

フォルト・ツリー分析に基づく 鋼道路橋の最適点検ルール

小濱健吾¹・早矢仕廉太郎²・宮田弘和³・貝戸清之⁴

¹正会員 大阪大学特任助教 大学院工学研究科 NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-8)

E-mail: k-obama@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²学生会員 大阪大学大学院 工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: r.hayashi@civil.eng.osaka-u.ac.jp

³正会員 西日本高速道路株式会社 技術本部 技術統括課 (〒 530-0003 大阪市北区堂島 1-6-20 堂島アバンザ 18F)

E-mail: h.miyata.ab@w-nexco.co.jp

⁴正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

平成 26 年 7 月 1 日に施行された道路法施行規則の一部を改正する省令により、橋梁管理者は、管理する橋梁を 5 年に 1 度の頻度で、近接目視により点検を行うことを基本とすることが義務づけられた。しかし、橋梁の老朽化が急速に進展する中、5 年以下の頻度で点検を実施すべき橋梁が数多く存在する。本研究では、リスクおよび費用の観点から管理する橋梁に対して最適な点検頻度を決定するための方法論を提案する。具体的に、鋼道路橋を構成する各部材の劣化事象を末端事象とする、橋梁のリスクに関するフォルト・ツリーを構成し、当該橋梁に内在するリスクを定量化する。その後、各部材の点検・補修政策の相違をもたらすリスクと費用のトレードオフ関係を分析し、最適な点検・補修政策に関する議論を実施する。

Key Words : *fault tree analysis, life cycle cost, Markov model, asset management*

1. はじめに

近年、高度経済成長期に大量に建設された橋梁の老朽化が進行しており、定期点検・補修等の対策を通じて、安全性の確保および長寿命化を図ることが喫緊の課題となっている。平成 26 年 7 月 1 日に施行された道路法施行規則の一部を改正する省令により、橋梁管理者は、管理している橋梁を 5 年に 1 度の頻度で、近接目視により点検を行うことを基本とすることが義務づけられた¹⁾。しかし、対象となる橋梁の中には、特に老朽化が進行しており、5 年に 1 度の点検では安全性を保障できないものも存在する。点検要領では、点検頻度の設定はあくまでも基準であり、5 年より短い間隔での点検を妨げるものではないと記述しているものの、点検頻度を定量的に設定するための方法については言及していない。また、橋梁の管理事業体の多くは、財政縮減の中、点検・補修の効率化を課題としている地方自治体であり、現行の点検要領に準じて網羅的に点検を実施することが困難となることが予想される。橋梁の落橋リスクを適切に評価し、安全性の確保を前提としながら、同時に効率性にも配慮した点検・補修方法を検討することが必要とされている。

橋梁は膨大な数の部材で構成される複雑な構造系であるため、橋梁の落橋リスクは、各部材の保有するリ

スクに大きく影響されると考えられる。橋梁全体の落橋リスクを評価するためには、各部材のリスクを適切に評価し、各部材が落橋に及ぼす影響を考慮した上で、落橋リスクを定量化する必要がある。貝戸等は、長大橋を対象として、リスク事象の発生経路をフォルト・ツリーを用いて表現し、ツリーの末端事象の生起確率を各部材が管理限界となる確率として定義し、長大橋の管理限界リスクを定量化した²⁾。本研究では、末端事象が頂上事象に与える影響の違いを考慮した上で、頂上事象のリスクを定量化する。

また、先述した省令では、全ての部材に対して一律の頻度での点検が義務付けられている。しかし、部材ごとの劣化過程は大きく異なるため、保有するリスクも大きく異なる。さらに、各部材が落橋リスクに及ぼす影響も大きく異なるため、一律の頻度での点検が必ずしも効率的な点検となるわけではない。効率的な点検・補修政策を検討する上では、橋梁全体に対して一律に点検・補修政策を設定するのではなく、部材ごとに適切な点検・補修政策を設定することが必要不可欠である。

以上の問題意識のもと、本研究では、鋼道路橋に対して、リスクと費用の観点から最適な点検・補修政策を決定するための方法論を提案する。具体的に、鋼道路橋の落橋リスク（以下、管理限界リスク）に関する

フォルト・ツリーを構築し、末端事象が頂上事象に与える影響の違いを影響度として考慮した上で、頂上事象である橋梁の管理限界リスクを定量化する。その後、各部材の点検・補修政策の相違をもたらすリスクと費用のトレードオフ関係を分析し、最適な点検頻度に関する議論を実施する。以下、**2.**で、本研究の基本的な考え方を述べる。**3.**で、橋梁全体の管理限界リスクの発生経路をフォルト・ツリーを用いて表現し、管理限界リスクの生起確率を定量化する。**4.**では、橋梁を構成する部材の劣化・補修過程をモデル化する。**5.**では、最適点検・補修政策モデルを定式化する。

2. 本研究の基本的考え方

(1) 従来の研究概要

社会基盤施設のアセットマネジメントにおいては、将来時点における、1) リスク評価、2) ライフサイクル費用分析を通じて合理的な政策を立案することが重要となる。リスク評価を行うためには、劣化予測を通じて施設の劣化過程を明らかにする必要がある。社会基盤施設の劣化予測においては、目視点検データを用いた統計的劣化予測手法が発展している³⁾⁻⁶⁾。なかでも、津田等は、多段階の健全度で表現される劣化過程をマルコフ劣化ハザードモデルにより定式化することで、管理限界到達時のリスクを評価することが可能となった⁵⁾。一方、施設のリスクが複数のリスク事象によって表現されるような問題を考える場合、施設のリスクに直結するようなリスク事象を抽出し、施設のリスクの発生経路を記述することが重要である。こうした問題に対して、フォルトツリーを用いた分析手法が多く適用されている⁷⁾。土木分野においても既にいくつかの適用事例が見出せる^{8),9)}。また、山本等は、高速道路の交通管制システムの故障の発生メカニズムをフォルト・ツリーで表現することで、頂上事象となるシステム全体の信頼性を、システムを構成する機器のリスク発生確率などを用いて計量化した¹⁰⁾。さらに、本研究で対象とする橋梁についても、貝戸等が長大橋の落橋リスクの発生経路をフォルト・ツリーで表現した上で、末端事象のリスク発生確率を用いて長大橋の落橋リスクを評価している²⁾。しかし、橋梁を構成する部材が頂上事象である落橋リスクに与える構造的影響は多様に異なる。そのため、橋梁のリスクを評価する上で、末端事象の発生確率のみならず、構造的な影響を考慮することが不可欠である。以上を踏まえ、本研究では、鋼道路橋の落橋リスクに対して、フォルト・ツリー分析に基づくリスク評価を実施する。その際、落橋リスクを各劣化事象の発生確率とその影響の程度（以下、影響度）によって記述することで、構造的な影響を考慮

