

隣接行列を用いた連結信頼性算定の研究

安藤 正幸¹・高山 純一²・中山 晶一郎³・喜多 敏春⁴

¹正会員 株式会社日本海コンサルタント 社会事業本部 (〒921-8042 石川県金沢市泉本町2丁目126番地)
E-mail:m-andou@nihonkai.co.jp

²フェロー 金沢大学教授 理工研究域 環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)
E-mail:takayama@staff.kanazawa-u.ac.jp

³正会員 金沢大学教授 理工研究域 環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)
E-mail:nakayama@staff.kanazawa-u.ac.jp

⁴正会員 株式会社日本海コンサルタント (〒921-8042 石川県金沢市泉本町2丁目126番地)
E-mail:t-kita@nihonkai.co.jp

地震やゲリラ豪雨など災害の多い我が国において、道路ネットワークの連結を確保することは急務である。また、財政難のため効果的かつ計画的な道路整備が求められている。このため、道路整備費用と道路ネットワークの連結信頼性向上を総合的に評価する必要がある。

本研究は、道路ネットワークの連結信頼性算出にあたり、厳密解を求めることで近似解による曖昧さを回避するとともに、ネットワーク全体の評価となる多点間における連結信頼性を隣接行列を用いることで計算コストの低減を図るものである。

Key Words : consolidated reliability, exact solution, adjacency matrix

1. 研究の背景と目的

(1) 背景

中央自動車道の笹子トンネルにおいて、天井板落下により死者9名、負傷者2名の事故が発生した。また、この事故による中央道の通行止めにより周辺一般道へ交通が転換し、迂回や渋滞による時間的・経済的な損失が発生した。人命の確保と安定した経済活動を支援するため、適切な維持管理による道路ネットワークの連結信頼性の確保が急務となっている。しかし、我が国の厳しい財政事情を背景として、効果的な補修・補強対策の実施にあたり、対象箇所を選定とその優先度の設定が課題である。

このため、道路構造物や斜面などの健全度から各路線（リンク）が異常気象や災害時に通行できる確からしさ（連結確率）を推定し、現況道路のネットワークの連結信頼性を評価する必要がある。その後、各施設の補修・補強対策を講じた場合の連結信頼性向上の程度を算定し、投資費用と整備効果を踏まえて、効果的な対策箇所を選定及び計画的な整備優先順位を設定する必要がある。

(2) 目的

異常気象や災害などによる通行止めは、どこで発生す

るかは特定できないため、様々な通行止め発生パターンを設定し、その状態における道路ネットワーク全体の連結信頼性を算定する必要がある。

しかし、道路ネットワークは複数のリンクで構成され、その各リンクにおいて、通行可能・不可能の2つの状態を設定するため、設定する通行止め発生パターンは、2のリンク数のべき乗となり、膨大な数となる。

さらに、災害時等の救援・復旧活動を想定すると、特定の2地点間の連絡だけでなく、ある地域内の各集落との相互の連絡が可能であることが望ましい。よって、連結信頼性は、特定の2点間のみならず、ネットワーク全体での連結信頼性を算定する必要がある。このため、起終点の組み合わせ毎に通行止め発生パターンを作成し、連結信頼性を算定することは膨大な時間を要する。

以上を踏まえ、本研究は、連結信頼性算定に要する時間の削減を目的として行う。

2. 既存研究の整理

(1) 厳密解による連結信頼性算出手法

厳密解の算出手法としては、若林・飯田¹⁾による最小

パス法や最小カット法が挙げられる。

最小パス法は、対象とする2点（ノード）間の移動が可能となる全ての経路（パス）を枝列で求め、これらのパスの内、最低1本が発生している確率を算定するものである。具体的には、全てのパスにおいて、各パスが単独で発生する確率を加算する。この時、複数のパスが同時に発生する確率も含んでいるため、ブール計算により2つのパスが同時に発生する確率を計算し、その総和を前項から引く。さらに、3つのパスが同時に発生する場合も同様に算出し、先の計算結果から差し引く。この計算を全てのパスの組み合わせまで繰り返し行い、2点間の連結信頼性を算定する。

