財源調達に伴う厚生損失を考慮した 最適料金水準の算出

池下　英典[1]・森杉　壽芳[2]・福田　敦[3]

[1]正会員　（一財）国土技術研究センター　道路政策グループ（〒105-0001 港区虎ノ門三丁目12-1）
E-mail: h.ikeshita@jice.or.jp

[2]正会員　日本大学客員教授（〒274-8501 船橋市習志野台七丁目24-1）
E-mail: morisugi.hisayoshi@nihon-u.ac.jp

[3]正会員　日本大学教授　理工学部交通システム工学科（〒274-8501 船橋市習志野台七丁目24-1）
E-mail: fukuda.atsushi@nihon-u.ac.jp

本研究では、料金収入と税収で道路整備費用を負担することを想定し、高速道路と一般道路を包括した一般的な道路ネットワークを対象として、国民負担を最小にするような料金水準の定式化を行った。この料金水準の定式化に基づき、特定の道路に料金を課す場合の数値計算を行った。具体的には、社会的厚生が最大になる料金水準を求める問題を、二段階の最適化問題として示し、下位問題としての既存の利用者均衡条件の制約のもとで、上位問題としての社会的厚生が最大になるような、最適料金水準を求める方法を示した。計算例として、高速道路のみを料金設定の対象とする道路ネットワークを考え、特定の道路に料金を課す場合を想定した。このとき、最適な料金水準は、財源調達に伴う厚生損失MCFの大きさに比例し、混雑の度合いに応じて決まることを示した。これまでの研究でも、均衡制約条件付き数理計画問題による数値計算が行われているが、本研究で示した数値計算との違いは目的関数にある。

Key Words : *optimal road pricing, general transportation network, utility function*

1.　はじめに

わが国における道路料金制度は、道路整備や維持管理の財源確保の観点から償還主義に基づき考えられているが、高速道路の利用やそれに伴う混雑の発生などの需要管理の観点からはほとんど考慮されていない。よって、道路を社会的に有効活用することは難しい。そこで、財源調達と道路ネットワークの観点から、一体的に考慮した料金設定を行うことが必要となる。本研究では、財源調達に伴う厚生損失を考慮した社会的に望ましい料金水準の設定について、一般的な道路ネットワークを対象に定式化を行った。この料金水準の定式化に基づき、特定の道路に料金を課す場合の数値計算を行った。

2.　既存研究

本研究は、道路課金と交通インフラ整備の財源調達の観点から、最適料金水準の算出について扱っている。

これまでの最適料金水準の導出に関する研究は、道路混雑の解消のための料金に関して理論と実務の視点から行われてきた。Small and Verhoef（2007）[1]が示しているように、数多くの研究者によって、道路料金の理論や実務について様々な研究が行われてきた。これまで、交通経済学を中心に混雑料金としての理論的な研究が多数行われている。土木計画学の分野でも、実務的な視点から混雑料金に関して理論を整理し、実際にその混雑料金が及ぼす様々な影響を推計するための手法が開発されてきた。

これらの道路料金の設定に関する議論について整理すると、道路ネットワークの設定、経路選択行動の設定、交通ネットワーク均衡の手法、通行料金設定の対象、財源調達に伴う厚生損失の有無の５つの視点で分類することができる。

まず、道路ネットワークの設定は、多くの理論的研究では単一 OD の並行道路、工学的研究では一般的な道路ネットワークを対象としている。経路選択行動の設定については、ルート間の選択が、完全代替、ロジット型代替、そして不完全代替、となるような３種類が想定されている。交通ネットワーク均衡の手法は、便益関数と効

用関数による方法が存在している。通行料金設定の対象は、全ての道路もしくは、特定の道路に分けて考えられる。前者の全ての道路とは、我々が普段利用する道路全てに料金が課されている場合を想定している。一方後者の特定の道路とは、一般道路と有料道路が混在している中の有料道路についてのみ料金が課されている場合を想定している。そして、財源調達に伴う厚生損失の有無である。

特に財源調達に伴う厚生損失の有無を考慮した道路課金に関する研究は，森杉，河野，大村(2009)[2)]や森杉，河野(2012)[3)]等を除いてほとんど存在しない．この財源調達に伴う厚生損失は，公的資金の限界費用(Marginal cost of public funds, 以下，MCF)として計測される．森杉(2008)[4)]によると MCF は，公的資金を道路建設に投入する際に，既存の財源からは使うことができないという想定のもとで新たに投入額に等しい税収を確保するための増税が必要と仮定した上で，その１円の税収当たりの消費者余剰の減少分を MCF としている．つまり，１円あたりの税金投入のコストを表す数値である．この MCF の値について，実際の海外の道路事業評価においては，スウェーデン，フランスでは 1.3，ノルウェーでは 1.2 の値を採用しており，これらの意味するところは，１円の税収増加の便益は，1.2(1.3)とし１円の税金投入のコストは 1.2(1.3)円ということである．これらの定義から分かるように，公的資金の限界費用は所得税，消費税，固定資産税，燃料税などの税の種類によって異なる．この後，道路事業の費用便益分析について桐越，青木，森杉(2009a,b)[5)6)]が議論している．費用便益分析で用いるべき経済理論と整合的な費用は，単なる名目的では費用ではなく，その名目的な費用に，資金の調達方法に起因して発生する厚生損失を考慮した MCF を乗じて求める値を計上するべきであるとしている．つまり，MCF を考慮した料金水準を求めることは，社会全体の余剰を最大化する料金水準を求めることであると考えられる．本研究では，一般的な道路利用者を仮定した不完全代替モデルを用いて，有料道路整備の財源として，料金収入に加えて他の燃料税などの税金からの補助を想定し，その限界費用を考慮した上で，社会的余剰を最大にするような料金水準を求める定式化を行う．そのうえで計算例として、高速道路のみを料金設定の対象とする道路ネットワークを考え、特定の道路に料金を課す場合の料金水準を求める。

