

劣化と移動時間の不確実性を考慮した 道路ネットワークの最適更新計画

中尾 晴子¹・内田 賢悦²

¹学生会員 北海道大学工学院修士1年 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)
E-mail:h-nakao@ec.hokusai.ac.jp

²正会員 北海道大学大学院工学院准教授 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)
E-mail: uchida@eng.hokudai.ac.jp

本稿では、道路インフラの劣化と移動時間の不確実性を考慮したライフサイクルコスト (LCC) 評価モデルを提案する。各リンクは通常状態と修繕が必要な状態の2つの状態のみをとると仮定し、各状態の発生確率も考慮する。各状態における確率的移動時間は正規分布に従うものとし、リンク移動時間はそれらの混合分布として表現される。また、利用者の経路選択比率は、確率的経路移動時間の平均と分散によって決められると仮定した。LCCは、道路の修繕コストとドライバーの移動時間コストの和で表現され、ロジット型確率的利用者均衡から求められるリンク交通量を制約条件として、LCCを最小化することで道路修繕の最適な時期と量を求める。ロジット型確率的利用者均衡の感度分析を用いたアルゴリズムの開発も行った。テストネットワークを対象とした数値実験を行い、モデルの検証を行った。

Key Words : LCC, travel time reliability, stochastic user equilibrium, rehabilitation, optimization

1. はじめに

道路ネットワーク内の一部の地域がなんらかの理由で途絶した場合、ネットワーク全体に様々な悪影響が及ぶ。2007年8月1日に起こった、アメリカ合衆国のミネアポリスにあるミシシッピ川 I-35W 橋の崩落からも分かるように、一部地域の途絶は通常交通行動を乱すことになる¹⁾。また、このような事故は、人々に身体的・物理的な損害を与えることになる。最近では2012年12月2日に山梨県大月市で起こった笹子トンネル天板崩落事故が記憶に新しい。現在、日本では、戦後の高度経済成長期に建設された道路構造物の多くが更新時期を迎えている一方、道路更新のための十分な財源が確保されていない。従って、道路構造物安全に維持するための効率的な修繕計画の立案が急務の課題となっている。

近年、交通ネットワークにおける道路システムの移動時間の不確実性と、不確実性がもたらす道路サービスの信頼性への影響に対する関心が高まっている²⁾。道路ネットワークにおける移動時間信頼性の研究は、朝倉³⁾によってはじめて扱われた。道路利用者の観点から見ると、ドライバーは、日々の交通行動のなかで、移動時間のばらつきを経験している⁴⁾。一方、道路管理者の観点

から見ると、ばらつきを許容範囲内に抑えた道路サービスを提供できる交通システムを設計し、運営する事が重要となる⁵⁾。

道路ネットワークの不確実性は、供給、需要、交通行動の3つの要因に起因すると考えられる。これらは、更にそれぞれ頻発性か散発性かによって分類される。供給面の不確実性は、交通事故等の頻発性の原因や、自然災害等の散発性の原因によって起こる道路交通容量の変動が挙げられる。一方、需要面の不確実性については、交通量が日々の変動しているのは明らかである。行動面の不確実性は、交通モデルの予測可能性に関係し、この交通モデルは、経路選択行動において、ある特定の経路が個人によって選ばれる確率を決定する⁶⁾。

交通行動のモデル化に際して、これらの不確実性を考慮して定式化を行ったネットワークモデル、つまり確率的ネットワークモデルに関する研究が行われている。Watling⁶⁾は、経路選択の不確実性を考慮した、確率的ネットワーク均衡モデルを提案した。このモデルは、伝統的な確率的利用者均衡モデルとは対照的に、多項分布に従う経路選択確率を提案している。このモデルの利用者は、長期的に予想される移動時間コストを最小化するような経路選択を行っている。非線形な移動時間コスト関

数を用いることにより、長期的な移動時間コストは、伝統的な確率的利用者均衡モデルによって計算される均衡状態の移動時間コストとは異なることが示されている⁷⁾。Uchida⁹⁾は、リスク回避的なドライバーの経路選択行動を考慮し、移動時間信頼性と移動時間の価値を推計するモデルを提案した。Uchida⁹⁾は、ある道路ネットワークで観測されたリンク交通量を用いて移動時間信頼性推計モデルを提案した。

様々な確率的ネットワークモデルの発展に伴い、いくつかの研究は、計画段階で交通ネットワークの不確実性を考慮している。Yin et al.¹⁰⁾は、高速道路において、路面状態とサービス水準の維持と改善に必要な投資を求める、統合型ロバスタプローチを提案した。このアプローチは、施設の状態の不確実性と交通需要の不確実性を仮定したロバスタ最適化モデルに基づいている。Uchida et al.¹¹⁾と Sumalee et al.¹²⁾は確率的なマルチモーダルネットワークのデザイン問題を提案している。

