

需要・交通量を連続時間で扱う準動的な交通量配分の特性分析

中山 晶一朗¹・鴻江 雄太²・高山 純一³・藤生 慎⁴

¹正会員 金沢大学教授 環境デザイン学系 (〒920-1192 金沢市角間町)

E-mail: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp

²非会員 金沢大学 環境デザイン学類 (〒920-1192 金沢市角間町)

E-mail: koueyuta@gmail.com

³フェロー会員 金沢大学教授 環境デザイン学系 (〒920-1192 金沢市角間町)

E-mail: takayama@t.kanazawa-u.ac.jp

⁴正会員 金沢大学助教 環境デザイン学系 (〒920-1192 金沢市角間町)

E-mail: fujii@se.kanazawa-u.ac.jp

交通ネットワークの状況は一日の中で大きく変化するため、従来までの静的な均衡配分（日配分）による交通量配分は十分ではないことが多いと考えられる。この問題に対応するために、これまでに時間帯別配分モデルが提案されている。しかし、これまでの準動的モデルは、時間帯内では交通状態が一つであり、時間帯の長さがある程度ある場合は交通流の動きをきめ細かに記述することはできない。そこで、計算コストがかかる均衡はある程度の長さの離散時間で考え、交通流自体は連続時間で計算するリンクベースの準動的配分モデルを構築する。そして、構築した準動的配分モデルの特性分析を行う。

Key Words: semi-dynamic equilibrium model, network analysis, space-time propagation, unique solution

1. はじめに

実務において、近年、分割配分法に代わり、均衡モデルにより、日単位の交通量配分が行われるようになっていく。この日単位の配分は、一日の交通量が定常状態であると仮定し、一日の平均的な交通量を求めるもので、日配分とも呼ばれている。

朝夕のピーク時間帯や日中・夜間の間では、交通量や交通流の移動の方向性などは大きく異なる。したがって、交通ネットワークフローの現況再現や交通政策評価のためには、一日を通じた交通状態をまとめて1つのネットワークフローで表現する日配分では十分とは言えないことが多いのが現状であろう。

これまでに一日の中で時々刻々と変化するネットワークフローを動的に取り扱うことが可能な動的利用者均衡や動的利用者最適、交通流シミュレーションなどが開発されている。しかし、それらのモデルの現実ネットワークへの適用には大きな問題がある。まず、詳細な動的なOD交通量データの入手可能性をあげることができる。さらに、計算負荷・計算時間も問題になる。後者については、近年の著しい計算機の発達に

より、大都市圏の詳細なネットワークでない限り、適用可能のことが多いようにも思われる。しかし、時々刻々と変化するフローを再現できるモデルに見合ったOD交通量データの入手は難しいことが多いのではないだろうか。ETC搭載車両の割合が多い高速道路や十分な数のプローブカーのデータが得られる場合などを除くと、現実のODデータの入手可能状況としては、一時間単位のODデータを入手するのが限界のことも多いと思われる。このような精度の粗いODデータしか入手できない場合、1分や5分単位の動的な配分やシミュレーションは詳細過ぎると思われる。有効数字や有効桁の考え方に見られるように、ODデータの粗い精度に見合ったモデルを使用する方が合理的であり、現実ネットワークへの適用には、時間帯別配分モデルなどがむしろ適切な場合も多いと考えられる。時間帯別配分モデル¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾は、実務でも定着した（静的な日配分の）均衡モデルを拡張したものであり、実務においても、比較的容易に用いることも可能であると思われる。