3. 道路利用者行動の定式化

道路の利用者均衡配分に関する厚生（効用）関数は、社会経済状況を考慮して、道路利用者のルート選択が、不完全代替、完全代替、ロジット型代替の３つに分けて考える。

① 計画者は、道路利用者に対して各道路区間に“料金”を課すことができる。
② 道路利用者は、予算と時間の制約のもとで、自己の厚生（効用）を最大にするよう交通量配分を行う。
③ 道路利用者は、自己の行動が交通混雑に影響しないと認識する。
④ 道路区間の所要時間は、単調増加な凸関数である区間交通量として表現する。
⑤ 計画者は、短期間の建設費用に関して MCF を考慮する。

以上の条件の下で、ネットワーク均衡状態での最適な料金水準の設定の方法について、定式化を行う。まず、利用者均衡の定式化を行う。次に厚生（効用）水準を最大にする、すなわち社会的余剰を最大にする効率的な道路区間混雑料金を求める定式化を行う。

(1) 不完全代替モデル

道路利用者行動の定式化に関する上述の条件の下で、均一な道路利用者を想定し、道路利用者である消費者が厚生（効用）を最大にする関数 U を式(1)で表す。このとき、予算制約の式(2)と時間制約の式(3)をそれぞれ表す。

$$\max_{l,f_k^{rs},x_a} U = z + u\left(.....f_k^{rs}....,l\right) \tag{1}$$

s.t.

$$z + \sum_a P_a x_a = wL + y, \quad a \in A, \tag{2}$$

$$l + \sum_a t_a\left(\overline{x_a}\right) x_a + L = T, \quad a \in A, \tag{3}$$

$$x_a = \sum_{rs} \sum_k \delta_{a,k}^{rs} f_k^{rs} \quad a \in A, k \in K, \tag{4}$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad k \in K, rs \in R. \tag{5}$$

ここで、z は合成財の消費、l は余暇時間、f_k^{rs} は rs 間における経路 k の交通量、P_k^{rs} は rs 間における経路 k の料金 P 、w は賃金率、L は労働時間、y は資産所得、t_k^{rs} は rs 間における経路 k の所要時間（それは、経路交通量ベクトル f の関数としている）、T は総利用可能時間である。$t_a\left(\overline{x}_a\right)$ の $\overline{x}_a$ は、均衡時の合計した交通量であり、個人の視点から所与である。このことが自分の交通が他人の交通状況に影響を与えること無視していると仮定する。この取り扱いが外部性としての混雑を表現している。これらの式を、ラグランジェ未定乗数法とその解の一階条件より、余暇需要と経路交通需要の関数、

そしてリンク交通需要関数から、間接効用関数Vの式(6)を得る。

$$V = wT + y + v\left(w, \sum_a \left(P_a + wt_a\left(\bar{x}_a\right)\right)\delta_{a,k}^{rs}\right) \quad (6)$$

このとき、包絡線定理を式に適用し、均衡時のリンク交通量について表すと式の通りとなる。

$$\frac{\partial V}{\partial P_a} = -x_a - w\sum_{a'} x_{a'} \frac{\partial t_{a'}\left(x_{a'}\right)}{\partial x_{a'}} \frac{\partial x_{a'}}{\partial P_a} \quad (7)$$

道路利用者の厚生の変化、つまり料金の変化による消費者余剰は、区間交通量のみで表現できるため、経路交通量で厚生変化を計算する必要がないことが分かる。

(2) 完全代替モデル

ルート間選択が完全代替であるモデルについて鵜不完全代替モデルと同様に、道路利用者が厚生（効用）を最大にするような式(8)で表す。このとき、予算と時間の制約式は、さきの不完全代替モデルと同様に設定し、経路間交通量の関係は式(9)から式(11)で表す。

$$\begin{aligned}\max_{l, f_k^{rs}, x_a, d^{rs}} U = wT + y - wl \\ - \sum_a \left(P_a + wt_a\left(\bar{x}_a\right)\right)x_a \\ + u\left(........d^{rs}.......,l\right)\end{aligned} \quad (8)$$

s.t.

$$x_a = \sum_{rs}\sum_k \delta_{a,k}^{rs} f_k^{rs}, \quad a \in A, k \in K, \quad (9)$$

$$d^{rs} = \sum_k f_k^{rs}, \quad k \in K, rs \in R, \quad (10)$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \quad k \in K, rs \in R. \quad (11)$$

このとき、d^{rs} は OD ペア rs 間の総経路交通量であり、経路交通量の合計である。部分効用関数の変数は経路交通量ではなく配分交通量である。これは不完全代替とは区別され、この仮定こそが完全代替である。

これらの式を、ラグランジェ未定乗数法とその解の一階条件より、余暇需要と経路交通需要の関数から、間接効用関数 V の式を求めるとき、経路交通量 f_k^{rs} は一意に解けない。ゆえに、x_a についても、一意に解けない。しかし、均衡条件 $\bar{x}_a = x_a$ を与えることによって決まる。したがって、間接効用関数は、式(12)のとおり表現することができる。

$$\begin{aligned}V = wT + y \\ + v\left(w, \cdots, \min_k\left(\sum_a \left(P_a + wt_a\left(x_a\right)\right)\right)\delta_{a,k}^{rs}, \cdots\right)\end{aligned} \quad (12)$$