また、最小カット法は、対象とする2点間において、あるリンク（路線）がカット（通行止め）されると、2点間の移動が不能となるカットの集合を求め、その全ての発生確率を算定し、総和を求める。この総和は、重複したカットを含むため、重複する発生確率を控除する。

重複が控除されたカットの発生確率は、通行できない場合（非連結）の確率であるため、連結信頼性は、1から発生確率を差し引いて算出する。

これらの手法において、理論は容易に理解できるものの、最小パスやカットパターンの探索手法が問題となる。さらに、ネットワークが大きくなると、重複した組み合わせが指数関数的に増大し、膨大な計算量となる。

(2) 近似解による連結信頼性算出手法

厳密解は、ネットワークの拡大に伴い計算量が膨大になるため、近似解による連結信頼性算出手法が研究されてきた。

飯田・若林²⁾は、部分的な最小パスやカットの集合を作成し、連結信頼性の上限・下限値を求める方法を提案した。上限値は、最小パス法を奇数項で取止めた場合および、最小カット法を偶数項で取止めた場合である。また、下限値は、最小パス法を偶数項で取止めた場合および、最小カット法を奇数項で取止めた場合となる。

田村・川上³⁾は、モンテカルロ法により近似解を算定する手法を提案している。まず、全てのリンク対して0（非連結）または1（連結）の乱数を発生させてネットワークの状況を設定する。次に、隣接行列の対角要素を全て1にした行列を t 乗（ t はリンク数）して、対象とする2点（ i, j ）のノードに対応する ij 成分(a_{ij})が1であれば連結、0であれば非連結であると判定する。この計算を各乱数の平均値がそのリンクの非破壊確率にほぼ等しくなるまで繰り返し、その結果得られる a_{ij} の平均値を求めれば、2点間信頼度の近似値を得ることができる。

この方法は、厳密解法に比べ、ネットワークの節点数が多い程、計算量の削減が図られる。しかし、乱数により各リンクの連結・非連結状態を設定するため、当初設

定する各リンクの連結確率と必ずしも一致しない。また、近似解を真値に近づけるため、繰り返し計算量を増やす必要があるが、発生させる乱数の偏りの問題や、連結・非連結の組み合わせパターン（ 2^{LN} ； LN はリンク数）以上に計算する必要があるため、計算数は多大となる。

高山・大野⁴⁾は、2点間・全点間信頼度の算出に当たり、複数のリンクを等価の1本のリンクに集約することにより、ネットワークの簡略化を図るトポロジー変換法を提案している。

3. 既存研究の課題

(1) 厳密解による連結信頼性の算出

連結信頼性を算出する主旨は、現況道路ネットワークを形成する各路線（リンク）において、道路施設の補修・補強対策を講じた場合の連結信頼性向上の程度を算定し、投資費用と連結信頼性向上の程度を踏まえて、効果的な対策箇所の選定及び優先順位の設定による計画的な事業の推進である。

道路施設の補修・補強対策による各リンクの連結確率の向上は、費用に応じて変動すると考えられるが、近似解による誤差と補修・補強対策による連結確率の向上値が近い場合、連結信頼性の向上値が補修・補強対策効果なのか、それとも誤差の範囲なのかが不明瞭となる。

よって、厳密解による連結信頼性の算出が必要である。

(2) 全点間における連結信頼性の算出

災害時等において、数多くの被災地との通行が可能となることが望ましいため、ネットワークの連結信頼性の評価は、任意の2点間のみならず、全点間を対象として評価する必要がある。しかし、2点間連結信頼性の研究は多くあるものの、全点間を対象とした研究は少ない。

