

# マルチユーザークラス配分モデルに基づいた 時間信頼性価値推計に関する研究

加藤 哲平<sup>1</sup>・内田 賢悦<sup>2</sup>

<sup>1</sup>学生会員 北海道大学大学院 工学院 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)  
E-mail:ieppet@ec.hokudai.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 北海道大大学院 工学研究院 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)  
E-mail:uchida@eng.hokudai.ac.jp

近年、効用最大化問題に基づいた移動時間価値、時間信頼性価値を求める分析的なモデルが多く提案されている。Uchida<sup>1)</sup>はリスク回避的なドライバーの経路行動を内生化した時間価値、時間信頼性価値を推定するモデルを提案した。本稿では、Uchida<sup>1)</sup>によって提案されたモデルにトリップの起終点ペアごとにそれぞれ異なる時間価値、時間信頼性価値を想定することでマルチユーザークラスモデルへの拡張を試みた。さらに、数値実験を行い、開発したモデルの検証を行った。

**Key Words :** *value of travel time, value of travel time reliability, road network multiple-class UE traffic assignment problem*

## 1. 背景と目的

効用最大化問題に基づいた時間価値の推計に関する研究はBecker<sup>2)</sup>, DeSerpa<sup>3)</sup>によって行われ始めた。近年では、移動時間価値に加え、時間信頼性価値を求める解析的なモデルが多く提案されている。たとえば、Fosgerau & Karlström<sup>4)</sup>はscheduling preferencesという概念を導入し、時間信頼性価値の推計を行うモデルを提案した。またFosgerau & Engelson<sup>5)</sup>では、ある条件下においては、移動時間信頼性の指標として移動時間の分散を用いることができることを示している。

リスク回避的なドライバーを想定して時間信頼性に対する反応を表現し、その経路選択行動を均衡条件として定式化する研究 (たとえば、Chen et al.<sup>6)</sup>) の蓄積が図られている。こうした研究では、外生的に時間価値・時間信頼性価値を与えているが、本来は経路選択行動を考慮したフレームワークの中で時間価値・時間信頼性価値が推計されるべきものであると考えられる。一方、効用最大化理論に基づいた時間価値・時間信頼性価値推計に関する既存の研究では、それらの価値推計において重要な要因であると考えられるドライバーの経路選択行動は表現されていない。

Uchida<sup>1)</sup>は時間価値・時間信頼性価値を推計するモデルを提案した。このモデルは制約条件付き効用最大化問題に基づいて定式化されており、最終的にリスク回避的なドライバーの経路選択行動が内生化した需要変動型利

用者均衡問題として表現される。この研究では、提案したモデルを用いて数値実験を行い推計された時間価値・時間信頼性価値から、逆問題を解いた結果得られた交通量は観測交通量と整合的であることも示されている。しかし、Uchida<sup>1)</sup>で提案されたモデルでは、ネットワーク中のドライバーがすべて同じ選好 (時間価値・時間信頼性価値) を持っているという強い仮定が置かれており、現実的ではないと考えられる。

本研究では、Uchida<sup>1)</sup>で提案されたモデルを対象に、マルチユーザークラスを考慮可能なものに拡張することを試みる。すなわち、トリップの起終点 (以下、O-Dとする) ペアごとに異なる時間価値・時間信頼性を推計可能なモデルへの拡張を行う。このモデルは、マルチユーザークラス概念に基づいた需要変動型利用者均衡モデルとして定式されることになる。最後に数値実験を行い、開発したモデルの検証を行った結果を報告する。

## 2. ネットワーク上の変数

### (1) 記号

本研究で用いられる主な記号は以下に示す通りである。

$N$	ネットワーク上のノード集合
$A$	ネットワーク上のリンク集合
$I( I )$	O-D ペアの集合 (O-D ペア数)
$J_i( J_i )$	O-D ペア $i$ 間の経路集合 (O-D ペア $i$ 間の経路数)
$\delta_{aj}$	リンク $a$ が経路 $j$ の一部であれば 1, それ以

外は0をとる変数

$Q_i$	O-D ペア $i$ 間の確率的交通需要
$F_{ij}$	O-D ペア $i$ 間の経路 $j$ の確率的交通量
$V_a$	リンク $a$ の確率的交通量
$V_a^i$	O-D ペア $i$ 間の確率的交通需要のうち、リンク $a$ を通過する確率的交通量
$V_{ab}$	リンク $a, b$ 両方を通過する確率的交通量
$V_{ab}^i$	O-D ペア $i$ 間の確率的交通需要のうち、リンク $a, b$ 両方を通過する確率的交通量
$p_{ij}$	O-D ペア $i$ 間の交通需要が経路 $j$ を選択する確率
$C_a$	リンク $a$ の確率的交通容量
$t_a(\cdot)$	リンク $a$ の移動時間関数
$\rho_a(\cdot)$	リンク $a$ の移動費用関数
$\sigma_a^2(\cdot)$	リンク $a$ の移動時間の分散
$\sigma_{ab}(\cdot, \cdot)$	リンク $a$ と $b$ の移動時間の共分散 ( $\sigma_{ab}(\cdot, \cdot) = \sigma_a^2(\cdot)$ if $a=b$ )
$\overline{cv}_i$	$Q_i$ の変動係数
$cv_a$	$V_a$ の変動係数

