

# 核周辺モデルの正方形メッシュ上の集積挙動

亀井 元大<sup>1</sup>・池田 清宏<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 学生会員 東北大学大学院工学研究科 土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail:kamei@msd.civil.tohoku.ac.jp

<sup>2</sup> フェロー会員 東北大学教授 東北大学大学院工学研究科 土木工学専攻

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail:ikedai@msd.civil.tohoku.ac.jp

著者らの既往の研究では、経済地理学の Christaller-Lösch が予測した、一様な立地空間における正六角形状の人口集積パターンの発現を正三角メッシュを用いて再現してきた。本研究では、このような集積のメッシュ依存性を調べるために正方形のメッシュを用いて解析を行った。立地空間のモデル化として、周期境界を持つ無限平面、正方形の有限平面、南ドイツの形状を近似した有限平面という3種類を考え、既往の正三角メッシュの場合の結果と比較し、メッシュ形状の影響を調べる。これらのモデルの数値解析結果から、都市形成の過程や分布はメッシュの形状に依存しないことを示す。

**Key Words :** agglomeration; core-periphery model; new economic geography; self-organization; square mesh

## 1. はじめに

経済地理学のクリスタラー・レッシュの中心地理論によれば、ある財を供給する中心都市と供給される都市は、供給する都市を中心に正六角形の市場域を形成する<sup>1)</sup>。また、大都市、都市、小都市、村、小村という階層性を持ち、大きさの異なる正六角形市場域を形成する。レッシュは、クリスタラーの理論を幾何学的に一般化し、それらの重ねあわせによる都市分布を提案した<sup>1)</sup>。

著者らの既往の研究により、クリスタラー・レッシュの中心地システムが現実に発現することが、疑似的な無限平面、正六角形状の有限平面、南ドイツを近似した有限平面の3つの空間モデルの集積挙動を調べることで確認され、正六角形状分布の形成と人口の集積の過程も明らかにされている<sup>2)</sup>。一方、実際には正方形形状の集積分布も存在することが解析等から明らかになってきている<sup>3)</sup>。

そこで本論文では、正方形メッシュで発現が予想される正方形形状集積分布(図-1)の形成の確認と、人口集積の過程を明らかにし、数値解析により求めることができる人口の集積分散の領域を拡張するとともに、本研究で用いている数値解析の方法がメッシュの形に依存しないのか調べることにする。ミクロ経済モデルとしては、新経済地理学の Forslid & Ottaviano モデル<sup>4)</sup>とランダム効用理論に基づいた確率的都市選択モデルによりモデル化を行い、 $n \times n$ の節点からなる2次元平面格子をその空間設定として用いる。

## 2. 都市の人口集積の均衡モデルの定式化

Forslid & Ottaviano の核周辺モデル<sup>4)</sup>は以下の仮定に基づいている。

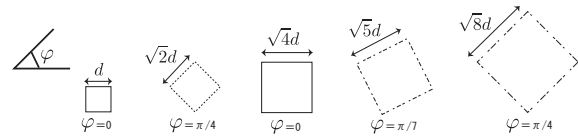


図-1 正方形メッシュでの理論予測<sup>2)</sup>

- 経済は、独占的競争が行われる工業部門  $M$  と完全競争的な農業部門  $A$  の2部門からなる。
  - 経済全体では工業労働者は  $\mu (\in (0, 1])$  だけ、農業労働者は  $(1 - \mu)$  だけ存在する。
  - 経済全体では high skilled worker は  $L^M = \mu/\sigma$  だけ存在し、工業部門または農業部門で働く low skilled worker は  $L^A = (\sigma - \mu)/\sigma$  だけ存在する。
  - high skilled worker は、自身の効用最大化を図り、自由に地域間を移動できる。
  - low skilled worker は、各地域に均等に分布している。地域間の移動は不可能であり、賃金は1である。
- FO モデルと確率的都市選択モデルを組み合わせたモデルの支配方程式は、以下のように定式化される。

$$F_r(\lambda, \tau) = \frac{\exp(\omega_r \theta)}{\sum_{s=1}^n \exp(\omega_s \theta)} - \lambda_r = 0 \quad (r = 1, 2, \dots, n)$$

