

合流ネットワークでのボトルネック通行権取引 制度導入時のパレート改善

坂井 勝哉¹・日下部 貴彦²・朝倉 康夫³

¹学生会員 東京工業大学 理工学研究科土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1-M1-20)

E-mail:k.sakai@plan.cv.titech.ac.jp

²正会員 東京工業大学助教 理工学研究科土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1-M1-20)

E-mail:t.kusakabe@plan.cv.titech.ac.jp

³正会員 東京工業大学教授 理工学研究科土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1-M1-20)

E-mail:asakura@plan.cv.titech.ac.jp

ボトルネック通行権取引制度を適用すれば、ボトルネックでの待ち行列が解消され、社会的費用が最小化されることが知られている。しかし、複数ボトルネックの場合にはパレート改善を必ずしも達成しないことも指摘されている。本研究では、通行権取引制度導入によりパレート改善を達成する方法を示すことを目的としている。まず、V字ネットワークを対象に通勤交通のモデルを用いて、パレート改善が必ずしも達成されないことを示した。パレート改善が達成されない原因は、通行権購入価格が制度導入前の渋滞待ち時間による費用よりも高くなる利用者がいるからである。パレート改善を達成できる3つの施策を比較した結果、通行権販売収入を使ってボトルネック容量の増強を行うと、社会費用をさらに小さくでき、パレート改善も達成できることが示された。

Key Words : *Tradable bottleneck permits, Merging, Pareto improvement*

1. 序論

交通集中渋滞の発生要因は需要が多いことではなく、時間的・空間的に需要が偏ってボトルネック容量を超えることである。したがって、渋滞を緩和するためには、需要を時間的・空間的に分散させる交通マネジメントが有効である。料金課金のような価格規制によるマネジメントは、利用者の自由を束縛しないという利点があるものの、道路管理者が適切な通行料金を把握することが困難であり、間違った料金設定を行うと社会的費用が増加する恐れがある。一方、流入制御のような数量規制によるマネジメントは、利用者の需要特性（例えば時間価値やスケジュール費用）を把握する必要がないものの、利用者の自由な選択を制限する恐れがある。

道路管理者が利用者の選好を把握する必要がなく、かつ、利用者に自由な選択を与えられる枠組みとして、赤松ら¹⁾は時間帯別ボトルネック通行権取引制度（以下、通行権取引制度とよぶ）を提案した。この制度は、渋滞が頻発している特定のボトルネックを対象として

① ボトルネックを特定の時刻に通行できる権利（通

行権）を道路管理者が発行し、

② 時刻別の通行権を自由に売買取引できる市場を創設する、

というものである。通行権を道路管理者が販売する（販売型）スキームと無料で配布する（配布型）スキームが提案されているが、いずれの場合も、単一ボトルネックのネットワークでは、社会的費用最小化の観点から最も効率的な状態を達成できることが示された。さらに、赤松²⁾は、一般ネットワークにおいても社会的に最適な状態を実現できることを示した。しかし、複数ボトルネックを持つネットワークの場合には必ずしもパレート改善されるとは限らないと指摘して

通行権取引制度の導入により不利益を被る人がいれば、制度の導入が難航する恐れがあるため、パレート改善を達成することは制度を円滑に導入するために重要である。通行権取引制度を導入することにより社会的に最適な状態が達成されると同時に、パレート改善が達成されるような方策、制度を設計することが望まれる。

本研究では、合流ネットワークにおける出発時刻選択問題の均衡状態を定式化し、販売型通行権取引制度導入

によるパレート改善に着目する。合流によるボトルネックでは、合流相手路線の混雑状況に応じて自路線の合流比率が変動するというような、合流相手路線との相互作用を持つという特徴がある。なお、販売型スキームでは道路管理者が利用者から金銭を受け取るため、配布型よりもパレート改善を達成するのが難しい。本研究の目的は、

- ① 合流ボトルネックにおいて販売型通行権取引制度を導入した場合にパレート改善しない状況を最も単純なネットワークを用いて記述しそのメカニズムを分析することと、
 - ② パレート改善を達成できる施策の提案とその妥当性について検討すること、
- である。

本研究の構成は以下の通りである。第2章では、本研究で用いる合流ネットワークの設定と、利用者の交通費用と出発時刻選択行動についての仮定を述べる。第3章では、第2章で仮定した状況下で、通行権取引制度導入前と導入後それぞれについて、均衡状態の定式化を行い、均衡時の交通費用を求めて比較する。このことにより、通行権取引制度の導入がパレート改善を達成しないことを示す。第4章でパレート改善を達成するための施策について検討を行い、第5章で結論を述べる。なお、本論文は坂井ら³⁾をもとに第2章、第3章を再構成し、第4章で新たな提案を行うものである。