Sanchez-Silva et al.¹³⁾は、ある特定のリンクの途絶がネットワーク全体へ影響することを表現した交通ネットワークモデルを提案した。このモデルを適用することにより、資源の最適配分が可能となる。このモデルでは、道路が途絶する確率を考慮することで、移動時間の不確実性を表現している。Lam et al.¹⁴⁾は、悪天候下でのリスク回避的なドライバーの経路選択行動をモデル化した。様々な天候状態でのドライバーの効用関数は、各悪天候下における確率的移動時間の混合分布で表現されている。同様に、Waling¹⁵⁾も2つの状態を同時に考慮するために混合分布を用いている。

Uchida and Kagaya¹⁶⁾は、ドライバーの経路選択行動と道路修繕の両方を考慮した、道路舗装のライフサイクルコスト (LCC) を推計するモデルを提案している。このモデルでは、ドライバーの経路選択は舗装の劣化と修繕作業による交通容量の変化の両方から影響を受けると仮定している。しかし、ここでは途絶の発生確率と劣化の進行速度の不確実性は考慮されていない。

本研究では、道路ネットワークを対象とした LCC 最小化モデルを提案する。LCC は、道路の修繕コストとドライバーの移動時間コストの和として表されている。不確実性は、道路インフラの劣化進行⁷⁾と移動時間の不確実性を考慮している。本研究で提案する LCC 最小化モデルは、ロジット型確率的利用者均衡から求められるリンク交通量を制約とした LCC 最小化問題として定式化される。ロジット型確率的利用者均衡の感度分析に基づいたアルゴリズムを開発した。開発したモデルの検証を行うため、テストネットワークを対象とした数値実験を行った。

2. LCC最小化問題の定式化

(1) 記号

本研究で使用する主な記号を以下に示す。

A	ネットワーク上のリンク集合
I	トリップの起点終点 (O-D) ペアの集合
J_i	O-D ペア i 間の経路集合
δ_{aj}^y	y 年目にリンク a が経路 j の一部であれば 1、それ以外のときに 0 をとる変数
ρ_i	O-D ペア i 間の交通需要
f_{ij}^y	y 年目の O-D ペア i 間の経路 j の交通量
v_a^y	y 年目のリンク a の交通量
c_a	リンク a の交通容量
p_{ij}^y	y 年目の O-D ペア i 間の交通需要が経路 j を選択する比率
$T_a^n(v_a^y)$	y 年目の通常状態におけるリンク a の確率的移動時間
ω_{ab}	T_a^n と T_b^n の相関係数
n_a^y	y 年目のリンク a の若返り (修繕) 量 (単位は年とする)
$T_a^r(n_a^y \hat{n}_a^y, y)$	y 年目の劣化状態におけるリンク a の確率的移動時間 $\hat{n}_a^y = \sum_{y' < y} n_a^{y'}$
$T_a^y(v_a^y, n_a^y \hat{n}_a^y, y)$	y 年目のリンク a の確率的移動時間
$t_a(v_a^y)$	リンク a の移動時間関数
cv_a^n	リンク a の通常状態にあるときの確率的移動時間の変動係数
cv_a^r	リンク a の劣化状態にあるときの確率的移動時間の変動係数
$\hat{p}_a^n(y)$	y 年目にリンク a が通常状態である確率
r_c	リンクを 1 年分修繕するのに必要なコスト
\hat{r}_c	計画期間内の修繕費用の上限
μ_y	y 年目に修繕作業を行う場合にネットワーク全体で生じる移動時間コストの増加量
τ	時間価値

R	社会的割引率
G	計画年数

(2) 仮定

この研究では、問題の定式化において以下に示す5つの仮定を設定した。

- 本研究で提案する LCC 最小化モデルは長期計画の立案を戦略的に行うための静的モデルである。そのため、ある年の交通状況は、その1年間を通じて平均化した交通状況によって表現できる。つまり、日々のドライバーの経路選択行動は考慮せず、その代わりに、1年間を通じた平均的な経路選択比率を考える。
- ネットワークの各リンクは通常状態と修繕が必要な状態の2つにわけられる¹³⁾。各状態が起こる確率はリンクに施された修繕の履歴と時間経過の関数として表現できる。
- ネットワーク内のリンクの各状態の移動時間は正規分布に従う。
- ネットワーク内のリンクの移動時間は二つの状態のリンク移動時間から構成される混合分布として表現できる¹⁵⁾¹⁴⁾。したがって、経路移動時間は経路が含んでいるリンクの混合分布の和として表現される。
- 経路移動時間の平均と分散の関数として表現される指標を用いたロジット型確率的利用者均衡によって経路選択比率決定される。