$\omega_r$  : 都市  $r$  の high skilled worker の実質賃金。

$\lambda_r$  : 都市  $r$  の high skilled worker の経済全体における占有率。

$\theta$  : 実質賃金に対する知覚誤差の分散を表すパラメータ。

$\tau$  : 輸送費パラメータ。

## 3. 空間モデルと解析結果

本研究では、クリスタラーらが想定した infinite plain (無限な草原) に対応する周期境界を持つ疑似的な無限

平面，実際の領域に対応する正方形の有限平面と南ドイツを近似した有限平面を用いて解析を行った．

### (1) 周期境界を持つ疑似的な無限平面

正方形メッシュによって表現された正方形領域の上端と下端，右端と左端を周期境界により繋ぐことで，疑似的な無限平面を表現する（図-2）．都市数は64都市，Forslid & Ottaviano の核周辺モデル<sup>4)</sup>の3つのパラメータ  $\sigma, \mu, \theta$  の値は (5.0, 0.4, 1000) とした．輸送費  $\tau$  と中心都市の人口比率  $\lambda$  の関係を記す解析結果の曲線を（図-3 上部）に示す．分岐点 (point a) から  $k=2$  の中心地システム (point b) の人口集積パターンが派生した． $k=2$  の中心地システムの解曲線 ab 上の分岐点からは  $k=8$  の中心地システム (point d) が派生し，さらに  $k=16$  の中心地システム (point e) が派生した．（図-3 下部で都市人口は，人口の大きさに比例する面積を持つ円で表す）．

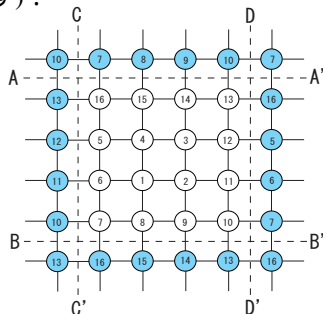


図-2 疑似的な無限平面

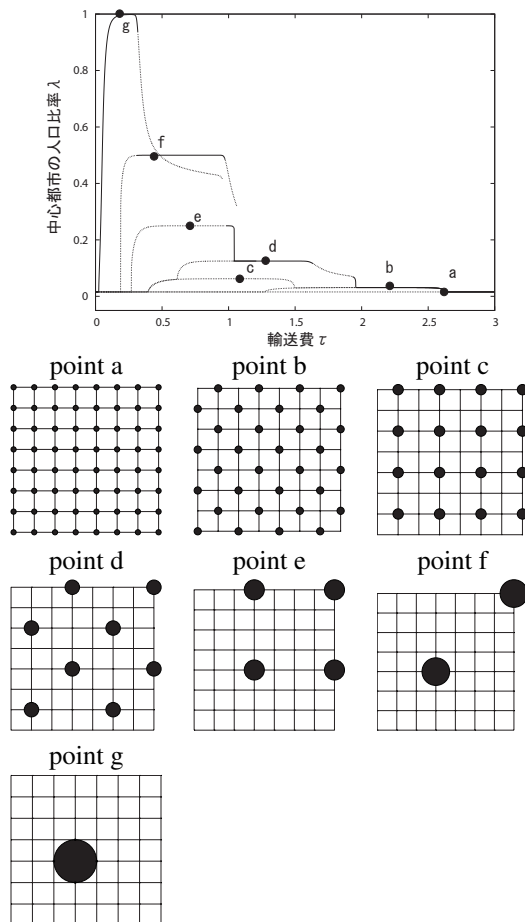


図-3 無限平面における集積状態の遷移

### (2) 正方形の有限平面

より現実世界に近い空間設定として，正方形の有限平面モデルを使用する．現実に近い境界条件である反面，境界に近い都市は，中心部の都市よりも交易条件が悪くなるために，infinite plain を表すことができない．

輸送費  $\tau$ -中心都市の人口比率  $\lambda$  曲線を図-4に示す．都市数は225，3つのパラメータ  $\sigma, \mu, \theta$  の値は無限平面の場合と同様に (5.0, 0.4, 1000) と設定した．

一様分布 (point a) から  $k=2$  の中心地システム (point b) が発現した後，point c の人口分布からも伺えるように，徐々に  $k=8$  の中心地システムが現れ始めている．その後，point e, g 等で  $k=8$  の中心地システムが顕在化している（図-5）．さらに，point h, f では境界の影響を強く受け始め，擬似的であるが  $k=32$  の中心地システムも確認できる（図-6）．