対象とする2点の組み合わせを順次組み換え、2点間連結信頼性の計算を繰り返すことが考えられるが、計算量が膨大となり時間を要する。

よって、全点間における連結信頼性を1度の計算フローで算出できる計算手法が必要である。

(3) 計算コストの低減した連結信頼性の算出

最小パス法は、生成木探索手法により、各リンクの連結情報をもとに出発地点から目標到達地点までの経路を樹形図で作成し、連結の可否を判定するため、パス探索に時間を要する。また、最小カット法は、非連結となるカットの探索方法が課題である。

さらに、これらの手法はブール計算により重複した発生確率を控除する必要があり、カットやパスの組み合わせを記憶するため、多大な計算メモリーを要する。

よって、容易に全点間の連結・非連結を判定し、計算時間の短縮及び消費メモリの縮減など計算コストを低減した連結信頼性の算出手法が必要である。

4. グラフ理論による連結信頼性算出手法の提案

先述する既存研究の課題を踏まえ、グラフ理論における隣接行列を用いた連結信頼性算出手法を提案する。

図-1に示すネットワークを例として、隣接行列を用いた連結信頼性算出手法を説明する。

なお、対象とするネットワーク（グラフ）は、以下の条件を満たすものとする。

- ・ネットワーク（グラフ）は、上下線が通行可能な無向グラフ（方向性を持たないグラフ）とする。
- ・ネットワーク（グラフ）は、ループが無く、ノード間が1本のリンクで連結した単純グラフとする。
- ・各リンクの上下線の連結確率は等しいとする。

(1) 隣接行列の作成

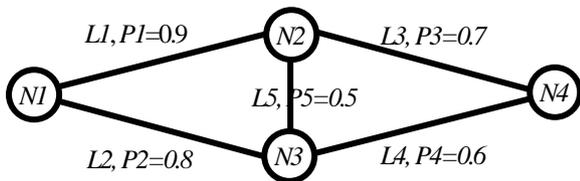
隣接行列において、ノード N_i とノード N_j が連結の場合は1（1本連結している）とし、非連結の場合は0と表記する。

図-1に示すネットワークの隣接行列 A を次式(1)に示す。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & L1 & L2 & 0 \\ L1 & 0 & L5 & L3 \\ L2 & L5 & 0 & L4 \\ 0 & L3 & L4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

(2) 連結・非連結の組み合わせ

各リンクにおいて、独立して連結・非連結が発生する可能性があるため、連結・非連結の全ての組み合わせパターンを作成する。



ここに、

- N_i : i 番目のノード（集落など路線の結節点）
- L_m : m 番目のリンク（ノードを結節する路線）
- P_m : m 番目のリンクの連結確率
（リンク L_m が通行止めにならない確率）

図-1 説明ネットワーク図

今、隣接行列(1)式の項を A_{ij} とすると、対象ネットワークを無向グラフと設定しているため、 $A_{ij}=A_{ji}$ である。

各リンクの連結・非連結の組み合わせは、隣接行列における対角線の上段エリアが組み合わせの対象範囲となる。なお、全てのリンクが連結している場合でも0となる項は、もともとネットワークの形状として連結していないため、数値の組み合わせ対象外とする（図-2参照）。

全てのリンクが連結している場合、組み合わせの対象範囲内の合計値は、ネットワークを構成するリンクの総数（ LN ）に等しく、総組み合わせパターン数は次式(2)で求められる。

