

津波避難開始時間の数理モデル

熊谷 兼太郎¹・富田 孝史²

¹正会員 国土交通省国土技術政策総合研究所 沿岸海洋・防災研究部 主任研究官

(〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1)

E-mail: kumagai-k27n@ysk.nilim.go.jp

²正会員 独立行政法人港湾空港技術研究所 海洋情報・津波研究領域 領域長

(〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1)

E-mail: tomita@pari.go.jp

発生頻度は小さいが規模は大きい津波に対し、避難を軸とした総合的な対策を講じることになっている。対策として避難施設・経路の計画的配置等が考えられるが、その検討にあたって有用なのが避難行動を予測する避難シミュレーションである。そのためには、津波避難開始時間の適切なモデル化が必要である。そこで本研究は、2011年東北地方太平洋沖地震の避難行動を再現するような、津波避難開始時間の数理モデルについて検討した。その結果、避難開始理由に基づいて避難者を3群に分割し、各群の津波避難開始時間の数理モデルを与えたうえで、線形性を仮定し重ね合わせることにより、同地震の避難開始時間の累積分布曲線の形状を表現することを提案した。

Key Words : *delay time to start tsunami evacuation, mathematical model, the 2011 Tohoku tsunami*

1. 序論

中央防災会議¹⁾は、発生頻度は小さいが規模は大きい津波に対し「住民等の避難を軸に(中略)総合的な津波対策」が必要であると指摘している。対策として避難施設・経路の計画的配置等が考えられるが、その検討にあたって有用なのが避難行動を予測する避難シミュレーションである。

地震発生から実際に避難行動を開始するまでの時間である津波避難開始時間(以下、単に「避難開始時間」という。)は、同じ地震に対しても避難者のそれぞれの避難上の性向等に起因してばらつきがあると考えられる。避難シミュレーションを行うにあたっては、避難開始時間、すなわち地震発生時の所在場所を出発し避難場所に向かう出発時間が異なれば、渋滞の発生状況が変化する等、シミュレーション結果に影響を与えられ、従って、避難開始時間の適切なモデル化が必要である。

2. 既往の研究

避難開始時間を推定する既往の研究として主なものを挙げると、以下のとおりである。

永川・今村²⁾は、1983年日本海中部地震、1993年北海道南西沖地震及び1994年北海道東方沖地震の津波避難に関するアンケート結果について統計的手法を用いて分析し、体感した地震の揺れの大きさ、集落の海岸からの距離、地震の発生時刻、津波経験の有無等をパラメータとした避難開始時間の推定手法を提案している。ただし、同一条件の地域には同一の避難開始時間を与える手法である。また、早川・今村³⁾は、上の論文に更に検討を加え、同一条件の地域であっても避難開始時間に個人差を与えるようにモデル化を行っている。ただし、いずれもアンケート結果を統計的手法により分析するものであり、他地域への適用性は不明である。

井料⁴⁾は、感染症の流行を記述するために用いられるSIRモデルを参考に、避難開始時間を数理モデルで表現することを提案し、災害の体感の程度が避難開始時間に影響するとの示唆が得られたと述べている。また、2011年東北地方太平洋沖地震の際の岩手県陸前高田市における避難開始に関する調査結果より、地震の体感、誘導・知人からの勧誘及び津波切迫によって避難が開始される場合が多く、一方、警報による避難開始は少ないことを指摘している。ただし、実際の避難開始行動に数理モデルを適用し、その再現性について詳しく検討を行ったものではない。

3. 本研究の目的

本研究は、2011年東北地方太平洋沖地震の避難行動を再現するような津波避難開始時間の数理モデルを構築することを目的とする。

以下、第4章では避難開始時間の累積分布曲線の形状を再現する数理モデルについて提案する。第5章ではその結果をふまえて検討の必要な点を述べる。また、第6章では結論を述べる。

4. 避難開始時間の数理モデル

(1) 国土交通省都市局によるヒアリング調査

国土交通省都市局⁷⁾は、2011年3月に発生した東北地方太平洋沖地震について、避難行動を把握するヒアリング調査を同年9～12月に行っている。対象は、青森県から千葉県の太平洋岸（福島第一原子力発電所事故の警戒区域を除く。）の居住者である。同調査のサンプル数は10,603人（母集団である被災人口約40万9千人に対し約2.6%）であるが、回収率は不明である。ただし、市町村人口と性別・年齢構成に基づいたサンプル数の割り当てを行っていることから、地域性及び性別・年齢に関してはある程度代表性を有していると考えられる。そこで、同地震の避難開始時間の事例として参照することにした。