したリスクの動的解析を行う。

また、ライフサイクル費用分析では、健全度を離散的な変数で記述するマルコフ決定モデル¹¹⁾を用いた実用的モデルが土木分野において多く提案されている¹²⁾⁻¹⁶⁾。たとえば、貝戸等は、橋梁を半永久的構造物として考え、平均費用最小化原則に基づくマルコフ決定モデルを用いることによって、部材に対する最適補修戦略を決定する手法を開発した¹²⁾。また、青木等は、トンネル照明ランプの点検・更新プロセスをマルコフ決定モデルで表現し、点検頻度を政策変数とすることで、最適な点検政策の提案を行っている⁴⁾。このように、マルコフ決定モデルを援用した費用分析によって、費用最小化を達成するような点検・補修政策の立案が可能となっている。本研究においても、マルコフ決定モデルを援用したライフサイクル費用分析を実施し、最適な点検・補修政策に関する議論を実施する。

(2) 長寿命化に向けた橋梁マネジメント

我が国の所有する社会基盤施設の多くは老朽化が進行しており、定期点検・補修等の対策を通じて、施設の維持・長寿命化を図ることが重要となる。本研究で対象とする橋梁に対しては、平成26年7月1日、国土交通省より新たに改正された道路法施行規則が施行され、「橋長2.0m以上の橋梁に対して、近接目視による5年に1回の頻度を基本とする」定期点検の実施が義務づけられた¹⁾。平成25年4月時点で、対象となる橋梁のうち、建設後50年に達する橋梁の割合は約19%であり、10年後には約43%、20年後には約67%にまで増加する試算が発表されている¹⁷⁾。このように、橋梁の老朽化が急速に進展することが想定される中、全ての橋梁に対して一律の頻度で点検を実施することの妥当性への懸念がある。橋梁の劣化状態に応じて、点検・補修政策を適切に設定する必要があると考えられる。また、その際、橋梁は複数の部材で構成されており、部材ごとの劣化過程が多様に異なることを考慮すると、橋梁の部材ごとに点検・補修政策を検討することが重要となる。一方、定期点検が義務づけられた橋長2.0m以上の橋梁は約70万橋存在しており、管理事業体の90%以上を市町村などの地方自治体が占めている¹⁷⁾。このように膨大な量の橋梁を、財政縮減の中、点検・補修の効率化を課題としている地方自治体が、現行の点検要領に準じて網羅的に点検を実施することは、予算制約の観点から非常に困難であると考えられる。現行の点検頻度の基準は、一律5年に1回ではあるが、橋梁部材ごとの点検・補修政策の検討を通じて、部材ごとの柔軟な点検・補修政策の設定の有用性を示すことで、限られた予算の中で実行可能、かつ安全性も確保した政策の立案が可能となる。以上を踏まえて、本研究では、

全部材を対象とした一律の点検・補修政策だけでなく、個々の部材の点検頻度の違いを考慮した点検・補修政策を検討する。

(3) リスクと費用のトレードオフ関係

橋梁の点検・補修業務の管理指標として、橋梁全体の管理限界リスクと点検・補修ライフサイクル費用（以下、本節では費用と呼ぶ）を取り上げる。これらの2つの管理指標の間にはトレードオフの関係が存在する。橋梁全体の管理限界リスクは、橋梁を構成する部材ごとの管理限界リスク、各部材が落橋に及ぼす影響度を用いて、フォルト・ツリー分析により算出する。一方、費用は、各部材を点検するための費用、および各部材が管理限界であると判断された時に実施する補修の費用の合計で表される。いま、管理者が、橋梁全体のリスク管理水準を設定したとする。リスク管理水準を設定値よりも厳しくすると、点検の間隔を短くする必要があり、費用は増加する。一方、リスク管理水準を設定値よりも緩くすると、当然のことながら費用は減少する。図-1のリスク-費用曲線は、このようなリスクと費用のトレードオフ関係を示している。ただし、リスク管理水準を設定した際、部材ごとの点検間隔・補修内容の設定により、設定したリスク管理水準を満たす政策は数多くあるが、図中の曲線は、実行可能な政策の中で費用を最小とするような政策の集合を示している。また、図中、赤色の点は、現行の基準である5年に1度、全ての部材を一斉に点検・補修する政策のリスクと費用の関係を示している。橙色で塗りつぶされた範囲に位置する政策は、現行の政策と比較して、費用・リスクのいずれもが小さくなるような政策である。橋梁全体の管理限界リスクを適切に評価し、リスク-費用曲線をプロットすることで、点検・補修業務の効率化を図り、また、リスク管理水準の設定に関して、費用を考慮した上で議論することが可能となる。

3. フォルト・ツリー分析

(1) フォルト・ツリー分析の目的

本研究の分析対象とする橋梁は、膨大な数の部材で構成される複雑な構造系である。橋梁の供用が開始されてからの経過時間が増加すると、橋梁を構成する部材の管理限界に到達する確率が、劣化の進展により増加するため、橋梁全体の管理限界リスクも増加することが懸念される。さらに、部材の劣化過程は、点検頻度や補修戦略により部材ごとに大きく異なるため、橋梁のリスクマネジメントにおいては、部材の劣化過程をモデル化し、橋梁全体の管理限界リスクの定量化をフォルト・ツリー分析を通して行うことで、将来の橋