時間帯別配分モデルでは、一日をいくつかの時間帯に分け、各時間帯で配分を行うものである。ただし、

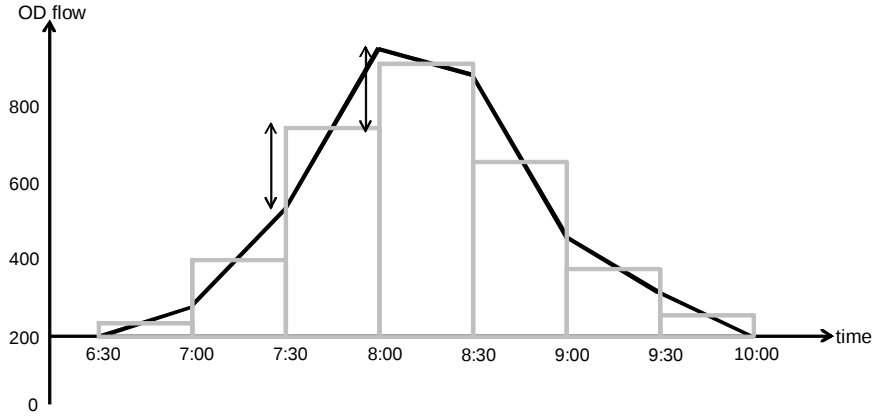


図-1 離散・連続時間それぞれの交通需要

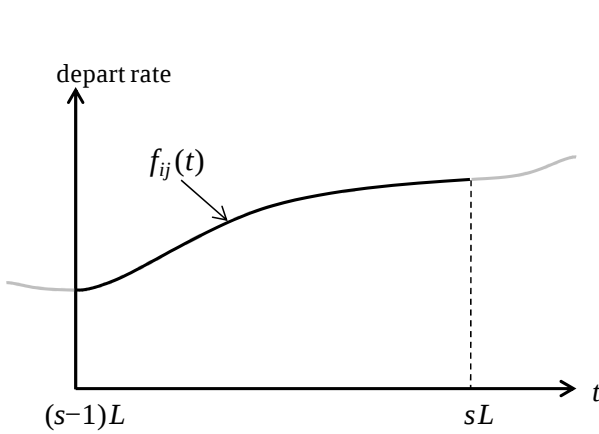


図-2 時間帯 s での流入率関数

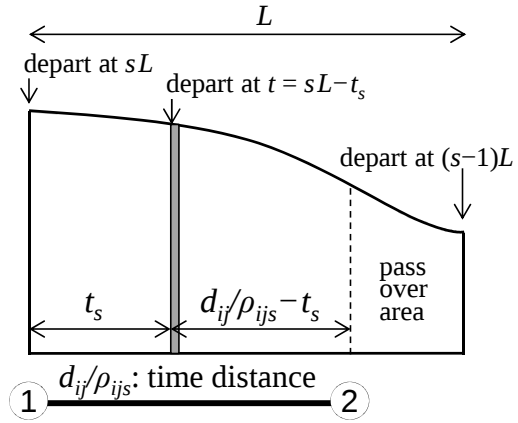


図-3 時間帯 s でのリンク 12 上のフロー

各時間帯で目的地に到着することが出来なかった交通量は次の時間帯に残留することにより、時間帯間のフローのダイナミクスを取り扱っている。このように時間帯間ではダイナミクスの記述が可能であるため、本研究では、時間帯別配分モデルを準動的配分モデル (semi-dynamic assignment model) と呼ぶことにする。

これまでの準動的モデルは、時間帯内では交通状態が一つである。時間帯の長さがある程度ある場合は交通流の動きをきめ細かに記述することはできないのは明らかである。図-1で示すように、特に、時間帯の境界では、大きな誤差を生む可能性もある。一方、時間帯を短くすると、計算コストの問題がある。計算コストがかかるのは均衡下での交通状態を考えるからである。計算コストがかかる均衡はある程度の長さの離散時間とし、交通流自体は連続時間とする。このようにすると、交通流の動きは連続的に計算することができ、細かな交通流の記述が可能となる。しかしながら、均衡自体は離散時間のため、連続時間動的配分からはある程度のかい離は発生する。

本研究では、実務での利用可能性も意識し、均衡を離散時間として考慮するものの、交通需要や交通量を連続時間で記述するリンクベースの配分モデルを構築

する。そして、その構築したモデルを現実ネットワークに適用し、モデルの特性や適用可能性などについて検討する。

2. フローダイナミクス

以下の仮定を置く。

- A1. 各リンクでの旅行速度は時間帯内では一定
- A2. フローは連続時間で連続的に動く
- A3. 各リンクへの流入フローは流入した時間帯かその次の時間帯で流出する