$$CN = 2^{LN} \quad (2)$$

ここに、 CN : 総組み合わせパターン数

LN : ネットワークを構成するリンクの総数

図-1に示すネットワークの場合、 $CN = 2^5 = 32$ 通りとなり、表-1に全ての組み合わせを示す。

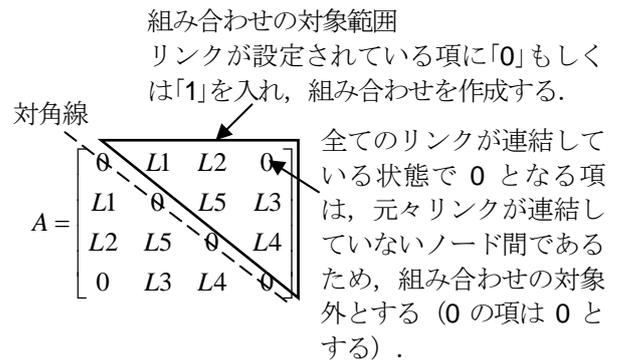


図-2 連結・非連結の組み合わせ説明図

表-1 連結・非連結の総組み合わせパターン

組み合わせパターン	$C(k,m)$					組み合わせパターン	$C(k,m)$				
	$L1$	$L2$	$L3$	$L4$	$L5$		$L1$	$L2$	$L3$	$L4$	$L5$
$C1$	1	1	1	1	1	$C17$	1	1	1	1	0
$C2$	0	1	1	1	1	$C18$	0	1	1	1	0
$C3$	1	0	1	1	1	$C19$	1	0	1	1	0
$C4$	0	0	1	1	1	$C20$	0	0	1	1	0
$C5$	1	1	0	1	1	$C21$	1	1	0	1	0
$C6$	0	1	0	1	1	$C22$	0	1	0	1	0
$C7$	1	0	0	1	1	$C23$	1	0	0	1	0
$C8$	0	0	0	1	1	$C24$	0	0	0	1	0
$C9$	1	1	1	0	1	$C25$	1	1	1	0	0
$C10$	0	1	1	0	1	$C26$	0	1	1	0	0
$C11$	1	0	1	0	1	$C27$	1	0	1	0	0
$C12$	0	0	1	0	1	$C28$	0	0	1	0	0
$C13$	1	1	0	0	1	$C29$	1	1	0	0	0
$C14$	0	1	0	0	1	$C30$	0	1	0	0	0
$C15$	1	0	0	0	1	$C31$	1	0	0	0	0
$C16$	0	0	0	0	1	$C32$	0	0	0	0	0

表-1より、リンク Lm の連結・非連結に着目すると、数列は、1を 2^{m-1} 回繰り返す、次に0を 2^{m-1} 回繰り返す規則的な配列となる。よって、連結・非連結の組み合わせパターン k 番目におけるリンク Lm の値 $C(k,m)$ は、次式(3)により表現される。

$$C(k,m) = INT((k + 2^{m-1} - 1) / 2^{m-1}) - INT(INT((k + 2^{m-1} - 1) / 2^{m-1}) / 2) \times 2 \quad (3)$$

ここに、

$C(k,m)$: k 番目の連結・非連結の組み合わせパターンにおけるリンク Lm の値

$INT(a)$: a の小数点以下を切捨てる関数

連結・非連結の組み合わせパターンを記憶しておくことはメモリーを消費するため、(3)式により k を1- CN まで変化させ、内生的に連結・非連結の組み合わせパターンを作成し、計算時のメモリー負荷低減を図る。

(3) 連結・非連結の判定方法

ネットワーク全体の連結・非連結は、以下の3段階で判定する。

a) ネットワークを分断しない最小リンク数による判定

グラフ理論の定理より、 N 個のノードを持つ単純グラフにおいて、1個の成分がある(破断していない)とき、グラフの最小リンク数($LNmin$)は、次式(3)を満たす。

$$LNmin \geq N-1 \quad (3)$$

例に示すネットワークにおいて、ノード数は、 $N=4$ であるため、最小リンク数は3本以上となる。

リンクが3本連結している場合のネットワーク形状を図-3に示す。

図-3より、パターン1~3は全ノードが連結しているが、パターン4において、 $N4$ もしくは $N1$ が非連結となる。

以上より、 $LNmin = N - 1$ の場合は、全ノードが連結する場合としない場合があるものの、最低限 $N - 1$ 本のリンクが必要である。換言すると、 $N - 2$ 本以下の場合、全ノードは連結しないと云える。