(3)最適修繕計画の定式化

ネットワーク上のリンクは通常と修繕が必要な状態の2つの状態のみをとるものとする。y年目にリンクaが通常状態にある時、リンクaの確率的移動時間の平均は c_a を所与とした v_a^y の関数($t_a(v_a^y)$)として表される。また、リンクaの確率的移動時間は正規分布に従うものと仮定し、式(1)で与えることにする。

$$T_a^n(v_a^y) \sim N(E[T_a^n(v_a^y)], \text{var}[T_a^n(v_a^y)]) \quad (1)$$

where

$$E[T_a^n(v_a^y)] = t_a(v_a^y) \quad (2)$$

$$\text{var}[T_a^n(v_a^y)] = (cv_a^n \cdot E[T_a^n(v_a^y)])^2 \quad (3)$$

また、リンクの劣化が進み修繕が必要な状態になると、道路管理者は修繕を行うか行わないか決定するものとする。その状態の確率的移動時間には、道路が修繕されない場合と修繕された場合の両方の影響が反映されると仮定する。リンクaが劣化状態にあるときの確率的移動時

間 $T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)$ は正規分布に従い、式(4)で与えられるものとする。

$$T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y) \sim N(E[T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)], \text{var}[T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)]) \quad (4)$$

where

$$E[T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)] = g_a(n_a^y | \hat{n}_a^y, y) \quad (5)$$

$$\text{var}[T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)] = (cv_a^r \cdot E[T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)])^2 \quad (6)$$

式(4)における、 g_a は以下に示す3つの条件を満たすものとする。

$$g_a > E[T_a^n(v_a^y)], \partial g_a / \partial \hat{n}_a^y < 0 \text{ and } \partial g_a / \partial y > 0$$

y年目にリンクaが通常状態にある確率を式(7)で与える。

$$\hat{p}_a^n = h_a(n_a^y | \hat{n}_a^y, y) \quad (7)$$

式(7)における h_a は以下に示す5つの条件を満たすものとする。

$$0 \leq h_a \leq 1, \quad h_a(n_a^y | \hat{n}_a^y, y) = 1 \text{ if } n_a^y + \hat{n}_a^y = y, \\ h_a(n_a^y | \hat{n}_a^y, y) = 1 \text{ if } y = 0, \partial h_a / \partial n_a^y > 0 \text{ and } \partial h_a / \partial y < 0$$

y年目のリンクaの確率的移動時間は式(1)、式(4)に示した $T_a^n(v_a^y)$ と $T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)$ の混合分布になり、それらの混合率を $\hat{p}_a^n(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)$ 、 $1 - \hat{p}_a^n(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)$ をとって式(8)で与えられる。

$$T_a^y(v_a^y, n_a^y | \hat{n}_a^y, y) \sim \text{GMD} \left(\begin{array}{l} T_a^n(v_a^y), T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y) \\ \hat{p}_a^n(n_a^y | \hat{n}_a^y, y), 1 - \hat{p}_a^n(n_a^y | \hat{n}_a^y, y) \end{array} \right) \quad (8)$$

式(8)に示した、リンクaの確率的移動時間の平均と分散はそれぞれ以下の式で与えられる¹⁸⁾。

$$E[T_a^y] = E[T_a^n] \cdot \hat{p}_a^n + E[T_a^r] \cdot (1 - \hat{p}_a^n) \quad (9)$$

$$\text{var}[T_a^y] = \hat{p}_a^n \cdot \left(\text{var}[T_a^n(v_a^y)] + (E[T_a^n] - E[T_a^y])^2 \right) \\ + (1 - \hat{p}_a^n) \cdot \left(\text{var}[T_a^r] + (E[T_a^r] - E[T_a^y])^2 \right) \quad (10)$$

内田・加賀屋¹¹⁾に従い、道路修繕のLCCへの影響を考慮する。道路修繕による修繕期間中の移動時間コストの増加量を式(11)で定義し、LCC最小化問題に組み込む。

$$\mu_y = \begin{cases} \kappa & \text{if } \sum_a n_a^y > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

最終的に、道路修繕コストと道路利用者の移動時間コス

トを含んだ総コストを最小化することによって、ネットワークの各リンクを修繕する最適な時期と修繕量を求める。この問題は以下に示す最適化問題として定式化される。

$$\min LCC = 365 \cdot \sum_{y=0}^G LCC_y \quad (12)$$

w.r.t. $n_a^y \forall a, y$

st.

$$0 \leq n_a^y \leq y \quad (13)$$

$$\sum_{y \leq y} n_a^y \leq y \quad (14)$$

$$\sum_y \sum_a r_c \cdot n_a^y = \hat{r}_c \quad (15)$$

where

$$LCC_y = \frac{\sum_{a \in A} \left(\tau \cdot v_a^y \cdot E[T_a^y] + \frac{\mu_y + r_c \cdot n_a^y}{365} \right)}{(1+R)^y} \quad (16)$$

式(13)と式(14)はリンクへの一回の修繕量の制約条件を表している。式(15)は計画期間内の修繕予算の制約条件を表している。また、 v_a^y は次章で定式化されるロジット型確率的利用者均衡問題を解くことによって求められたものであり、均衡制約付最適化問題として定式化されている点に注意が必要である。