式(12)は、一般的な不完全代替モデルの式(6)の特殊形である。右辺第３項における一般化した費用である料金P_aと走行時間費用$wt_a(x_a)$に関して、ある経路kについて費用を最小化するようにルート選択を行う完全代替の形になっており、この項こそが不完全代替モデルと大きく異なる点である。

(3) ロジット型代替モデル

ルート間選択がロジット型代替モデルでは、道路利用者の厚生（効用）関数を最大化するような式(13)で表す。このとき、予算と時間の制約式は、さきの不完全代替モデルと同様に設定する。

$$\begin{aligned}\max_{l, f_k^{rs}, x_a} U = wT + y - wl - \sum_a \left(P_a + wt_a\left(\bar{x}_a\right)\right)x_a \\ + u_1(l) - \frac{1}{\theta}\sum_{rs}\bar{d}^{rs}\sum_k \frac{f_k^{rs}}{\bar{d}^{rs}} \ln\frac{f_k^{rs}}{\bar{d}^{rs}}\end{aligned} \quad (13)$$

s.t.

$$x_a = \sum_{rs}\sum_k \delta_{a,k}^{rs} f_k^{rs}, \quad a \in A, k \in K_0 = (0, K), \quad (14)$$

$$\bar{d}^{rs} = \sum_k f_k^{rs}, \quad k \in K_0 = (0, K), rs \in R, \quad (15)$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \quad a \in A, k \in K_0 = (0, K). \quad (16)$$

このとき、実際の交通状態を表現するため、内生化したOD交通量 $\sum_{k \neq 0} f_k^{rs}$ を得るため、料金が０で、時間費用も０である経路$k = 0$がrs間のODペアで存在して経路交通量 f_0 を含むときの合計OD交通量 $\bar{d}^{rs}$ を設定している。

結果として、よく知られている下記のロジットモデルを得る。

$$l = l(w) \quad (17)$$

$$f_0^{rs} = \frac{\bar{d}^{rs}}{1 + \sum_{k' \neq 0} \exp[-\theta\sum_a \left(P_a + wt_a\left(\bar{x}_a\right)\right)\delta_{a,k'}^{rs}]} \quad (18)$$

$$f_k^{rs} = \frac{\bar{d}^{rs}\exp[-\theta\sum_a \left(P_a + wt_a\left(\bar{x}_a\right)\right)\delta_{a,k}^{rs}]}{1 + \sum_{k'} \exp[-\theta\sum_a \left(P_a + wt_a\left(\bar{x}_a\right)\right)\delta_{a,k'}^{rs}]} \quad (19)$$

各 OD に関する効用関数 Vのログサムは,

$$V^{rs} = -\frac{\bar{d}^{rs}}{\theta}\ln\left[1 + \sum_{k'} \exp[-\theta\sum_a \left(P_a + wt_a\left(\bar{x}_a\right)\right)\delta_{a,k'}^{rs}]\right] \quad (20)$$

となり，間接効用関数は,

$$V = wT + y + l(w) + \sum_{rs} V^{rs} \quad (21)$$

となる。これは、一般的な不完全代替型の式(6)の特殊

形である。右辺第４項における一般化した費用である料金 P_a と走行時間費用 $wt_a(x_a)$ に関して、ある経路 k について費用をロジット型のルート選択を行うロジット型代替の形になっており、この項こそが不完全代替モデルと大きく異なる点である。

4. 社会的厚生関数

社会的厚生関数は、道路利用者の総消費者余剰である準線形効用関数と道路建設費から道路料金収入を引いた収入に関する納税者の厚生損失からなる式(22)で表す。

$$W = V + MCF\left[\sum_{a'}\left(I_{a'} - P_{a'}x_{a'}\right)\right] \tag{22}$$

このとき、V は間接効用関数、MCF は財源調達の限界費用、I_a は対象道路の建設費であり、維持管理費用を考慮する場合もこの項に含めることで考慮することができる。

ここで MCF は一定であると仮定する。なぜならば、調達財源は税収総額の微小な増加とみなされるため、実質的な納税者の費用負担は財源とする税額に MCF を乗じることによって近似できることが示されているからである（例えば、林、別所（2004）[7]）。

また最適料金水準は、社会的厚生関数を最大にするような式(23)を満たす必要がある。

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial P_a} &= \frac{\partial V}{\partial P_a} - MCF\left(x_a + \sum_{a'} P_{a'}\frac{\partial x_{a'}}{\partial P_a}\right)\\ &= \left(\frac{\dfrac{\partial V}{\partial P_a}}{x_a + \sum_{a'} P_{a'}\dfrac{\partial x_{a'}}{\partial P_a}} - MCF\right)\left(x_a + \sum_{a'} P_{a'}\frac{\partial x_{a'}}{\partial P_a}\right) = 0\end{aligned} \tag{23}$$

この式が示しているのは、最適料金は限界費用課金が財源調達に伴う公的資金の限界費用による課金と等しいことを述べている。この式(23)にロアの定理を適用し、式(7)を代入することで、一般的な式(24)を得る。