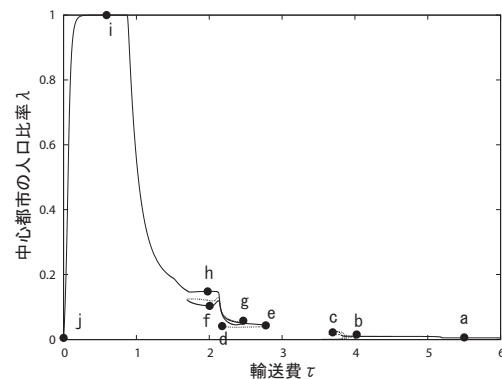


図-4 有限平面における輸送費  $\tau$ -中心都市の人口比率  $\lambda$  曲線

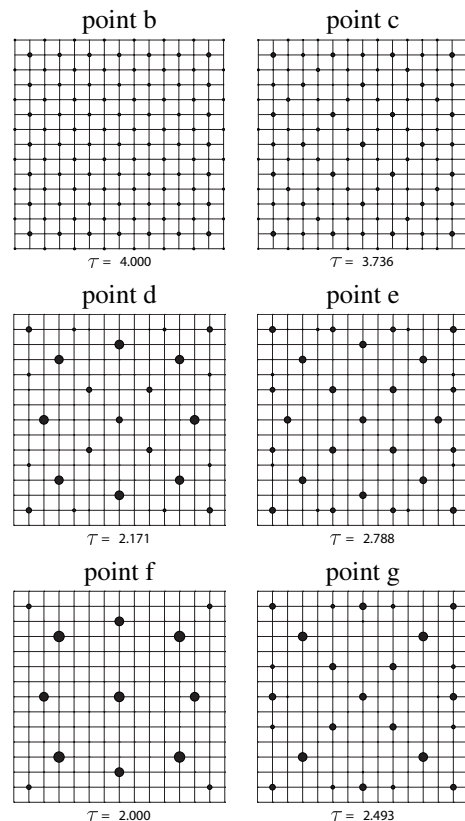


図-5 有限平面における集積状態の遷移

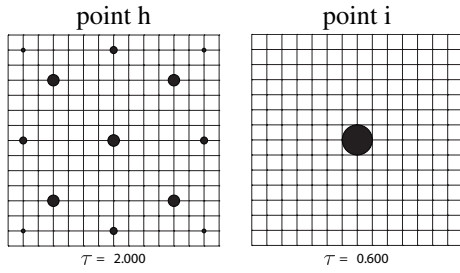


図-6 有限平面における集積状態の遷移

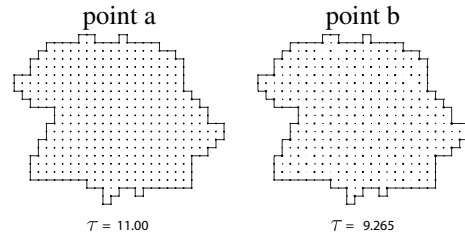


図-10 集積状態の遷移 (黎明期)

### (3) 南ドイツの形状の有限平面

クリスタルが中心地システムを提言するきっかけとなった、南ドイツの形状を近似したモデルを導入する(図-7)．都市数は411，パラメータは $(\sigma, \mu, \theta) = (5.0, 0.4, 10000)$ と設定した．解析の結果，既往の研究で用いられていた正三角形メッシュのモデルと非常に近い集積挙動が得られ，人口集積の進行はどちらのモデルも下記の3つの期間に分類することができた．(図-8)

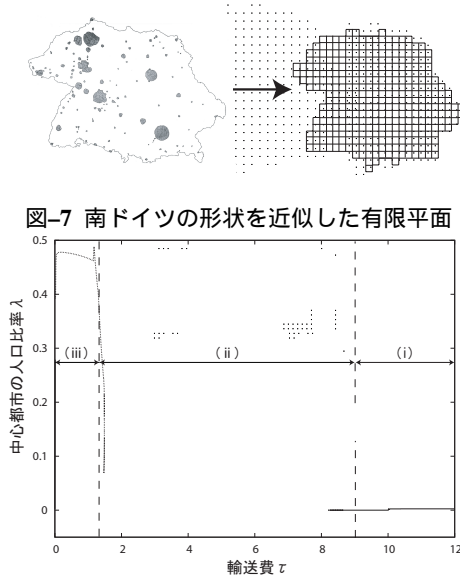


図-7 南ドイツの形状を近似した有限平面

図-8 正方形モデルの南ドイツにおける輸送費  $\tau$ -中心都市の人口比率  $\lambda$  曲線

#### (i) 黎明期

黎明期は各都市の人口が概ね一定にとどまる期間である．正方形モデルでは中心地間距離が $\sqrt{k}d = \sqrt{2}d$  ( $d$ :都市間距離)となる $k = 2$ の中心地システムが発現している．また、正三角形モデルでは、 $k = 3$ の中心地システムが発現した．(図-9, 図-10)