時間帯の長さを一定値の L とし、時間帯 $s (\in S)$ は連続時間 $(s-1)L$ から sL までとする。なお、 S は時間帯の集合である。時間帯は s と記述し、連続時刻 (連続時間) は t とする。ノード i とノード j を結ぶリンクをリンク ij と呼ぶことにする。なお、リンク ij 上ではフローはノード i からノード j へのみ移動し、その逆には動かないこととする。連続時刻 t でリンク ij に流入するフローを $f_{ij}(t)$ とする。これを流入率関数と呼ぶ

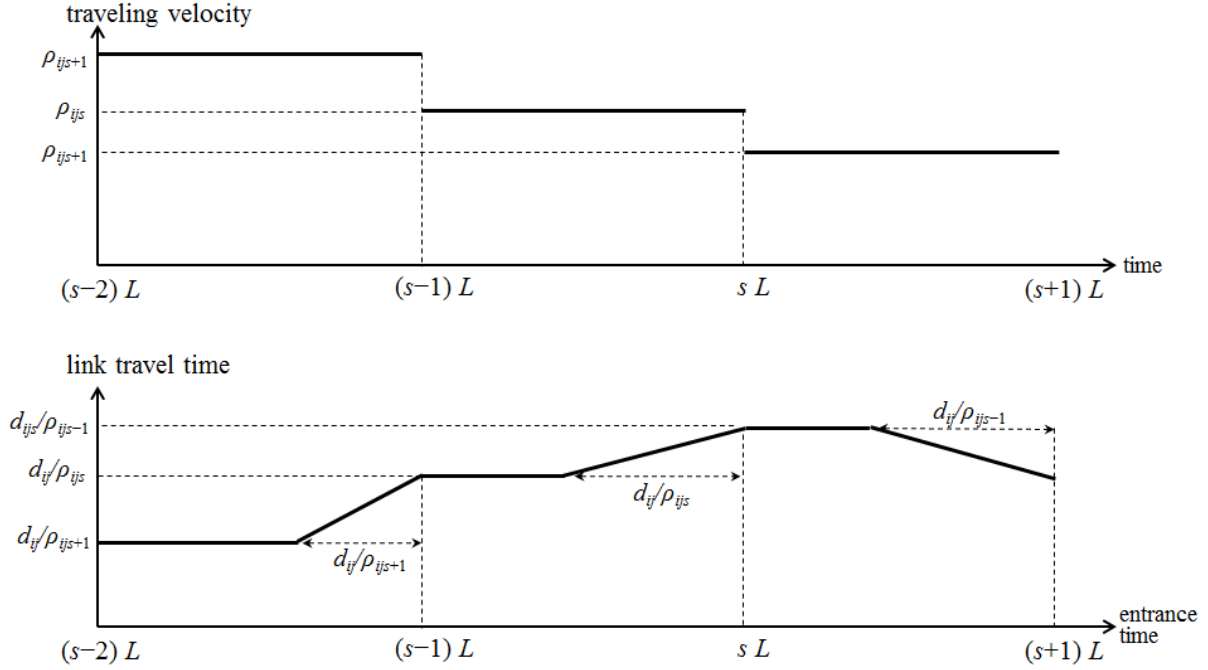


図-4 旅行速度とリンク通過に要する時間

ことにする．これを用いると，時間帯 s で流入する交通量は

$$u_{ijs} = \int_{(s-1)L}^{sL} f_{ij}(t) dt$$

となる．ここで， u_{ins} は時間帯 s でリンク ij に流入する交通量である．

仮定 A1 により，リンク上を時間帯内では定速でフローは流れるため，その速度が ρ_{ijs} の場合，図-2 のような流入率関数に従い流入したフローは，時刻 $t = sL$ では図-3 のような状態となっている．図-2 と図-3 は丁度鏡で映したように左右対称の形となっている．なお， ρ_{ijs} は時間帯 s でのリンク ij の旅行速度であり， d_{ij} はリンク ij の距離である．図-3 では， $100(L - d_{ij}/\rho_{ijs})/L$ % の流入量が時間帯内にリンクを流出する．残りの $100d_{ij}/(\rho_{ijs}L)$ % のフローは時間帯内では流出することができず，次の時間帯で流出する．なお，仮定 A3 の通り，流入時間帯かその次の時間帯でリンクから流出する．ここで，時間帯 s の開始時刻を 0 とおいた時刻を t_s とする．当然 $t_s = t - (s-1)L$ が成り立つ．旅行速度は ρ_{ijs} であるため，図-3 中の灰色の微小矩形は時間帯 s の間に距離 $\rho_{ijs}t_s$ だけ進む．時間帯 s の終了時刻では，この矩形で表されたフローのリンクの終点までの距離は $d_{ij} - \rho_{ijs}t_s$ である．