3. リスク回避的なドライバーの経路選択行動の定式化

(1) 需要交通量

y 年目の経路 $j \in J_i$ の交通量 f_{ij}^y は式(17)で与えられる。

$$f_{ij}^y = P_{ij}^y \cdot \rho_i \quad \forall i \in I, j \in J_i \quad (17)$$

式(17)の P_{ij}^y は利用者均衡問や確率的利用者均衡等の経路選択モデルによって決定される経路選択比率である。

リンク a の交通量 v_a^y は式(18)で与えられる。

$$v_a^y = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_{aj}^y \cdot f_{ij}^y \quad \forall a \in A \quad (18)$$

(2) 移動時間

O-D ペア i 間の経路 j の確率的移動時間 Ξ_{ij}^y は式(19)で与えられる。

$$\Xi_{ij}^y = \sum_{a \in A} T_a^y \cdot \delta_{aj}^y \quad \forall i \in I, j \in J_i \quad (19)$$

where

$$E[\Xi_{ij}^y] = \sum_{a \in A} E[T_a^y] \cdot \delta_{aj}^y \quad \forall i \in I, j \in J_i \quad (20)$$

$$\text{var}[\Xi_{ij}^y] = \sum_{a \in A} \text{var}[T_a^y] \cdot \delta_{aj}^y + 2 \cdot \sum_{a \in A} \sum_{b \neq a} \text{cov}[T_a^y, T_b^y] \cdot \delta_{aj}^y \cdot \delta_{bj}^y \quad (21)$$

式(21)の $\text{cov}[T_a^y, T_b^y]$ はリンク a と b の確率的移動時間の共分散を表す。

(3) リスク回避的なドライバーの経路選択行動

本研究において、 y 年目の経路コスト c_{ij}^y は式(22)で与えられるものとする。

$$c_{ij}^y(\mathbf{f}^y, \mathbf{n}^y | \hat{\mathbf{n}}^y) = \lambda \cdot E[\Xi_{ij}^y] + \gamma \cdot \text{var}[\Xi_{ij}^y] \quad \forall j, \forall i. \quad (22)$$

where

$$\mathbf{n}^y = (n_1^y \quad \dots \quad n_{|A|}^y)^T, \hat{\mathbf{n}}^y = (\hat{n}_1^y \quad \dots \quad \hat{n}_{|A|}^y)^T \quad (23)$$

式(23)の $|A|$ ネットワーク内のリンク数を表す。 λ と γ はパラメーターである。確率的利用者均衡問題は以下の不動点問題で表現される。

$$\mathbf{f}_i^y = \rho_i \cdot \mathbf{P}_i^y(\mathbf{c}_i^y(\mathbf{f}^y, \mathbf{n}^y | \hat{\mathbf{n}}^y)) \quad \forall j \in J, \forall i \in I, \quad (24)$$

where

$$\mathbf{f}_i^y = (f_{i1}^y \quad \dots \quad f_{i|J_i|}^y)^T, \mathbf{P}_i^y = (P_{i1}^y \quad \dots \quad P_{i|J_i|}^y)^T, \quad \mathbf{c}_i^y = (c_{i1}^y \quad \dots \quad c_{i|J_i|}^y)^T \text{ and } \mathbf{f}^y = (\mathbf{f}_1^y \quad \dots \quad \mathbf{f}_{|I|}^y)^T \quad (25)$$

式(25)の $|J_i|$ は O-D ペア i 内の経路数である。経路選択比率 P_{ij}^y は式(26)で求められる。

$$P_{ij}^y(\mathbf{f}^y, \mathbf{n}^y | \hat{\mathbf{n}}^y) = \Pr(c_{ij}^y + \varepsilon_{ij} \leq c_{ik}^y + \varepsilon_{ik} \quad \forall j \neq k) \quad \forall j, \forall i \quad (26)$$

$\Pr(\cdot)$ は確率を表す。式(26)において、 $\varepsilon_{ij}(\forall j, \forall i)$ が独立で同一なガンベル分布に従う場合、経路選択比率は式(27)で表される。

$$P_{ij}^y(\mathbf{f}^y, \mathbf{n}^y | \hat{\mathbf{n}}^y) = \frac{\exp(-\theta \cdot c_{ij}^y)}{\sum_j \exp(-\theta \cdot c_{ij}^y)} \quad \forall j, \forall i \quad (27)$$

式(27)の θ は分散パラメーターであり、本研究では 1 と仮定する。

4. アルゴリズム

(1) 感度分析

ロジット型確率的利用者均衡に対する感度分析²⁰⁾を適

用した LCC 最小化モデルのアルゴリズムを開発した。ロジット型確率的利用者均衡のリンクベースの不動点問題は以下の式で与えられる。

$$\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y} - \mathbf{p}^{\mathbf{n}^y} \left(\mathbf{c}(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y | \hat{\mathbf{n}}^y) \right) \boldsymbol{\rho} = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{n}^y, \quad (28)$$

where

$$\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y} = (v_1^y \ \cdots \ v_{|A|}^y)^T, \ \mathbf{c} = (\mathbf{c}_i^y \ \cdots \ \mathbf{c}_{|I|}^y)^T \\ \boldsymbol{\rho} = (\rho_1 \ \cdots \ \rho_{|I|})^T \quad (29)$$