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial P_a} &= \frac{\partial V}{\partial P_a} - MCF\left(x_a + \sum_{a'} P_{a'}\frac{\partial x_{a'}}{\partial P_a}\right)\\ &= -x_a - w\sum_{a'} x_{a'}\frac{\partial t_{a'}\left(x_{a'}\right)}{\partial x_{a'}}\frac{\partial x_{a'}}{\partial P_a} - MCF\left(x_a + \sum_{a'} P_{a'}\frac{\partial x_{a'}}{\partial P_a}\right)\\ &= -(1+MCF)x_a - MCF\sum_{a'}\left(P_{a'} + \frac{w}{MCF}\frac{\partial t_{a'}\left(x_{a'}\right)}{\partial x_{a'}}x_{a'}\right)\frac{\partial x_{a'}}{\partial P_a} = 0\end{aligned} \tag{24}$$

5. 最適料金水準の導出

最適料金水準は、代表的家計の厚生関数、すなわち社会的厚生関数を最大化することで求めるものとする。具体的な最適な料金水準の導出は、財源調達に伴う厚生損失であるMCFが－１とそれ以外の場合について、全ての道路と特定の道路の場合に分けて行う。最初に、MCFが－１の場合に、全ての道路と特定の道路のそれぞれに料金を課す場合の料金水準式を導出する。次に、MCFが－１でない場合に、全ての道路と特定の道路それぞれに料金を課す場合の料金水準の式を導出する。

(1) MCF＝－１の全ての道路の料金水準

社会的厚生関数 W を最大にするリンクの料金水準の解を式(25)に示す。

$$dW = \sum_a \frac{\partial W}{\partial P_a}dP_a = 0 \tag{25}$$

ここで、式(24)と式(7)を適用し、MCF=-1 として、$\sum_a \frac{\partial x_{a'}}{\partial P_a}dP_a = dx_{a'}$ を考慮することで式(26)を得る。

$$dW = \sum_{a'}\left(P_{a'} - w\frac{\partial t_{a'}(x_{a'})}{\partial x_{a'}}x_{a'}\right)dx_{a'} = 0 \tag{26}$$

つまり、最適な道路料金水準は、式(27)の通りである。

$$P_{a'} = w\frac{\partial t_{a'}(x_{a'})}{\partial x_{a'}}x_{a'} \tag{27}$$

これまでよく知られている限界費用原理に基づく料金水準の式と同様な結果となった。

式(27)は、各道路区間の最適料金水準が、観測される交通量とその所要時間の変化から求められることを意味している。この最適料金水準は、既存の単一道路区間での場合と一致している。本研究は、多数の道路区間と結節点から成る道路網を仮定している。しかし既存研究では、便益関数アプローチによる全ての道路に料金を課した場合を適用している（例えば、Yang and Huang（2005）[8]）。便益関数は、消費者余剰として定義される。道路ネットワーク均衡は、料金を考慮した経路交通量に関して便益関数を最大化することで得られる。つまり、効用関数アプローチでも同様の定式化となる。しかし相違点は、最適料金水準の導出にある。便益関数アプローチの場合、全ての道路に対する最適料金は、料金を外生的に与えるのではなく、料金を内生化して区間交通量について便益関数を最大化する。これは、システム最適と呼ばれる。一方、効用関数アプローチは、料金に関して間接効用関数を最大化（財源調達に伴う厚生損失を最小化）する。便益関数アプローチでは、特定の道路に料金を課す場合は、最適な料金水準が内生的に決まるため、技術的な問題からとても適用することができない。しかし、最適な区間交通量を直接計算できるという長所がある。

(2) MCF＝－１の特定の道路の料金水準

この場合は、対象とする道路以外の料金は、何れかの水準に同定されており、対象とする道路の料金水準のみを最適化することを意味している。

社会的厚生関数 W を最大にする特定の道路の最適料金水準についての解は、特定の道路区間 a とそれ以外の道路区間 a’に分けて整理することで、式(28)に示す料金水準の式が求められる.

$$P_a = w\frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_a}x_a - \sum_{a' \neq a}\left(P_{a'} - w\frac{\partial t_{a'}(x_{a'})}{\partial x_{a'}}x_{a'}\right)\frac{\dfrac{\partial x_{a'}}{\partial P_a}}{\dfrac{\partial x_a}{\partial P_a}} \tag{28}$$

式(28)の右辺第１項は、全ての道路の料金水準の場合と同じ限界混雑外部性である社会的限界費用を考慮した式である。右辺第２項は、料金 P_a の社会的限界費用から乖離していることによって発生している歪みを、少なくするようにリンク a の料金を高く（あるいは低く）していることが分かる。ここで示した料金水準は，既存の高速道路ネットワークにおいて設定されている料金水準を考慮して，新規に建設される道路区間についてのみ,最適な料金水準が求められることを意味している.

(3) MCF≠－１の全ての道路に課金の場合

社会的厚生関数 W を最大にするような全ての道路に課金した場合の料金水準は、式(24)を解くことで得られる。ここでは、単一道路区間および２道路区間の場合の料金水準式を示す．単一道路区間の料金水準は，式(29)となり，森杉，河野(2012)3)が導出と計算に成功している通りである.

$$P = -\frac{1}{MCF}w\frac{\partial t(x)}{\partial x}x - \left(1+\frac{1}{MCF}\right)\frac{x}{\dfrac{\partial x}{\partial P}} \tag{29}$$

また，２道路区間の場合の料金水準は，式(30)と式(31)に示す通りとなる.