## (2) リンク交通量とリンク交通容量

確率的 O-D 交通量  $Q_i$  は、互いに独立な理論的確率分布に従うものと仮定し、それらは平均 ( $E[Q_i]$ )、分散 ( $\text{var}[Q_i]$ ) によってのみ特徴づけられるものとする。  $Q_i$  の変動係数 ( $\overline{cv}_i$ ) を用いると、  $Q_i$  の分散は式(1)によって表せる。

$$\text{var}[Q_i] = (\overline{cv}_i \cdot E[Q_i])^2 \quad (1)$$

経路交通量は式(2)で与えられる。

$$F_{ij} = p_{ij} \cdot Q_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (2)$$

Chen et al.<sup>6)</sup> に従い、経路交通量の変動係数がその経路を含む O-D ペアの変動係数と等しいと仮定すると、経路交通量  $F_{ij}$  ( $j \in J_i$ ) の平均、共分散はそれぞれ、  $E[F_{ij}] = p_{ij} \cdot E[Q_i]$ 、  $\text{cov}[F_{ij}, F_{ik}] = p_{ij} \cdot p_{ik} \cdot \text{var}[Q_i]$  によって与えられる。ここで  $p_{ij}$  ( $j \in J_i$ ) は経路選択確率を表し、確定的利用者均衡問題や確率的利用者均衡問題といった経路選択モデルによって決定されるが、本研究では式(3)で定義する。

$$p_{ij} = \frac{E[F_{ij}]}{E[Q_i]} \quad (3)$$

パスリンクインシデントマトリックス  $\delta_{aj}$  を用いると、確率的リンク交通量は式(4)によって表せる。

$$V_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot F_{ij} \quad \forall a \in A \quad (4)$$

したがって、確率的リンク交通量の平均、分散は、それぞれ式(5)、(6)で与えられる。

$$\begin{aligned} E[V_a] &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot E[F_{ij}] \\ &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot p_{ij} \cdot E[Q_i] \quad \forall a \in A \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}[V_a, V_b] &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot \text{var}[F_{ij}] \\ &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot (p_{ij} \cdot \overline{cv}_i \cdot E[Q_i])^2 \quad \forall a, b \in A \end{aligned} \quad (6)$$

確率的リンク交通容量  $C_a$  ( $a \in A$ ) は、確率的 O-D 交通量と独立な理論的確率分布に従うものと仮定し、それらは平均 ( $E[C_a]$ )、分散 ( $\text{var}[C_a]$ ) によってのみ特徴づけられるものとする。一般的に、リンク間の交通容量には相関関係が存在するが、本研究で提案するモデルでは、一般性を失うことなく、リンク間の相関関係を表現可能な多変量確率分布によって、リンク交通容量を表現することも可能である。

## (3) 移動時間

一般的に、リンク  $a$  の確率的移動時間  $t_a(V_a; C_a)$  は、リンク交通容量  $C_a$  を所与としたリンク交通量  $V_a$  の関数として表現することができる。O-D ペア  $i$  間の経路  $j$  の確率的移動時間  $\Xi_{ij}$  は、リンク移動時間を用いて式(7)で与えられる。

$$\Xi_{ij} = \sum_{a \in A} t_a(V_a; C_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (7)$$

経路移動時間  $\Xi_{ij}$  の平均と分散はそれぞれ式(8)、(9)で表される。

$$E[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} E[t_a(V_a; C_a)] \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (8)$$

$$\text{var}[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \sigma_{ab}(V_{ab}; C_a, C_b) \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (9)$$

where

$$V_{ab} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot F_{ij} \quad (10)$$

ここで、  $\sigma_{ab}(V_{ab}; C_a, C_b)$  は式(11)に示す  $E[V_{ab}]$  の関数として表現され、さらに  $E[V_{ab}]$  に関して積分可能であると仮定する。

$$E[V_{ab}] = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} E[F_{ij}] \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \quad (11)$$

以下では、表記の簡略化のため、  $E[t_a(V_a; C_a)]$ 、  $\sigma_{ab}(V_{ab}; C_a, C_b)$  をそれぞれ  $\bar{t}_a(E[V_a])$ 、  $\bar{\sigma}_{ab}(E[V_{ab}])$  と表現することにする。