よって、ネットワークが連結である場合の判定式として、次式(4)を設定する。

$$\sum_{m=1}^{LN} C(k,m) \geq N - 1 \quad (4)$$

連結・非連結の組み合わせパターンは 2^{LN} 通りあるが、 $N - 2$ 本以下の場合には全ノードが連結しないことを踏まえ、

計算回数の低減を図る。

表-1に示す通り、連結しているリンク数が2本以下となる組み合わせは複数あるが、 $C26$ 以降は規則的にリンク数が2本以下となり、計算を省略することができる。

この省略できる組み合わせパターン数(Ca)は、次式(5)で示される。

$$Ca = 8 - 1 = 2^3 - 1 = 7 \quad (5)$$

これを踏まえ、計算を省略できる個数の一般解として、次式(6)を設定し、総組み合わせパターン数(CN)から Ca を減じた回数(CN')を計算する(次式(7)参照)。

$$Ca = 2^{(N-1)} - 1 \quad (6)$$

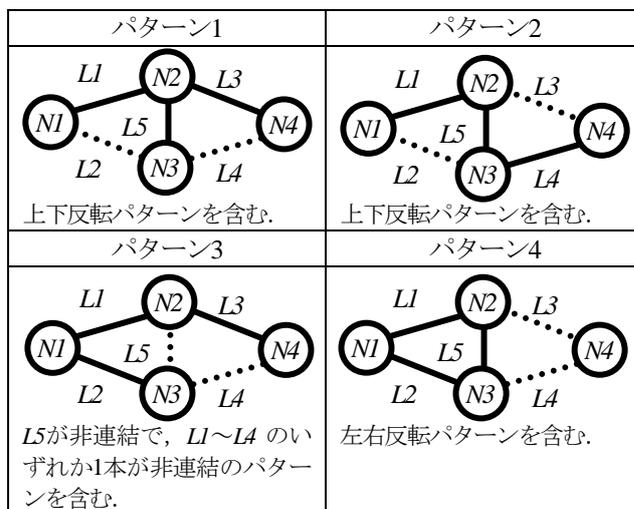
$$CN' = CN - Ca \quad (7)$$

上記に示す計算回数の省略は、1ノードに複数のリンクが連結している様なノード数に対してリンク数が多いネットワークにおける省力化に有効である。例に示すネットワークでは、32回の計算のうち7回が省略可能となるため、約22%の省力化が図られる。

b) 零行列による判定

隣接行列は、各リンクの連結・非連結を示しており、隣接行列を1回乗じると、1回の遷移で接続するノードに到達することを意味する。これに対し、隣接行列が零行列の場合、計算結果が0となり、他ノードに到達できないことを意味する。よって、連結・非連結の組み合わせパターンにおいて隣接行列が零行列の場合、非連結と判定する。

例に示すネットワークの各リングの連結・非連結の組み合わせパターンにおいて、パターン4の $L1$ 、 $L2$ が0の



凡例：—— は連結，..... は非連結

図-3 リンクが3本連結している場合のネットワーク形状

場合 (L1, L2が非連結), 式(8)に示す通り, 行もしくは列が0となるため, 隣接行列は0となる.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & L1 & L2 & 0 \\ L1 & 0 & L5 & L3 \\ L2 & L5 & 0 & L4 \\ 0 & L3 & L4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L5 & L3 \\ 0 & L5 & 0 & L4 \\ 0 & L3 & L4 & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

これは, 図-4に示すように, NI 行が0であるため, ノードNI から他ノードへの発進できないことを示し, NI 列が0であるため, 他ノードからNI へ到達できないことを示す.

以上より, 零行列の判定式として次式(9)を設定する.

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} = 0 \quad \text{もしくは} \quad \sum_{i=1}^N a_{ij} = 0 \quad (9)$$

c) 隣接行列の対角を1とした判定行列による判定

図-5に示す破断したネットワークを例にすると, 隣接行列は次式(10)のように示される.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

当該ネットワークにおける隣接行列は, 行もしくは列が0ではないため, 零行列ではない. また, ノード数が $N=6$ であり, リンク数が $LN=5$ であるため, 最小リンク数5本 ($N-1=6-1$) を満たしている.