2. ネットワークと利用者選好の仮定

第1節では、本研究で対象とするV字型の合流ネットワークを設定し、合流部での作用をDaganzo⁴⁾に基づいて記述する。第2節では、利用者の選好と出発時刻選択行動を仮定する。

(1) 対象ネットワーク

本研究では図-1に示されるようなV字型の合流ネットワークにおける通勤交通を対象とする。利用者は2つの居住地(AとB)からCBDへ向かう、つまり、2起点1終点で経路選択がないものとする。各居住地の通勤人口（利用者数）を $N^{(A)}$ 、 $N^{(B)}$ とする。地点MはCBD直上流部にある合流によるボトルネックで、その交通容量を μ とする。

本研究では、Daganzo⁴⁾によって定式化された合流部の流入率と流出率の関係をを用いる。合流によるボトルネックでは、合流部が飽和していない場合と飽和している場合で各リンクへ割り当てられるボトルネック容量が変動することを考慮しなければならない。図-2は待ち行列の形成パターン別で流入率と流出率（各リンクへ割り当てられるボトルネック容量）の関係を示したものである。

両リンクが非飽和の場合(NQ)には、流入率と流出率が等しくなる。片方のリンクのみが飽和している場合(AQまたはBQ)には、非飽和リンクの流入率と流出率が等しくなり、飽和リンクの流出率はボトルネック容量から非飽和リンクの流入率（＝流出率）を差し引いた値となる。両リンクが飽和している場合(BQ)には、合流部の線形によって定まる合流比率 α に依存して流出率が決まる。合流比率 α は以下の性質をもつ。

$$\alpha^{(A)} + \alpha^{(B)} = 1 \quad (1)$$

$$0 \leq \alpha^{(A)} \leq 1 \quad (2)$$

$$0 \leq \alpha^{(B)} \leq 1 \quad (3)$$

$\alpha^{(A)}$ ：合流部飽和時のリンクAMからの合流比率、

$\alpha^{(B)}$ ：合流部飽和時のリンクBMからの合流比率。

また、利用者数と合流比率について、

$$\frac{N^{(A)}}{\alpha^{(A)}} > \frac{N^{(B)}}{\alpha^{(B)}} \quad (4)$$

と仮定する。この仮定は、合流部の道路線形による合流比率に対する利用者数の比率が居住地Bのほうが小さい状況を示している。すなわち、居住地Bの利用者のほうが合流条件が有利な状況である。不等号が逆であっても対称で同様の結果が得られるが、議論を簡単に進めるため、本研究では居住地Bの利用者のほうが合流に有利な場合のみを考える。なお、左辺と右辺の間に等号が成立する場合には赤松ら¹⁾の単一ボトルネックのケースと同様にパレート改善が達成される。

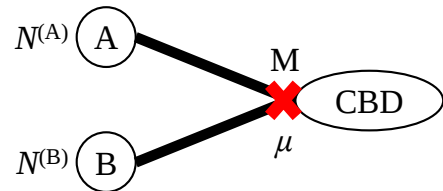


図-1 V字形ネットワーク

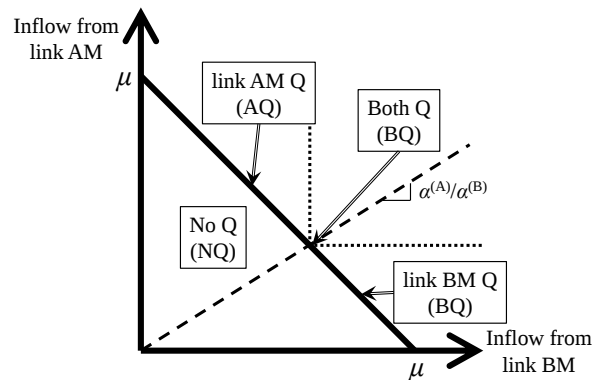


図-2 合流部での交通容量の変化

(2) 利用者行動

利用者の交通にかかる費用 TC は、i) p : 料金による費用（通行権価格）、ii) f_s : 希望到着時刻 t_w と実際の到着時刻 t との差（スケジュール遅れ）による費用（スケジュール費用）、iii) f_w : 渋滞での待ち時間（待ち行列遅れ）による費用（遅れ費用）の和で表わされるものとする。なお、実際には自由流走行時間による費用も発生するが、時刻によらず一定のため本研究では考慮しない。