同調査の報告書では、回答者のうち津波到達前に避難を開始した5,524人について、地震発生時刻14時46分から同50分までの最初の4分間がひと単位に、以後は5分単位で避難を開始した人の比率がグラフとして示されている。そのうち、地震発生後60分までの部分について、グラフから人数を読み取った。

図-1に、このようにして作成した避難開始時間の分布を示す。横軸方向には地震発生後の経過時間 t （単位：分）、縦軸方向には5,524人に対する避難開始済みの累積人数の比率（避難開始比率） R をとっている。な

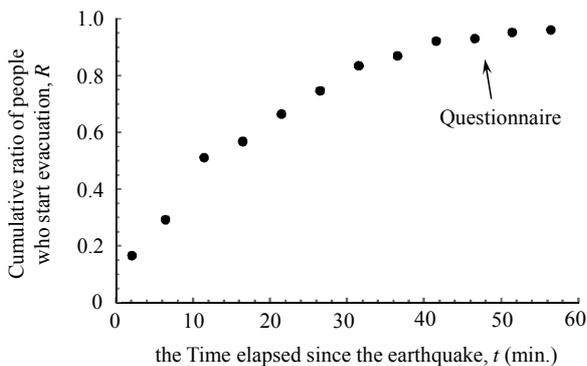


図-1 避難開始時間のヒアリング結果

お、時刻には幅があるので、代表値として中央値を採用した。例えば、最も早い14時46分～同50分の代表値は14時48分 ($t=2$)、その次の14時51分～同55分の代表値は14時52分30秒 ($t=6.5$)、14時56分～15時00分の代表値は14時57分30秒 ($t=11.5$) というようにプロットした。避難開始比率は、地震発生後2分のとき0.167であって、時間の経過とともに増加し、同56.5分のときに0.961に達している。

(2) ロジスティックモデルの適用の検討

人口増加等の社会現象に適用される代表的な数理モデルの一つとして、ロジスティックモデルが挙げられる。同モデルは、ある現象の指標となる物理量の時間変化を、ある時刻の値（人口増加の例で言えば、現在の人口）及びそれが属している環境の制約条件によって決まる最大値（同じ人口増加の例で言えば、資源が有限であることから決まる最終的に涵養可能な人口）の非線形な関数として定式化する⁸⁾。各時刻の物理量は、初期条件が与えられたとき、式(1)の非線形微分方程式の解として得られる：

$$R'(t) = kR(t)(A - R(t)) \quad (1)$$

ここで、 $R(t)$ は対象とした物理量の時刻 t のときの値、プライムは時間微分、 A は環境の制約条件によって決まる最大値、 k は定数である。

図-2は、(1)節のヒアリング結果についてロジスティックモデルを用いたフィッティングを試みたものである。このとき、(1)節で読み取った結果を参考に、初期条件は $R(2)=0.167$ とし、 $A=0.961$ とした。なお、これより後の数値的分析にあたってはWolfram Research, Inc.の数理解析ソフトウェアWolfram Mathematica Ver.10.0を用いた。

地震発生直後の3点 ($t=2, 6.5, 11.5$) を追従するようにフィッティングした場合 ($k=0.180$)、 $t=16.5$ 以降は大きく外れてしまう結果となった。

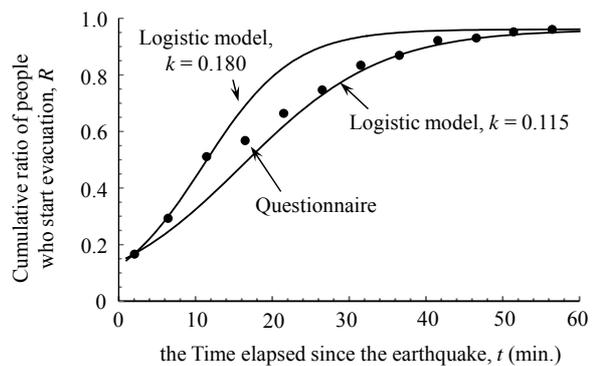


図-2 ロジスティックモデルを用いたフィッティング

次に、 t が大きい方から5点 ($t = 36.5, 41.5, 46.5, 51.5, 56.5$) を追跡するようにフィッティングした場合 ($k=0.115$)、 $t = 31.5$ 以前の部分が外れてしまう結果となり、実際の分布を表現できていない。