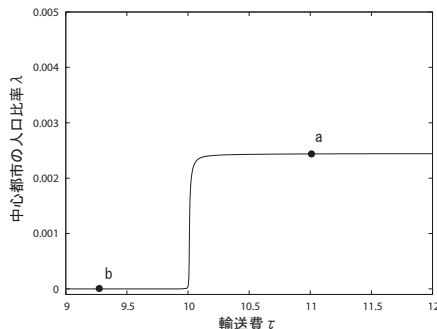


図-9 黎明期における輸送費  $\tau$ -中心都市の人口比率  $\lambda$  曲線

#### (ii) 混沌期

この期は曲線がループを描き，都市の人口が増減を繰り返す期間である．図-11は混沌期初期の解析結果である．複雑な挙動を示し、 $k = 2$ の中心地システムを維持しながら都市が集積、分散を繰り返す(図-12)．解析を進めていくと $k = 8$ などの中心地システムが発現することが予想されるが、経路追跡が非常に困難であるため今後の課題としたい．

混沌期末期は混沌期初期よりもさらに複雑な集積挙動となっている(図-13)．混沌期での人口の集積状態を正方形メッシュモデル(図-14)と既往の研究で用いた正三角形メッシュモデルで比べると、どちらも非常に似た集積分布を示している．

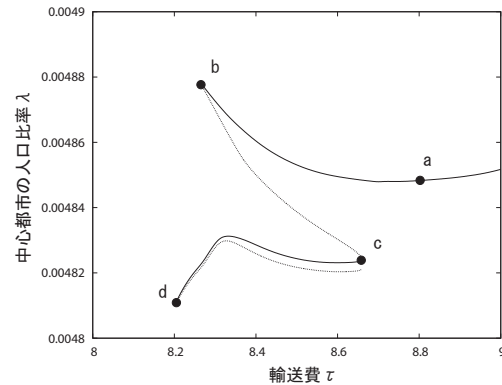


図-11 混沌期初期における輸送費  $\tau$ -中心都市の人口比率  $\lambda$  曲線

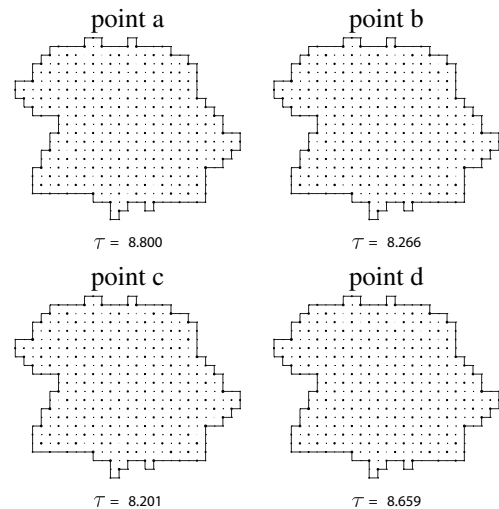


図-12 集積状態の遷移 (混沌期初期)