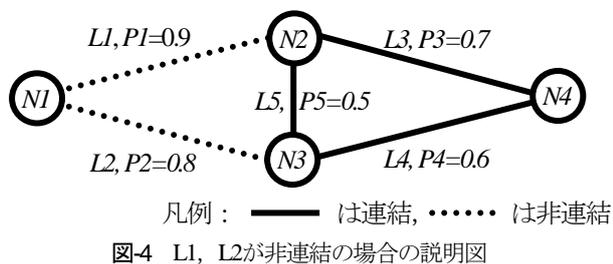


図-4 L1, L2が非連結の場合の説明図

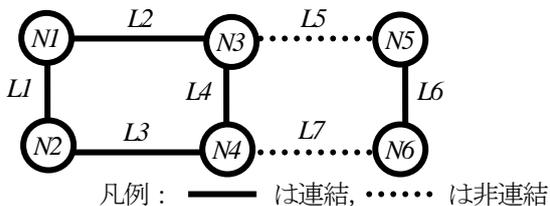


図-5 破断したネットワークの説明図

しかし, ネットワーク図に示す通り, ネットワークは破断しており, 全点間では非連結である.

先述するa), b)を満たす場合でも非連結の場合があるため, 連結の可否を判定する手法を検討する.

隣接行列の n 乗は, n 個のノードを経由した後, 到達するノードを示すため, 連結の可否を隣接行列の n 乗で判定することが考えられる.

なお, n は起点を除く全てのノードを経由して到達することが想定されるため, $n=N-1$ とする.

図-5に示すネットワークの隣接行列を用いて, 具体的な計算を行う (図-6参照).

最終計算結果において, 1以上の数値が入っている箇所が到達したノードである.

A^5 において, A_{44} (□部) を見てみると, 計算値が0であるため, NIとN4は非連結と判定されるが, 2回目の遷移 (A^2) でN4と連結している. これは, 偶数回の遷移でN4には到達できるが, 奇数回の遷移では到達できないということを示しており, 非連結という意味ではない.

このような誤認を回避するため, ベキ乗計算過程の A_{ij} の値を記憶し, 最後に合計することが考えられるが, メモリーを消費するとともに, 合計計算の時間を要する.

そこで, 田村・川上³⁾の研究を踏まえ, 起点と終点が一致する同一点 A_{ij} ($i=j$) は, 到達が可能であるため, 対角を1とする判定行列 H を作成する (次式(11)参照).

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

A^2	A^4
$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
A^3	A^5
$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 16 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

図-6 隣接行列 A^n の計算過程説明図

図-7に示す計算結果より、 H_{ij} が0の場合、非連結と設定しているため、 $N1\sim N4$ は相互に連結しているが、 $N5, N6$ とは連結していない。また、 $N5, N6$ は相互に連結していると判定される。

全点間で連結するためには、 H_{ij} が全て1以上となる必要があるため、次式(12)が1以上の場合、全点間で連結していると判定する。

$$\prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^N H_{ij} \geq 1 \quad (12)$$

(4) 連結信頼性の算出

ネットワークの各リンクの連結・非連結の組み合わせパターンの発生確率 (R_k) は、次式(13)で求められる。

$$R_k = \prod_{m=1}^{LN} X_m \quad (13)$$

ここに、

R_k : 連結・非連結の組み合わせパターンの発生確率

X_m : 各リンクの連結もしくは非連結の確率

リンクが連結 ($C(k,m)=1$) の場合 $X_m=P_m$

リンクが非連結 ($C(k,m)=0$) の場合 $X_m=1-P_m$

連結信頼性は、上記の連結・非連結の組み合わせパターンの発生確率のうち、(3)連結・非連結の判定により全てのノード間が連結していると判定されたネットワークの発生確率の合計とする (次式(14)参照)。