これは、井料ら⁴⁾が複数の避難開始理由が存在することを指摘していたとおり、避難開始理由の異なる避難者が混在しているため、複数のモードが重なった複雑な形状を示していると考えられる。

(3) 避難開始理由に基づく分割モデルの提案

(2)節の検討を参考にすると、 $t = 10$ 前後を境にモードの変化が見られる。また、 $t = 35 \sim 40$ 前後を境に変化しているようである。そこで、避難開始理由の異なる避難者が3群いると考え、それぞれについて個別にモデルを設定するような「分割モデル」を検討した。

第1群は、地震発生直後を中心として避難を行っていることから、周囲からの働きかけが無くても自発的に避難するような人々と考え「自発的避難」群と名付ける。

第2群は、地震発生後10分程度から増加するような、周囲からの働きかけを避難の契機にする人々と考え「非自発的避難」群と名付ける。また第3群は、陸上への大規模な津波の浸水が地震発生後概ね30分程度で始まったことを踏まえ、津波の浸水を発見してから避難開始するような人々と考え「津波切迫避難」群と名付ける。また、各群の避難行動は、独立した事象であって線型的に重ね合わせできると仮定した。

a) 自発的避難

この群は、図-1の傾向を参考にして、時間に対し一定速度で増加する単純なモデルとした。すなわち、式(2a)及び(2b)で定義するとおり、この群の時間的変化 $R_1(t)$ は $t = 0$ から $t = 10$ までは正の定数 c_1 とし、 $t \geq 10$ では $R_1(t)$ はゼロ ($R_1(t)$ は一定値 A_1) とした。

$$R_1'(t) = c_1 \quad (0 \leq t < 10) \quad (2a)$$

$$= 0 \quad (10 \leq t \leq 60) \quad (2b)$$

ここで、初期条件は $R_1(0)=0$ である。

b) 非自発的避難

この群は、周囲の働きかけを契機にすると考えていることから、(2)節と同様のロジスティックモデルとした。すなわち、この群の時間的変化 $R_2(t)$ は式(3)で定義する。

$$R_2'(t) = c_2 R_2(t)(A_2 - R_2(t)) \quad (3)$$

ここで、図-1のグラフの形状を参考に、初期条件は $R_2(0)=0.03$ 、また、 $A_2=0.42$ とした。 c_2 は定数である。

c) 津波切迫避難

この群は、時間に対して一定速度で増加する単純なモデルとした。すなわち、式(4a)及び(4b)で定義するとおり、 $t = 0$ から $t = 37$ まではこの群の時間的変化 $R_3(t)$ はゼロとし、 $t \geq 37$ では $R_3(t)$ は正の定数 c_3 とした。 $t \geq 37$ について、 $R_3(t)$ を時間に関して一定勾配で増加させるとしているのは、単純な仮定であるが、浸水範囲が時間とともに拡大することを考えると、ある程度の妥当性があると考えている。

$$R_3'(t) = 0 \quad (0 \leq t < 37) \quad (4a)$$

$$= c_3 \quad (37 \leq t \leq 60) \quad (4b)$$

ここで、津波切迫避難の開始時間、すなわち、青森県から千葉県に至る範囲の、大規模な浸水が開始した平均的な時間を37分と設定した理由について述べる。気象庁⁷⁾は、東北地方太平洋沖地震の津波について、海象観測施設で観測された到達時間をまとめている。表-2は、そのうち青森県から千葉県の太平洋岸に所在する観測点を抽出・整理したものである。多くの験潮所が地盤沈下・被災したために観測点の数は十分では無いこと、また、波源からそれぞれの観測点までの距離が大きく異なるのでばらつきが非常に大きく一律に定義するのは難しいものの、地震発生から第一波到達までの時間は青森県から千葉県までの有意なデータのある観測点を単純に平均すると約29分であった。また、第一波が押しの場合と引きの場合があるので一律に整理するのは難しいものの、第一波の山・谷の出現までの時間は同じくデータのある観測点を単純に平均すると約44分であった。本来は、陸上部に大規模な浸水が生じるような押し波を青森県～千葉県の範囲で広範に多数の点で抽出しその平均的な値を求める必要があるが、暫定的な値として、29分と44分という二つの値を参照し、その平均値として37分を設定した。以上より初期条件は $R_3(37)=0$ とした。