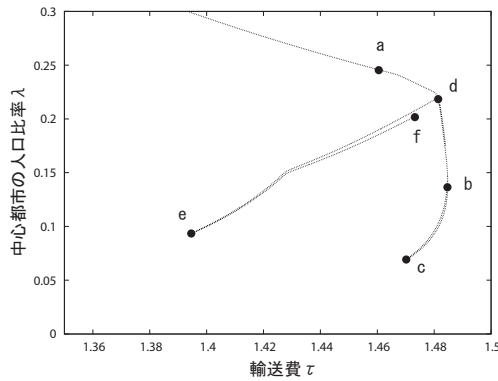


図-13 混沌期末期における輸送費  $\tau$ -中心都市の人口比率  $\lambda$  曲線

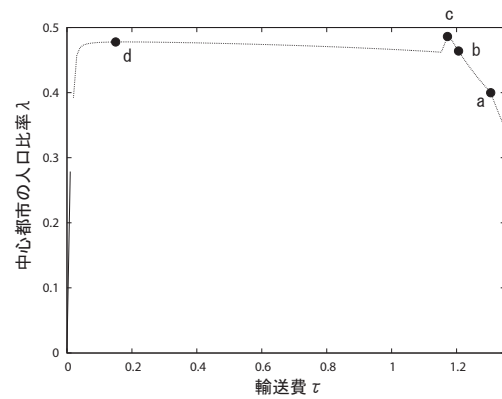


図-15 二極集中・再分散期における輸送費  $\tau$ -中心都市の人口比率  $\lambda$  曲線

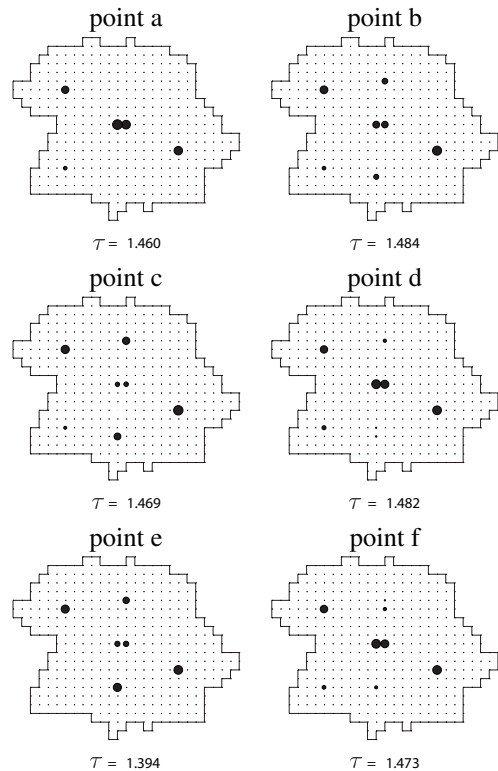


図-14 集積状態の遷移 (混沌期末期)

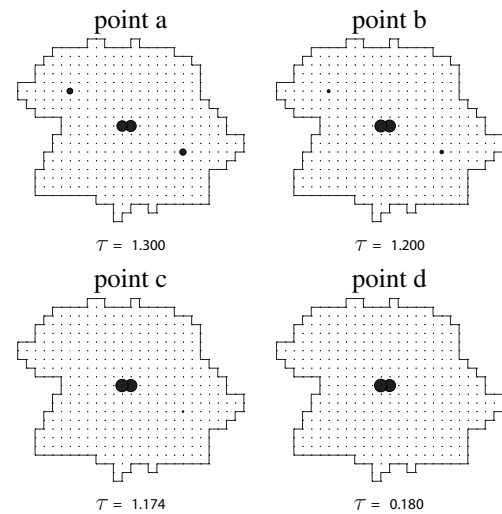


図-16 集積状態の遷移 (二極集中・再分散期)

#### (iii) 一極・二極集中・再分散期

この期は中央の都市の人口が急増し一極または二極集中した後、再分散する期間である。正方形メッシュでは中央の2都市に人口が集中し(図-15, 図-16), 正3角形メッシュでは中央の都市に一極集中する解曲線が複数存在した。正3角形メッシュの方が都市間の移動が容易なため、交易に有利な都市が複数存在したためと考えられる。

## 4. 競技場経済との比較

円周上に様に分布した都市(競技場経済)の分岐解析は、より現実的なモデルである六角形格子の分岐解析の前段階として用いられる。競技場経済において、8都市が分岐していく過程を(図-17)に示す。

一方、有限平面の正方形メッシュ  $9 \times 9$  の81都市モデルで解析を行うと、競技場経済と近い解析結果が得

られ(図-18), この種の集積形態のメッシュに依らない一般性を示している。さらに、競技場経済モデルという大胆な仮定が妥当なものであり、非現実的なものではないことを裏付けている。

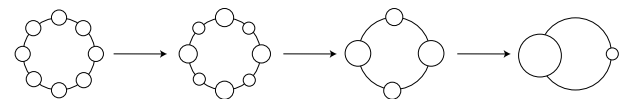


図-17 競技場経済の分岐

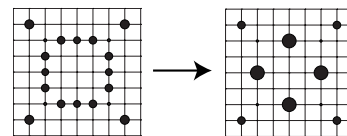


図-18 正方形メッシュ上の81都市の分岐

## 5. 結論

本研究で、都市の分布や集積過程がメッシュの形に依存するものなのか調べた結果、正方形メッシュでも正3角形メッシュと同様に集積パターンが存在することが無限平面・有限平面のどちらでも確認することができ

た．また，南ドイツの解析結果から，どちらのメッシュ形状でも似た集積過程と都市の分布がみられた．よって，どのような空間モデルでも人口の集積過程は変わらないという一般性を持つことと，都市の形成はメッシュの形に依存しないことを示すことができた．

#### 参考文献

- 1) P. Dicken, P. E. Lloyd: *Location in space: Theoretical Perspectives in Economic Geography*, Prentice Hall, 1991.
- 2) K. Ikeda, K. Murota: *Bifurcation Theory for Hexagonal Agglomeration in Economic Geography*, Springer, 2013 .
- 3) N. Kondo : Study of agglomeration patterns and systematization of bifurcation analysis in a system of places in a two-dimensional space , 東北大学大学院土木工学専攻修士論文.
- 4) R. Forslid, G. I. P. Ottaviano: An analytically solvable core-periphery model, *Journal of Economic Geography* 3 229–340, 2003.

(2014 年 8 月 1 日 受付)