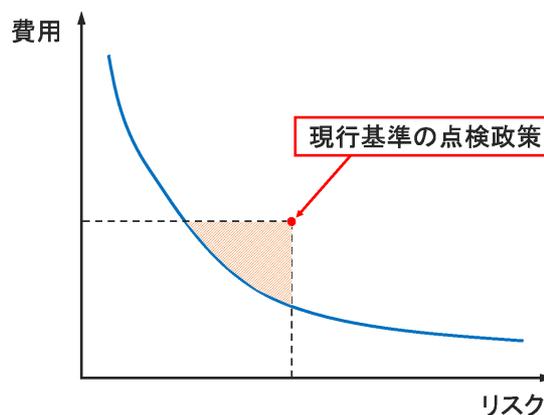


図-1 リスク管理水準と費用の関係

梁の点検・補修計画を立案するための基礎的情報を提供することが必要となる。

本研究では、代表的な鋼製の桁橋を対象としたフォルト・ツリーを構築する。その際、頂上事象として、橋梁を管理する際の管理限界リスクが発生する事象を取り上げる。なお、本研究では、橋梁の常時の点検政策を対象としており、地震や事故などの突発的事象に起因するリスクの発生事象は考慮しない。

(2) フォルト・ツリーの構築

フォルト・ツリー分析（以下、FTAと略記）は、部材レベルのリスク事象の生起が橋梁全体のリスクに発展するメカニズムを階層的に表現し、下位のレベルにあるリスク事象の生起確率に基づいて、分析対象とする橋梁全体の管理限界リスクを評価するための手法である。原子炉故障解析や航空工学などの分野の設計段階において適用されることが多く⁷⁾、近年では、社会基盤施設に対して適用した事例も見られる^{2),10)}。FTAでは、はじめに、対象とする橋梁全体としての限界状態を表す事象（頂上事象）を設定する。さらに、下位のレベルのリスク事象と頂上事象が生起する条件や因果関係を明らかにし、下位のリスク事象の生起が頂上事象の生起に展開する可能性をフォルト・ツリーを用いて表現する。事象間の因果関係は、ANDゲートとORゲートという論理構造を用いて表現することが可能である。下位事象の生起確率を用いて、より上位のリスク事象や頂上事象の生起確率や期待影響度を逐次算出することができる。さらに、頂上事象とその要因である下位事象の生起確率、期待影響度に基づいて、橋梁の安全性、信頼性を向上させるための対策方法を検討することが可能である。

図-2には、本研究で対象とする鋼橋のフォルト・ツリーを作成した結果を示す。同図は、管理限界を頂上リ

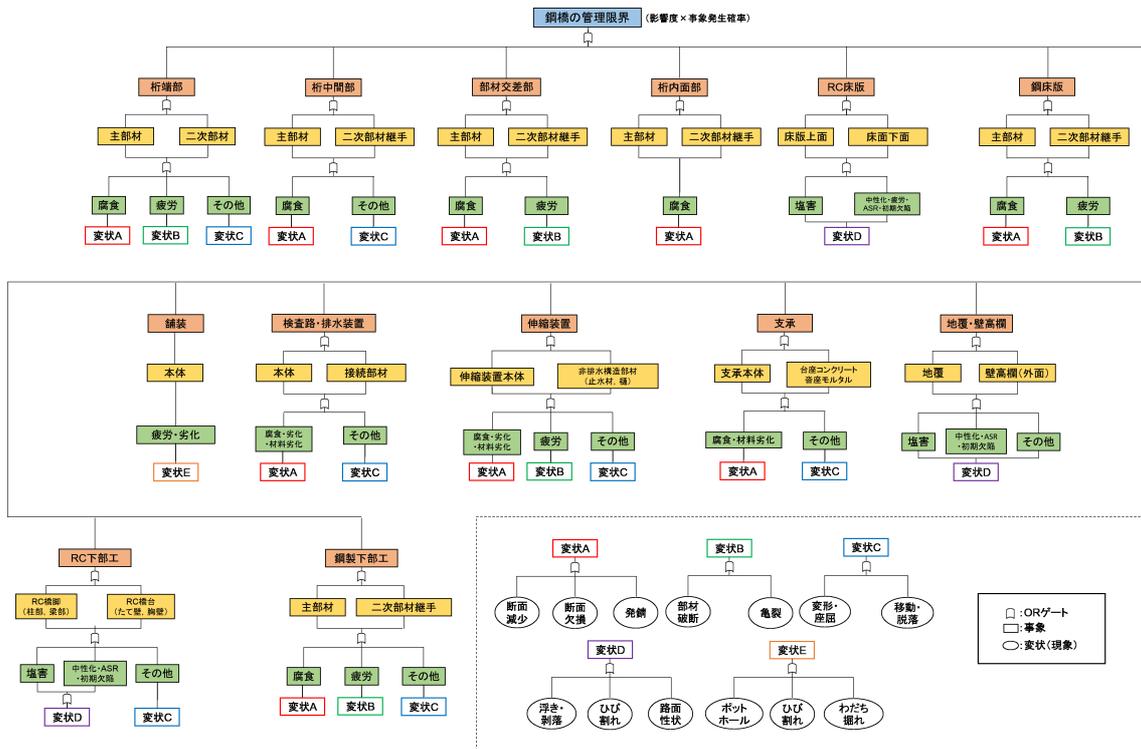


図-2 鋼橋のフォルト・ツリー

スクと設定し、点検対象となる全ての部材を事象として列挙することで、橋梁部材のリスク事象により、橋梁全体の管理限界リスクがどのように発生するかを表している。同図には、本研究で対象とする橋梁の例において、管理限界に影響を及ぼすと考えられる全ての部材を挙げている。さらに、各部材のひび割れ、亀裂、剥落など、それ以上遡って要因を特定できない損傷を末端事象として示している。同図より明らかなように、今回のフォルト・ツリーにおいて、各末端事象の関係はORゲートのみにより表現されている。厳密にはANDゲートで構成される部材損傷関係も存在すると考えられるが、本研究で扱う点検上の管理限界の範囲内ではORゲートのみで整理することが可能であった。また、より精緻なフォルト・ツリーについても同様の手順を踏むことで、モデル化が可能である。