$$TC(t) = p(t) + f_s \{s(t)\} + f_w \{w(t)\} \quad (5)$$

t : ボトルネック流出時刻（＝到着時刻）

$TC(t)$: 時刻 t に到着する利用者の交通費用

$p(t)$: 時刻 t のボトルネック通行権価格

$f_s \{s\}$: スケジュール遅れが s の場合のスケジュール費用

$s(t)$: 時刻 t に到着する場合のスケジュール遅れ; $s(t) = t_w - t$

t_w : 希望到着時刻

$f_w \{w\}$: 待ち行列遅れが w の場合の遅れ費用

$w(t)$: 時刻 t に到着する場合の待ち行列遅れ

利用者は交通費用を最小化するような出発時刻（ボトルネック流出時刻 t ）を選択する行動、

$$TC(t) = p(t) + f_s \{s(t)\} + f_w \{w(t)\} \rightarrow \min \quad (6)$$

をとるとする。

本研究ではシングルクラスの問題を考える、すなわち、全員同一の希望到着時刻 t_w 、スケジュール費用関数 f_s 、待ち時間費用関数 f_w をもつとする。スケジュール費用と遅れ費用は以下のように線形と仮定する。

$$f_s \{s\} = \begin{cases} c_1 s & s \geq 0 \\ -c_2 s & s < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$f_w \{w\} = bw \quad (8)$$

ここに、 c_1 は早着を費用に換算するパラメータ、 c_2 は遅着を費用に換算するパラメータ、 b は遅れを費用に換算するパラメータである。

3. パレート改善が達成されないことの確認

本章では、次の命題を証明する。

命題：第2章で設定した状況下では、販売型通行権取引制度の導入によるパレート改善は達成されない。

まず、第1節では、赤松ら¹⁾に基づいて通行権取引制度導入前後それぞれの均衡状態を定式化する。第2節では、制度導入前後それぞれの均衡解（出発時刻分布）を記述し、均衡状態での交通費用を算出する。制度導入前の均衡解はLago and Daganzo⁹⁾によって、制度導入後の均衡解はSmith⁹⁾によって求められる。第3節では、均衡交通費用を制度導入前後で比較し、パレート改善が達成されないことを示し、その要因について考察する。

(1) 均衡状態の定式化

本節では制度導入前後の均衡状態をそれぞれ定式化する。ボトルネックにおけるFIFO(First In First Out)原則を仮定すると各居住地内でボトルネック流入時刻と流出時刻の間に一対一の対応関係が成立する⁷⁾ので、本研究ではボトルネック流出時刻 t を基準として定式化する。

a) 制度導入前の均衡状態

ボトルネック流出時刻の選択に関する均衡条件

それぞれの居住地内で、全ての利用者がボトルネック流出時刻を変更する動機をもたない。すなわち、ボトルネック流出時刻 t を選択する利用者があるならば、そのときの交通費用は均衡交通費用に等しく、選択されない時刻の交通費用はそれ以上である。

$$\begin{cases} TC^{(A)}(t) = TC^{(A)*} & \text{if } n^{(A)}(t) > 0 \\ TC^{(A)}(t) \geq TC^{(A)*} & \text{if } n^{(A)}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (9)$$

$$\begin{cases} TC^{(B)}(t) = TC^{(B)*} & \text{if } n^{(B)}(t) > 0 \\ TC^{(B)}(t) \geq TC^{(B)*} & \text{if } n^{(B)}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (10)$$

$TC^{(A)}(t)$: ボトルネック流出時刻が t の場合の居住地Aの利用者の交通費用

$TC^{(B)}(t)$: ボトルネック流出時刻が t の場合の居住地Bの利用者の交通費用

$TC^{(A)*}$: 居住地Aの利用者の均衡交通費用

$TC^{(B)*}$: 居住地Bの利用者の均衡交通費用

$n^{(A)}(t)$: 時刻 t での居住地Aの利用者のボトルネック流出率

$n^{(B)}(t)$: 時刻 t での居住地Bの利用者のボトルネック流出率

ボトルネックの容量制約

通行権制度導入前にはボトルネックで待ち行列が発生することを考慮する。ボトルネック流出時刻 t にボトルネックで渋滞（待ち行列遅れ $w(t)$ ）が発生している場合には、その時刻のボトルネック流出率はボトルネック容量に等しく、渋滞が発生していない場合にはそれ以下である。

$$\begin{cases} n^{(A)}(t) + n^{(B)}(t) = \mu \\ \text{if } w^{(A)}(t) > 0 \text{ or } w^{(B)}(t) > 0 \\ n^{(A)}(t) + n^{(B)}(t) \leq \mu \\ \text{if } w^{(A)}(t) = 0 \text{ and } w^{(B)}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (11)$$

合流地点での道路線形条件

両リンク飽和時の合流地点の道路線形によって決まる合流比率によってボトルネック容量は各リンクへ割り当てられる。

$$n^{(A)}(t) = \alpha^{(A)} \mu, n^{(B)}(t) = \alpha^{(B)} \mu \quad \text{if } w^{(A)}(t) > 0, w^{(B)}(t) > 0 \quad \forall t \quad (12)$$