$\mathbf{p}^{\mathbf{n}^y}$ は、リンク選択比率の行列 ($|A| \times |I|$) を表している。 \mathbf{n}^y は、年単位で表現されたリンクの修繕量を表しており、今後ネットワークデザインベクトルと呼ぶことにする。 $\mathbf{p}_i^{\mathbf{n}^y}$ は、 $\mathbf{p}^{\mathbf{n}^y}$ の i 列目のベクトルを表しており式(30)で求められる。

$$\mathbf{p}_i^{\mathbf{n}^y} = \Delta_i^{\mathbf{n}^y} \mathbf{P}_i^{\mathbf{n}^y} \quad \forall \mathbf{n}^y, \forall i, \quad (30)$$

$\mathbf{P}_i^{\mathbf{n}^y}$ はネットワークデザインベクトルが \mathbf{n}^y の時の、O-D ペア i の経路選択比率であり、 $\Delta_i^{\mathbf{n}^y}$ はリンクと経路のインシデント行列である。行列 $\Delta_i^{\mathbf{n}^y}$ の a 行 j 列目の要素は δ_{aj}^y で表される。次に、以下の式を考える。

$$\Psi(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y) \equiv \mathbf{v}^{\mathbf{n}^y} - \mathbf{p}^{\mathbf{n}^y} \left(\mathbf{c}(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y | \hat{\mathbf{n}}^y) \right) \boldsymbol{\rho} \quad \forall \mathbf{n}^y \quad (31)$$

関数の微分可能性を仮定し、 $(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y) = (\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y(k)}, \mathbf{n}^y(k))$ において $\Psi(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y)$ に 1 次のテーラー展開をを施すと式(32)に示す関係が得られる。

$$\Psi(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y) \\ \approx \Psi(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y(k)}, \mathbf{n}^y(k)) + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}} \Big|_{(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y(k)}, \mathbf{n}^y(k))} (\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y} - \mathbf{v}^{\mathbf{n}^y(k)}) \\ + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}^y} \Big|_{(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y(k)}, \mathbf{n}^y(k))} (\mathbf{n}^y - \mathbf{n}^y(k)) \quad \forall \mathbf{n}^y \quad (32)$$

微分項は $\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}$ と \mathbf{n}^y に関する Ψ のヤコビアン行列となっており、以下ではそれぞれ $\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^y}$ 、 $\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^y}$ と表記する。 $\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^y}$ と $\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^y}$ は以下の式で与えられる。

$$\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^y} = \mathbf{I} - \sum_i \rho_i \cdot \frac{\partial \mathbf{p}_i^{\mathbf{n}^y}}{\partial \mathbf{c}(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y)} \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y)}{\partial \mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}} \quad \forall \mathbf{n}^y \quad (33)$$

$$\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^y} = - \sum_i \rho_i \cdot \frac{\partial \mathbf{p}_i^{\mathbf{n}^y}}{\partial \mathbf{c}(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y)} \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y)}{\partial \mathbf{n}^y} \quad \forall \mathbf{n}^y \quad (34)$$

式(31)のは \mathbf{I} 単位行列であり、 $\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}$ は式(33)で求められる。

$$\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y} \approx \mathbf{v}^{\mathbf{n}^y(k)} - \left(\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^y} \right)^{-1} \mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^y} (\mathbf{n}^y - \mathbf{n}^y(k)) \quad \forall \mathbf{n}^y \quad (35)$$

結果として、式(34)に示す関係が得られる。

$$\frac{\partial \mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}}{\partial \mathbf{n}^y} \approx \frac{\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y} - \mathbf{v}^{\mathbf{n}^y(k)}}{\mathbf{n}^y - \mathbf{n}^y(k)} = - \left(\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^y} \right)^{-1} \mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^y} \quad \forall \mathbf{n}^y \quad (36)$$

$\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^y}$ と $\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^y}$ の計算過程において必要となる、 $\partial \mathbf{P}_i^{\mathbf{n}^y} / \partial \mathbf{c}(\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}, \mathbf{n}^y)$ の計算方法については Bell and Iida¹⁹⁾ を参照されたい。

(2) アルゴリズム

Step 0

反復数を $k=0$ とし、 $\mathbf{n}^y(k)$ の初期実行可能解を設定する。

Step 1

$\mathbf{n}^y(k)$ に基づきロジット型確率的利用者均衡問題を解くことによって $\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}$ を求める。ロジット型確率的利用者均衡問題は、たとえば、逐次平均化法²⁰⁾によって解くことができる。

