

# 道路ネットワーク耐震化戦略最適化のための 便益推計手法：クロスエントロピー法

武井 伸生<sup>1</sup>・長江 剛志<sup>2</sup>

<sup>1</sup>学生員 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-816)  
E-mail: nobuo.takei@most.tohoku.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-11-814)  
E-mail: nagae@m.tohoku.ac.jp

本研究では、大規模震災の事前対策として道路施設の耐震補強を提案し、そのためにはどの道路施設に耐震化を行うことで費用対効果が高くなるのかという耐震化戦略の最適化をする必要がある。このとき、優れた耐震化戦略を求めるには、震災の生起確率を考慮した交通不便益の期待値推計による道路ネットワークの脆弱性の評価が必要不可欠である。

そこで本研究では、交通不便益推計手法として cross-entropy 法を用いた手法を提案し、その推計精度と計算効率性を他の手法と比較する。

**Key Words** : Anti-seismic reinforcement, Cross-entropy method, Monte Carlo simulation, Rare event

## 1. はじめに

近年、日本では、阪神・淡路大震災(1995年1月)、新潟県中越地震(2004年10月)、東日本大震災(2011年3月)などの大規模震災が発生し、多大な被害を与えた。これらの地震によって、複数の交通施設が同時に利用不可能になり、迂回交通による混雑悪化、ネットワーク容量低下によるトリップ中止、経路途絶によるトリップ機会損失などの社会的不便益が生じた。中央防災会議によると、将来高い確率で起こるとされている首都直下地震が発生した場合の交通遮断による機会損失・時間損失での間接被害は、約1.5兆円である。

将来、首都直下地震や東南海地震などが発生した場合に生じる不便益を軽減する対策が必要である。事前の対策として道路施設の耐震化が考えられる。しかし、すべての道路施設に耐震化を行うと、莫大な費用がかかり、現実的ではない。そのため、どの道路施設に耐震化を行うことで費用対効果が高くなるのかという耐震化戦略の最適化を行う必要がある。このとき、耐震化費用に見合うだけの効果を得るために災害に対する交通ネットワークの信頼性を考慮しなければならない。

災害に対する交通ネットワークの信頼性に関する研究は、多数行われている。その中で、自然災害などの稀少事象に対する指標として、脆弱性(vulnerability)という定義を提案されている。D'Este and Taylor<sup>1)</sup>は、脆弱なノードとは、小数のリンクが欠損することで大きな影響をもたらすノードであり、脆弱性とは確率は小さ

いが、影響が大きい事象を扱うと定義した。Nicholson and Du<sup>2)</sup>は損壊確率が高いリンクを「弱い」リンク、損壊した場合の被害が大きいリンクを「重要な」リンク、そのどちらも備えたリンクをクリティカルリンクと定義し、そのどちらかだけに注目することは危険であると主張した。Jenelius et al.<sup>3)</sup>は、脆弱性の概念を(1)危険な事象が起こる確率と、(2)ある場所で事象が起こったときの影響を表す暴露(exposure)の二つから成り立つと主張した。Nagae et al.<sup>4)</sup>は、費用対効果を考慮して施設の一部のみを重点的に耐震化するという事前の対策を求める方法論を提案した。これらの研究をまとめて、中山<sup>5)</sup>は、脆弱性は「生起する確率が非常に小さい事象だが、発生した場合甚大な被害・損害が生じるカタストロフ的災害」を対象としているとし、期待値の推定・計測の誤差が非常に大きくなってしまったため、期待値の推計は困難であるとした。

このように災害に対する交通ネットワークの信頼性の評価に震災の生起確率を陽に扱った研究はほとんどない。しかし、優れた耐震化戦略を求めるには、震災の生起確率を考慮した交通不便益の期待値推計による交通ネットワーク信頼性の評価は必要不可欠である。そこで、本研究の目的は期待値推計手法を提案し、その手法の推計精度と計算効率性を評価することである。