総通勤者数の保存則

各居住地について、時刻 t にボトルネックを流出する利用者を全時間帯で合計すれば、利用者数と一致する。

$$\int n^{(A)}(t)dt = N^{(A)} \quad (13)$$

$$\int n^{(B)}(t)dt = N^{(B)} \quad (14)$$

b) 制度導入後の均衡状態

通行権の選択に関する均衡条件

通行権取引制度導入前ではボトルネック流出時刻を選択したが，導入後ではどの時間帯の通行権を選択するのかに置き換わるだけで，式(9)，式(10)と同様である．

$$\begin{cases} TC^{(A)}(t) = TC^{(A)*} & \text{if } n^{(A)}(t) > 0 \\ TC^{(A)}(t) \geq TC^{(A)*} & \text{if } n^{(A)}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (15)$$

$$\begin{cases} TC^{(B)}(t) = TC^{(B)*} & \text{if } n^{(B)}(t) > 0 \\ TC^{(B)}(t) \geq TC^{(B)*} & \text{if } n^{(B)}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (16)$$

通行権取引市場の需給均衡条件

ボトルネックの容量制約と対応しているが，待ち時間に代わって通行権価格に置き換えられる．すなわち，時刻 t の通行権に価格がついていればボトルネック容量が全て使われており，通行権に価格がついていなければ需要は容量以下である．

$$\begin{cases} n^{(A)}(t) + n^{(B)}(t) = \mu & \text{if } p(t) > 0 \\ n^{(A)}(t) + n^{(B)}(t) \leq \mu & \text{if } p(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (17)$$

総通勤者数の保存則

通行権取引制度導入前（式(12)，式(13)）と同様である．

$$\int n^{(A)}(t)dt = N^{(A)} \quad (18)$$

$$\int n^{(B)}(t)dt = N^{(B)} \quad (19)$$

(2) 均衡解と均衡交通費用

この節では，前節で定式化された問題の解を示し，均衡状態における交通費用を算出する．

a) 制度導入前の均衡解

合流ネットワークの出発時刻選択問題の均衡解はLago and Daganzo⁹⁾によって求められている．均衡解を求める際に重要なのは，待ち行列発生時間帯がグループによって異なることである．まず，合流に有利な居住地Bの利用者を考える．居住地Bの利用者は希望到着時刻の周辺でボトルネック容量を $\alpha^{(B)}\mu$ 使用することができる．すなわち，1起点1終点1ボトルネックネットワークにおいて利用者が $N^{(B)}$ ，ボトルネック容量が $\alpha^{(B)}\mu$ の場合と同様であると考えることができる．次に，居住地A，Bの利用者を合わせた流入曲線を考えるが，これは1起点1終点1ボトルネックネットワークにおいて利用者が $N^{(A)}+N^{(B)}$ ，ボトルネック容量が μ の場合と同様である．図-3は均衡解を累積曲線図で表したものである．Aはボトルネック

への累積流入曲線，Dはボトルネックからの累積流出曲線，Wは利用者の累積到着希望曲線である．各居住地の流出開始時刻を t_s ，流出終了時刻を t_f とする．Aからの通勤者が待ち行列を形成している途中で，Bからの通勤者が割り込むような解となり，居住地Bの利用者のほうが均衡交通費用が小さくなる．

居住地A，Bの利用者の均衡交通費用はそれぞれ，

$$TC^{(A)*} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{N^{(A)} + N^{(B)}}{\mu} \quad (20)$$

$$TC^{(B)*} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{N^{(B)}}{\alpha^{(B)}\mu} \quad (21)$$

である．

b) 制度導入後の均衡解

通行権取引制度を導入した場合，各時刻におけるボトルネック流入者数は，最大でもボトルネック通行権の発行枚数に等しくなるので，時刻 t のボトルネック流入率は時刻 t の流出率と等しくなり渋滞は発生しない．この場合の累積曲線は図-4のように表される．

