたようにSCGEモデルでは，企業，運輸企業に対しゼロ利潤条件が課されているので，整備の有無に対する利潤は常にゼロである．そのため利潤変化もゼロになるが，便益項目の相殺（キャンセルアウト）を表現するには，企業側の要素が必要となることから，EVに利潤変化を組み込むものである．その結果，式(21)のEV^{j}は以下のようになる．

$$\begin{aligned} EV^{j} = \oint_{A \to B} \frac{p_U^{jA}}{p_U^{j}} \Bigg[& \sum_n \sum_i \Big(-x_{nH}^{ij} dp_n^{i} - x_{TH}^{ij} dp_T^{ij} \\ & - t^{ij} \xi_H x_{TH}^{ij} dw^{j} - w^{j} \xi_H x_{TH}^{ij} dt^{ij} \Big) + d\Omega^{j} \\ & + \sum_m d\pi_m^{j} + \sum_i d\pi_T^{ij} \Bigg] \end{aligned} \tag{22}$$

(3) 企業利潤の全微分形の誘導

利潤は「収入－支出」で求められることから，企業mの利潤は以下のように表される．

$$\pi_m^{j} = \left[p_m^{j} - \left(q_{Zm}^{j} uz_m^{j} + q_{VAm}^{j} uva_m^{j} \right) \right] y_m^{j} \tag{23}$$

ただし，uz_m^{j}：単位生産量あたりの合成中間財需要関数，uva_m^{j}：単位生産量あたりの合成生産要素需要関数．

SCGEモデルでは，企業利潤は常にゼロである．すなわち，以下が常に成立する．

$$p_m^{j} = q_{Zm}^{j} uz_m^{j} + q_{VAm}^{j} uva_m^{j} \tag{24}$$

この点に注意して，式(24)の両辺を全微分して企業利潤変化を求めると以下となる．

$$\begin{aligned} d\pi_m^{j} = y_m^{j} dp_m^{j} - y_m^{j} \Big(& uz_m^{j} dq_{Zm}^{j} + uva_m^{j} dq_{VAm}^{j} \\ & \underline{+ q_{Zm}^{j} d\left\{uz_m^{j}\right\} + q_{VAm}^{j} d\left\{uva_m^{j}\right\}} \Big) \end{aligned} \tag{25}$$

このうち，右辺第二項の括弧内の第三項と第四項の和（下線部）は，包絡線の定理によりゼロとなる．さらに，$z_m^{j} = uz_m^{j} \cdot y_m^{j}$，$VA_m^{j} = uva_m^{j} \cdot y_m^{j}$の関係も利用すると，企業利潤の全微分形は以下のようになる．

$$d\pi_m^{j} = y_m^{j} dp_m^{j} - \left(z_m^{j} dq_{Zm}^{j} + VA_m^{j} dq_{VAm}^{j} \right) \tag{26}$$

次に，式(26)の右辺第二項のdq_{Zm}^{j}，第三項のdq_{VAm}^{j}を求める．まずdq_{Zm}^{j}は，財n別合成中間財の需要関数を，それを導出した最適化問題の目的関数に代入して得られるq_{Zm}^{j}を全微分することにより求める．包絡線の定理を用いると，最終的にdq_{Zm}^{j}は以下となる．

$$dq_{Zm}^{j} = \sum_n uz_{nm}^{j} dq_{nm}^{j} \tag{27}$$

さらに，同様の方法にて，価格の全微分形を求めていく．例えば，包絡線定理を考慮するとdq_{nm}^{j}は以下となる．

$$dq_{nm}^{j} = \sum_i uz_{nm}^{ij} dq_{nm}^{ij} \tag{28}$$

さらにdq_{nm}^{ij}は，包絡線定理を考慮することにより以下のように得られる．

$$\begin{aligned} dq_{nm}^{ij} = & ux_{nm}^{ij} dp_n^{i} + ux_{Tm}^{ij} dp_T^{ij} \\ & + t^{ij} \xi_m ux_{Tm}^{ij} dw^{j} + w^{j} \xi_m ux_{Tm}^{ij} dt^{ij} \end{aligned} \tag{29}$$

以上により，得られた価格の全微分形を代入すると，$z_m^{j} dq_{Zm}^{j}$が以下のようになる．

$$z_m^j dq_{Zm}^j = \sum_n \sum_i \Big(x_{nm}^{ij} dp_n^i + x_{Tm}^{ij} dp_T^{ij} + t^{ij} \xi_m x_{Tm}^{ij} dw^j + w^j \xi_m x_{Tm}^{ij} dt^{ij} \Big) \tag{30}$$