本稿はまず、2. で本研究で提案する計算モデルについて説明を行う。次に、3. でモデル中で使用する期待値推計手法についての提案をし、最後に、4. で提案手法の評価を行う。

## 2. モデル

本研究では、先行研究<sup>4)</sup>で提案されているモデルをもとに簡略化したモデルを使用して解決手法の開発を行う。

対象道路ネットワークの位相構造を、ノードとリンクの集合で表現する有向グラフとして取り扱う。対象とするネットワークのリンク集合は  $\mathcal{A}$  とする。また対象とするネットワーク上に道路施設 (i.e. 橋梁, トンネル) が存在すると仮定し、その集合を  $\mathcal{B}$  とする。本研究では、各リンクの被災状況を二つの被災度で判断する。リンク  $a \in \mathcal{A}$  が通行可能 (被災なし) なら  $y_a = 0$ 、通行不可能 (被災あり) なら  $y_a = 1$  とし、被災パターン  $y := \{y_a : a \in \mathcal{A}\}$  を表現し、被災パターン  $y$  での経済損失は交通不便益  $\tau(y)$  で表す。ここで、震災が起きたときの期待社会損失を道路施設の耐震補強によって減らすことを考えたい。道路施設  $b \in \mathcal{B}$  の脆弱性を弱い (耐震化されていない) 状態のときは  $x_b = 0$ 、強い (耐震化されている) 状態のときは  $x_b = 1$  と定義し、耐震化戦略  $x := \{x_b : b \in \mathcal{B}\}$  を表現する。また耐震化戦略  $x$  に必要な耐震化コストを  $C(x)$ 、戦略  $x$  のもとでの被災パターン  $y$  の生起確率を  $p(y|x)$  とする。社会損失を  $Z(x)$  と表現すると、耐震補強問題を以下のように定式化できる。

$$\min_{x \in \Omega_x} Z(x) := \bar{\tau}(x) + C(x) := \sum_{y \in \Omega_y} \tau(y)p(y|x) + C(x) \quad (1)$$

ここで、 $\Omega_x := \{0, 1\}^{\mathcal{B}}$  と  $\Omega_y := \{0, 1\}^{\mathcal{A}}$  はそれぞれ耐震補強戦略と被災パターンの集合である。

本研究では目的関数 (1) の中の交通不便益の期待値推計問題のみを考える。交通不便益  $\tau$  は経路途絶による経済損失のみを考慮し、通過できなかった利用者数に対応したものとして仮定する。被災パターン  $y$  のときの交通不便益は平常時 (すべてのリンクが通行可能) の最大交通フローから被災パターン  $y$  の最大交通フローを引いたものとして計算する。ここで最大交通フローは最大流問題 (多品種フロー問題) を解くことで求める。また本研究では耐震補強戦略を考慮しないため、リンク損壊確率  $\phi_a$  は定数として、被災パターン  $y$  の生起確率は以下のように定義する。

$$p(y) = \prod_{a \in \mathcal{A}} \phi_a^{y_a} (1 - \phi_a)^{1-y_a} \quad (2)$$

交通不便益の期待値を計算する方法として、まず被災パターンの数え上げによる厳密評価が考えられるが、一般的なネットワークなどネットワークの規模が大きい場合、被災パターンの数が莫大に多く、数え上げが不可能になる。そこで、推計手法としてモンテカルロ法やマルコフ連鎖モンテカルロ法などの乱択アルゴリ

ズムを用いた方法が考えられる。その中で、全ての道路ネットワーク、地震シナリオにも対応できる推計手法を考えなければならない。例えば、生起確率は非常に小さいが、起きたときの交通不便益が非常に大きい被災パターンが存在する道路ネットワークに対しても、高精度かつ高効率に期待値を推計しなければならない。そこで、本研究では重点サンプリング法の一つであるクロスエントロピー法を用いた手法を提案する。

