

# ネットワークフローアプローチに基づく 系統信号制御問題の定式化

瀧川 翼<sup>1</sup>・和田 健太郎<sup>2</sup>・桑原 雅夫<sup>3</sup>

<sup>1</sup>非会員 東日本高速道路株式会社 関東支社 佐久管理事務所 (〒 385-0022 佐久市岩村田 116)

E-mail: t.takigawa.ab@e-nexco.co.jp

<sup>2</sup>正会員 東京大学助教 生産技術研究所 (〒 153-8505 目黒区駒場 4-6-1)

E-mail: wadaken@iis.u-tokyo.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6)

E-mail: kuwahara@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究では、最適な動的系統信号制御パターンを求めるための新たな問題の定式化を提案する。この定式化では、交通流の時空間ダイナミクスおよび信号制御パターンがネットワーク・フローとしてモデリングされており、明快な構造を持った問題表現が可能となる。また、数値実験により定式化の妥当性を検証するとともに、提案問題が定周期制御および交通感応制御へと適用可能であることを示す。

**Key Words:** *dynamic coordinated signal control, variational theory, network design problem*

## 1. はじめに

一般街路における交通渋滞は専ら信号交差点を起因にしており、交通が錯綜する交差点において、円滑に通行させるためには、高い交通効率を実現する信号制御を行う必要がある。この高い交通効率を実現する制御を行うには、交通の連続性を考慮し、路線に沿った幾つかの信号の制御を連動させる系統信号制御が効果的であり、多数の研究がなされてきた。しかし、これらの多くは、非飽和状態のみを扱っている、あるいは、過飽和状態における交差点間の渋滞の進展を適切に考慮していないといった問題がある。

こうした問題の解決を試みた数少ない研究として、Lo<sup>1)</sup>が挙げられる。この研究では、交通流を Cell-Transmission Model (CTM) でモデル化し、遅れ時間を最小化する系統信号制御を混合整数計画問題として定式化している。しかし、この定式化には、大きく2つの問題が存在する。ひとつは、信号切り替え時の損失時間 (e.g. 全赤時間) が考慮されていないことである。これは、サイクル長をいくらでも短くできることを意味しており、サイクル長と遅れ時間のトレードオフ関係を全く表現できていない。ふたつめは、定式化された問題が煩雑であり、問題構造の把握が難しい点である。これは、非線形である CTM の線形化や CTM 内における従来の制御パラメータ (サイクル長, オフセット, スプリット) の表現には "if-then" 条件が必要となり、これらの条件を無理にバイナリ 8212 変数を用いて定式化しているためである。

本研究では、渋滞の時間進展を適切に考慮した、かつ簡潔な系統信号制御問題の定式化を提案する。そのために、本研究では、(1) 交通流を Variational Theory (VT)<sup>2)</sup> によりモデル化する、(2) 従来の信号制御パラメータを明示的な変数として扱わない、というアプローチを採用する。このアプローチにより、交通流の表現および信号制約がともにネットワーク上のフローとして表現され、系統信号制御を明快な構造を持つネットワークデザイン問題として定式化することが可能になる。この定式化を、定周期制御と交通感応制御へ適用した数値実験により、提案手法の有効性を明らかにする。

## 2. 状況設定および系統信号制御問題

### (1) 状況設定

本研究では、複数の信号交差点を含む長さ  $L$  の道路区間  $x \in [0, L]$  における交通流を対象とする。各道路の上流端  $x = 0$  には、車両感知器が設置されていると仮定し、道路区間における各信号交差点の位置  $x^m, m = 0, \dots, M$  は既知とする。 $m$  は主道路に交わる各道路を交通流の上流側から、整数の連番によって区別した道路番号である。ただし、 $m = 0$  は主道路を示す。各道路は一樣であるとし、三角形の Fundamental Diagram (FD) を仮定する。この FD は、各道路によって異なり、次のパラメータで特徴づけられる：自由流における密度波速度  $v^m$ 、渋滞流における密度波速度  $w^m$ 、最大交通容量  $q_{max}^m$ 、最適密度  $k_0^m$ 、渋滞密度  $k_{jam}^m$ 。

制御対象とする時間は上流端では  $t \in [0, T]$ , 下流端では  $t \in [t', T + L/v]$  とする. これは, 制御開始時の初期条件をプローブ車両の軌跡によって与えるためである. すなわち, 時刻  $t = 0$  は, プローブ車両が地点  $x = 0$  を通過する時間であり,  $t = t'$  はプローブ車両が地点  $L$  を通過する時間である.  $t = T + L/v$  は時刻  $T$  から速さ  $v$  で進行した場合に地点  $L$  に到着する時刻である.