表-2 津波の到達時間

No.	観測点名	県	地震発生から第一波到達までの時間(分)	地震発生から第一波の山・谷の出現までの時間(分)	第一波の性状(+:押し, -:引き)	地震発生から最大波出現までの時間(分)	備考
1	むつ市閩根浜	青森	44	62	-	210	
2	八戸		35	59	-	131	
3	宮古	岩手	15	27	-	40	*1
4	大船渡		N/A	N/A	-	32	*1
5	釜石		N/A	25	-	35	*1
6	石巻市鮎川	宮城	N/A	N/A	N/A	40	*1
7	いわき市小名浜	福島	22	37	+	53	*1
8	相馬		N/A	46	-	65	*1
9	大洗	茨城	31	41	+	126	*1
10	銚子	千葉	27	52	+	156	*1
平均			29 ^{*2}	44 ^{*3}			

*1 地盤沈下の影響により第一波の読み取り値が不正確である可能性がある等の記載がなされているもの。

*2 N/A(利用可能な値無し)の4点を除く6点の平均。 *3 N/Aの2点を除く8点の平均。

(4) 分割モデルの計算結果

図-3に、「自発的避難」、「非自発的避難」及び「津波切迫避難」の避難開始時間の分布について、図-1を重ねて描画することによりそれぞれ示す。ただし、式(2a)、式(3)及び式(4b)の定数項はそれぞれ、 $c_1=0.048$ 、 $c_2=0.472$ 、 $c_3=0.003$ とした。

次に、各群の避難行動は、独立した事象であって線型的に重ね合わせできると仮定する(式(5))。

$$R(t) = R_1(t) + R_2(t) + R_3(t) \quad (5)$$

図-3の(1)~(3)を重ね合わせた結果を図-4に示す。避難開始理由に基づく分割モデルにより、地震発生後10分から40分程度までの曲線的な変化と、その前後の時間帯についても概ね追従できていることから、2011年東北地方太平洋沖地震の際の避難開始時間についてある程度再現出来ていると考えている。

なお式(2a)、式(2b)、式(4a)及び式(4b)は解析的に解けて、

$$R_1(t) = c_1 t = 0.048t \quad (0 \leq t < 10) \quad (2a')$$

$$= R_1(10) = 0.48 \quad (10 \leq t \leq 60) \quad (2b')$$

$$R_3(t) = 0 \quad (0 \leq t < 37) \quad (4a')$$

$$= c_3(t - 37) = 0.003(t - 37) \quad (37 \leq t \leq 60) \quad (4b')$$

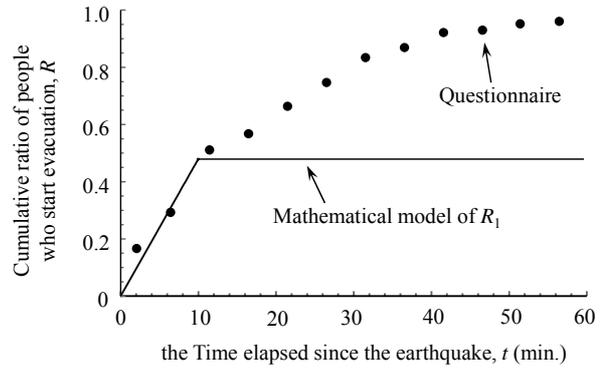
式(3)は解析的に解いて求めた結果⁹⁾と、数値的に解いて求めた $R_2(0)=0.00440333$ という値との組み合わせにより、

$$\begin{aligned} R_2(t) &= \frac{A_2}{1 + (A_2 / R_2(0) - 1)e^{-c_2 A_2 t}} \\ &\cong \frac{0.42}{1 + 94.3823585e^{-0.19824t}} \end{aligned} \quad (3')$$

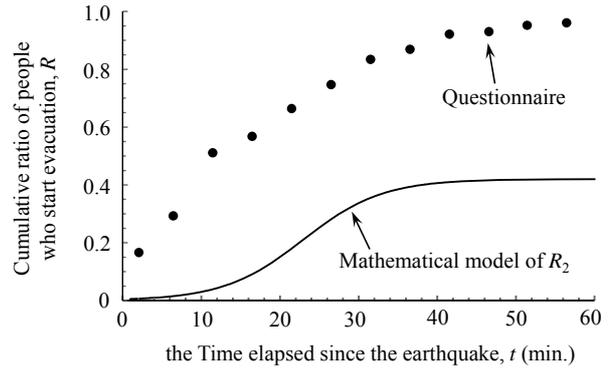
式(5)より、

$$\begin{aligned} R(t) &\cong 0.048t + \frac{0.42}{1 + 94.3823585e^{-0.19824t}} \quad (0 \leq t < 10) \\ &\cong 0.48 + \frac{0.42}{1 + 94.3823585e^{-0.19824t}} \quad (10 \leq t < 37) \\ &\cong 0.369 + \frac{0.42}{1 + 94.3823585e^{-0.19824t}} + 0.003t \quad (37 \leq t \leq 60) \end{aligned} \quad (5)$$