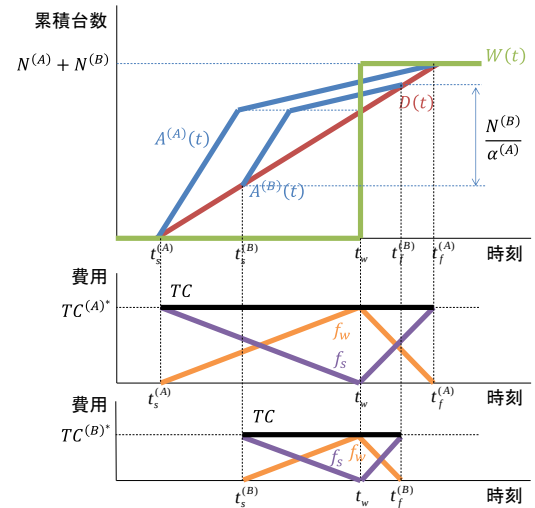


図-3 通行権取引制度導入前の均衡解

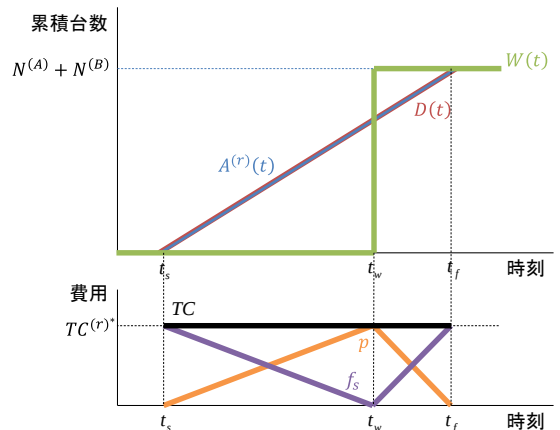


図-4 通行権取引制度導入後の均衡解

また、均衡状態ではどの時刻を選択しても交通費用が同じになるため、通行権価格 $p(t)$ が求められ、グループA、Bの均衡交通費用はそれぞれ、

$$TC^{(A)*} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{N^{(A)} + N^{(B)}}{\mu} \quad (22)$$

$$TC^{(B)*} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{N^{(A)} + N^{(B)}}{\mu} \quad (23)$$

となる。このことは、V字形ネットワークが通行権取引制度を導入することでグループA、Bの区別なくボトルネック容量を取引によって分け合っているため、図-5で示すような1起点1終点1ボトルネックの問題と同様の均衡状態になることを意味している。

(3) 均衡交通費用の変化とその要因

第2節で算出した制度導入前後の均衡交通費用を比較すると、制度導入による均衡交通費用の増分 ΔTC^* はそれぞれ、

$$\Delta TC^{(A)*} = 0 \quad (24)$$

$$\Delta TC^{(B)*} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{1}{\mu} \alpha^{(A)} \left(\frac{N^{(A)}}{\alpha^{(A)}} - \frac{N^{(B)}}{\alpha^{(B)}} \right) \quad (25)$$

である。式(4)より、括弧内は正なので、通行権取引制度導入により、グループBの均衡交通費用が増加する。したがって、パレート改善は達成されないことが示された。

居住地Aの利用者は、渋滞が解消され、待ち時間によって被っていた費用と同額を通行権の価格として支払うため均衡交通費用が増加しない。一方、居住地Bの利用者は、渋滞が解消されたものの、通行権の料金がもとの遅れ費用を超えるため均衡交通費用が増大し、パレート改善にはならない。この要因は、制度導入前では道路線形によって決まる合流比率の制約条件が効いていたが、導入後では渋滞が解消されてボトルネック飽和時の合流比率が変化することと考えられる。このことは、赤松らでは $f_w(w(t))=p(t)$ の対応関係が見られたが、本研究では必ずしも等号が成立しないため、交通費用の増大する利用者が存在することを意味している。

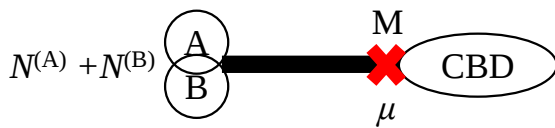


図-5 V字形ネットワーク（通行権取引制度導入後）

4. パレート改善を達成するための施策

本章では、パレート改善を達成するための3つの施策を定式化し、それぞれの特徴について記述する。

本研究の対象は販売型であるため、道路管理者には通行権販売により収入が入るため、道路管理者の厚生増分は負にはならない。パレート改善を達成するために、その収入を使って費用の増加した利用者の金銭的損失を賄うことができればパレート改善を達成できる。

第1節の非還元型は、通行権の販売収入を全て道路管理者が得る施策である。後述する理由により、パレート改善を達成させるのが最も厳しい施策である。第2節の補償型は、通行権の販売収入を金銭としてそのまま還元する方法であり、所得移転によってパレート改善を達成させようとする施策である。第3節の還元型は、通行権の販売収入を使ってボトルネック容量を増強して利用者へ還元し、料金支払による交通費用の増分を打ち消す施策である。ボトルネック容量を増強することにより社会的費用を下げるができるため、この施策は、単に通行権取引制度を導入するよりも社会的により効率的な状態を実現できることが期待される。

(1) 非還元型

この方法は、通行権の販売収入が全て道路管理者の元に残す方法であり、通行権の販売収入を利用者へ還元することなくパレート改善を達成することを考えなければならない。利用者はもともと待ち時間として被っていた費用の分だけ通行権価格として支払うことになるが、制度を導入してもすべての利用者の交通費用が増加してはならない。この状態を実現させるためには、到着時刻分布が制度導入前後で変わらないように、居住地毎に時間帯別で通行権の枚数を変化させることが考えられる。