## (4) 移動費用

移動時間と時間信頼性の貨幣価値を推計するため、移動時間だけでなく移動費用も考慮してドライバーの経路選択行動を考えることにする。

移動費用を決定する要因としては、消費する燃料費だけでなく自動車の維持コスト等が考えられる。ここで問題を簡単にするため、リンク移動費用はリンク交通容量

( $C_a$ ) を所与としたリンク交通量 ( $V_a$ ) の関数として表すことができると仮定し、 $\rho_a(V_a; C_a)$  と表現する。したがって、経路移動費用  $\Gamma_{ij}$  は式(12)によって与えられる。

$$\Gamma_{ij} = \sum_{a \in A} \rho_a(V_a; C_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (12)$$

経路移動費用の平均は式(13)で表される。

$$E[\Gamma_{ij}] = \sum_{a \in A} E[\rho_a(V_a; C_a)] \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (13)$$

前節で置いた仮定と同様に、 $E[\rho_a(V_a; C_a)]$  は  $E[V_a]$  の関数として表現され、さらに  $E[V_a]$  に関して積分可能であるとする。以下では表記の簡略化のため、 $E[\rho_a(V_a; C_a)]$  を  $\bar{\rho}_a(E[V_a])$  と表現する。

### 3. リスク回避的なドライバーの経路選択行動

平均移動時間、平均移動費用および移動時間の分散は前節で求められた。本節では経路選択行動の定式化を行う。Fosgerau and Engelson<sup>5)</sup> に従い、本研究では移動時間信頼性の指標として移動時間の分散を用いることにする。

リスク回避的なドライバーは、平均移動時間、平均移動費用だけでなく移動時間信頼性も考慮して経路選択を行うものと考えられる。Lo and Chen<sup>7)</sup> のモデルを拡張すると、リスク回避的なドライバーの経路選択行動は、式 (14)-(21) で表される非線形相補性問題として定式化される。

$$\text{find } \mathbf{z} = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{d}^*)^T \quad \text{such that } \hat{\mathbf{z}} \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) \geq \mathbf{0}, \hat{\mathbf{z}}^T \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) = 0 \quad (14)$$

where

$$\mathbf{F} = (F_{11} \quad \dots \quad F_{1|j|} \quad \dots \quad F_{|i|} \quad \dots \quad F_{|i||j|})^T \quad (15)$$

$$\mathbf{d} = (d_1 \quad \dots \quad d_{|i|})^T \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{z}} = (E[\mathbf{F}] \quad \mathbf{d})^T \quad (17)$$

$$\mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{g} \quad \mathbf{q})^T \quad (18)$$

$$\mathbf{g} = (c_{11}(\mathbf{F}) - d_1 \quad \dots \quad c_{1|j|}(\mathbf{F}) - d_1 \quad \dots \quad c_{|i|}(\mathbf{F}) - d_{|i|} \quad \dots \quad c_{|i||j|}(\mathbf{F}) - d_{|i|})^T \quad (19)$$

$$\mathbf{q} = \left( \sum_{j \in J_i} E[F_{1j}] - E[Q_i] \quad \dots \quad \sum_{j \in J_{|i|}} E[F_{|i|j}] - E[Q_{|i|}] \right)^T \quad (20)$$

$$c_{ij}(\mathbf{F}) = \lambda \cdot E[\Xi_{ij}] + \omega \cdot E[\Gamma_{ij}] + \gamma \cdot \text{var}[\Xi_{ij}] \quad (21)$$

式 (14) で変数ベクトルに上付きの\* を付しているが、これはドライバーの経路選択行動の結果に生じる均衡状態の変数ベクトルであることを表している。上付きの\* が付された変数は均衡状態の変数であることを示す表記法は、

今後も踏襲することにする。式(21)の  $c_{ij}(\mathbf{F})$  は O-D ペア  $i$  間の経路  $j$  の経路評価値を表しており、上記の定式化では O-D ペア  $i$  間で利用される経路の評価値は全て等しく  $d_i^*$  となり、それらは利用されない経路評価値よりも小さいかせいぜい等しくなることを示している。また貨幣換算された時間価値および時間信頼性価値はそれぞれ、 $\lambda/\omega$ 、 $\gamma/\omega$  で表されることに注意が必要である。非線形相補性問題の解法については、Lo and Chen<sup>7)</sup>; Watling<sup>8)</sup> を参照されたい。