## 3. 提案手法

クロスエントロピー (CE:cross-entropy) 法とは稀少事象の確率推計問題などを効率的に行うための手法である<sup>6)</sup> 理想的なサンプリング密度はわからないため、それに近いサンプリング密度を生成することを目的とする。確率密度間の距離を測る指標を cross-entropy と呼び、その距離を正確に測るのではなく、得られた標本から近似計算を行う。この cross-entropy を最小化することで効率的に期待値を推計する。本研究の手法は目的関数のレベル  $\gamma$  と損壊確率集合  $v$  を更新していく多段階アルゴリズムを用いる。

初期準備 小さな数  $\rho$  (e.g.  $\rho = 0.1$ ) と適当な損壊確率集合  $v$  の初期値を与える。

**Step1(Adaptive updating of  $\gamma^{(t)}$ )** サンプリング確率  $q(\cdot; v^{(t-1)})$  から  $N$  個の標本被災パターン集合  $\mathcal{Y}^{(t)} := Y_1^{(t)}, \dots, Y_N^{(t)}$  を生成し、交通不便益  $\hat{\tau}(Y_n^{(t)})$  を計算し、 $\hat{\tau}_{(1)} \leq \dots \leq \hat{\tau}_{(N)}$  と小さい順に並び替える。そして  $\hat{\gamma}^{(t)}$  を次の値として推定する。

$$\hat{\gamma}^{(t)} = \hat{\tau}_{(\lceil (1-\rho)N \rceil)} \quad (3)$$

**Step2(Adaptive updating of  $v^{(t)}$ )** クロスエントロピー最小化問題を解くことで、標本被災パターンのうち上位  $\rho N$  個のパターンがより高い確率で生成される損壊確率集合  $v^{(t)}$  を決定する。本研究では確率分布が二項分布であるので  $v^{(t)}$  は以下の式で更新することができる。

$$v_a^{(t)} = \frac{\sum_{n=1}^N I_{\{\hat{\tau}(Y_n) \geq \hat{\gamma}^{(t)}\}} W(Y_n^{(t)}; p, q) Y_{n,a}}{\sum_{n=1}^N I_{\{\hat{\tau}(Y_n) \geq \hat{\gamma}^{(t)}\}} W(Y_n^{(t)}; p, q)} \quad (4)$$

ここで、 $I_{\{\hat{\tau}(Y_n) \geq \hat{\gamma}^{(t)}\}}$  は指示関数であり、 $\hat{\tau}(Y_n) \geq \hat{\gamma}^{(t)}$  ならば 1、そうでなければ 0 である。また、 $W(Y_n^{(t)}; p, q)$  は尤度を表し、次のように定義する。

$$W(Y_n^{(t)}; p, q) = \frac{p(Y_n^{(t)})}{q(Y_n^{(t)}; v)} \quad (5)$$

本研究で提案する期待値推計手法 (CE) のアルゴリズムは以下ようになる。

Step0 :初期損壊確率集合  $\mathbf{v}^{(0)}$ ,  $\rho$ , 平滑化パラメータ  $\alpha$  を適当に決定する．またサンプリングする標本被災パターン数  $N$  を決定し,  $t = 1$  とする．

Step1 :損壊確率集合  $\mathbf{v}^{(t-1)}$  のもとでモンテカルロシミュレーションを  $N$  回行い, 標本被災パターン集合  $\mathcal{Y}^{(t)}$  を生成する．

Step2 : $N$  個の標本被災パターンの交通不便益を小さい順に並べて, 下から  $(1 - \rho)N$  番目の値として, 式 (3) から  $\hat{\gamma}^{(t)}$  を決定する．

Step3 :損壊確率集合の更新をする．まず, 交通不便益が上位  $\rho N$  個の標本被災パターンがより高い確率で生成される損壊確率集合  $\mathbf{w}^{(t)}$  を式 (4) から推計する．続いて, 平滑化パラメータ  $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$  を用いて, *smoothing* を行い, 次の損壊確率集合  $\mathbf{v}^{(t)}$  を決定する．

$$\mathbf{v}_a^{(t)} = \alpha \mathbf{v}_a^{(t-1)} + (1 - \alpha) \mathbf{w}_a^{(t)} \quad (6)$$