上記で述べた初期条件に加えて, 上流端の境界に到着する交通需要も車両感知器により外生的に与えられる. つまり, 上流端における累積台数  $N^m(t, 0) \forall t \in [0, T]$  は所与である. 一方, 下流側の境界については, 信号パターンを変更させることで下流端の流出パターンが変化するため, 下流端  $x = L$  の車両感知器の情報を利用することができない. そこで下流端は, 最大交通容量  $q_{max}^m$  を超えた流量を流さないための制約条件として, 最大交通容量の交通量がある場合に達成する累積交通量  $N^m(t, L) \forall t \in [0, T]$  を与える.

また, 信号制御によって, どのような交通が達成するかを評価する位置として, 下流端と最下流の信号交差点との間の位置とし, その位置を  $x^E$  とする.

## (2) 系統信号制御問題の概要

系統信号制御の最適化の評価指標として, 対象とする全道路の総遅れ時間を採用する. 各道路の遅れ時間は, 図-1 に示すように, 需要が評価位置  $x^E$  まで自由流速度で走行した場合の到着時刻と実際の到着時刻の差で表すことができる. この遅れ時間を  $D^m$  とすれば, 系統信号制御問題は, 概念的には下記のような最適化問題として定式化される:

$$\min_{\mathbf{s}} \sum_M D^m(\mathbf{s}) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{s} \in K \quad (1)$$

ここで,  $\mathbf{s}$  は信号パターン,  $K$  は信号制御の制約条件である. この系統信号制御問題の定式化を行うためには, 信号パターンをパラメータとした目的関数の表現, 信号パターンが満たすべき制約条件の2つを特定化する必要がある. 以降では, 第3章にて, 信号パターンを所与とした遅れ時間  $D^m(\mathbf{s})$  をVTを用いて導出する. 第4章では, 信号パターンの制約条件  $K$  を具体化した上で, 系統信号制御問題の全体像を示す.

## 3. 信号パターンを与件とした遅れ時間の評価

### (1) VTによる交通流の表現

本研究において, 交通流はVTによってモデル化される. VTにおいては, 以下で述べる time-space diagram上に構築されるネットワークにおける最短経路探索問題を解くことで, time-space diagram上すべての交通状態を決定することができる.

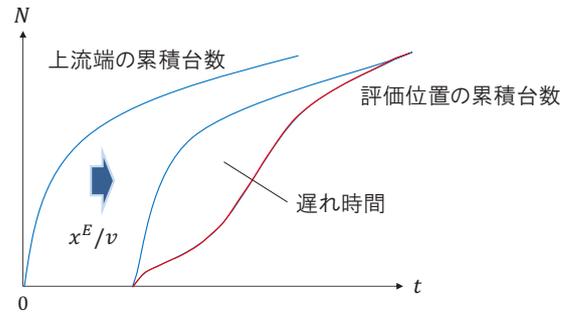


図-1 遅れ時間の概念図

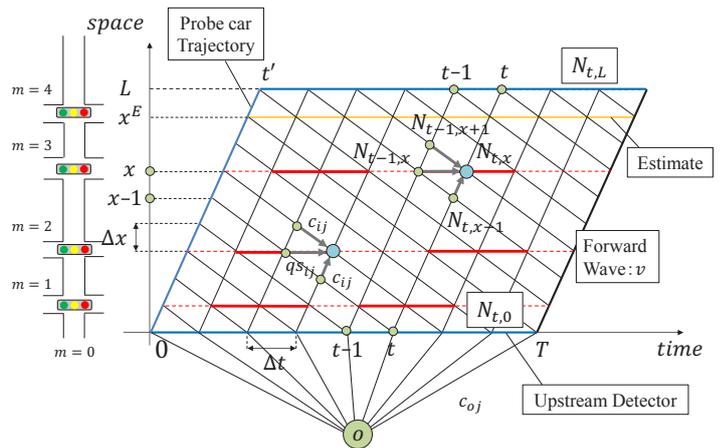


図-2 対象時空間におけるネットワーク

まず, 対象時空間の time-space diagram 上に, 三角形のFDを格子状に敷き詰め, ネットワークを構築する(図-2). このとき, 複数のFDが共有する点がノードとなり, このノード集合を  $\mathcal{V}^m$  とする. 各ノードはFDの底辺にあたる時間幅  $\Delta t$ , 高さにあたる  $\Delta x$  によって離散化された時間・位置の組  $i = (t, x)$ ,  $t = 0, \dots, T, x = 0, \dots, L$  で区別する. 一方, リンク集合は  $\mathcal{L}^m$  とし, 上流側ノード  $i$  と下流側ノード  $j$  を用いて  $(i, j)$  と表現する. このネットワークにおける境界条件は, 前章で説明した上流端の流入台数制約, 下流端の最大交通量制約条件, およびプローブ車両の軌跡である(図-2の青線部分).