### 4. マルチユーザクラス概念に基づく時間価値・時間信頼性価値の推計

ここでは、マルチユーザクラス概念に基づく時間価値・時間信頼性価値の推計モデルを定式化する。

あるユーザクラスに属するドライバーは、そのユーザクラス特有の時間価値および時間信頼性価値を持つものと仮定する。起点と終点が同じで、あるユーザクラスに属するドライバーをまとめた O-D 交通量を考える。その場合、ネットワーク表現を工夫することにより、O-D ペア  $i$  とユーザクラスを対応させることが可能となり、ある起終点間を移動するドライバーはその起終点に特有の時間価値・時間信頼性価値に基づいて経路選択を行うと考えることができる。たとえば、ある O-D ペアに関連する交通量が  $k$  個のユーザクラスに属するドライバーから構成される場合、その O-D ペアを  $k$  個の O-D ペアに分解することができる。さらに、それらの O-D ペア毎に異なる時間価値・時間信頼性価値を有すると考えることができる。上記で想定した O-D ペア毎に異なり得る時間価値・時間信頼性価値を想定した場合、制約条件下の最適化問題として定式化することはできない。そのため、本研究では Uchida<sup>1)</sup> で示された問題を拡張により定式化を行った。

定式化に際し、以下に示す3つの仮定を設ける。

- A1. ネットワーク上のリンク交通量、経路交通量、O-D 交通量は計測または推計可能である。計測・推計された交通量は平均交通量として扱える。
- A2. 計測されたリンク交通量は、平均移動時間、平均移動費用および時間信頼性に関する予算制約下におけるドライバーの効用最大化行動の結果として現れたものである。
- A3. A2 で述べた3つの制約は、観測交通量から推計可能である。

以下では観測または推計されたリンク交通量を  $V_a$  と区別するため、 $\hat{V}_a$  と表現することにする。上付きの^ が付された交通量 (あるいは変数) は観測あるいは推計されたもの (あるいは観測/推計交通量から計算されたもの) であることを示すこの表記法は今後も踏襲する。

私的限界費用に基づくドライバーの経路選択行動の表現するため平均移動時間、平均移動費用および時間信頼性に関する式(22)-(24)に示す3つの仮想変数を導入する。

$$\tilde{t}_a(E[V_a]) = \begin{cases} \frac{\int_0^{E[V_a]} \tilde{t}_a(w) \cdot dw}{E[V_a]} & \text{if } E[V_a] > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

$$\tilde{\rho}_a(E[V_a]) = \begin{cases} \frac{\int_0^{E[V_a]} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw}{E[V_a]} & \text{if } E[V_a] > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

$$\tilde{\sigma}_{ab}(E[V_{ab}]) = \begin{cases} \frac{\int_0^{E[V_{ab}]} \tilde{\sigma}_{ab}(w) \cdot dw}{E[V_{ab}]} & \text{if } E[V_{ab}] > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

次に、以下に示す制約条件付き最大化問題を考えよう。  
[PP: primary problem]:

$$\max u(E[Q_1], \dots, E[Q_{|I|}]) = \sum_{i \in I} \int_0^{E[Q_i]} \frac{\alpha_i}{w+1} \cdot dw \quad (25)$$

s.t.

$$t_i \cdot E[Q_i] \leq \phi_i \quad \forall i \in I \quad (26)$$

$$\rho_i \cdot E[Q_i] \leq \pi_i \quad \forall i \in I \quad (27)$$

$$\sigma_i^2 \cdot E[Q_i] \leq \theta_i \quad \forall i \in I \quad (28)$$

$$E[Q_i] + e_i = q_i \quad \forall i \in I \quad (29)$$

and (2) and (3), where

$$t_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} p_{ij} \cdot \tilde{t}_a(E[V_a]) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I \quad (30)$$

$$\rho_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} p_{ij} \cdot \tilde{\rho}_a(E[V_a]) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I \quad (31)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} p_{ij} \cdot \tilde{\sigma}_{ab}(E[V_{ab}]) \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \quad \forall i \in I \quad (32)$$

$\phi_i$ ,  $\pi_i$  および  $\theta_i$  はそれぞれ O-D ペア  $i$  に関する平均移動時間、平均移動費用および移動時間信頼性に関する予算制約を表しており、それらは観測交通量を用いて以下のように計算される。

$$\phi_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \hat{p}_{ij} \cdot \tilde{t}_a(E[\hat{V}_a]) \cdot \hat{\delta}_{aj} \quad \forall i \in I \quad (33)$$

$$\pi_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \hat{p}_{ij} \cdot \tilde{\rho}_a(E[\hat{V}_a]) \cdot \hat{\delta}_{aj} \quad \forall i \in I \quad (34)$$

$$\theta_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \hat{p}_{ij} \cdot \tilde{\sigma}_{ab}(E[\hat{V}_{ab}]) \cdot \hat{\delta}_{aj} \cdot \hat{\delta}_{bj} \quad \forall i \in I \quad (35)$$