$$P_1 = -\frac{1}{MCF}w\frac{\partial t_1(x_1)}{\partial x_1}x_1 - \frac{\left(1+\dfrac{1}{MCF}\right)\left(\dfrac{\partial x_2}{\partial P_2}x_1 - \dfrac{\partial x_2}{\partial P_1}x_2\right)}{\dfrac{\partial x_1}{\partial P_1}\dfrac{\partial x_2}{\partial P_2} - \dfrac{\partial x_2}{\partial P_1}\dfrac{\partial x_1}{\partial P_2}}, \tag{30}$$

$$P_2 = -\frac{1}{MCF}w\frac{\partial t_2(x_2)}{\partial x_2}x_2 - \frac{\left(1+\dfrac{1}{MCF}\right)\left(\dfrac{\partial x_1}{\partial P_1}x_2 - \dfrac{\partial x_1}{\partial P_2}x_1\right)_1}{\dfrac{\partial x_1}{\partial P_1}\dfrac{\partial x_2}{\partial P_2} - \dfrac{\partial x_2}{\partial P_1}\dfrac{\partial x_1}{\partial P_2}} \tag{31}$$

この MCF が－１でないときの一般的な道路ネットワークを対象とした導出は，森杉，河野(2012)[3]の単純な道路区間を対象とした場合を除いて，既存研究では存在していない.

(4) MCF≠－１の一部道路に課金の場合

一部道路に課金する場合は，式(24)を解くことで式(32)を得られる.

$$P_a = -\frac{1}{MCF}\left(w\frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_a}\right)x_a - \sum_{a' \neq a}\left(P_{a'} + \frac{w}{MCF}\frac{\partial t_{a'}(x_{a'})}{\partial x_{a'}}x_{a'}\right)\frac{\dfrac{\partial x_{a'}}{\partial P_a}}{\dfrac{\partial x_a}{\partial P_a}} - \left(1+\frac{1}{MCF}\right)\frac{x_a}{\dfrac{\partial x_a}{\partial P_a}} \tag{32}$$

この場合，MCF が－１である場合は，さきに示した式(28)と一致し，式(32)が一般形であることが分かった．また式(32)の内容を解釈すると，右辺第１項に示す交通量が１台増加したことにより増加する利用者全体の費用から，右辺第２項で示した他のリンク全てで発生する渋滞などの混雑分だけ乖離している状態を表している．この導出は森杉，河野(2012)[3]の並行道路区間を対象とした研究を除いて，既存研究では存在していない.

6. 二段階最適化モデル

ここでは、社会的厚生が最大になる料金水準を求める問題を考える。実際の利用者の均衡配分の計算を用いて、下位問題としての既存の利用者均衡条件の制約のもとで、上位問題としての社会的厚生が最大になるように、二段階の最適化問題として、最適料金水準を求めることとする。

(1) 上位問題

本研究では、国民全体の代表的な個人が、その効用を最大にするように、道路利用の選択を行う行動をとるものと想定する。つまり、道路利用者の経路選択行動によって、社会的厚生関数が最大になるような料金水準を求める。実際の計算では、下位問題の利用者均衡条件の制約のもとで、料金水準に応じた社会的厚生関数の値を求める問題を考える。

社会的厚生関数は、さきに示したように道路利用者の総消費者余剰である準線形の効用関数 V と道路建設費 I から道路料金収入 Px を引いた収入に関する納税者の厚生損失からなる式(33)で表すことができる。

$$W = V + MCF\left[\sum_{a'}\left(I_{a'} - P_{a'}x_{a'}\right)\right] \tag{33}$$

式(33)では、料金収入を除いた税による財源調達を考えているが、ここでは社会的費用のみを考慮した料金水準の導出と比較するため、建設費を除いた料金収入のみを考慮した関数として、完全代替の仮定を置いた利用者均衡配分の考え方を用いて、計算する方法を考える。

社会的厚生関数は、準線形の効用関数 V に、対象とする有料道路の道路料金収入 Px に厚生損失を考慮した MCF を掛け合わせた値を合計することで求めている。しかしここでは、既存の利用者均衡で用いられている目的関数と整合性を図るため、式(34)に示す最小化問題として、料金による財源調達に伴う厚生損失を目的関数 z から差し引くことで定義した。

$$\min Z = z_c - \left|MCF\right|\frac{P}{\alpha}x \tag{34}$$

ここで、

z_c：利用者均衡時の交通量 $\overline{x}_a$ の平均費用に交通量を乗じた総費用

P：高速道路料金

α：時間価値

である。

ここでは既存の配分手法を用いた最小化問題として最適な料金水準を求めているが、式(33)に示した効用最大化の場合と考え方は同じである。

このとき目的関数 Z は、道路利用者の走行時間の総和で考えているので、料金 P は、時間価値 α で割ることで料金の走行時間への換算を行い、整合を図った。ここで、目的関数 z_c は、利用者均衡時の交通量 $\overline{x}_a$ の平均費用に交通量を乗じた総費用に基づいて表現している点に注意が必要である。以上の式(34)の目的関数 Z が最小となるような料金水準を最適解として求めた。