第2章の状況下では、時間帯別に以下で示すような時間あたりの通行権の枚数を各居住地へ割り当てて発行し、各居住地内で取引すれば、各居住地の利用者のボトルネック流出時刻分布が制度導入前後で変わらず、パレート改善が達成される。（付録A参照）

i) $t_s^{(A)} < t_s^{(B)}, t_f^{(B)} < t_f^{(A)}$ の場合

居住地Aへの割り当て枚数: μ

居住地Bへの割り当て枚数: 0

ii) $t_s^{(B)} < t_s^{(A)}$ の場合

居住地Aへの割り当て枚数: $\alpha^{(A)} \mu$

居住地Bへの割り当て枚数: $\alpha^{(B)} \mu$

この施策を実現するためには、制度導入前の各居住地の利用者の到着時刻分布を把握する必要がある。また、各居住地の利用者への割り当て枚数があらかじめ決まっているため、同時刻の通行権でも、居住地によって価格が異なるという現象が起こる。

(2) 補償型

これは交通費用の増加分を補償金として道路管理者が利用者へ支払う施策である。第2章の状況下では、式(24)、(25)で示しただけの補償金を支払えば良く、居住地Aの利用者への補償金：0
居住地Bの利用者への補償金：

$$\frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{1}{\mu} \alpha^{(A)} \left(\frac{N^{(A)}}{\alpha^{(A)}} - \frac{N^{(B)}}{\alpha^{(B)}} \right)$$

である。もともとの制度導入による利用者の費用の増分は通行権を購入するための支払いが原因なので、補償金は、必ず通行権販売収入の範囲内で支払うことができる。しかし、補償額を定めるためには利用者のスケジュール費用を把握する必要がある。ただし、利用者にスケジュール費用を申告させる制度とした場合には、スケジュールコストが高い利用者ほど補償額が増加するため、嘘をつくインセンティブが発生するという問題がある。

(3) 還元型

本節では、通行権販売収入をボトルネック容量の増強に充てることにより、利用者へ還元する施策について検討する。既存研究として、吉年・赤松⁸⁾はタンデムボトルネックにおいて、通行権販売収入をボトルネック容量の増強に充てることによってパレート改善が達成されることを示している。しかし、容量増強工事を行うタイミングや工事費用を通行権販売収入によって賄えるか否かについての検討はなされていない。

本研究では、通行権取引制度へ移行するタイミングでボトルネック容量の増強工事を行い、その工事費用を通行権販売収入によって返済することを考える。まず、a項では社会的費用を最小化するようなボトルネックの増強容量を決定する。次に、b項では、a項で得られる最適な増強容量分のボトルネック容量増強工事費用を通行権販売収入によって賄えることを確認する。最後に、c項では、最適容量分のボトルネック容量が増強された場合にパレート改善が達成される条件を求める。

a) 社会的費用最小化

利用者の交通費用とボトルネック増強費用の和である社会的費用SCを最小化するような最適増強容量 $\Delta \mu^*$ を決定する。制度導入前後で利用者数は変わらないとする。制度導入後の均衡状態では渋滞が発生しないので、総交通費用は総スケジュール費用TSに等しい。したがって、社会的費用を最小化する増強容量決定問題は

$$SC(\Delta \mu) = \frac{TS(\mu + \Delta \mu)}{r} + K(\Delta \mu) \rightarrow \min \quad (26)$$

$$s.t. \quad \Delta \mu \geq 0 \quad (27)$$

である。ここに、 r は社会的割引率、 $K(\cdot)$ は容量増強費用関数である。ここでは簡単のため、容量増強費用を増強容量について1次同次の関数と仮定し、

$$K(\Delta \mu) = m \cdot \Delta \mu \quad (28)$$

とする。ここに、 m はボトルネック容量を1単位増強するのにかかる費用である。

以上の問題を解いて最適増強容量を求める。式(26)、(27)の問題の最適条件は、

$$\frac{1}{r} \frac{dTS}{d(\Delta \mu)} + m = 0 \quad \text{if} \quad \Delta \mu > 0 \quad (29)$$

$$\frac{1}{r} \frac{dTS}{d(\Delta \mu)} + m > 0 \quad \text{if} \quad \Delta \mu = 0 \quad (30)$$

である。総スケジュール費用TSは図-4においてスケジュール費用曲線 f_s からなる2つの三角形の面積に、各時刻における利用者のボトルネック流出率 μ を乗じたものであり、

$$TS = \frac{1}{2} \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{(N^{(A)} + N^{(B)})^2}{\mu + \Delta \mu} \quad (31)$$