Step4 : $t$  回目の交通不便益の平均を以下の式から算出する．

$$\hat{\tau}^{(t)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \tau(\mathbf{Y}_n^{(t)}) W(\mathbf{Y}_n^{(t)}; p, q) \quad (7)$$

Step5 : $t \geq 5$  のとき,  $\hat{\gamma}^{(t-4)} = \dots = \hat{\gamma}^{(t)}$  となったら終了とし式 (8) で期待値を推計する．このとき  $T = t$  とする．そうでなければ  $t = t + 1$  として, *Step1* に戻る．

$$\hat{\tau} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\tau}^{(t)} \quad (8)$$

## 4. 提案手法の評価

### (1) 評価に用いるネットワーク

本研究で用いるネットワーク図を図-1に, 交通需要を表-1, 各リンクの交通容量を表-2に示す．またリンクの損壊確率はすべて0.01とした．比較する対象として, 交通不便益が大きい被災パターンの生起確率が比較的大きい without non-negligible rare event(WO/RE) ケース, 交通不便益が大きい被災パターンの生起確率が非常に小さい with non-negligible rare event(W/RE) ケースの二つのケースを考えた．

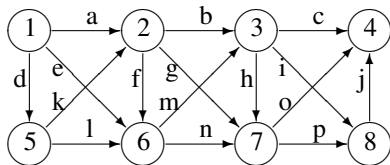


図-1 ネットワーク図

表-1 交通需要

起点	終点	交通需要
1	4	$1.0 \times 10^6$
5	7	$1.0 \times 10^4$

表-2 各リンクの交通容量

リンク	交通容量	
	(WO/RE)	(W/RE)
a,b,c	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^6$
l,n,p	$1.0 \times 10^4$	$1.0 \times 10^4$
others	$1.0 \times 10^4$	$5.0 \times 10^5$

### (2) 推計精度と計算効率性の比較

CE と比較する対象として, crude-Monte Carlo 法 (CMC) を用いた．精度と効率性の比較として本研究で用いるネットワークは交通不便益の厳密評価ができるため, その厳密評価値と推計値との誤差率を用いる．二つのケースでの CE と CMC によるサンプル数の増加における誤差率の推移を図-2, 3, 4 and 5 に示す．CMC は, WO/RE ケースにおいては精度の良い推計を行うことができた．しかし, W/RE ケースにおいては収束することができなかった．これは non-negligible rare event が元の損壊確率集合ではなかなかサンプリングされないことが原因だと考えられる．これに対して CE は, どちらのケースにおいても精度の良い推計を行うことができた．特に CMC では収束することができなかった W/RE ケースにおいて, CE の最大の特徴であるサンプリング確率の更新によって, non-negligible rare event をうまくサンプリングすることができたと考えられる．CE は CMC と比較して優れた推計手法であるといえる．

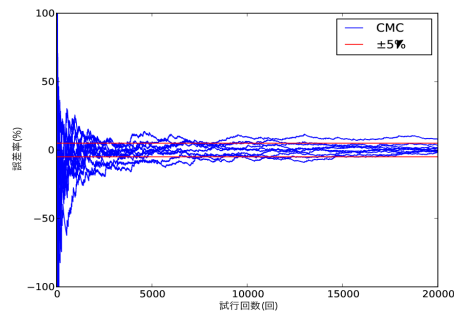


図-2 CMC によるサンプル数の増加における誤差率の推移 (WO/RE)

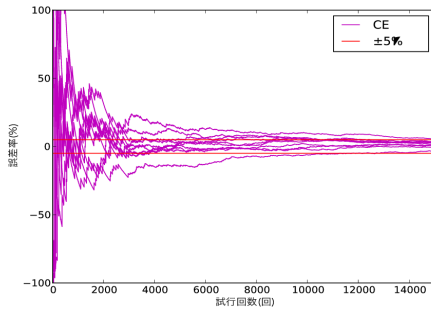


図-3 CE によるサンプル数の増加における誤差率の推移 (WO/RE)