形成されたネットワークのリンクコスト  $c_{ij}^m$  は, リンクに沿った速度で走行したときの累積台数の変化の上限で表される. すなわち, FDの自由流密度波速度  $v$  に対応するリンクコストは  $c_{ij}^m = 0$ , 渋滞流密度波速度  $-w$  に対応するリンクコストは  $c_{ij}^m = k_{jam}^m \Delta x$  となる.

このネットワークにおいて, 信号現示は, 信号交差点がある位置  $x^m$  の隣り合うノードを結ぶリンクにより表現される. このノード集合を  $\mathcal{V}_s^m$ , リンク集合を  $\mathcal{L}_s^m$  とする. このリンクコストも上記と同じ考えによって与

えられる。具体的には、赤現示では車両が通行できず累積台数の変化がないため  $c_{ij}^m = 0$  となり、青現示のときの累積台数の変化の上限は容量であるため  $c_{ij}^m = q_{max}^m \Delta t$  となる。なお、リンクコストは信号現示パターン変数  $s_{ij}^m = \{0, 1\}$  を用いれば、 $c_{ij}^m = q_{max}^m \Delta t s_{ij}^m$  で表される。

以上で構築したネットワークにおいて、各ノードの累積台数は、境界からの最短経路探索問題を解くことで求めることができる。さらに、ダミーノード  $o$  を用意し、そこから各境界にリンクを張り、そのコスト  $c_{oj}^m$  を各境界の持つ累積台数とすることで、全てのノードの累積台数を一括で計算する問題がダミーノードを起点とする1起点多終点の最短経路探索問題に帰着する。

## (2) 遅れ時間の評価

以上で説明したVTにより、遅れ時間を具体的に評価しよう。VTにおいて、2章(2)で述べた各道路  $m$  の遅れ時間  $D^m(\mathbf{s})$  は、離散化された上流端ノードの累積曲線と評価位置ノードの累積曲線の差として以下のように表すことができる：

$$D^m(\mathbf{s}) = \sum_{i \in \mathcal{V}_{up}^m} N_i^m - \sum_{i \in \mathcal{V}_E^m} N_i^m \quad (2)$$

ここで、 $\mathcal{V}_{up}^m$ 、 $\mathcal{V}_E^m$  はそれぞれ上流端、評価位置のノード集合である。上流端の累積台数は境界条件より既知であるため、評価位置の累積台数のみ評価すればよい。従って、総遅れ時間の評価は、ダミーノードを起点、評価ノードを終点とする1起点多終点の最短経路探索問題（線形計画問題）として定式化される：

$$D(\mathbf{s}) = \max_{N^0, N^m \geq 0} \left[ \sum_{i \in \mathcal{V}_E^0} N_i^0 + \sum_{m=1}^M \sum_{i \in \mathcal{V}_E^m} N_i^m \right] \quad (3)$$

$$\text{s.t. } N_j^0 \leq N_i^0 + c_{ij}^0 \quad \forall ij \in \mathcal{L}^0 \quad (4)$$

$$N_j^0 \leq N_i^0 + q_{max}^0 \Delta t s_{ij}^0 \quad \forall ij \in \mathcal{L}_s^0 \quad (5)$$

$$N_j^m \leq N_i^m + c_{ij}^m \quad \forall ij \in \mathcal{L}^m \quad (6)$$

$$N_j^m \leq N_i^m + q_{max}^m \Delta t s_{ij}^m \quad \forall ij \in \mathcal{L}_s^m \quad (7)$$

ここで注目すべきは、交通流の制約(4)-(7)が全て線形で表現される点である。これは、CTMを用いて交通流を表現する際に非線形性が生じることとは対照的である。

## 4. 系統信号制御問題

### (1) 制約条件の特定化

本研究では、従来の信号制御パラメータを予め考えるのではなく、まず、信号パターンが満たすべき最小限の制約について考える。それは、一方の道路と他方の道路の信号現示は互い違いとなること、現示切り替わり時には、全赤時間が存在することである。これらを満たす信号パターンを図-3の上図に示す。この図をよく眺めると、この信号パターンは以下で説明する信