次の時間帯，すなわち，時間帯 $s+1$ でのこの矩形フローのリンク ij 上での移動距離は $d_{ij} - \rho_{ijs}t_s$ で，時間帯 $s+1$ での旅行速度は ρ_{ijs+1} であるため，リンクを流出することに要する時間は $t_s +$

$$(d_{ij} - \rho_{ijs}t_s)/\rho_{ijs+1} = (1 - \rho_{ijs}/\rho_{ijs+1})t_s + d_{ij}/\rho_{ijs+1} = (1 - \rho_{ijs}/\rho_{ijs+1})(sL - t) + d_{ij}/\rho_{ijs+1} \quad \text{となる．以上より，リンク通過に要する時間は以下ようになる．} \quad (1)$$

$$c_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{\rho_{ijs}} & (s-1)L \leq t < sL - \frac{d_{ij}}{\rho_{ijs}} \\ \left(1 - \frac{\rho_{ijs}}{\rho_{ijs+1}}\right)(sL - t) + \frac{d_{ij}}{\rho_{ijs+1}} & sL - \frac{d_{ij}}{\rho_{ijs}} \leq t < sL \end{cases}$$

ここで， $c_{ij}(t)$ は時刻 t にリンク ij に流入したフローがそのリンクを流出するまでに要した時間である．なお，本稿では，このリンク流出に要した時間を旅行時間と呼ぶことにする．

図-4 は，時間帯 $s-1$, s と $s+1$ での旅行速度と旅行時間 $c_{ij}(t)$ である．時間帯内で流出するフローの旅行時間は一定であるが，時間帯内に流出できず，次の時間帯でもそのリンク上を移動する場合は，次の時間帯での旅行速度は異なるため，次の時間帯での移動距離に応じた旅行時間となる．

以上のように旅行時間を算出することができると，流入率関数と旅行時間関数を用いて，流出率関数を定義できる．リンク ij の流出率関数を $g_{ij}(t)$ とすると，