(2) 下位問題

ここで、利用者の経路間選択の行動は、ルート間の選択が完全代替を仮定した利用者均衡配分法を用いて表現し、道路利用者の総消費者余剰である準線形効用関数 V を求める。そこで、道路利用者の総消費者余剰である準線形効用関数 V を式(35)として表現した。

$$z_c = \sum_{a \in A} x_a t_a\left(\overline{x}_a\right) \tag{35}$$

ここで、

t_a：道路区間 a の所要時間 t

x_a：道路区間 a の交通量 x

$\overline{x}_a$：利用者均衡時の道路区間 a の交通量 x

である。この利用者均衡時の交通量 $\overline{x}_a$ における平均費用に交通量を乗じた式(35)となる場合は、総費用を表しており、利用者の効用を表現していることとなる。したがって、理論的な分析では、式(35)に示した目的関数 z_c が最小になるような料金 P を求める必要がある。しかし、実際の計算においては、交通量 x_a を内生的に決める必要があるため、既存の利用者均衡で用いられている目的関数 z を用いて、利用者均衡時の交通量 $\overline{x}_a$ を求める。

既存の利用者均衡で用いられている目的関数 z は、式(36)に示す通りである。

$$\min z = \sum_{a \in A}\int_0^{x_a} t_a\left(w\right)dw \tag{36}$$

s.t.

$$x_a = \sum_{rs}\sum_{k}\delta_{a,k}^{rs} f_k^{rs}, \quad a \in A, k \in K, \tag{37}$$

$$d^{rs} = \sum_{k} f_k^{rs}, \quad k \in K, rs \in R, \tag{38}$$

$$f_k^{rs} \geq 0, x_a \geq 0 \quad a \in A, k \in K, rs \in R. \tag{39}$$

ここで、

t_a：道路区間 a の所要時間 t

x_a：道路区間 a の交通量 x

f_k^{rs}：rs 間における経路 k の交通量

$\delta_{a',k}^{rs}$：OD ペア rs 間の第 k 経路が道路区間 a を含むとき：1、そうでないとき：0

d^{rs}：OD ペア rs 間の経路交通量の合計

である。ここで示すモデルでは、完全代替モデルと同様な式(37)から式(39)に示すような制約条件を考慮している。ここでは、式(38)に示すように需要を固定している。

以上の式(36)の目的関数 z の積分で求めた値は、社会的限界費用の総費用ではなく、私的限界費用を合計した私的総費用である。そのため、式(35)に示すように、利用者均衡時の交通量 $\overline{x}_a$ の平均費用に交通量を乗じた総費用 z_c で表現する必要がある。

なぜならば、式(36)で示した既存の利用者均衡で用いられている目的関数 z の値は、時間平均費用曲線を積分形によって交通量 x_a を内生的に決めることで利用者均衡の計算している。これは、山内、竹内(1992)[9]や竹内(2006)[10]が示しているように、私的限界費用（社会的平均費用）として解釈することができ、その積分値は道路利用者の時間費用の総額（私的総費用）である。これは、

個々の利用者が認識する利用者価格（利用者費用）であるので、利用者は、私的限界費用として認識して、これに基づいて道路利用の意思決定を行う。しかし、この場合は社会的限界費用と私的限界費用の間にかい離が存在し、その分だけ混雑などの外部不経済効果（外部費用）が発生していることになる。

このため、従来の均衡計算に用いられてきた等価な最適化問題の定式化は、理論的な分析において、そのままでは社会的な厚生最大化を表現することができない。ゆえに、式(35)に示すように、利用者均衡時の交通量 $\overline{x}_a$ の平均費用に交通量を乗じた総費用 z_c で表現する必要がある。

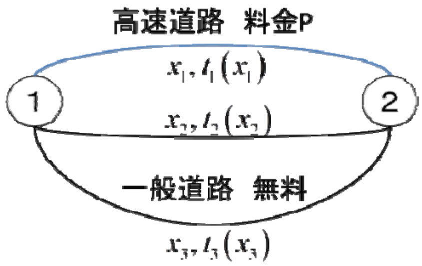

図１　シンプルな道路ネットワークの想定

表１　　道路ネットワークの条件

道　路	長　さ（km）	容　量（台／h）
１（高速道路）	8.0	2,500
２（一般道路）	10.0	1,800
３（一般道路）	15.0	1,800

7.　数値計算例

これまで述べてきた一般的な道路ネットワークにおける料金設定は、ある道路区間、すなわち道路区間単位で料金を課す場合について対応している。しかし、高速道路と一般道路からなる全ての道路を対象に料金を課すことは、現在においても技術的な困難がある。実際、わが国の高速道路には料金が課されているが、一般道路には料金が課されていない。そこで、道路ネットワークの中で高速道路のみを料金設定の対象と考え、特定の道路に料金を課す場合を想定した料金水準を求める。

(1)　計算対象の道路ネットワーク

ここでは、まず議論を簡単化するために、１本の高速道路と、２本の一般道路からなる道路ネットワークを想定した。

これらの道路は、図１に示すような道路ネットワークとして構成されており、表１に示す距離、容量の道路ネットワークを考えている。ここで道路利用者の走行費用は、道路利用による走行（所要）時間の費用と高速道路における道路利用の料金のみを考えるものとする。このシンプルな道路ネットワークを対象に、OD間交通量は一定として、固定需要型の利用者均衡配分を行う。

このときの交通量、時間評価値、自由走行速度は、以下のように設定する。

ゾーン①からゾーン②への総交通量：N＝4,000（台／h）
時間評価値　　　　　：α＝2,000（円／h）
自由走行速度　　　　：vf＝60（km／h）

また各道路区間の所要時間は、米国道路局（US Bureau of Public Roads）が1964年の交通配分マニュアルにて示したBPR関数を用いた料金抵抗法に基づき計算する。そのパラメータとして、日本の道路と類似しているオランダの道路で計測されたa＝2.62、b＝５という数値を用いる。ここで、二段階最適化モデルの下位問題で示した利用者均衡配分モデルの解法としてFrank-Wolfe法を用いる。具体的な解法は、土木学会(2006)[11]に示されている手順に基づき、Excelを用いて計算した。