$$R = \sum_{k=1}^{CN'} R_k \quad (14)$$

H^2	H^1
$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 21 & 20 & 20 & 20 & 0 & 0 \\ 20 & 21 & 20 & 20 & 0 & 0 \\ 20 & 20 & 21 & 20 & 0 & 0 \\ 20 & 20 & 20 & 21 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 8 \end{bmatrix}$
H^3	H^5
$\begin{bmatrix} 7 & 7 & 7 & 6 & 0 & 0 \\ 7 & 7 & 6 & 7 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & 7 & 7 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 7 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 61 & 61 & 61 & 60 & 0 & 0 \\ 61 & 61 & 60 & 61 & 0 & 0 \\ 61 & 60 & 61 & 61 & 0 & 0 \\ 60 & 61 & 61 & 61 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 16 \end{bmatrix}$

図-7 判定行列 H^i の計算過程説明図

ここに、

R : 連結信頼性

R_k : 連結・非連結の組み合わせパターンの発生確率

全ノード間が連結されている場合 $R_k=R_k$

全ノード間が連結されていない場合 $R_k=0$

連結信頼性計算フローを図-8に示す。

5. 研究の成果と今後の課題

(1) 研究の成果

本研究は、この連結信頼性算定に要する計算コストの削減を目的として実施した。研究の成果は、以下のとおりである。

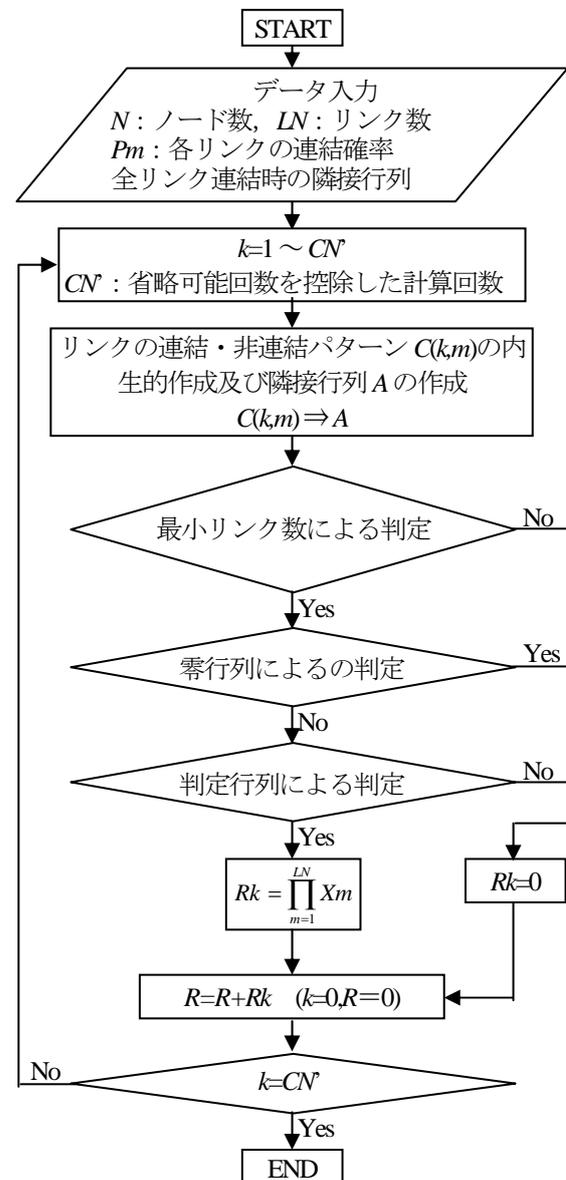


図-8 連結信頼性計算フロー図

a) 厳密解による連結信頼性の算出

本研究の手法は、各リンクの連結・非連結の組み合わせの全パターンを作成し、連結信頼性算出手法であるため、計算結果は厳密解となる。これにより、近似解に含まれる誤差を排除し、道路施設の補修・補強対策による連結信頼性向上の度合いが明確化される。

$$H^n = \begin{bmatrix} A^n & O \\ O & B^n \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここに、