$$f_{ij}(t) = g_{ij}(t + c_{ij}(t))$$

が成り立つ．

リンクの旅行速度はそのリンク上の交通量に依存し

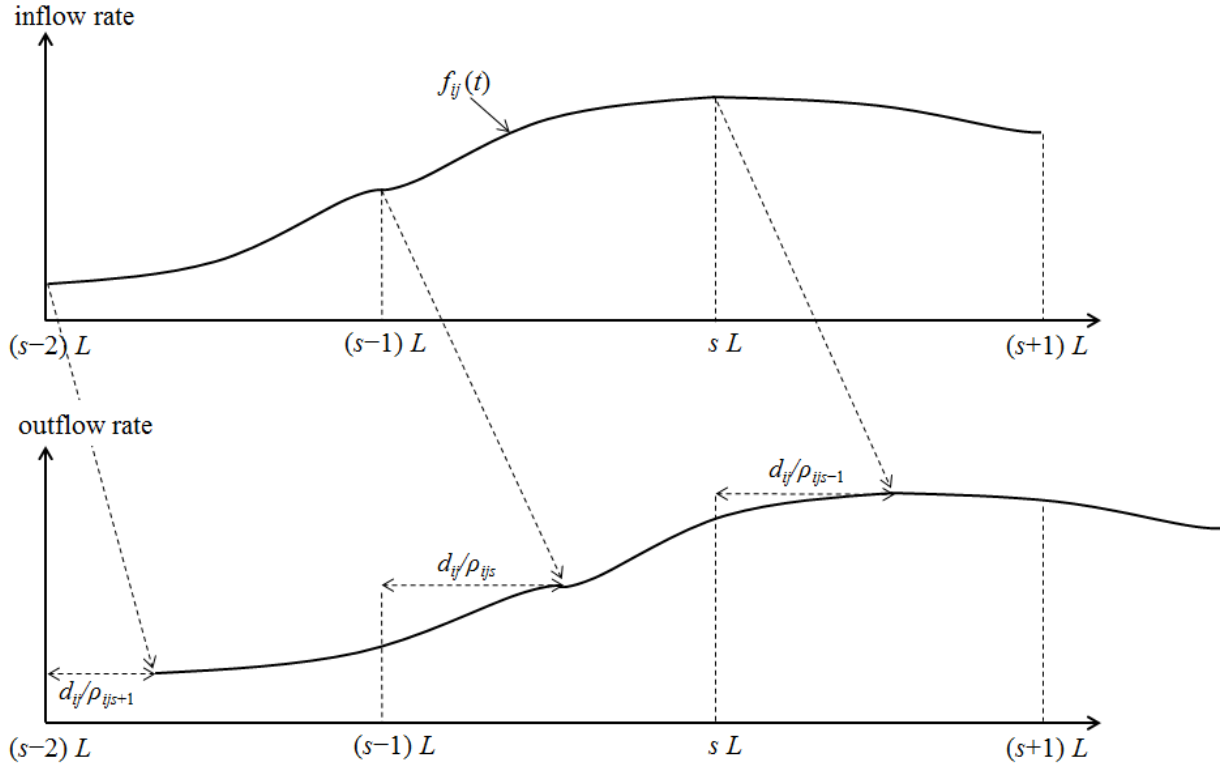


図-5 流入・流出率

て決めるのが自然である．時間帯 s でのリンク ij の旅行速度は，時間帯 s でのリンク ij 上の交通量の関数とするが，時間帯 s 内でフローの流入・流出がある．時間帯 s 内に流入し，その時間帯内で流出するフローについてはそのフローをそのまま考えればよいが，次の時間帯に流出するフローや前の時間帯から残留しているフローをどのように考えるのかが問題となる．上述の通り，図-3 中の灰色の微小矩形部分は時間帯 s 内ではリンク ij 上を $\rho_{ijs} t_s = \rho_{ijs} (sL - t)$ の距離だけ移動する．つまり，リンク ij の $100\rho_{ijs} t_s/d_{ij}$ %のみを時間帯 s 内で走行する．したがって，この微小矩形部分のリンク ij への負荷は $100\rho_{ijs} t_s/d_{ij}$ % とすることにする．このような考えでフローの負荷を合わせると，

$$x_{ijs} = \int_{(s-1)L}^{sL-d_{ij}/\rho_{ijs}} f_{ij}(t)dt + \frac{\rho_{ijs}}{d_{ij}} \int_{sL-d_{ij}/\rho_{ijs}}^{sL} (sL-t)f_{ij}(t)dt \\ + \int_{(s-1)L-d_{ij}/\rho_{ijs-1}}^{(s-1)L} \left[1 - \frac{\rho_{ijs-1}}{d_{ij}} ((s-1)L-t) \right] f_{ij}(t)dt$$