式(5)に示す関係を用いると式(26)-(28)には、それぞれ式(36)-(38)に示す関係が成立することに注意が必要である。

$$t_i \cdot E[Q_i] = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \leq \phi_i \quad \forall i \in I \quad (36)$$

$$\rho_i \cdot E[Q_i] = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw \leq \pi_i \quad \forall i \in I \quad (37)$$

$$\sigma_i^2 \cdot E[Q_i] = \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \int_0^{E[V_{ab}]} \tilde{\sigma}_{ab}(w) \cdot dw \leq \theta_i \quad \forall i \in I \quad (38)$$

where

$$\mu_a^i = \frac{\sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} E[F_{ij}] \cdot \delta_{aj}}{E[V_a]} = \frac{E[V_a^i]}{E[V_a]} \quad \forall i \in I \quad (39)$$

$$\mu_{ab}^i = \frac{\sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} E[F_{ij}] \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj}}{E[V_{ab}]} = \frac{E[V_{ab}^i]}{E[V_{ab}]} \quad \forall i \in I \quad (40)$$

$\mu_a^i$  は、リンク  $a$  の交通量に占める O-D ペア  $i$  関連の交通量の比率を表している。また  $\mu_{ab}^i$  は、リンク  $a$  と  $b$  両方を通る交通量に占める O-D ペア  $i$  関連の交通量の比率を表している。式(29)における  $e_i$  ( $0 \leq e_i < q_i$ ) は超過需要 (Gartner<sup>9</sup>) を表し、ネットワーク中に顕在化しない交通需要を意味する。 $q_i$  は O-D ペアごとに与えられる値で最大交通需要よりも大きな値をとる。

式(25)で表される目的関数  $u$  は、ネットワーク上での効用関数と解釈することができる。なぜなら目的関数  $u$  は式(41)のように表すことができ、コブダグラス型効用関数 (Cobb and Douglas<sup>10</sup>) と同形式であるからである。

$$u(E[Q_1], \dots, E[Q_{|I|}]) = \sum_{i \in I} \int_0^{E[Q_i]} \frac{\alpha_i}{w+1} \cdot dw \quad (41)$$

$$= \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot \ln(E[Q_i] + 1)$$

式(41)において O-D 交通量  $E[Q_i]$  を代替財、 $\alpha_i$  ( $> 0$ ) は  $\sum_i \alpha_i = 1$  を満たすようなパラメータと仮定している。式(26)-(28)は予算制約を表しており、 $t_i$ ,  $\rho_i$  および  $\sigma_i^2$  はそれぞれ、O-D 交通量  $E[Q_i]$  の平均移動時間、平均移動費用および移動時間信頼性に関する価格指標であると解釈できる。すなわち PP はネットワーク上での効用最大化問題に、O-D ペア  $i$  における平均移動時間、平均移動費用および移動時間信頼性に関する制約条件を付加した問題構造になっている。式(41)における効用関数は、O-D 交通量が増えるほど高まるが、式(26)-(28)に示す予算制約が存在するため、O-D 交通量を適当に増やすことはできない。また観測交通量から推計した  $\alpha_i$  を用いると、交通フローが観測交通量と一致する場合に効用が最大化されることになる。 $\alpha_i$  の導出方法については Uchida<sup>1)</sup> を参照頂きたい。

仮定 A3 より、式 (26)-(28) で示された O-D ペア  $i$  における平均移動時間、平均移動費用および時間信頼性に関する 3 つの予算制約は、それぞれ式(36)-(38)に示すよう

に観測交通量から求まる。

式(25)は式(42)によって表せる。

$$\sum_{i \in I} \int_0^{E[V_i]} \frac{\alpha_i}{w+1} \cdot dw = \sum_{i \in I} \int_0^{q_i} \frac{\alpha_i}{w+1} \cdot dw - \sum_{i \in I} \int_0^{e_i} \frac{\alpha_i}{q_i - w + 1} \cdot dw \quad (42)$$

よって PP は式(43)に示される問題と等価である。

$$\min \sum_{i \in I} \int_0^{e_i} d_i(w) \cdot dw \quad (43)$$

s.t. (2), (4) and (26)-(29) where

$$d_i(e_i) = \frac{\alpha_i}{q_i - e_i + 1} \quad (44)$$

式(26)-(28)の制約条件に対する最適なラグランジュ乗数(シャドウプライス)をそれぞれ $\lambda^*, \omega^*, \gamma^*$ として部分双対化を行い、定数項を無視した最適化問題は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \min L = & \sum_{a \in A} \int_0^{E[V_a]} (\lambda^* \cdot \tilde{t}_a(w) + \omega^* \cdot \tilde{\rho}_a(w)) \cdot dw \\ & + \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \gamma^* \cdot \int_0^{E[V_{ab}]} \tilde{\sigma}_{ab}(w) \cdot dw + \sum_{i \in I} \int_0^{e_i} d_i(w) \cdot dw \end{aligned} \quad (45)$$

s.t. (2), (4) and (29).