ただし，$x_{nm}^{ij} = z_m^j \cdot uz_{nm}^j \cdot uz_{nm}^{ij} \cdot ux_{nm}^{ij}$，
$x_{Tm}^{ij} = z_m^j \cdot uz_{nm}^j \cdot uz_{nm}^{ij} \cdot ux_{Tm}^{ij}$ の関係を利用している．

次に，式(26)の右辺第三項の dq_{VAm}^j は q_{VAm}^j を全微分し，包絡線定理を考慮することで以下のように得られる．

$$dq_{VAm}^j = ul_m^j dw^j + uk_m^j dr^j \tag{31}$$

以上得られた，式(72)と式(73)を式(67)に代入することにより，企業利潤の全微分形が以下のように求められる．

$$d\pi_m^j = y_m^j dp_m^j - \Big[\sum_n \sum_i \Big(x_{nm}^{ij} dp_n^i + x_{Tm}^{ij} dp_T^{ij} + t^{ij} \xi_m x_{Tm}^{ij} dw^j + w^j \xi_m x_{Tm}^{ij} dt^{ij} \Big) + l_m^j dw^j + k_m^j dr^j \Big] \tag{32}$$

ただし，$l_m^j = VA_m^j \cdot ul_m^j$，$k_m^j = VA_m^j \cdot uk_m^j$ の関係を利用している．

(4) 運輸企業利潤の全微分形の誘導

次に運輸企業利潤の全微分形を導出する．これは，基本的には前項の企業利潤の全微分形の誘導と同じである．ただし，労働，資本の投入において，交通整備に伴う交通所要時間変化の影響を考慮している点が異なるため，この部分だけは解説を行う．

まず，運輸企業の利潤変化分は，企業利潤変化の誘導を踏まえると以下のように表される．

$$d\pi_T^{ij} = y_T^{ij} dp_T^{ij} - \Big(z_T^j dq_{ZT}^j + VA_T^j dq_{VAT}^j \Big) \tag{33}$$

このうち，右辺の第二項も企業利潤変化の誘導と同様に分解可能であり，第三項に違いが現れることになる．その第三項 $VA_T^j dq_{VAT}^j$ は q_{VAT}^j を全微分することにより導出できる．

$$dq_{VAT}^j = ul_T^j dw^j + uk_T^j dr^j + w^j d\left\{ ul_T^j \right\} + r^j d\left\{ uk_T^j \right\} \tag{34}$$

次にこの右辺の第三項と第四項の和に着目する．そこで，付加価値関数を全微分する．このとき，付加価値が一定となるとの前提で費用最小化問題を解いていることから以下が成立する．

$$\left(dVA_T^j = \right) 0 = \frac{\partial VA_T^j}{\partial \left\{ eff^{ij} l_T^j \right\}} \left[\frac{\partial \left\{ eff^{ij} l_T^j \right\}}{\partial l_T^j} \frac{\partial l_T^j}{\partial \left\{ ul_T^j \right\}} d\left\{ ul_T^j \right\} + \frac{\partial \left\{ eff^{ij} l_T^j \right\}}{\partial \left\{ eff^{ij} \right\}} d\left\{ eff^{ij} \right\} \right] + \frac{\partial VA_T^j}{\partial \left\{ eff^{ij} k_T^j \right\}} \left[\frac{\partial \left\{ eff^{ij} k_T^j \right\}}{\partial k_T^j} \frac{\partial k_T^j}{\partial \left\{ uk_T^j \right\}} d\left\{ uk_T^j \right\} + \frac{\partial \left\{ eff^{ij} k_T^j \right\}}{\partial \left\{ eff^{ij} \right\}} d\left\{ eff^{ij} \right\} \right] \tag{35a}$$

$$\frac{\partial VA_T^j}{\partial \left\{ eff^{ij} l_T^j \right\}} \left[eff^{ij} \frac{\partial l_T^j}{\partial \left\{ ul_T^j \right\}} d\left\{ ul_T^j \right\} + l_T^j d\left\{ eff^{ij} \right\} \right] + \frac{\partial VA_T^j}{\partial \left\{ eff^{ij} k_T^j \right\}} \left[eff^{ij} \frac{\partial k_T^j}{\partial \left\{ uk_T^j \right\}} d\left\{ uk_T^j \right\} + k_T^j d\left\{ eff^{ij} \right\} \right] = 0 \tag{35b}$$