となる．最初の項は時間帯 s 内でリンク ij を通過するフローの負荷分で，このフロー部分は 100%負荷する．第2項は，時間帯 s 内でリンク ij を通過できなかったフローの負荷分であり，リンク ij を時間帯 s 内で走行した割合のみ負荷する．第3項は前の時間帯（時間帯 $s-1$ ）上の式での量 x_{ijs} をリンク負荷量と呼ぶことにし，旅行速度はリンク負荷量の関数とする．

A4. 旅行速度は $\rho_{ijs} = h_{ij}(x_{ijs})$ によって与えられる

なお， $h_{ij}(t)$ はリンク ij の旅行速度関数である．

3. 定式化

配分を考える上で，フロー保存条件が必要である．ノード i に関して，ノードに流入する交通量と流出する目的地別の交通量は等しくなければならない．したがって，

$$\sum_{k \in N_i^{in}} g_{ki}(t) + \sum_{n \in D} q_{in}(t) = \sum_{j \in N_i^{out}} f_{ij}(t)$$

が成立する．ここで，

$$f_{ij}(t) = \sum_{n \in D} f_{ijn}(t) \text{ and } g_{ij}(t) = \sum_{n \in D} g_{ijn}(t).$$

である．

ここで，以下のような $U_{in}(t)$ を定義しよう． (4)

$$U_{in}(t) = \sum_{k \in N_i^{in}} g_{kin}(t) + q_{in}(t) = \sum_{j \in N_i^{out}} f_{ijn}(t).$$

本研究のモデルはリンクベースであるため，経路選択ではなく，リンク選択を考える．リンク選択率ベクトル $\mathbf{p}$ を考える．この $\mathbf{p}$ の要素は p_{ijns} であり，ノード i を出発・通過するフローのうちノード n を目的地にするフローである $U_{in}(t)$ が，時間帯 s でノード i を始点

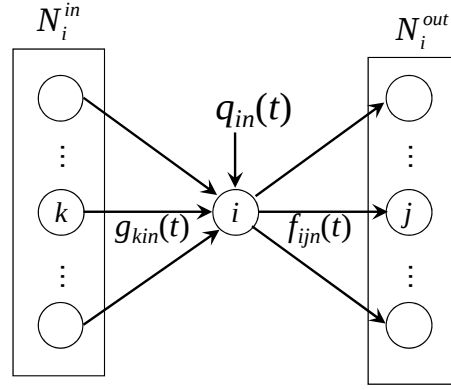


図-6 ノード i でのフロー保存則

とするいずれのリンクを走行するのかの割合である。
これを使うと、

$$f_{ijn}(t) = p_{ijns} U_{in}(t) \quad (s-1)L \leq t < sL$$

となる。ただし、

$$\sum_{j \in N_i^{out}} p_{ijns} = 1 \quad \forall i \in N, \forall n \in D, \forall s \in S,$$

である。

この $\mathbf{p}$ は以下で述べる準動的均衡によって与えられる。

本研究では、既に述べたようにリンクベースのモデルを構築する。これまでリンクベースの動的配分モデルとして、Kuwahara & Akamatsu⁹⁾、赤松・桑原⁷⁾、桑原・赤松⁸⁾、Li et al.⁹⁾、Wie et al.¹⁰⁾などがあるが、本研究でも、基本的な配分の考え方はそれらの研究と同様のものを用いる。

時間帯 t に、ノード i を通過し、ノード n へ向かう交通量及びノード i から発生し、ノード n へ向かう交通量は、リンク ij が最小旅行時間経路上にあれば、リンク ij を通ることになる。ノード i から目的地であるノード n への最小旅行時間 τ_{nt} がリンク ij の旅行時間 c_{ijt} とノード j からノード n までの最小旅行時間 τ_{nt} との和に等しければ、リンク ij はノード i とノード n 間の最小旅行時間経路上にあるため、リンク ij 上にノード n へ向かう交通量が存在し得る。よって、 $x_{ijt} > 0$ ならば、 $c_{ijt} + \tau_{nt} - \tau_{nt} = 0$ が成立し、 $c_{ijt} + \tau_{nt} - \tau_{nt} > 0$ ならば、 $x_{ijt} = 0$ となる。