ここで、 $\partial E[V_a] / \partial E[F_{ij}] = \delta_{aj}$ ,  $\partial E[V_{ab}] / \partial E[F_{ij}] = \delta_{aj} \cdot \delta_{bj}$ となることに注意すると、以下の関係が得られる。

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \begin{cases} c_{ij}(\mathbf{F}) & \text{if } w = E[F_{ij}] \\ d_i(e_i) & \text{if } w = e_i \end{cases} \quad (46)$$

$d_i(e_i)$ は、O-D ペア  $i$  に関する経路の評価関数と解釈することが可能であり、この値によって O-D 間の均衡評価値が決定される。また  $d_i(e_i)$  は式(29)に対するシャドウプライスと解釈できるため、PP は以下の非線形相補性問題と等価であることが確認できる。

[MU-NCP: Multiple User-NCP]:

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{z}_m = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{p}_m^* \quad \mathbf{e}^*)^T \text{ such that} \\ \hat{\mathbf{z}}_m \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) \geq \mathbf{0}, \hat{\mathbf{z}}_m^T \mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) = 0 \end{aligned} \quad (47)$$

where

$$\mathbf{p}_m = (\lambda_1 \quad \omega_1 \quad \gamma_1 \quad \cdots \quad \lambda_{|I|} \quad \omega_{|I|} \quad \gamma_{|I|})^T \quad (48)$$

$$\mathbf{e} = (e_1 \quad \cdots \quad e_{|I|})^T \quad (49)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_m = (E[\mathbf{F}] \quad \mathbf{p}_m \quad \mathbf{d}(\mathbf{e}))^T \quad (50)$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{e}) = (d_1(e_1) \quad \cdots \quad d_{|I|}(e_{|I|}))^T \quad (51)$$

$$\mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) = (\mathbf{g}_m \quad \mathbf{x}_m \quad \mathbf{q})^T \quad (52)$$

$$\mathbf{g}_m = (c_{|I|}^m(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \cdots \quad c_{|I|}^m(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \cdots \quad c_{|I|}^m(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}) \quad \cdots \quad c_{|I|}^m(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}) )^T \quad (53)$$

$$\mathbf{x}_m = \begin{pmatrix} \phi_1 - \sum_{a \in A} \mu_a^1 \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \\ \pi_1 - \sum_{a \in A} \mu_a^1 \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw \\ \theta_1 - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^1 \cdot \int_0^{E[V_{ab}]} \tilde{\sigma}_{ab}(w) \cdot dw \\ \vdots \\ \phi_{|I|} - \sum_{a \in A} \mu_a^{|I|} \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \\ \pi_{|I|} - \sum_{a \in A} \mu_a^{|I|} \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw \\ \theta_{|I|} - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^{|I|} \cdot \int_0^{E[V_{ab}]} \tilde{\sigma}_{ab}(w) \cdot dw \end{pmatrix} \quad (54)$$

$$\mathbf{q} = \left( \sum_{j \in J_1} E[F_{1j}] + e_1 - q_1 \quad \cdots \quad \sum_{j \in J_{|I|}} E[F_{|I|j}] + e_{|I|} - q_{|I|} \right)^T \quad (55)$$

MU-NCP は、以下に示す5つの相補性条件を表しており、それらはリスク回避的なドライバーの経路選択に関する均衡条件と平均移動時間、平均移動費用、時間信頼性に関する制約条件および O-D 交通量と経路交通量の保存則となっていることがわかる。

$$E[F_{ij}] \cdot (c_{ij}^m(\mathbf{F}) - d_i(e_i)) = 0, E[F_{ij}] \geq 0, c_{ij}^m(\mathbf{F}) - d_i(e_i) \geq 0 \quad (56)$$

$$\lambda_i \cdot \left( \phi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \right) = 0, \quad (57)$$

$$\lambda_i \geq 0, \phi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \geq 0$$

$$\omega_i \cdot \left( \pi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw \leq \pi_i \right) = 0, \quad (58)$$

$$\omega_i \geq 0, \pi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{E[V_a]} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw \leq \pi_i \geq 0$$

$$\gamma_i \cdot \left( \theta_i - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \int_0^{E[V_{ab}]} \tilde{\sigma}_{ab}(w) \cdot dw \leq \theta_i \right) = 0, \quad (59)$$

$$\gamma_i \geq 0, \theta_i - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \int_0^{E[V_{ab}]} \tilde{\sigma}_{ab}(w) \cdot dw \leq \theta_i \geq 0$$

$$d_i(e_i) \cdot \left( \sum_{j \in J_i} E[F_{ij}] + e_i - q_i \right) = 0, \quad (60)$$

$$d_i(e_i) \geq 0, \sum_{j \in J_i} E[F_{ij}] + e_i - q_i \geq 0$$

where

$$c_{ij}^m(\mathbf{F}) = \lambda_i \cdot E[\Xi_{ij}] + \omega_i \cdot E[\Gamma_{ij}] + \gamma_i \cdot \text{var}[\Xi_{ij}] \quad (61)$$