ここで，以下に示す費用最小化問題の一階条件と，

$$\frac{\partial VA_T^j}{\partial \left\{ eff^{ij} l_T^j \right\}} \frac{\partial \left\{ eff^{ij} l_T^j \right\}}{\partial l_T^j} = \frac{w^j}{\lambda_{VAT}^j}, \quad \frac{\partial VA_T^j}{\partial \left\{ eff^{ij} k_T^j \right\}} \frac{\partial \left\{ eff^{ij} k_T^j \right\}}{\partial k_T^j} = \frac{r^j}{\lambda_{VAT}^j} \tag{36a}$$

$$\frac{\partial VA_T^j}{\partial \left\{ eff^{ij} l_T^j \right\}} = \frac{w^j}{eff^{ij} \cdot \lambda_{VAT}^j}, \quad \frac{\partial VA_T^j}{\partial \left\{ eff^{ij} k_T^j \right\}} = \frac{r^j}{eff^{ij} \cdot \lambda_{VAT}^j} \tag{36b}$$

ただし，λ_{VAT}^j ：ラグランジュ乗数，
$l_T^j = ul_T^j \cdot VA_T^j$，$k_T^j = uk_T^j \cdot VA_T^j$ から以下が成立することから，

$$\frac{\partial l_T^j}{\partial \left\{ ul_T^j \right\}} = \frac{\partial k_T^j}{\partial \left\{ uk_T^j \right\}} = VA_T^j \tag{37}$$

これらを整理する．

$$\left[\frac{w^j}{\lambda_{VAT}^j} VA_T^j d\left\{ ul_T^j \right\} + \frac{w^j}{eff^{ij} \cdot \lambda_{VAT}^j} l_T^j d\left\{ eff^{ij} \right\} \right] + \left[\frac{r^j}{\lambda_{VAT}^j} VA_T^j d\left\{ uk_T^j \right\} + \frac{r^j}{eff^{ij} \cdot \lambda_{VAT}^j} k_T^j d\left\{ eff^{ij} \right\} \right] = 0 \tag{38}$$

さらに，$eff^{ij} = \dfrac{t^{ijA}}{t^{ij}}$ より以下が成立する．

$$d\left\{ eff^{ij} \right\} = -\frac{t^{ijA}}{\left(t^{ij} \right)^2} dt^{ij} \tag{39}$$

これを式(38)に代入して整理すると以下が得られる．

$$\left[w^j VA_T^j d\left\{ul_T^j\right\} - \frac{t^{ij}}{t^{ijA}} w^j l_T^j \frac{t^{ijA}}{\left(t^{ij}\right)^2} dt^{ij}\right]$$
$$+\left[r^j VA_T^j d\left\{uk_T^j\right\} - \frac{t^{ij}}{t^{ijA}} r^j k_T^j \frac{t^{ijA}}{\left(t^{ij}\right)^2} dt^{ij}\right] = 0 \quad (40a)$$

$$w^j d\left\{ul_T^j\right\} + r^j d\left\{uk_T^j\right\} = \left[w^j \frac{l_T^j}{VA_T^j} + r^j \frac{k_T^j}{VA_T^j}\right] \frac{1}{t^{ij}} dt^{ij} \quad (40b)$$

これを式(76)に代入する．

$$dq_{VAT}^j = ul_T^j dw^j + uk_T^j dr^j + \left[w^j \frac{l_T^j}{VA_T^j} + r^j \frac{k_T^j}{VA_T^j}\right] \frac{1}{t^{ij}} dt^{ij} \quad (41a)$$

この両辺にVA_T^jを乗じることにより以下が得られる．

$$VA_T^j dq_{VAT}^j = l_T^j dw^j + k_T^j dr^j + \left[w^j l_T^j + r^j k_T^j\right] \frac{1}{t^{ij}} dt^{ij} \quad (41b)$$

以上より，運輸企業利潤の全微分形が以下のように求められる．

$$d\pi_T^{ij} = y_T^{ij} dp_T^{ij}$$
$$-\left[\sum_n \sum_i \left(x_{nT}^{ij} dp_n^i + x_{TT}^{ij} dp_T^{ij} + t^{ij} \xi_T x_{TT}^{ij} dw^j + w^j \xi_T x_{TT}^{ij} dt^{ij}\right)\right. \quad (42)$$
$$\left. + l_T^j dw^j + k_T^j dr^j + \left[w^j l_T^j + r^j k_T^j\right] \frac{1}{t^{ij}} dt^{ij}\right]$$