Step 2

式(32)を用いて、現在のネットワークデザインベクトル $\mathbf{n}^y(k)$ に対応するリンク交通量ベクトル $\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}$ の近似ベクトルを求める。

Step 3

式(12)-(16)に近似ベクトルを代入して得られる補助問題を解き、ここで得られた解を $\mathbf{n}^y(k+1)$ とする。ここでは、 $\mathbf{v}^{\mathbf{n}^y}$ は非負制約も考慮する必要がある。この補助問題は、逐次二次計画法 (SQP) 等の非線形最適化問題のアルゴリズムを適用することによって解くことができる。SQP については、たとえば、Connors et al.²¹⁾ を参照されたい。

Step 4

以下の条件が満たされたら終了。

$$\max |\mathbf{n}^y(k) - \mathbf{n}^y(k+1)| \leq \varphi \quad \forall y,$$

ここで、 φ は十分に小さい正の定数である。もし、条件が満たされなかった場合は、 $k=k+1$ として、Step 1 に戻る。

5. 数値実験

LCC 最小化モデルで扱うテストネットワークを図-1 に示す。このネットワークは 4 つのノードと 5 つのリンクから構成される。

テストネットワーク内の各リンクの通常状態における平均移動時間は以下の BPR 関数で与えた。

$$E[T_a^n(v_a^y)] = t_a^0 \cdot \left(1 + \alpha \cdot \left(\frac{v_a^y}{c_a} \right)^\beta \right)$$

ここでは、パラメーターを $\alpha = 0.48$ 、 $\beta = 2.82$ と設定した。各リンクの特性は全て等しいと仮定し、自由走行時間、交通容量はそれぞれ $t_a^0 = 20$ (分)、 $c_a = 500$ (台/日) とした。O-D交通量は 1000 (台/日) とし、時間価値は 40 (円/台/分) とした。また、計画期間 G は 20 年と設定した。修繕が必要な状態におけるリンク a の平均移動時間、 $E[T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)]$ 、は以下の式で定義した。

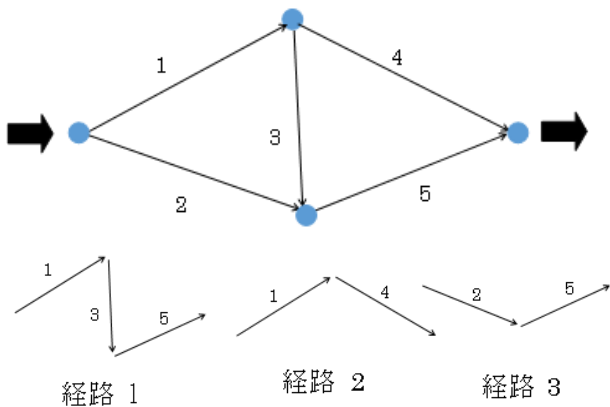


図-1 テストネットワーク

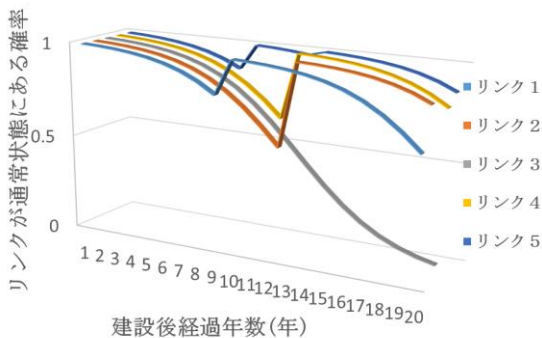


図-2 リンクが通常状態にある確率の経年変化

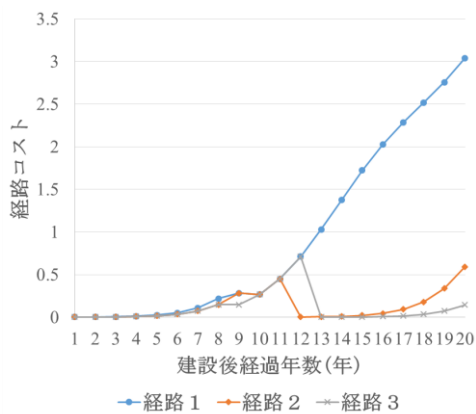


図-3 経路コストの経年変化

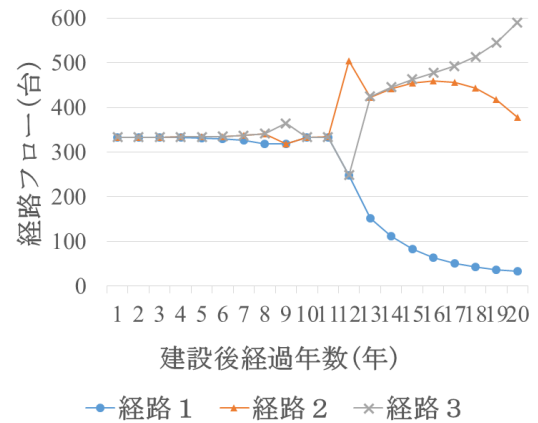


図-4 経路交通量の経年変化

表-1 リンクの修繕時期と修繕量

リンク \ 修繕時期	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	8
10	9	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	11	0
13	0	12	0	0	4
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0

$$E[T_a^r(n_a^y | \hat{n}_a^y, y)] = (t_a^0)^{0.06(y - \hat{n}_a^y - n_a^y) + 1.5}$$