MU-NCP を解くことにより、O-D ペア  $i$  に固有な時間価値  $\tau_i$ 、時間信頼性価値  $v_i$  は以下のとおり推計される。

$$\tau_i = \lambda_i^* / \omega_i^* \quad (62)$$

$$v_i = \gamma_i^* / \omega_i^* \quad (63)$$

Uchida<sup>1)</sup> で提案されたモデルとの大きな相違点は、O-D ペアごと異なる時間価値・時間信頼性価値が推計されることである。

## 5. 数値実験

### (1) 数値実験の概要

ここでは小規模なテストネットワークを対象とし、本研究で提案するモデルの検証を行う。検証の方法としては、はじめにO-Dペア毎に異なる時間価値、時間信頼性価値を設定し、それらを所与として第3章に示した問題と同形式なリスク回避的なドライバーの経路選択問題、すなわち順問題を解き、ここで得られた解を観測交通量と仮定する。次に、観測交通量を所与とした逆問題、すなわち、第5章(2)に示したモデルを適用し、時間価値・時間信頼性価値の推計問題を解く。ここで得られた時間価値・時間信頼性価値が事前に設定したものと一致すれば、モデルの妥当性が検証されたものとする。

図-1はテストネットワークを示している。このテストネットワークはそれぞれ4本の経路を含んだ2つのO-Dペア（ノード番号1→9, 7→3）を持ち、総リンク数は14本であり、それぞれ図に示されるリンク番号が与えられている。O-D ペア 1 内では 1→4→5→8, 1→4→6→7, 2→3→5→8, 2→3→6→7を通る4経路、O-Dペア2内では 9→11→5→14, 9→11→12→13, 10→3→5→14, 10→3→12→13を通る4経路が存在し、リンク3, 5を共有する経路が存在している。描かれていないが、超過需要が流れる仮想的なリンクが各O-Dペアの発生・集中ノード間に存在する。

式(64)に示すように、リンク  $a$  における平均移動時間はBPR関数 (Bureau of Public Roads function) により与え、平均移動費用、移動時間の分散はそれぞれ式(65)、(66)で与えた。

$$\bar{t}_a(E[V_a]) = \frac{l_a}{s_0} \cdot \left( 1 + m \cdot \left( \frac{E[V_a]}{E[C_a]} \right)^n \right) \quad \forall a \in A \quad (64)$$

$$\bar{p}_a(E[V_a]) = p_g \cdot \left( r_1 \cdot l_a \cdot \left( 1 + m \cdot \left( \frac{E[V_a]}{E[C_a]} \right)^n \right) + r_2 \cdot l_a \right) \quad \forall a \in A \quad (65)$$

$$\bar{\sigma}_{ab}(E[V_{ab}]) = cv_a \cdot cv_b \cdot (E[V_{ab}])^2 \quad \forall a \in A, \forall b \in A \quad (66)$$

ここで、 $l_a$  はリンク  $a$  の延長 (全リンク10 [km])、 $s_0$  は自由走行速度 (全リンク60[km/hr])、 $m, n$  はBPR関数のパ

ラメータ ( $m = 2.26, n = 5$ )、 $p_g$  はガソリンの価格 (140 [JPY/l])、平均リンク交通容量  $E[C_a]$  は全リンク100 [pcu/h]とした。 $cv_a$  はリンク移動時間の変動係数 ( $cv_a = 0.05 \quad \forall a \in A$ )、 $r_1, r_2$  は移動費用関数におけるパラメータを表す ( $r_1 = 0.009, r_2 = 0.059$ )。( $r_1, r_2$  の算出方法に関しては内田<sup>11)</sup>を参照されたい。) 効用関数は式(67)によって与えられる。

$$u(E[Q_1], E[Q_2]) = \alpha_1 \cdot \ln(E[Q_1] + 1) + \alpha_2 \cdot \ln(E[Q_2] + 1) \quad (67)$$