A, B : H の小行列

O : 零行列

b) 全点間における連結信頼性の算出

本研究の手法は、判定行列を用いることで全点間の連結・非連結を1度の計算で判定することが可能となる。これにより、起終点を複数の組み合わせた2点間の連結信頼性を算出する手間を省き、ネットワーク全体での信頼性を算出・評価することが可能となる。

c) 計算コストの低減した連結信頼性の算出

本研究の手法は、ネットワークの連結・非連結を単純に行列の積で判定するため、比較的計算が速いと推定される。また、最小リンク数による判定や零行列による判定を行うことで、行列の積といった比較的時間を要する工程を割愛している。さらに、リンク数が少ないためネットワークが破断する組み合わせパターンを計算を省略することにより計算時間の短縮が図られる。

一方、各リンクの連結・非連結パターンを内生的に随時発生するため、経路や組み合わせを記憶する必要がない。さらに、各リンクの連結・非連結パターンごとの発生確率の記憶を回避し、通行可能な場合のネットワークの発生確率を順次加算して連結信頼性を算出するため、消費メモリの低減が図られる。

(2) 今後の課題

a) 全点間における連結判定方法の改善

大きなネットワークにおいて判定行列の n 乗計算に時間を要することが危惧される。判定行列は0と1で構成され、0が多い行列である。次式(15)に示す通り、零行列部分は n 乗しても0であるため、判定行列を区分けして小行列を評価することで、 n 乗計算の回避が考えられる。

また、隣接行列の逆行列を計算することで連結・非連結が判断できるため、より高速な計算方法に改善する必要がある。

b) 他解析手法との比較

大きなネットワークにおいて計算時間が長くなることが危惧されるが、本解析手法と他の厳密解による解析手法の計算時間の比較を行い、計算コストの優劣を確認する必要がある。

c) 一方通行などを含む有向グラフへの対応

高速道路や上下線が分離した側道及び上下線で連結確率が異なるようなネットワークは、有向グラフとして設定する必要がある。有向グラフとした場合においても計算時間の短縮を図るため、連結・非連結を効果的に判定する手法が必要である。

参考文献

- 1) 若林拓史, 飯田恭敬 : 交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方, 土木計画学研究・講演集, No.10, pp. 125-132, 1987.
- 2) 飯田恭敬, 若林拓史 : プール演算を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法, 土木学会論文集, No.395/IV-9, pp. 75-84, 1988.
- 3) 田村重四郎, 川上英二 : モンテカルロ法による地中埋設管システムの耐震性の評価方法, 土木学会論文報告集, 第311号, pp. 37-48, 1981.
- 4) 高山純一, 大野隆 : 連結性能から見た道路網の信頼性評価法, 土木計画学研究・講演集, No. 11, pp. 251-258, 1988.

(2014. 8. 1 受付)

A STUDY OF CONSOLIDATED RELIABILITY CALCULATION USING THE ADJACENCY MATRIX

Masayuki ANDOU, Jun-ichi TAKAYAMA, Sho-ichiro NAKAYAMA,
and Toshiharu KITA

Ensuring the connection of the road network is an urgent needs in Japan where are a lot of disaster such as an earthquake or the guerrilla rainstorm. In addition, nowadays the effectively and deliberate road improvement plan is needed because of the financial difficulties. For this reason, it is necessary to evaluate comprehensively the improvement of the consolidated reliability of the road network and the cost for the infrastructure improvement.

Upon consolidated reliability calculation of the road network, this study is possible to avoid the ambiguity due to the approximate solution by calculating an exact solution, and reduces the calculating cost of the consolidated reliability by using the adjacency matrix.