と表される。これを式(29)へ代入すると、最適増強容量 $\Delta \mu^*$ は

$$\Delta \mu^* = \sqrt{\frac{c_1 c_2}{2mr(c_1 + c_2)}} \cdot (N^{(A)} + N^{(B)}) - \mu \quad (32)$$

と求められる。この式は、利用者の人数やスケジュール費用のパラメータなどによって最適なボトルネック容量が存在し、不足分（最適な容量と現在の容量の差分）を増強すればよいことを示している。なお、式(30)は、最適な容量に比べて現在の容量のほうが大きい場合には増強の必要性はないことを意味している。

b) 容量増強工事費用と通行権販売収入

前項で求めた最適増強容量分の工事費用が通行権販売収入TBPIによって賄える条件を考える。工事費用が通行権販売収入のみによって賄える条件は

$$\frac{TBPI(\Delta \mu^*)}{r} \geq K(\Delta \mu^*) \quad (33)$$

である。通行権販売総収入は、図-4の通行権価格曲線 $p(t)$ によって形成される三角形の面積に流出率 $\mu + \Delta \mu^*$ を乗じた額、すなわち

$$TBPI(\Delta \mu^*) = \frac{1}{2} \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{(N^{(A)} + N^{(B)})^2}{\mu + \Delta \mu^*} \quad (34)$$

となる。なお、式(34)の右辺は式(31)の右辺と同一であるが、スケジュール費用関数を線型と仮定しているために、

通行権取引制度導入前の均衡状態では総スケジュール費用と総遅れ費用が同じになることが原因である。これを式(33)へ代入して整理すると

$$\mu \geq 0 \quad (35)$$

が得られる（付録B参照）。すなわち、最適増強容量分の工事費用は通行権販売収入の範囲内で必ず賄えることが示された。

c) パレート改善達成条件

最適なボトルネック容量へ増強した場合に、パレート改善が達成できる条件を考える。パレート改善が達成される条件は、

$$\frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{N^{(A)} + N^{(B)}}{\mu + \Delta \mu^*} \leq \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{N^{(B)}}{\alpha^{(B)} \mu} \quad (36)$$

である。左辺は式(23)でボトルネック容量が $\mu + \Delta \mu^*$ の場合の居住地Bの利用者の均衡交通費用であり、右辺は式(21)でボトルネック容量が μ の場合のそれである。式(36)は居住地Bの利用者の制度導入後の均衡交通費用が制度導入前の費用以下であることを示している。これをボトルネック容量を1単位増強するのにかかる費用 m についてこの条件を書き換えると、

$$m \leq \frac{1}{2r} \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \left(\frac{N^{(B)}}{\alpha^{(B)} \mu} \right)^2 \quad (37)$$

が得られる。式(37)は「単位あたりのボトルネック容量増強費用」が「利用者のスケジュール費用パラメータ、利用者数、合流比率、ボトルネック容量と社会的割引率によって決まる値」よりも安ければパレート改善が達成されることを意味している。

(4) 施策の比較

表-1に本章第1節から第3節までの各施策の特徴を示す。各居住地の利用者の到着時刻分布を変えないように各居住地へ通行権を割り当てる非還元型は、各居住地別に到着時刻分布を観測できればパレート改善が達成されるものの、制度導入後に交通需要の変化があると各居住地への通行権の割り当て枚数を把握できないという問題がある。交通費用の増加した利用者を対象に、費用の増分を通行権販売収入から支払う補償型は、所得移転を行うだけなので簡単に行うことができる反面、利用者のスケジュールコストを正確に把握する必要がある。通行権販売収入でボトルネック容量の増強を行う還元型は、利用者のスケジュールコストや工事費用の条件によってはパレート改善を必ずしも達成できないが、単に通行権取引制度を導入するのに比べて社会費用が小さくなることは大きな利点である。

表-1 パレート改善を達成するための施策

	非還元型	補償型	還元型
手法	居住地毎に通行権を発行	交通費用の増分を補償	ボトルネック容量増強
利点	到着時刻分布のみを把握	所得移転のみ	社会費用最小化
欠点	交通需要変動に対応できない	利用者の選好を正確に把握する必要性	必ずしもパレート改善されない

5. 結論

本研究では、時間帯別ボトルネック通行権取引制度を合流部へそのまま導入した場合、パレート改善が達成されない場合があることが示された。

パレート改善を達成するための施策として、ボトルネック容量増強費用の条件が満たされるなら、通行権販売収入をボトルネック容量の増強に充てることが最も効率的であることがわかった。