リンク a が通常状態にある確率は以下の式で求めた。

$$\hat{p}_a^n(n_a^y | \hat{n}_a^y, y) = \frac{1}{1 + \exp(-5 + 0.4 \cdot (y - \hat{n}_a^y - n_a^y))}$$

式(22)の λ と γ はそれぞれ、 1.0×10^{-5} と 5.0×10^{-6} とし与え、また、リンク a の通常状態における確率的移動時間の変動係数は $cv_a^n = 0.07$ 、修繕が必要な状態の変

動係数は $cv_a^r = 0.05$ とした。さらに、修繕費用を $r_c = 292$ (百万円/年)、修繕期間中の移動時間コストの増加量を $\kappa = 146$ (百万円/年) と設定した。リンク a と b の移動時間の共分散は以下の式で求められる²⁾。

$$\text{cov}[T_a^y, T_b^y] = \omega_{ab} \cdot \sqrt{\text{var}[T_a^y]} \cdot \sqrt{\text{var}[T_b^y]}$$

ここで ω_{ab} は、 T_a^y と T_b^y の相関係数であるが、ここでは問題を簡単にするために $\omega_{ab} = 0$ と設定した。また、同様に式(15)で表される予算制約もここでの数値実験では考慮しないことにした。

表-1 は、目的関数を最小化することによって得られた各リンクの最適修繕時期と修繕量を示している。表 2 は、各リンクが通常状態にある確率を表しており、表-1 に示された修繕作業による変化を表している。最適化による総コストの変化をみると、修繕が全く行われなかった場合の LCC が 2230 (億円/20 年) と推計されるのに対し、最適化された LCC は 410 (億円/20 年) となり、大幅に削減される結果が得られた。

表-1 によると、リンク 3 が全く修繕されていないため、図-2 におけるリンク 3 の曲線は数値実験において、リンクに修繕が全く行われなかった場合の経年変化を表している。リンク 3 以外のリンクが通常状態である確率 $\hat{p}_a^n(y)$ ($a = 1, 2, 4$ or 5) は、修繕によって増加している。修繕による移動時間コストの増加 μ_y のため、一度の修繕で上限までリンクの状態を回復させていることがわかる。すなわち、修繕する場合、 $n_a^y = y$ ことが図-2 から分かる。

図-3、図-4 は、表-1 に表した修繕に対応する各経路の経路コストと交通量の経年変化を表している。リンク 3 に全く修繕が行われていないため、リンク 3 を含む経路 1 のコストが明らかに他より大きくなっている。経路の選択比率は経路コストに影響されるため、ドライバーは経路 1 よりも他の 2 つの経路を多く選択していることがわかる。その結果、経路 1 の交通量が時間とともに減少していることが図-4 からわかる。以上から、計画期間中に 3 つの経路の内 2 つの経路のみが選択され、維持管理される結果が得られた。

6. おわりに

本研究では、道路ネットワークにおける LCC 最小化モデルを提案した。道路修繕コストと利用者の移動時間コストの和として LCC を定義し、モデル化においては道路インフラの劣化と移動時間の不確実性を考慮している。また、ロジット型確率的利用者均衡によって得られたリンク交通量を制約条件として最小化問題の定式化を

行っている。ロジット型確率的利用者均衡の感度分析に基づくアルゴリズムの開発も行った。最後に、テストネットワークを対象とした数値実験を行い、提案したモデルの検証を行った。

数値実験では、ネットワーク内の全てのリンクの特性が等しいと仮定した問題を解いた。この仮定は現実的ではないが、提案したモデルを現実問題に適用するには容易に緩和することができる。また、本研究で提案した LCC 最小化モデルにおいて、リンク交通量の影響をリンクが取り得る状態の確率に反映させることはそれほど難しくはないと考えられる。一方、各リンクが劣化していく過程には、時間経過や交通量だけでなく自然環境の大きく影響するため、その推計は容易ではないと考えられる。これらは、提案したモデルを実問題に適用する際に対応すべき問題であるが、今後の課題としたい。