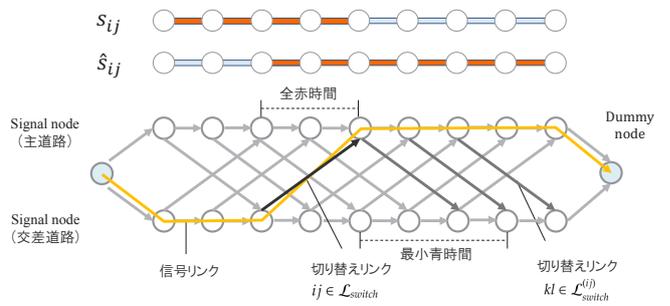


図-3 信号制約ネットワーク

号制約ネットワーク(図-3)におけるフローパターンとして表現できることが分かる。

この信号制約ネットワークは、基本的にはVTネットワークにおける主道路と交差道路  $m$  の信号リンク・ノードを並行に並べたものである。これらのノードは全赤時間分だけズレて繋がっている(切り替えリンク)。さらに、フローの出発地点と到達地点であるダミーノードを追加し、そこから信号ノードへの新たにリンクを張る。このネットワークにおいては、フローが通過した信号リンクが青現示を表し、それ以外の信号リンクは赤現示を表す。

このフローパターンが満たすべき条件はフロー保存則のみである。従って、信号制約ネットワークにおけるノード集合を  $\mathcal{V}_p^m$  とすると、信号パターン制約条件は以下のように簡潔に表される：

$$s_{ij}^m = y_{ij}^m \quad \forall ij \in \mathcal{L}_s^0 \quad (8)$$

$$s_{ij}^m = y_{ij}^m \quad \forall ij \in \mathcal{L}_s^m \quad (9)$$

$$\sum_{i \in VI(k)} y_{ik} - \sum_{i \in VO(k)} y_{ki} = 0 \quad \forall k \in \mathcal{V}_p^m \setminus \{o, d\} \quad (10)$$

$$\sum_{i \in VI(d)} y_{id} = 1 \quad (11)$$

$$\sum_{i \in VO(o)} y_{oi} = 1 \quad (12)$$

ここで、 $y_{ij}^m$  は、信号制御ネットワークのフローを表しており、先の信号現示パターン変数  $s_{ij}^m$  と一対一に対応している。また、 $s_{ij}^m$  は交差道路の信号現示パターン変数である。

ネットワークフローとしての信号制約の表現は、その構造が非常にわかりやすいため、様々な制約を追加することも容易である。例えば、最小青時間については、切り替えリンクのリンク集合を  $\mathcal{L}_{switch}$  とし、ある切り替えリンク  $(i, j)$  の反対方向の最小青時間内の切り替えリンク  $(k, l)$  のリンク集合  $\mathcal{L}_{switch}^{ij}$  とすると、以下の

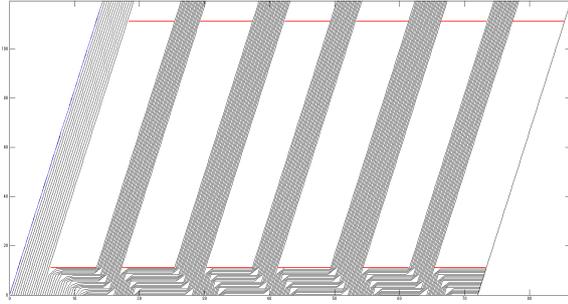


図-4 系統信号制御による車両軌跡図

ように制約を定式化することができる(図-3も参照).

$$y_{ij} + \sum_{kl \in \mathcal{L}_{switch}^{ij}} y_{kl} \leq 1 \quad \forall ij \in \mathcal{L}_{switch} \quad (13)$$

## (2) 系統信号制御問題の定式化

以上で特定化した目的関数および制約条件を組み合わせれば、系統信号制御問題は以下の一段階の混合整数線形計画問題として定式化される:

$$\min_s D(s) = \max_{s, N^0, N^m \geq 0} \left\{ \sum_{i \in \mathcal{V}_E^0} N_i^0 + \sum_{m=1}^M \sum_{i \in \mathcal{V}_E^m} N_i^m \right\} \quad (14)$$

s.t. 式(4)-(12) and  $y_{ij} \in \{0, 1\}$

この問題は、総遅れ時間が最小化するようにVTネットワークをデザインする問題であり、そのデザインパターンは信号制約ネットワークにおけるフローパターンによって決定される構造を持っている。ここでは、一方向の交通のみを対象とした定式化を示したが、双方向交通を考慮した系統信号制御も全く同様の問題として定式化することができる。