今後の課題として、通行権販売収入でボトルネック容量の増強を行うことに加えて、通行権を出発地毎に予め割り当てること（非還元型）や補償金を支払うこと（補償型）を組み合わせることでパレート改善が達成される条件を緩和することが挙げられる。また、現実社会へ適用するためには、本研究では利用者の選好が同一としたが、希望到着時刻が分布を持つ場合に拡張することが望まれる。

付録A 非還元型の通行権取引市場の需給均衡条件

第4章1節で示した時間帯毎の通行権枚数を各居住地へ割り当てた場合の通行権取引市場の需給均衡条件は以下のとおりである。なお、 t_s および t_f は図-3で示されている時刻を表している。

$$\begin{cases} n^{(A)}(t) + n^{(B)}(t) = \mu & \text{if } p(t) > 0 \\ n^{(A)}(t) + n^{(B)}(t) \leq \mu & \text{if } p(t) = 0 \end{cases} \quad (A-1)$$

when $t < t_s^{(A)}, t_f^{(B)} < t$

$$\begin{cases} n^{(A)}(t) = \mu & \text{if } p^{(A)}(t) > 0 \\ n^{(A)}(t) \leq \mu & \text{if } p^{(A)}(t) = 0 \\ n^{(B)}(t) = 0 \end{cases} \quad (A-2)$$

when $t_s^{(A)} < t < t_s^{(B)}, t_f^{(B)} < t < t_f^{(A)}$

$$\begin{cases} n^{(A)}(t) = \alpha^{(A)} \mu & \text{if } p^{(A)}(t) > 0 \\ n^{(A)}(t) \leq \alpha^{(A)} \mu & \text{if } p^{(A)}(t) = 0 \\ n^{(B)}(t) = \alpha^{(B)} \mu & \text{if } p^{(B)}(t) > 0 \\ n^{(B)}(t) \leq \alpha^{(B)} \mu & \text{if } p^{(B)}(t) = 0 \end{cases} \quad (A-3)$$

when $t_s^{(B)} < t < t_f^{(B)}$

この条件下での均衡解は、各居住地毎の到着時刻分布が図-3と同じであり、各利用者はこれまでに遅れ費用として被っていた分と同じ価格で通行権を購入することになる。

付録B 式(33)から式(35)への誘導

式(33)へ式(34), (28)を代入すれば,

$$\frac{1}{2r} \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{(N^{(A)} + N^{(B)})^2}{\mu + \Delta\mu^*} \geq m \cdot \Delta\mu^* \quad (\text{B-1})$$

であり、さらに、式(B-1)へ式(32)を代入すると,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2r} \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \frac{(N^{(A)} + N^{(B)})^2}{\sqrt{\frac{c_1 c_2}{2mr(c_1 + c_2)}} \cdot (N^{(A)} + N^{(B)})} \\ & \geq m \cdot \left(\sqrt{\frac{c_1 c_2}{2mr(c_1 + c_2)}} \cdot (N^{(A)} + N^{(B)}) - \mu \right) \end{aligned} \quad (\text{B-2})$$

となる。

式(B-2)の両辺を $m(>0)$ で除して整理すると,

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{c_1 c_2}{2mr(c_1 + c_2)}} (N^{(A)} + N^{(B)}) \\ & \geq \sqrt{\frac{c_1 c_2}{2mr(c_1 + c_2)}} (N^{(A)} + N^{(B)}) - \mu \end{aligned} \quad (\text{B-3})$$

となることから、式(35)が導かれる。

□

参考文献

- 1) 赤松隆, 佐藤慎太郎, Nguyen Xuan Long: 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究, 土木学会論文集 D, 62(4), 605-620, 2006.
- 2) 赤松隆: 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度, 土木学会論文集 D, 63(3), 287-301, 2007.
- 3) 坂井勝哉, 日下部貴彦, 朝倉康夫: 合流を含むネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度導入とパレート改善, 第49回土木計画学研究発表会発表用原稿, 2014.
- 4) Daganzo, C.F.: The Nature of Freeway Gridlock and How to Prevent it, *Transportation and Traffic Theory: Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 629-646, 1996.
- 5) Lago, A. and Daganzo, C. F.: Spillovers, merging traffic and the morning commute, *Transportation Research Part B*, 41, 670-683, 2007.
- 6) Smith, M.J.: The existence of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, *Transportation Science*, 18, 385-394, 1984.
- 7) Daganzo, C.F.: The uniqueness of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, *Transportation Science*, 19, 29-37, 1985.
- 8) 吉年正伸, 赤松隆: タンデムボトルネックにおける通行権取引制度の効率性, 土木計画学研究・論文集, 25(4), 897-907, 2008.

PARETO IMPROVEMENT BY INTRODUCING TRADABLE BOTTLENECK PERMITS SCHEME IN A MERGING NETWORK

Katsuya SAKAI, Takahiko KUSAKABE and Yasuo ASAKURA