(3) 頂上事象の生起確率と期待リスク算定

FTAでは、フォルト・ツリーを構成する部材レベルにおけるリスク事象の生起確率と影響度を与件として、橋梁全体の管理限界(頂上事象)の生起確率、および期待リスクを計算することが重要な課題となる。このような、頂上事象の生起確率、および期待リスクは、ブール演算を用いて計算できる。いま、図-3に示すような単純なフォルト・ツリーを想定し、より上位のリスク事象が生起する確率および期待リスクの計算方法を説

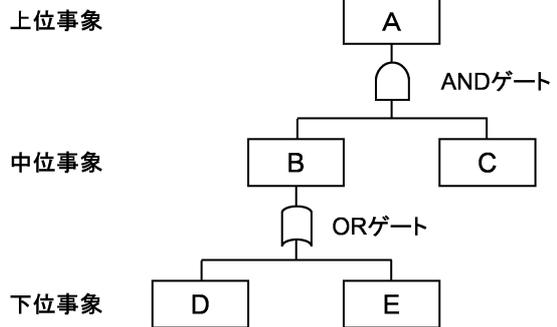


図-3 フォルト・ツリー図

明する。なお、以下に示すFTAの方法論自体は一般的なものであるが、読者の便宜を図るために概要を述べることを断っておく。詳細については、参考文献⁷⁾を参照されたい。

上位事象をAとし、中位事象としてB, C, 下位事象としてD, Eを考える。いま、各リスク事象が生起する確率をそれぞれ $P(x)(x = A, B, C, D, E)$ とする。このとき、中位事象Bのリスク事象が生起する確率は、下位事象DとEに関する「OR事象(事象DとEのいずれか一方が生起した場合に生起する事象)」である

ため、

$$P(B) = P(C \cup D) \quad (1)$$

$$= P(C) + P(D) - P(C \cap D) \quad (2)$$

と表される。上位事象 A は、中位事象 B と C に関する「AND 事象（事象 B と C の両方が生じた場合に生起する事象）」であるため、

$$P(A) = P(B \cap C) = P(B)P(C) \quad (3)$$

が成立する。

つぎに、期待リスクをリスク事象生起確率 × 影響度として定義する。ここで、影響度は、橋梁全体の管理限界に対して各部材のリスク事象が与える構造的な影響の程度として定義され、現場管理者による先験的な情報によって決定される。いま、各部材の影響度をそれぞれ $T(x)$ ($x = A, B, C, D, E$)、期待リスクを $R(x)$ ($x = A, B, C, D, E$) とすれば、OR ゲートで結合される中位事象 B の期待リスク $R(B)$ は、

$$R(B) = P(D)T(D) + P(E)T(E) - P(D \cap E) \min\{T(D), T(E)\} \quad (4)$$

となる。式 (4) の第 3 項は、事象 D と事象 E が同時に生じた場合には、影響度の大きな事象が生じたものとして期待リスクを計算することを意味している。さらに、AND ゲートで結合される上位事象 A の期待リスク $R(A)$ は、

$$R(A) = P(B)P(C) \max\{T(B), T(C)\} \quad (5)$$

と表せる。以上は、単純なフォルト・ツリーを想定しているため、上位に位置する事象が下位に位置する 2 つの事象の結合によって表現されている。図-2 に示した本研究で構築したフォルト・ツリーのように、下位に位置する事象が複数の事象の結合によって表現される場合、リスク事象生起確率、および期待リスクの計算式は、以下で示す一般化した計算式を用いる。いま、上位事象 H が、下位事象 H_n ($n = 1, \dots, N$) を AND ゲートで結合したもので表現されるとすると、上位のリスク事象生起確率 $P(H)$ は、下位のリスク事象生起確率を $P(H_n)$ ($n = 1, \dots, N$) として、

$$P(H) = P\left(\bigcap_{n=1}^N H_n\right) = \prod_{n=1}^N P(H_n) \quad (6)$$

となる。また、上位事象 H の期待リスク $R(H)$ は、下位のリスク事象の影響度を $T(H_n)$ ($n = 1, \dots, N$) として、

$$R(H) = \prod_{n=1}^N P(H_n) \max\{T(H_1), \dots, T(H_N)\} \quad (7)$$

と表される。一方、上位事象 H が、下位事象を OR ゲートで結合したもので表現されるとすると、上位のリス

ク事象生起確率は、包除原理により、

$$P(H) = P\left(\bigcup_{n=1}^N H_n\right) \quad (8)$$

$$= \sum_{n=1}^N P(H_n) - \sum_{i<j} P(H_i \cap H_j) + \sum_{i<j<k} P(H_i \cap H_j \cap H_k) - \dots + (-1)^{1-\delta_N} P(H_1 \cap \dots \cap H_N) \quad (9)$$

となる。ただし、 δ_N は、N が奇数の時に 1 を、偶数の時に 0 をとるダミー変数である。また、上位事象 H の期待リスクは、

$$R(H) = \sum_{n=1}^N P(H_n)T(H_n) - \sum_{i<j} P(H_i \cap H_j) \min\{T(H_i), T(H_j)\} + \sum_{i<j<k} P(H_i \cap H_j \cap H_k) \max\{T(H_i), T(H_j), T(H_k)\} - \dots + (-1)^{1-\delta_N} P(H_1 \cap \dots \cap H_N) \times [\max\{T(H_1), \dots, T(H_N)\}]^{\delta_N} \times [\min\{T(H_1), \dots, T(H_N)\}]^{1-\delta_N} \quad (10)$$