(5) 等価的偏差EVの最終帰着形

企業利潤，運輸企業利潤の全微分形，また$d\Omega^j$を代入し，そしてjで総和をとり整理すると，EVは以下のようになる．なお，便宜上企業はn財製造企業とした．

$$\sum_j EV^j$$
$$= \oint_{A\to B} \frac{p_U^{jA}}{p_U^j} \left[\sum_n \sum_i \left\{y_n^i - \sum_j \left(\sum_m x_{nm}^{ij} + x_{nT}^{ij} + x_{nH}^{ij}\right)\right\} dp_n^i\right.$$
$$+ \sum_i \left\{y_T^i - \sum_j \left(\sum_m x_{Tm}^{ij} + x_{TT}^{ij} + x_{TH}^{ij}\right)\right\} dp_T^i$$
$$+ \sum_i \left\{T^i - \sum_j \left(\sum_m \left(l_m^j + \sum_h t^{hj} \xi_m x_{Tm}^{hj}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. + \left(l_T^j + \sum_h t^{hj} \xi_T x_{TT}^{hj}\right) + \sum_h t^{hj} \xi_H x_{TH}^{hj}\right)\right\} dw^i$$
$$+ \sum_i \left\{K_S^i - \sum_j \left(\sum_m k_m^j + k_T^j\right)\right\} dr^i$$
$$- \sum_j \left\{\sum_m \left(\sum_h w^j \xi_m x_{Tm}^{hj} dt^{hj}\right)\right.$$
$$\left. + \sum_h w^j \xi_T x_{TT}^{hj} dt^{hj} + \sum_h w^j \xi_H x_{TH}^{hj} dt^{hj}\right\} \quad (43a)$$
$$\left. + \left\{w^j l_T^j + r^j k_T^j\right\} \frac{1}{t^{ij}} dt^{ij}\right]$$

これに，市場均衡条件を考慮すると，最終的に便益は以下のようになる．

$$\sum_j EV^j = \oint_{A\to B} \frac{p_U^{jA}}{p_U^j} \left[-\sum_j \left\{\sum_m \left(\sum_h w^j \xi_m x_{Tm}^{hj} dt^{hj}\right)\right.\right.$$
$$\left. + \sum_h w^j \xi_T x_{TT}^{hj} dt^{hj} + \sum_h w^j \xi_H x_{TH}^{hj} dt^{hj}\right\} \quad (43b)$$
$$\left. + \left\{w^j l_T^j + r^j k_T^j\right\} \frac{1}{t^{ij}} dt^{ij}\right]$$

これより，便益の最終帰着形が，発生ベースの利用者便益と一致することがわかる．

右辺第一項から第三項までは，交通利用側の所要時間短縮効果を意味している．いわゆる利用者便益である．一方第四項は，運輸企業の効果を表す．今，運輸企業の労働投入量l_T^jは，例えば道路貨物であれば，トラックの運転時間を表すと考えられる．これを所要時間t^{ij}で除すことはトラックの台数換算を行っていることになるといえる．その結果，第四項は，トラック等の台数に対して所要時間短縮分とそれに時間価値を乗じて便益を計測しているものと考えられる．これに資本の効果も加えたものが式(43b)で示されているものである．そして，費用便益分析マニュアルでも，貨物の台数に対し，所要時間変化とそれに時間価値を乗じて便益が計算されており，それと式(43b)で求められたものは整合的であるといえることになる．

6. おわりに

本研究では，交通ネットワークを明示化したSCGEモデルを構築した上で，それに基づく便益定義を行い，便それを項目分解することにより便益帰着分析を行い，便益の最終帰着形が発生ベースの利用者便益と一致することを示した．

今後は，数値計算を実行し，数値的にもそれらの一致性が示されるのかを確認する．その結果は，講演時に報告する予定である．

参考文献

1) 森杉壽芳：SCGE モデルによる道路整備効果計測と効果の便益帰着表による整理，日本交通政策研究会，2013.

2) 武藤慎一，桐越信：Barro 型 CES 関数に基づく空間的応用一般均衡（SCGE）モデルの一般性向上－交通モデルを中心に－，pp.225-264，交通学研究／2010 年研究年報，2011.

3) 細江宣裕，我澤賢之，橋本日出男：テキストブック応用一般均衡モデリング　プログラムからシミュレーションまで，東京大学出版会，2004.

4) 森杉壽芳編：『社会資本整備の便益評価　― 一般均衡理論によるアプローチ―』，勁草書房，1997.