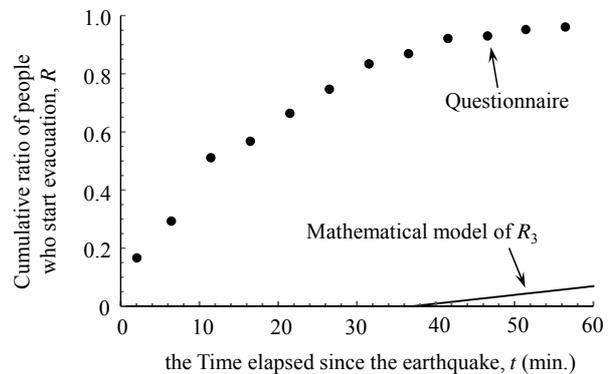
となり、 $0 \leq t \leq 60$ の範囲について最終的に式(5)を得る。



(1) 自発的避難



(2) 非自発的避難



(3) 津波切迫避難

図-3 各群の計算結果

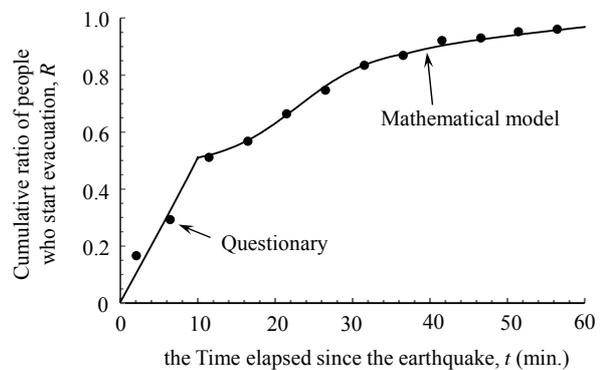


図-4 分割モデルの計算結果

5. 検討の必要な点

(1) 分割モデルの適用範囲の検証

本研究は、ヒアリング調査の対象地域、すなわち、青森県から千葉県に至る太平洋岸の平均的な避難性向をモデル化し分析対象とした。地域によってその分布形状は異なると考えられるため、そうした地域特性を考慮して検討を加える必要がある。特に、津波切迫避難のモデルの初期値（浸水開始時間）の設定については課題である。

自発的避難群に関しては、ヒアリング調査に基づいて、避難開始時刻を2分や6.5分に代表させている。この群の R_1 の勾配は、これら代表値の取り方に依存することから、詳細な調査結果が得られれば変化する可能性がある。

また、大規模な津波発生が懸念されている東海・東南海・南海地震の津波による影響を受ける地域、我が国以外の地域等も含め、今回提案した分割モデルの適用範囲について検証する必要がある。

さらに、そうした検証を通じ、式(2a)、式(3)及び式(4b)の定数項 (c_1 , c_2 及び c_3) の地域依存性、数値的意味について知見を蓄積する必要がある。

(2) 避難シミュレーションへの組み込み効果の検証

避難開始時間のモデルを津波避難シミュレーションに組み込むことによる計算結果への影響について、定量的な効果の把握・検証を行う必要がある。

6. 結論

本研究は、2011年東北地方太平洋沖地震の避難行動を再現するような津波避難開始時間の数理モデルを構築した。その結果、避難開始理由に基づいて避難者を「自発的避難」、「非自発的避難」及び「津波切迫避難」の3群に分割し、各群の避難開始時間の数理モデルを与えたうえで、線形性を仮定し重ね合わせることにより、同地震の避難開始時間の累積分布曲線の形状を表現することを提案した。

謝辞：本研究にあたり、山口大学人文学部社会学講座人文科学研究科教授・高橋征仁博士には避難者の心理についてご意見を頂きました。国土交通省国土技術政策総合研究所沿岸海洋・防災研究部沿岸域システム研究室研究員・片岡智哉博士には、モデル関数の形状についてご意見を頂きました。また、同研究部沿岸防災研究室・西村知美さんにはデータ整理にあたりご協力を頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