と表すことができる。

以上の演算ルールを用いて、橋梁全体の期待リスクを計算することができる。すなわち、末端のリスク事象生起確率、影響度を与件とすることで、橋梁全体の管理限界リスクの定量的な評価が可能となる。本研究では、リスク生起確率を、各部材が管理限界状態となる確率として定義する。各部材が管理限界状態となる確率は、各部材を点検する頻度、あるいは各部材に対する補修戦略によって変化する。したがって、4. において、各部材の劣化・補修過程をモデル化し、管理限界状態となる確率を計算する手法を説明する。

4. 劣化・補修過程のモデル化

(1) モデルの基本的な考え方

本研究では、橋梁を構成する部材の劣化・補修過程をマルコフ連鎖モデルとしてモデル化し、3. で示したフォルト・ツリーのリスク事象生起確率を、各部材が管理限界状態となる確率として具体的に表現する。従来より、社会基盤施設の劣化・補修過程をマルコフ連鎖モデルとしてモデル化したような劣化・補修モデル^{12)–16)}が提案されている。そこでは、対象とする社会基盤施設の劣化状態を離散的な状態変数で記述し、状態変数から状態変数へ推移する確率を制御する政策変数を導入し、劣化・補修過程をモデル化している。本研究においては、まず、点検データに基づいてマルコフ劣化ハザードモデル⁵⁾を推定する。次に、算出され

た橋梁部材の健全度に関するマルコフ推移確率に対して、補修政策を政策変数としてマルコフ連鎖モデルを定式化し、橋梁部材の劣化・補修過程をモデル化する。マルコフ推移確率は点検頻度により変化するため、劣化・補修過程における政策変数は、点検頻度、および補修政策となる。

(2) モデル化の前提条件

橋梁を構成する全ての部材を、部材ごとに異なる時刻において点検・補修を実施するような問題を考える。橋梁が L 種類の部材で構成されていると考える。当面の間、部材 l ($l = 1, \dots, L$) に着目し議論を進めることとし、表記を簡略化するため、 l に関する添え字は省略する。いま、カレンダー時刻 $s_0 (= t_0)$ を初期時点とする離散的時間軸

$$t_r^d = t_0 + rd \quad (r = 0, 1, \dots) \quad (11)$$

を導入し、時点 t_r^d において点検を実施し、必要な場合には部材の補修を実施するとする。ただし、添え字 r は点検頻度 d である場合の、離散時間軸における点検・補修時点番号を表す。時点 t_0^d に部材の供用が開始された直後から劣化が始まるとし、部材の健全度を I 個の状態変数 i ($i = 1, \dots, I$) により表現する。部材が最も健全な状態を $i = 1$ とし、状態変数 i の値が大きくなるほど、劣化が進展していることを表す。 $i = I$ の時、当該部材は管理限界に到達している。時点 t における健全度を、状態変数 $h(t)$ を用いて表す。ここで、2つの時点間における健全度の推移状態がマルコフ過程に従うと仮定し、マルコフ推移確率を用いて表現する。時点 t_r^d における健全度 $h(t_r^d) = i$ を与件とし、かつ、時点 t_{r+1}^d において健全度が $h(t_{r+1}^d) = j$ に推移する条件付き確率を

$$\text{Prob}[h(t_{r+1}^d) = j | h(t_r^d) = i] = p_{ij}^d \quad (12)$$

と表現する。このような推移確率を健全度ペア (i, j) に対して求めれば、マルコフ推移確率行列

$$P^d = \begin{pmatrix} p_{11}^d & \cdots & p_{1I}^d \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_{II}^d \end{pmatrix} \quad (13)$$

を定義できる。マルコフ推移確率 (12) は所与の2つの時点 t_r^d, t_{r+1}^d の間において生じる健全度の推移確率を示したものである。当然のことながら、対象とする部材 l の点検頻度が異なれば推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するため、 $p_{ij}^d = 0$ ($i > j$) が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=i}^I p_{ij}^d = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して、

$$\left. \begin{array}{l} p_{ij}^d \geq 0 \quad (i, j = 1, \dots, I) \\ p_{ij}^d = 0 \quad (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=i}^I p_{ij}^d = 1 \end{array} \right\} \quad (14)$$

が成立しなければならない。状態 I は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $p_{II}^d = 1$ が成立すると考える。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立して定義される。マルコフ推移確率モデルでは、健全度が $i-1$ から i に推移した時点に関わらず、時点 t_r^d から時点 t_{r+1}^d の間に推移する確率は時点 t_r^d における健全度のみ依存するという性質（マルコフ性）を満足する。

(3) 劣化・補修過程

a) マルコフ劣化ハザードモデル

マルコフ推移確率はマルコフ劣化ハザードモデルを用いて推定できる。本研究では、津田等が開発したマルコフ劣化ハザードモデル⁵⁾を用いるが、読者の便宜を図るためモデルの概要を説明しておく。いま、健全度 i ($i = 1, \dots, I-1$) の寿命を確率変数 ζ_i で表す。健全度 i の寿命が、確率密度関数 $f_i(\zeta_i)$ 、分布関数 $F_i(\zeta_i)$ に従うと仮定する。ここで、健全度が変化した時点 τ_i ($i = 0, \dots, I-2$) を起点とする時間軸（以下、サンプル時間軸と呼ぶ）を考えよう。健全度 i のサンプル時間軸上で、カレンダー時刻 τ_{i-1} からの経過時間を y_i と表記する。定義より、時刻 τ_{i-1} では $y_i = 0$ となる。ここで、時刻 τ_{i-1} に健全度が i となり、そこから時間 y_i が経過した時刻において健全度が $i+1$ に変化する確率密度をハザード関数 $\lambda_i(y_i)$ を用いて表現する^{18),19)}。ハザード関数は、健全度が i となった時刻から、時間 y_i が過ぎる間、健全度が i のまま継続する生存確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ を用いて、

$$\lambda_i(y_i) \Delta y_i = \frac{f_i(y_i) \Delta y_i}{\tilde{F}_i(y_i)} \quad (15)$$