簡単な数値計算例を図-4に示す。状況設定としては、対象道路は2つの交差点を含む道路とし、交通流は一方向とする。対象区間への到着交通流は一様到着を仮定し、需要の平均交通流  $Q(\text{pcu/h})$  は  $Q^0 = 900$ ,  $Q^1 = 180$ , また全赤時間  $l(\text{sec})$  は  $l = 5$  と設定する。この結果から、提案した系統信号制御問題により、適切な信号パターンが得られていることが分かる。つまり、このフローパターンから、従来の信号制御パラメータは導出することができる。

## 5. 提案系統信号制御の有効性の検証

本章では、提案した系統信号制御問題を、定周期制御および交通感応制御へ適用することにより、その有効性を検証する。

定周期制御への適用においては、ある時間帯に関する平均需要が分かっている状況を想定する。そして、こ

表-1 制御パラメータと遅れ時間

	定周期制御	Webster
Cycle(sec)	73	86
Split(%)	0.55	0.54
Offset(sec)	9	12
遅れ時間(sec)	4668	4783
Webster との乖離度	0.98	1.00

の平均需要を持った poisson 到着により交通需要が与えられる系統信号制御問題を繰り返し解き、導出された各制御パラメータの期待値を定周期制御パラメータとして採用する。この手法と既存の Webster<sup>4)</sup>による定周期制御と比較し、有効性を検証した。なお、ここでは、ランダムな交通需要に過度にフィッティングされた信号パターンの導出を避けるために、最小青時間および共通サイクル回数の制約を導入している。

需要は  $Q^0 = 900$ ,  $Q^1 = 360$ ,  $Q^2 = 468$  と設定し、100 試行回の各制御パラメータの期待値とその制御パラメータによる平均遅れ時間は表1となる。表1より既存の制御と比較して、わずかながらに勝っており、定周期制御への適用の妥当性が確認できる。また、提案手法では渋滞の延伸を考慮できるため、現在では取り扱うのが難しい、過飽和状態における信号制御パラメータの設定にも適用できると考えられる。

次に、交通感応制御への適用において、提案信号制御は現在時刻までの需要が与えられれば、現在時刻の上流境界からの自由流速度に沿ったリンクと下流境界からの渋滞流速度に沿ったリンクで囲まれる近未来の信号パターンを決定することができる。そのため、その近未来の信号パターンを逐次決定することで制御を行う。検証は、非飽和の Case1、交差道路の需要が Case1 の倍である Case2 と過飽和の Case3 の3つケースについて、全需要を予見として解いた最適な制御と、交通感応制御の比較を行い適用の検証を行う。結果として、過飽和時、非飽和時においても、最適制御との遅れ時間の差は小さく、交通感応制御への適用が有効であることが確認された。

## 6. まとめ

本研究では、渋滞の時間進展を適切に考慮した、かつ簡潔な系統信号制御問題の定式化を提案した。具体的には、2つのネットワークフロー問題を組み合わせたネットワークデザイン問題として系統信号制御問題を定式化した。この定式化を、定周期制御と交通感応制御への適用した数値実験により、提案手法の有効性を明らかにした。

表-2 最適制御, 交通感応制御による遅れ時間

	Case1	Case2	Case3
最適制御	1247	2373	6235
感応制御	1888	2904	5394
感応制御/最適制御	1.51	1.06	1.16

waves: Solution methods, Transportation Research Part B, Vol. 39, pp.934-950, 2005.

- 3) Lighthill, M.J. and G.B. Whitham: On Kinematic Waves. I: Flow Movement in Long Rivers, II: A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, Proc. Roy. Soc. A. 229, pp.281-345, 1955.
- 4) A.F.V. Webster: Traffic Signal Settings, Road Research Technical Paper, No39, 1958.
- 5) 社団法人交通工学研究会：改訂交通信号の手引き，2006.

参考文献

(2014. 7. 31 受付)

- 1) Hong K. Lo : A Cell-Based Traffic Control Formulation: Strategies and Benefits of Dynamic Timing Plans, Transportation Science, Vol.35,No.2, pp.148-164, 2001.
- 2) Daganzo, C.F. : A variational formulation of kinematic

A novel formulation for dynamic coordinated signal control problem:  
A network flow approach

Tsubasa TAKIGAWA, Kentaro WADA and Masao KUWAHARA