本研究は、準動的配分であり、また、図-4 で示したように一つの時間帯内においてもリンク旅行時間は変化する。よって、配分で用いる時間帯 s でのリンク ij の旅行時間は以下のように旅行時間の平均を用いることにする。

$$\bar{c}_{ijs} = \frac{\int_{(s-1)L}^{sL} c_{ij}(t) f_{ij}(t) dt}{\int_{(s-1)L}^{sL} f_{ij}(t) dt}.$$

なお、 $u_{ijs} = 0$ 場合、 $\bar{c}_{ijs}$ は $u_{ijs} \rightarrow 0$ の極限の旅行時間

とする。これは自由走行時間に相当する。

前章で述べた仮定A3により、時間帯 s にリンク ij に流入した交通量は、時間帯 s もしくは時間帯 $s+1$ にそのリンクを流出する。したがって、最小旅行時間は(10)に時間帯 s 内のみで考えればよいとは限らない。そこで、本研究では、時間帯 s で流入した交通量のうち、その時間帯内でリンク ij を流出し、ノード n に向かう(流出)フローについては、ノード j と目的ノード n 間の最小旅行時間を τ_{jns} とし、時間帯 s から次の時間帯に残留する交通量の最小旅行時間は、その残留交通量がノード j を出るのが次の時間帯 $s+1$ であるため、 τ_{jns+1} とする。時間帯内では各状態は一定と前提しており、それに基づき、残留交通量と時間帯内で流出した交通量を別個に取り扱うことはせず、最小旅行時間を計算する際には、これらの重み付き平均として求めることにする。つまり、その時間帯の流入交通量の最小旅行時間はある1つの値のみを用い、それは流出交通量と残留交通量の各最小旅行時間の重み付き平均とする。本研究では、時間帯 s にリンク ij に流入した交通量に関して、ノード j からノード n への最小旅行時間 μ_{ijns} を以下のように定義する：

$$\mu_{ijns} \equiv r_{ijns} \tau_{jns} + (1 - r_{ijns}) \tau_{jn(s+1)}.$$

ここで、 r_{ijns} は時間帯 s でリンク ij へ流入したフローのうちその時間帯内で流出する割合である。それは、図-3での説明からわかるように、

$$r_{ijns} = \frac{\int_{(s-1)L}^{sL-d_{ij}/\rho_{ijs}} f_{ij}(t) dt}{\int_{(s-1)L}^{sL} f_{ij}(t) dt}.$$

となる。

以上より、準動的均衡配分は以下ようになる。

$$\bar{c}_{ijs} + \mu_{ijns} - \tau_{ins} = 0 \quad \text{if } p_{ijns} > 0 \quad (16)$$

$$\bar{c}_{ijs} + \mu_{ijns} - \tau_{ins} \geq 0 \text{ if } p_{ijns} = 0.$$

相補形式表すと, $\forall ij \in A, n \in D, s \in S$ で

$$p_{ijns} (\bar{c}_{ijs} + \mu_{ijns} - \tau_{ins}) = 0$$

$$p_{ijns} \geq 0, \bar{c}_{ijs} + \mu_{ijns} - \tau_{ins} \geq 0$$

また, p は割合であり, $\forall ij \in A, n \in D, s \in S$ で以下を満たす必要がある.

$$\tau_{ins} \left(\sum_{j \in N_i^{out}} p_{ijns} - 1 \right) \geq 0$$

$$\tau_{ins} \geq 0, \sum_{j \in N_i^{out}} p_{ijns} - 1 \geq 0$$

リンク旅行速度 ρ_{ijs} はリンク負荷量の関数である. つまり, $\rho_{ijs} = h_{ij}(x_{ijs})$ である. リンク旅行速度の関数である平均リンク旅行時間は p の陽な関数とならない可能性がある. この場合, $\forall ij \in A, s \in S$ で