と表せる。すなわち、ハザード関数 $\lambda_i(y_i)$ は、初期時刻 τ_{i-1} ($y_i = 0$) から時間 y_i が経過するまで健全度 i の状態が継続したという条件のもとで、期間 $[y_i, y_i + \Delta y_i)$ に健全度 $i+1$ に進展する条件付き確率である。ハザード関数が経過時間 y_i に依存せず、常に一定値 $\lambda_i > 0$ ($i = 1, \dots, I-1$) をとる場合、指数ハザード関数

$$\lambda_i(y_i) = \lambda_i \quad (16)$$

が成立する。指数ハザード関数を用いることにより、劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現できる。さらに、指数ハザード関数を用いれば、健全度 i の寿命が y_i 以上となる確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ は、

$$\tilde{F}_i(y_i) = \exp(-\lambda_i y_i) \quad (17)$$

と表現できる。

さらに、カレンダー時刻 t の定期点検の結果、健全度が i と判断されたとしよう。そののち、時刻 t から追加的に期間 d ($d \geq 0$) 以上にわたって健全度 i が継続する確

率 $\tilde{F}_i(t+d|\zeta_i \geq t)$ は,

$$\begin{aligned}\tilde{F}_i(t+d|\zeta_i \geq t) &= \text{Prob}\{\zeta_i \geq t+d|\zeta_i \geq t\} \\ &= \frac{\exp\{-\lambda_i(t+d)\}}{\exp(-\lambda_i t)} = \exp(-\lambda_i d)\end{aligned}\quad (18)$$

と表される. すなわち, 点検時刻 t において健全度が i と判定され, 次の点検時刻 $t+d$ においても健全度が i と判定される確率は,

$$\text{Prob}[h(t+d) = i|h(t) = i] = \exp(-\lambda_i d) \quad (19)$$

となる. ただし, d は2つの点検時刻の間隔を表す. 確率 $\text{Prob}[h(t+d) = i|h(t) = i]$ はマルコフ推移確率 p_{ii}^d にはかならない. 指数ハザードを用いた場合, 推移確率 p_{ii}^d はハザード関数 λ_i と点検頻度 d のみに依存し, 時刻 t , $t+d$ に関する情報を用いなくとも推移確率を推定することが可能となる. 以上の議論を拡張し, 指数ハザード関数を用いて, 点検時刻 t と $t+d$ の間で健全度が i から j ($> i$) に推移するマルコフ推移確率 p_{ij}^d ($i = 1, \dots, I-1; j = i, \dots, I$) は,

$$\begin{aligned}p_{ij}^d &= \text{Prob}[h(t+d) = j|h(t) = i] \\ &= \sum_{m=i}^j \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \lambda_m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_{s+1} - \lambda_m} \exp(-\lambda_m d) \\ &\quad (i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I)\end{aligned}\quad (20)$$

と表すことができる⁵⁾. ただし, 表記上の規則として,

$$\begin{cases} \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \lambda_m} = 1 & (m = i \text{ の時}) \\ \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_{s+1} - \lambda_m} = 1 & (m = j \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える. さらに, 表記の便宜上,

$$\begin{aligned}&\prod_{s=i, s \neq m}^{j-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \lambda_m} \exp(-\lambda_m d) \\ &= \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \lambda_m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda_s}{\lambda_{s+1} - \lambda_m} \exp(-\lambda_m d)\end{aligned}$$

と簡略化する. また, p_{iI}^d に関しては, マルコフ推移確率の条件より次式で表せる.

$$p_{iI}^d = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} p_{ij}^d \quad (i = 1, \dots, I-1) \quad (21)$$

なお, マルコフ劣化ハザードモデルを用いれば, アセットマネジメントのためのリスク管理指標を導出できる. すなわち, 当該健全度にはじめて到達した時点から, 劣化が進展して次の健全度に進むまでの期待期間長 (以下, 期待寿命と呼ぶ) は, 生存関数 $\tilde{F}_i(y_i)$ を用いて

$$RMD_i = \int_0^{\infty} \tilde{F}_i(y_i) dy_i \quad (22)$$

と表される¹⁸⁾. ここで, 指数ハザード関数を用いた生存関数 $\tilde{F}_i(y_i)$ が式 (17) で表されることに留意すれば, 期待寿命は次式で表される.

$$RMD_i = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda_i y_i) dy_i = \frac{1}{\lambda_i} \quad (23)$$

式 (23) を用いることにより, 初期時点からの経過年数と部材の平均的な健全度との対応関係を求めることができる.

b) 点検・補修過程

4.(2) で示したように, 時点 t_r^d において部材 l の点検を実施し, 必要があれば補修を同時に実施すると考える. r 回目の定期点検により, ある特定の地点における部材の健全度が $h(t_r^d) = j$ ($j = 1, \dots, I$) と判定されたとする. 時点 t_r^d において, 健全度が $h(t_r^d) = I$ と判定された場合, 直ちに補修され健全度が 1 まで回復する. 一方, 時点 t_r^d において健全度が $1 < h(t_r^d) < I$ の場合には, 現場管理者は事前に定められたルールに従って, 部材の健全度に対応した補修工法を選択する. 現場管理者がある健全度に対して, 採用すべき補修工法を指定するルールを「補修アクション」と呼ぶこととする.