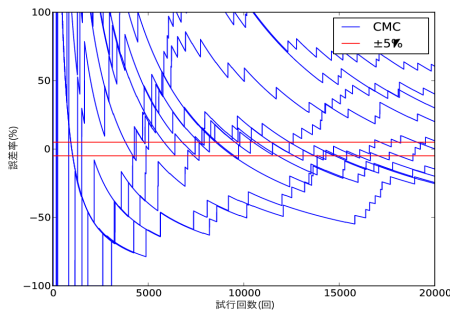


図-4 CMC によるサンプル数の増加における誤差率の推移 (W/RE)

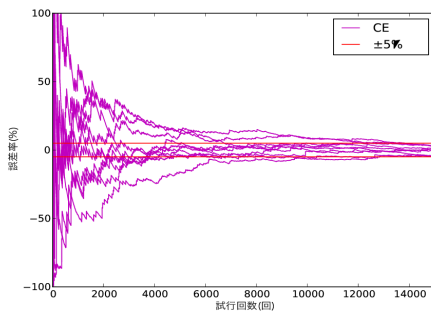


図-5 CE によるサンプル数の増加における誤差率の推移 (W/RE)

## 5. おわりに

まず、本研究の耐震補強問題を定式化した。次に、耐震補強問題の中の交通不便益の期待値の推計手法としてクロスエントロピー法を用いた方法を提案した。最後に、提案手法の計算効率性と精度を crude-Monte Carlo 法と比較して、優れた推計手法であることを明らかにした。

クロスエントロピー法を用いて求めた交通不便益の期待値をサブモジュールとして、2. で定式化した最適化問題を解く。ここで、最適化問題を解く方法として再びクロスエントロピー法を利用し、尤もらしい耐震化戦略を求める。最後に、期待値推計手法と最適化手法のどちらにもクロスエントロピー法を用いる計算方法を実規模ネットワークに適用することを今後の目標とする。

## 参考文献

- 1) D'Este, G. M. and Taylor, M. A. P.: Network vulnerability: an approach to reliability analysis at the level of national strategic transport networks, *Network Reliability of Transport. Proceedings of the 1st International Symposium on Transportation Network Reliability (INSTR)*, pp. 23–44, 2003.
- 2) Nicholson, A.: Degradable transportation equilibrium alan nicholson systems : an integrated model, Vol. 31, No. 3, pp. 209–223, 1997.
- 3) Jenelius, E., Petersen, T. and Mattsson, L.-G.: importance and exposure in road network vulnerability analysis, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 40, No. 7, pp. 537–560, 2006.
- 4) Nagae, T., Fujihara, T. and Asakura, Y.: Anti-seismic reinforcement strategy for an urban road network, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 46, No. 5, pp. 813–827, 2012.
- 5) 中山晶一郎：ネットワークレベルでの道路交通の信頼性研究の諸相・展望とその便益評価の一考察, *土木学会論文集 D3 (土木計画学)*, Vol. 67, No. 2, pp. 147–166, 2011.
- 6) deBoer, P.-T., Kroese, D. P., Mannor, S. and Rubinstein, R. Y.: A Tutorial on the Cross-Entropy Method, *Annals of Operations Research*, Vol. 134, No. 1, pp. 19–67, 2005.

(平成 26 年 7 月 28 日 受付)

## Estimating Expected Social Losses from Wide-Area Damage on An Urban Road Network for An Anti-Seismic Reinforcement Problem: A Cross-Entropy Approach

Nobuo Takei and Takeshi Nagae

In this study, we develop an efficient and high-accuracy estimation method of the expected social losses such as transportation disutility for the anti-seismic reinforcement (ASR) problem. We propose to use ASR strategies as an advance countermeasure to deal with this kind of natural disasters. It is important to estimate the expected transportation disutility in order to find the optimum ASR strategy among many opinions.

First, we present the estimation method including the cross-entropy (CE) method to solve this problem. Second, we compare the efficiency and the accuracy of the calculation of the CE method with other method.