Wolfram Research, Inc.の数理解析ソフトウェアWolfram Mathematica Ver.10.0を用いた、津波避難開始時間の数理モデル（分割モデル）のプログラム例（nb形式ファイル）を以下に示す：

```
data = Table[{2, 0.167}, {6.5, 0.291}, {11.5, 0.513}, {16.5, 0.567}, {21.5, 0.664}, {26.5, 0.745}, {31.5, 0.836}, {36.5, 0.867}, {41.5, 0.922}, {46.5, 0.931}, {51.5, 0.950}, {56.5, 0.961}];
kansu1 = {f[t] - 0.048 == 0, l[0] == 0.000};
kansu2 = {m[t] - (0.472*m[t]*(0.420 - m[t])) == 0, m[10] == 0.030};
kansu3 = {n[t] - 0.003 == 0, n[37] == 0.000};
kai1 = NDSolve[kansu1, l, {t, 0, 10}];
kai2 = NDSolve[kansu2, m, {t, 0, 60}];
kai3 = NDSolve[kansu3, n, {t, 37, 60}];
fg0 = ListPlot[data, DisplayFunction -> Identity, PlotRange -> {{0, 60}, {0, 1}}];
fg1 = Plot[(l[t]/.kai1) + (m[t]/.kai2) + 0.000, {t, 0, 10}];
fg2 = Plot[(0.480 + (m[t]/.kai2) + 0.000), {t, 10, 37}];
fg3 = Plot[(0.480 + (m[t]/.kai2) + (n[t]/.kai3)), {t, 37, 60}];
Show[{fg0, fg1, fg2, fg3}]
```

ここで、kansu1は自発的避難、kansu2は非自発的避難、また、kansu3は津波切迫避難について、それぞれ避難開始時間比率を定義する関数である。fg0は国土交通省都市局によるヒアリング結果、fg1, fg2, fg3はそれぞれ $t=0\sim 10$ min., $t=10\sim 37$ min., $t=37\sim 60$ min.の間の避難開始比率の曲線をそれぞれ描画するための記述である。

参考文献

- 1) 中央防災会議：東北地方太平洋沖地震を教訓とした地震・津波対策に関する専門調査会報告，44p.，2011年9月28日。
- 2) 永川賢治・今村文彦：情報伝達・避難開始時間に着目した防災力評価法の提案，津波工学研究報告，第17号，pp.79-94，2000。
- 3) 早川哲史・今村文彦：津波発生時における避難行動開始モデルの提案とその適用，自然災害科学，日本自然災害学会，Vol. 21, No. 1, pp.51-66，2002。
- 4) 井料隆雅・辻本晋吾・天野和信：避難タイミング決定行動の数理モデルとその検証，平成24年度土木学会重点研究課題シンポジウム・東日本大震災を踏まえた防災計画研究の検証と今後の研究課題，土木学会土木計画学研究委員会・安全問題研究委員会，pp.17-20，2013年3月29日。
- 5) 国土交通省都市局：津波避難を想定した避難路，避難施設の配置及び避難誘導について（第3版），pp.18-65，2013年4月。
- 6) 佐藤總夫：自然の数理と社会の数理 I，株式会社日本

評論社, pp.37-52, 1984.

- 7) 気象庁：平成 23 年（2011 年）東北地方太平洋沖地震
調査報告，気象庁技術報告，第 133 号，pp.94-99，
2012.

(2014. 8. 1 受付)

MATHEMATICAL MODEL OF DELAY TIME TO START TSUNAMI EVACUATION

Kentaro KUMAGAI and Takashi TOMITA

For a safe society against a large-scale tsunami, evacuation is the key measurement in the comprehensive disaster mitigation system. An evacuation simulation is effective for the estimation of evacuee's activity and making the safer plan of evacuation, including a location planning of evacuation routes and shelters. For the evacuation simulation, it is necessary to modelize delay time to start evacuation.

In this study, a mathematical model of delay time to start tsunami evacuation is developed by means of validation of the model to the evacuation activity of the 2011 off the Pacific Tohoku earthquake. In the model proposed, evacuees are classified into the three groups, such as the self-motivated evacuees, the passive evacuees and the tsunami imminent evacuees. Mathematical models are built for each group of the evacuees. The model is a function of time and gives the estimated curve of the cumulative ratio of people who start evacuation. The values of the models for the three groups are summed up with each other introducing the linear assumption for the three groups. The result shows that there is a good agreement between the mathematical model and the result of the questionnaire for evacuation activity of the 2011 Tohoku tsunami.