(2)　料金変化に伴う最適料金水準

シンプルな道路ネットワークにおいて、既存の利用者均衡配分モデルの解法に基づき交通量の配分を行った結果を整理する。ここでの料金設定は、現在の高速道路料金の設定が50円刻みであることを考慮して、まず、料金水準を100円単位で設定した場合の交通量の配分を行う。ここでは、需要を固定しているため、高速道路における料金が増加することで費用が増加し、高速道路から他の一般道路に転換する交通量が発生する。

以上の想定のもとで計算した結果、料金水準に伴う交通量の変化は、図２に示すとおりとなった。一般道路の交通量は、高速道路は比較的空いているにも関わらず、減少しない。これは、道路利用者である代表的な個人が

道路利用の選択を行う行動をとるとき、混雑の発生によりかかる費用よりも料金のほうが大きいことを示している。

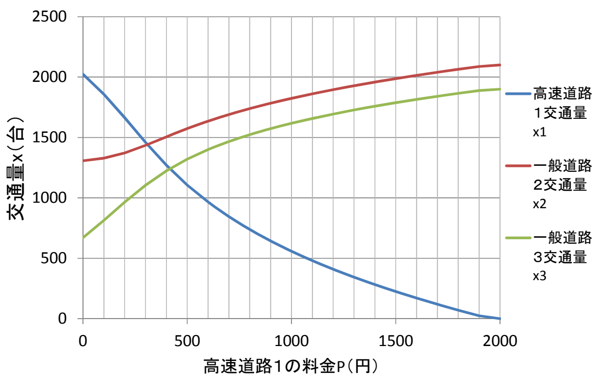

図２　料金と交通量の関係

ここで、利用者均衡に基づく交通量配分で求められた道路利用者の走行時間を、時間価値に基づき費用として換算し、その総和として総走行時間費用TCを式(40)に示すように考える。また道路整備の財源として、高速道路の利用者に料金を課すことで得られる収入の変化を推計した。

$$TC = \sum_a x_a t\left(\overline{x}_a\right) \cdot \alpha \qquad (40)$$

ここで、

t_a ：道路区間aの所要時間t

x_a ：道路区間aの交通量x

$\overline{x}_a$ ：利用者均衡時の道路区間aの交通量x

α ：時間評価値（2,000（円／h））

である。

これらの指標に関する計算結果は、図３に示す通りとなる。高速道路の料金水準がP=200（円）の場合に総走行時間が最小値となる。料金水準が０円の時の利用者均衡状態に対して、総走行時間費用が若干であるが減少している。

そこで、現在の高速道路料金の設定が50円刻みであることを考慮して、最適料金水準と考えられる200円を中心に、0円から400円までの場合について10円単位で設定した場合の交通量の配分を行う。この料金水準の変化に伴う均衡交通量を計算した結果、に示す通りとなり、高速道路の料金水準が、P=160（円）の場合に総走行時間が最小値となる。つまり、一定の交通需要の場合においても、適切な料金を課すことで、道路ネットワークでの社会的厚生水準を改善できることが示されている。しかし、料金水準が一定値以上に増大すると、社会的な費用すなわち総走行時間費用が増大し、料金が設定されている高速道路の利用者数が減少するため、料金収入も減少することがわかる。

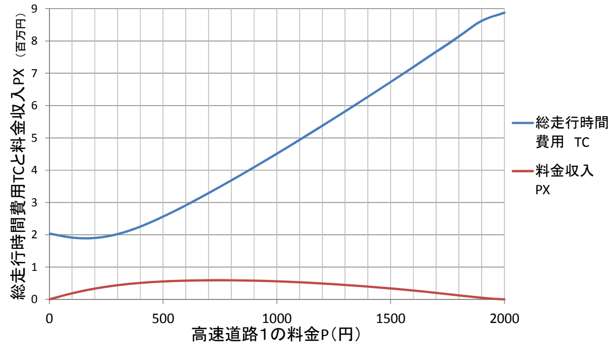

図３　総走行時間費用と料金収入

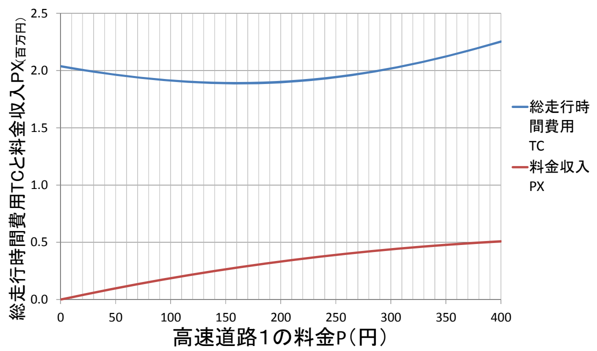

図４　総走行時間費用と料金収入（０円から 400 円）

(3)　MCFを考慮した社会的厚生関数に基づく最適料金水準

続いて、本研究で提示したMCFを考慮した場合の社会的厚生関数に基づく最適料金水準を求める。ここでは，既存の利用者均衡で用いられている目的関数zに基づいて，均衡時の交通量の配分結果を求め、式(35)に示した目的関数z_cから，財源調達による厚生損失を考慮したMCFの値に料金収入Pxを掛け合わせたものを引いた，式(34)を用いる．このとき，交通量の配分結果から社会的費用が最小となる，つまり社会的厚生水準が最大になるような料金水準を算出する．