参考文献

- 1) Zhu, S., Levinson, D., Henry X. L., and Harder, K. The traffic and behavioral effects of the I-35W Mississippi River bridge collapse, *Transportation Research: Part A*, Vol. 44, 2010, pp. 771-784.
- 2) SACTRA. (1999) *Transport and the economy*. HMSO, London.
- 3) Asakura, Y. Evaluation of network reliability using stochastic user equilibrium. *Journal of Advanced Transportation*, Vol. 33, 1999, pp. 147-199.
- 4) Clark, S., and Watling, D. Modeling network travel time reliability under stochastic demand, *Transportation Research: Part B*, Vol. 39, 2005, pp. 119-140
- 5) Sumalee, A., Watling, D. P., and Nakayama, S. Reliable network design problem: the case with uncertain demand and total travel time reliability, *Transportation Research Record*, No. 1964, 2007, pp. 81-90.
- 6) Watling, D. A second order stochastic network equilibrium model I: Theoretical foundation, *Transportation Science*, Vol. 36(2), 2002, pp. 149-166.
- 7) Cascetta, E. A stochastic process approach to the analysis of temporal dynamics in transportation networks, *Transportation Research: Part B*, Vol. 23, 1989, pp. 1-17.
- 8) Uchida, K. Estimating the value of travel time and of travel time reliability in road networks, *Transportation Research: Part B*, Vol. 66, 2014, pp. 129-147.
- 9) Uchida, K. Travel time reliability estimation model using observed link flows in a road network, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* (in press).
- 10) Yin, Y., Lawphongpanich, S., Lou, Y. Estimating investment requirement for maintaining and improving highway systems, *Transportation Research: Part C*, Vol. 16, 2008, pp. 199-211.

- 11) Uchida, K., Sumalee, A., and H.W. Ho. A stochastic multimodal reliable network design problem under adverse weather conditions, *Journal of Advanced Transportation*, 2014.
- 12) Sumalee, A., Uchida, K., William H.K. Lam. Stochastic multimodal transport network under demand uncertainties and weather condition, *Transportation Research Part C*, Vol. 19, 2011, pp. 338-350.
- 13) Sanchez-Silva, M., Daniels, M., Lleras, G., and Patiño, D. A transport network reliability model for the efficient assignment of resources, *Transportation Research: Part B*, Vol. 39, 2005, pp. 47-63.
- 14) Lam, H.K.W., Shao, H., Sumalee, A. Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply, *Transportation Research: Part B*, Vol. 42, 2008, pp. 890-910.
- 15) Watling, D. User equilibrium traffic network assignment with stochastic travel times and late arrival penalty, *European Journal of Operational Research*, Vol. 175, 2006, pp. 1539-1556.
- 16) Uchida, K., and Kagaya, S. Development of Life-Cycle Cost Evaluation Model for Pavements Considering Driver's Route Choices, *Transportation Research Board of the National Academies*, 2007, pp. 115-124.
- 17) Harvey, T. J., Rezaei, A., and Lee, C. Probabilistic Approach to Life-Cycle Cost Analysis of Preventive Maintenance Strategies on Flexible Pavements, *Transportation Research Board of the National Academies*, 2012, pp. 61-72.
- 18) Trailovic, L., and Lucy, Y. Pao. Variance Estimation and Ranking of Gaussian Mixture Distributions in Target Tracking Application, *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, Vol. 2, pp. 2195 – 2201.
- 19) Bell, M., and Y. Iida. *Transportation Network Analysis*. John Wiley & Sons, Chichester, United Kingdom, 1997.
- 20) Sheffi, Y. *Urban Transportation Networks*. Prentice-Hall, Eaglewood Cliffs, N.J., 1985.
- 21) Connors, R. D., Sumalee, A., and Watling, D. P. Variable demand probit-based network design problem: Implicit programming approach: *10th world conference on transport research (CD-ROM)*, 2004
- 22) Wang, J. Generating daily changes in market variables using a multivariate mixture of normal distributions, *Proceeding of the 2001 Winter Simulation Conference*, pp. 283-289.

EVALUATION OF OPTIMUM REHABILITATION PLAN FOR A ROAD NETWORK CONSIDERING UNCERTAINTIES OF DETERIORATION AND TRAVEL TIME

Haruko NAKAO, Kenetsu UCHIDA

This paper proposes a model for evaluating life-cycle cost (LCC) of road infrastructures in a road network considering uncertainties of deterioration of the road infrastructures and travel time. It is assumed that each link in the network takes one of two possible states accompanied with occurrence probabilities which are normal state and deteriorated state, and that travel time of a link in each state follows a normal distribution. Link travel time is then expressed by the Gaussian mixture distribution of the two travel times of the link that follow normal distributions. It is assumed that the route choice proportions in the network are determined based on both the mean and variance of stochastic route travel time. The LCC consists of administration cost, which is the summation of repair cost, and driver's travel cost. The LCC minimization problem is formulated as the implicit program, in which LCC is minimized subject to the traffic flows based on logit-based stochastic user equilibrium (SUE) which determines the route choice proportions. An algorithm based on the sensitivity analysis technique of logit-based SUE is proposed. Numerical experiment was carried out for demonstrating the model proposed in this study.