いま, 補修政策 $\xi \in \Xi$ を, 各健全度 j に対して, その時点で実施する補修アクションを指定する一連のルールとして定義しよう. ただし, Ξ は補修政策の集合である. ここで, 健全度 j に対して補修を実施し, 健全度が j' に推移することを, 補修アクション $\eta^\xi(j)$ を用いて表すとする. 例えば, 補修アクション $\eta^\xi(j) = j'$ は健全度が j の時に補修を実施し, 健全度が j' に回復することを意味する. 健全度 j ($j = 1, \dots, I$) のそれぞれに対して採用されるべき補修アクションの内容を指定したルールを, 補修アクションベクトル η^ξ として

$$\eta^\xi = (\eta^\xi(1), \dots, \eta^\xi(I)) \quad (24)$$

と表すこととする. 補修アクションの中には, 「補修しない」という補修アクションも含まれる. 健全度 j の時に補修をしないというアクションが選択される場合には, $\eta^\xi(j) = j$ となる. 健全度が最悪のランク I に到達した場合, その部材は必ず補修が実施され, $\eta^\xi(I) = 1$ となる. いま, 時点 t_r^d において点検・補修が実施された直後の健全度を, 状態変数 $\tilde{h}(t_r^d)$ を用いて表す. つぎに, 時点 t_{r+1}^d において点検が実施される. 点検後, 補修アクションが実施される前の部材の状態を h_{r+1}^d と表す. 補修政策 $\xi \in \Xi$ に従って補修アクションが実施された後の状態変数は $\tilde{h}(t_{r+1}^d) = \eta^\xi(h(t_{r+1}^d))$ と表される. 補修政策 $\xi \in \Xi$ に基づく補修アクション内容は, 健全度 $h(t_{r+1}^d)$ に対して, 上述した補修アクションルールによって記述される. いま, 点検後の部材の状態を $h(t_{r+1}^d) = j$ とすると, 補修政策 ξ を適用することにより, 健全度の推移関係は,

$$q_{jj'}^\xi = \begin{cases} 1 & (\eta^\xi(j) = j') \\ 0 & (\text{それ以外の時}) \end{cases} \quad (25)$$

と表すことができる. すなわち, 補修が実施されると確率 1 で健全度 j' に推移し, 補修が実施されない場合

は、確率1で健全度 j に止まることを意味している。以上の補修による推移確率を Q^ξ として整理することにより、

$$Q^\xi = \begin{pmatrix} q_{11}^\xi & \cdots & q_{1I}^\xi \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{I1}^\xi & \cdots & q_{II}^\xi \end{pmatrix} \quad (26)$$

を得る。以上のような補修政策の下で管理される橋梁部材の劣化・補修過程を健全度分布の推移として表現する。いま、点検時点 t_r^d において、補修直前の橋梁部材の健全度分布を $\pi^\xi(t_r^d) = \{\pi_1(t_r^d), \dots, \pi_I(t_r^d)\}$ 、補修直後の橋梁部材の健全度分布を $\tilde{\pi}^\xi(t_r^d) = \{\tilde{\pi}_1(t_r^d), \dots, \tilde{\pi}_I(t_r^d)\}$ とすれば、 $\pi^\xi(t_r^d)$ 、 $\tilde{\pi}^\xi(t_r^d)$ はそれぞれ、初期状態 $\pi^\xi(t_0^d)$ を与件として、

$$\pi^\xi(t_r^d) = \tilde{\pi}^\xi(t_0^d) (\mathbf{P}^d Q^\xi)^{r-1} \mathbf{P}^d \quad (27a)$$

$$\tilde{\pi}^\xi(t_r^d) = \tilde{\pi}^\xi(t_0^d) (\mathbf{P}^d Q^\xi)^r \quad (27b)$$

$$(r = 1, 2, \dots)$$

と表される。式 (27a)、(27b) で表されるように、部材の劣化・補修過程は、劣化過程の推移確率行列 \mathbf{P}^d および補修過程の推移確率行列 Q^ξ を用いたマルコフ連鎖モデルを用いて定式化できる。

5. 最適点検・補修モデルの定式化

(1) ライフサイクル費用の算出

本研究では、**3.** で定量化した橋梁全体の管理限界リスクを一定の管理水準以下に抑えた上で、ライフサイクル費用を最小化するような点検頻度・補修政策を考える。そのため、各部材の点検頻度、および補修政策を政策変数とした平均費用最小化マルコフ決定モデル¹²⁾を用いて、ライフサイクル費用を算出する。はじめに、部材 l の劣化・補修過程が繰り返され、長期定常状態に到達した際の補修直前の健全度分布（以下、定常分布）を算出する。定常分布 $\pi^{\xi_l, d_l} = (\pi_1^{\xi_l, d_l}, \dots, \pi_I^{\xi_l, d_l})$ は、

$$\pi^{\xi_l, d_l} = \pi^{\xi_l, d_l} Q^{\xi_l} \mathbf{P}^{d_l} \quad (28)$$

を満足するような π^{ξ_l, d_l} として定義される。つぎに、補修政策 ξ_l のもとで補修が実施された際に必要となる補修費用を $w(\xi_l, d_l)$ と定義すると、補修費用 $w(\xi_l, d_l)$ は、補修過程の推移確率行列 Q^{ξ_l} 、健全度別の補修工法単価 $c_{jj'}^{\xi_l}$ ($j = 1, \dots, I; j' = 1, \dots, I$)、および定常分布 π^{ξ_l, d_l} を用いて、

$$w(\xi_l, d_l) = \sum_{j=1}^I \sum_{j'=1}^I q_{jj'}^{\xi_l} c_{jj'}^{\xi_l} \pi_j^{\xi_l, d_l} \quad (29)$$

と表される。ただし、補修工法単価 $c_{jj'}^{\xi_l}$ は、健全度を j から j' ($1 \leq j' \leq j \leq I$) へ回復させるための補修費用