$$\rho_{ijs} h(x_{ijs}) = 0$$

$$\rho_{ijs} \geq 0, h_{ij}(x_{ijs}) \geq 0$$

$$\begin{aligned} x_{ijs} & \left(\int_{(s-1)L}^{sL-d_{ij}/\rho_{ijs}} f_{ij}(t) dt \right. \\ & + \int_{(s-1)L-d_{ij}/\rho_{ijs}-1}^{(s-1)L} \left[1 - \frac{\rho_{ijs-1}}{d_{ij}} ((s-1)L - t) \right] f_{ij}(t) dt \\ & + \frac{\rho_{ijs}}{d_{ij}} \int_{sL-d_{ij}/\rho_{ijs}}^{sL} (sL - t) f_{ij}(t) dt \\ & \left. + \int_{(s-1)L-d_{ij}/\rho_{ijs}-1}^{(s-1)L} \left[1 - \frac{\rho_{ijs-1}}{d_{ij}} ((s-1)L - t) \right] f_{ij}(t) dt \right) = 0 \end{aligned}$$

$$x_{ijs} \geq 0,$$

$$\begin{aligned} & \int_{(s-1)L}^{sL-d_{ij}/\rho_{ijs}} f_{ij}(t) dt + \frac{\rho_{ijs}}{d_{ij}} \int_{sL-d_{ij}/\rho_{ijs}}^{sL} (sL - t) f_{ij}(t) dt \\ & + \int_{(s-1)L-d_{ij}/\rho_{ijs}-1}^{(s-1)L} \left[1 - \frac{\rho_{ijs-1}}{d_{ij}} ((s-1)L - t) \right] f_{ij}(t) dt \geq 0 \end{aligned}$$

を考えるとよい.

4. 定式化

(18)

上で述べた準動的配分モデルの特性, 適用可能性や妥当性について検討するために, 現実道路ネットワークに適用する. 適用結果や考察・分析については発表開示に発表する.

参考文献

- 1) 藤田素弘, 松井寛, 溝上章志: 時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究, 土木学会論文集, No. 389/IV-8, pp. 111-119, 1988.
- 2) 宮城俊彦, 牧村和彦: 時間帯別交通配分手法に関する研究, 交通工学, Vol. 26, No. 2, pp. 17-28, 1991.
- 3) 藤田素弘, 山本幸司, 松井寛: 渋滞を考慮した時間帯別交通量配分モデルの開発, 土木学会論文集, No. 407/IV-11, pp. 129-138, 1989.
- 4) 赤松隆, 牧野幸雄, 高橋栄行: 時間帯別 OD 需要とリンクでの渋滞を生じた準動的な交通配分, 土木計画学研究・論文集, No. 15, pp. 535-545, 1998.
- 5) 菊池志郎, 赤松隆: リンクの流入・流出交通量を内生化した時間帯別交通均衡配分に関する基礎的研究, 土木計画学研究・論文集, No. 24, pp. 577-585, 2006.
- 6) Kuwahara, M. and Akamatsu, T.: Dynamic equilibrium assignment with queues for a one-to-many OD pattern, In *Transportation and Traffic Theory: Proceedings of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Daganzo, C.F. ed., Elsevier, pp. 185-204, 1993.
- 7) 赤松隆, 桑原雅夫: 渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分—1 起点・多終点および多起点・1 終点 OD ペアの場合, 土木学会論文集, No. 488/IV-23, pp. 21-30, 1994.
- 8) 桑原雅夫, 赤松隆: 多起点多終点 OD における渋滞延伸を考慮したリアクティブ動的利用者最適交通量配分, 土木学会論文集, No. 555/IV-34, pp. 91-102, 1997.
- 9) Li, J., Fujiwara, O. and Kawakami, S.: A reactive dynamic user equilibrium model in network with queues, *Transportation Research*, Vol. 34B, pp. 605-624, 2000.
- 10) Wie, B.-W., Tobin, R.L. and Carey, M.: The existence, uniqueness and computation of an arc-based dynamic network user equilibrium formulation, *Transportation Research*, Vol. 36B, pp. 897-918, 2002.

(2014.8.1受付)