(2)と同様に関数が下に凸となっていて最適料金水準として考えられる200円を中心に、0円から400円までの場合について10円単位で設定した場合の交通量の配分を行った。その結果，総走行時間として表現している目的関数Zの値の変化は，図５に示す通りである．このとき

MCFに応じた目的関数Zの最小値とその料金水準は、に示す通りである。

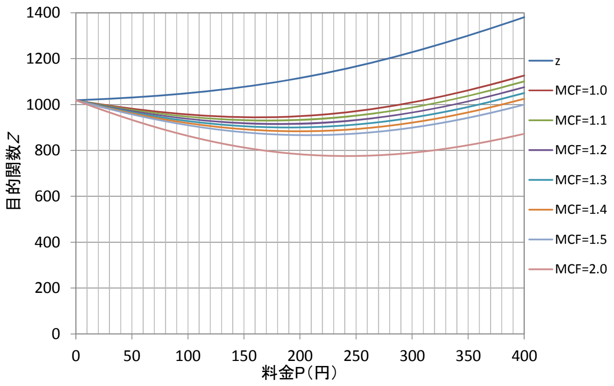

図５　料金と MCF に応じた目的関数 Z（０円から 400 円）

表２　目的関数 Z の最小値とその料金水準（０円から 400 円）

MCF の値	料金 P（円）	目的関数 Z
1.0	160	944.464
1.1	170	930.007
1.2	180	914.863
1.3	190	899.104
1.4	200	882.802
1.5	210	866.022
2.0	240	775.466

MCFを考慮する場合の目的関数Zの値は，MCFの値が大きくなるにつれて，それぞれ小さくなった．また最適な料金水準は，MCFの値に比例して大きくなった．これは，料金を課すことによって発生する，財源調達に伴う厚生損失MCFの大きさを考慮して，料金水準を決定する必要があることを示している．

この計算例で示した道路ネットワークにおける財源調達に伴う厚生損失MCFを考慮した最適な料金水準は，現行の高速道路料金水準の約347円（150円＋24.6円／km×８km）の半分程度の料金水準であった．高速道路自体には，交通量の増加に伴う混雑は存在しているものの渋滞の程度が低いため，比較的低い料金水準となったと考えられる．

8. おわりに

本論文では最適料金水準の公式を示したが、その料金水準を示す式の右辺には対象とする道路区間の料金水準が未知数として含まれており、その公式を数値計算に使うことができない。そこで、社会的厚生が最大になる料金水準を求める問題を、二段階の最適化問題として示し、下位問題としての既存の利用者均衡条件の制約のもとで、上位問題としての社会的厚生が最大になるような、最適料金水準を求める方法を示した。計算例として、高速道路のみを料金設定の対象とする道路ネットワークを考え、特定の道路に料金を課す場合を想定した。このとき、最適な料金水準は、財源調達に伴う厚生損失MCFの大きさに比例し、混雑の度合いに応じて決まることを示した。

これまでの研究でも、均衡制約条件付き数理計画問題（MPEC: Mathematical Programming with Equilibrium Constraints）による数値計算が行われているが、本論文で示した数値計算との違いは目的関数にある。本論文の目的関数は、公的資金の厚生損失の考慮のみが異なるため、均衡制約条件付き数理計画問題（MPEC）に基づく数値計算も可能であると考えられるが、今後の研究展開が必要とされ、そのプログラムの開発は残された課題である。

参考文献

1) Small, K.A. and Verhoef, E.T.: The Economics of Urban Transportation, Routledge, 2007.
2) 森杉壽芳、河野達仁、大村洋平：道路特定財源調達の限界費用を考慮した効率的な高速道料金水準と財源調達、高速道路と自動車、Vol.52、No.2、pp.20-29、2009.
3) 森杉壽芳、河野達仁：道路整備財源調達に伴う厚生損失を考慮した高速道路料金の効率的水準、日本経済研究、No.67、pp.1-20、2012.
4) 森杉壽芳：海外の道路事業評価と費用便益分析、交通工学、Vol.43、No.1、pp.26-32、2008.
5) 桐越信、青木優、森杉壽芳：道路投資の費用便益分析における公的資金の限界費用(1)、交通工学、Vol.44、No.2、pp.93-100、2009a.
6) 桐越信、青木優、森杉壽芳：道路投資の費用便益分析における公的資金の限界費用(2)、交通工学、Vol.44、No.3、pp.118-124、2009b.
7) 林正義、別所俊一郎：累進所得税と厚生変化―公的資金の社会的限界費用の試算―、経済分析、内閣府経済社会総合研究所、172、3-34、2004.
8) Yang、 H. and Huang、 Hai-Jun.: Mathematical and Eco-

nomic Theory of Road Pricing、 Elsevier Science, 2005.
9) 山内弘隆、竹内健蔵混雑税理論の展望—経済学の視点、土木学会論文集、第 449 号/IV-17、 17-26、1992.
10) 竹内健蔵：都市交通ネットワークの経済分析、有斐閣、2006.
11) 土木学会：道路交通需要予測の理論と適用 第Ⅱ編 利用者均衡配分モデルの展開、土木学会土木計画学研究委員会交通需要予測技術検討小委員会、107-189、167-172、2006.

（2015.4. 26 投稿）

Calculation of Optimal Link Tolls
taking into account the Welfare Cost of Fund Procurement

Hidenori IKESHITA、 Hisayoshi MORISUGI and Atsushi FUKUDA