であり、条件

$$c_{jj'}^{\xi_l} \leq \cdots \leq c_{mj'}^{\xi_l} \leq \cdots \leq c_{Ij'}^{\xi_l} \quad (30)$$

$$(j \leq m \leq I; j' = 1, \dots, j)$$

を満足すると仮定する。また、 $c_{jj}^{\xi_l} = 0$ と仮定する。条件 (30) は、補修前の健全度が悪い方が、同一の健全度に回復するための費用が大きくなることを意味する。また、部材 l に対して点検頻度 d_l ごとに実施される定期点検の費用を C_l とすると、橋梁全体における期待ライフサイクル費用²⁰⁾ は、

$$LCC(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{d}) = \sum_{l=1}^L \frac{w(\xi_l, d_l) + C_l}{d_l} \quad (31)$$

となる。ただし、 $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_L)$ 、 $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_L)$ は、全部材に対する補修政策、点検頻度を表す政策変数ベクトルである。

(2) 最適点検・補修モデル

橋梁全体の管理限界リスクと期待ライフサイクル費用はトレードオフの関係がある。費用を抑えるために点検頻度を長くすると、橋梁全体の管理限界リスクは大きくなる。一方で、点検頻度を短くすると、橋梁全体の管理限界リスクは小さくなるが、費用は増大する。したがって、費用を抑えつつ、橋梁全体の管理限界リスクを一定水準以下に抑えた最適な点検頻度・補修政策を求める必要がある。本研究では、橋梁の全ての部材を5年に1度の頻度で点検した場合に想定される管理限界リスク R^* を管理水準とし、管理限界リスクを R^* に抑えた上で費用を最小とするような点検頻度・補修政策を、最適な点検頻度・補修政策と定義し、モデル化する。橋梁全体の管理限界リスクは、**3.** で構築したフォルト・ツリーにより、末端のリスク事象生起確率を求めれば算出することができ、本研究では、先に示したように、各部材が管理限界状態となる確率として定義する。したがって、部材 l のリスク事象生起確率は、定常確率 $\pi_I^{\xi_l, d_l}$ によって表すことができる。**3.(3)** で示した演算ルールに基づいて計算した橋梁全体の期待リスクを、末端のリスク事象生起確率が点検頻度および補修戦略に依存することを考慮して、 $R(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{d})$ とおくと、最適点検・補修モデルは、

$$\min_{(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{d}) \in (\Xi, \mathbf{D})} \{LCC(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{d})\} \quad (32a)$$

$$\text{subject to} \\ R(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{d}) \leq R^* \quad (32b)$$

と定式化できる。ただし、 Ξ は取り得る補修政策の集合であり、 \mathbf{D} は取り得る点検頻度の集合である。

6. おわりに

本研究では、リスクと費用の観点から管理する橋梁に対して最適な点検頻度を決定するための方法論を提案した。具体的に、鋼道路橋を構成する各部材の劣化事象を末端事象とする、橋梁のリスクに関するフォルト・ツリーを構成し、当該橋梁に内在するリスクを定量化した。その後、各部材の点検頻度の相違がもたらすリスクと費用のトレードオフ関係を分析し、最適な点検頻度に関する議論を実施した。なお、講演会当日には、本研究で提案した手法を実際の鋼道路橋を構成する部材の目視点検データに適用し、有効性を検証した事例を紹介する。

参考文献

- 1) 道路橋定期点検要領, 国土交通省 道路局, 2014.
- 2) 貝戸清之, 金治英定, 小林寛, 間島信博, 大石秀雄, 松岡弘大: 目視点検データを用いたフォルト・ツリー分析に基づく長大橋の最適点検政策の決定手法, 土木学会論文集 F4 (建設マネジメント), Vol.67, No.2, pp.74-91, 2011.
- 3) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 4) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブルハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 5) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁予測のためのマルコフ推移確率の推計, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.69-82, 2005.
- 6) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 7) Bedford, T and Cooke, R.: Probabilistic Risk Analysis0, Cambridge University Press, 2001, 金野秀敏訳: 確率的リスク解析, 基礎と方法, シュプリンガー・ジャパン, 2006.
- 8) 大津宏康, 大矢敏雄, 水谷守, 鶴沢哲夫: 企業における地震時対策機能の実用性に関する検討, 地震工学研究発表講演論文集, Vol.24, pp.1245-1248, 1997.
- 9) 竹林垂夫, 滝沢文教, 木村正樹, 三上元弘, 奥井裕三: 湧水によるトンネル切羽の不安定化に関する地震工学的研究, トンネル工学報告集, Vol.14, pp.61-68, 2004.
- 10) 山本浩司, 青木一也, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化現象を考慮した大規模交通管制システムの動的故障解析, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.3, pp.295-310, 2008.
- 11) Howard, R.A.: Dynamic Programming and Markovian Processes, 関根智明他訳: ダイナミックプログラミングとマルコフ過程, 培風館, 1971.
- 12) 貝戸清之, 保田敬一, 小林潔司, 大和田慶: 平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.83-96, 2005.
- 13) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: トンネル照明システムの最適点検・更新政策, 土木学会論文集, No.805/VI-69, pp.105-116, 2005.
- 14) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修モデル, 土木学会論文集 F, Vol.62, No.1, pp.39-50, 2006.
- 15) 堀倫裕, 鶴田岳志, 貝戸清之, 小林潔司: 下水処理施設の維持管理会計システム, 土木学会論文集 F4 (建設マネジメント), Vol.67, No.1, pp.33-52, 2011.
- 16) 小林潔司, 江口利幸, 大井明, 青木一也, 貝戸清之: 劣化過程の不確実性を考慮した路面性状調査の最適実施方策, 土木学会論文集 E1 (舗装工学), Vol.67, No.2, pp.75-90, 2011.
- 17) 平成 25 年度国土交通白書, 国土交通省, 2014.
- 18) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 19) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 20) 小林潔司: 分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性, 土木学会論文集, No.793/IV-68, pp.59-71, 2005.

(2014. 8. 1 受付)

OPTIMUM INSPECTION RULE OF STEEL HIGHWAY BRIDGE BASED ON FAULT TREE ANALYSIS

Kengo OBAMA, Rentaro HAYASHI, Hirokazu MIYATA and Kiyoyuki KAITO