### (2) 結果

はじめに、各O-Dペアに共通する時間価値・時間信頼性価値 (40 [JPY/min], 10 [JPY/variance]) を設定し、さらに移動時間信頼性において共分散が存在しないと仮定 ( $E[V_{ab}] = 0, a \neq b$ ) して推計される観測交通量を求めた。こうして得られた観測交通量を所与として、4.(1)に示したシングルユーザクラス問題と4.(2)に示したマルチユーザクラス問題を解いた。どちらの問題を解いた場合においても、同一のリンク交通量、および時間価値・時間信頼性価値が推計され、本研究で新たに定式化したマルチユーザクラス問題はシングルユーザクラス問題の自然な拡張形となっていることが確認された。

つぎに、時間価値・時間信頼性価値をO-Dペア1に関してはそれぞれ40 [JPY/min], 10 [JPY/variance]、O-Dペア2に関してはそれぞれ30 [JPY/min], 5 [JPY/variance] と設定して検証を行った。O-D交通量は、O-Dペア1については  $q_1 = 300$  ( $E[\hat{Q}_1] = 200, e_1 = 100$ ) とし、O-Dペア2についても  $q_2 = 300$  ( $E[\hat{Q}_2] = 200, e_2 = 100$ ) と設定した。ネットワーク中のリンク特性は前項に示した通りである。表-1は、順問題を解いた場合の平均リンク交通量を示しており、観測交通量と考えることにする。表-1に示した平均リンク交通量  $E[\hat{V}_a]$  は、移動時間信頼性において共分散が存在しないと仮定して得られたものである。観測交通量から平均移動時間、平均移動費用および移動時間信頼性に関する3つの予算制約 ( $\phi_i, \pi_i$  および  $\theta_i$ ) が各O-Dペアごとに計算されることになる。

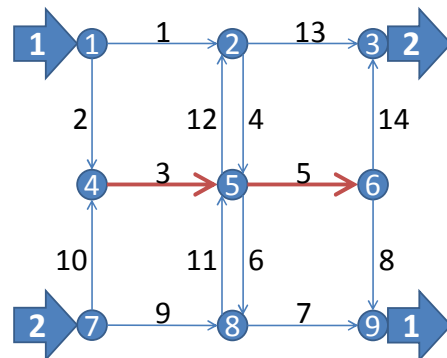


図-1 テストネットワーク

以上の流れから、得られた予算制約条件を設定し、逆問題を解いてみた。表-2は経路評価推計値を表している。各O-Dペアに含まれる経路の評価値がすべて一致していることから、均衡状態にあることがわかる。移動時間信頼性において共分散を考慮しない場合、各経路の評価値はリンク交通量のみから計算されるため、本研究で仮定したネットワークの形状では経路交通量が一意的に推計できない。そのため、表-2に示した平均経路交通量から表-1に示した値と同じ平均リンク交通量が推計されることが確かめられた。また、いずれの場合においても、事前に設定した時間価値・時間信頼性価値が正確に推計されていることも確かめられた。

つぎに、移動時間信頼性において共分散を考慮し ( $E[V_{ab}] \geq 0, a \neq b$ )、モデルの検証を行った。時間価値・時間信頼性価値は、上記の結果のものと同様である。表-3は、この場合における経路推計値を表している。いずれの場合においても、事前に設定した時間価値・時間信

頼性価値が正確に推計されていることが確かめられた。先述したとおり、移動時間信頼性において共分散を考慮しない場合、各経路の評価値はリンク交通量から推計されるため、本研究で仮定したネットワークの形状では経路交通量が一意的に推計できない。これに対し、共分散を考慮した場合は、リンク交通量だけでなく経路交通量からも経路評価値が決定されるため、経路交通量が一意的に推計されていることが確かめられた。リンク間相関の有無によらず、平均リンク交通量は一意的に推計されていることがわかった。

表-4は、移動時間信頼性において共分散を考慮し、さらに表-2に示した結果から経路選択率 ( $p_{ij}$ ) が変化しないと仮定した上で、O-D交通量を微小変化させた場合の時間価値 ( $VOT_i$ )・時間信頼性価値 ( $VOR_i$ ) を示している。O-D交通量の変化に対して、連続的に時間価値・時間信頼性価値が変化していること、さらにO-D交通量が増えるにつれて時間価値・時間信頼性価値ともに増加することが確かめられた。

表-1 平均リンク交通量 (共分散考慮なし)

Link	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$E[\hat{V}_a]$	127.1	72.9	145.7	127.1	145.7	127.1	127.1	72.9	127.2	72.8	127.2	127.2	127.2	72.8

表-2 経路推計値 (共分散考慮なし)

O-D	1				2			
Route	1	2	3	4	5	6	7	8
Link seq.	1-4-5-8	1-4-6-7	2-3-5-8	2-3-6-7	9-11-5-14	9-11-12-13	10-3-5-14	10-3-12-13
$E[F_{ij}]$	48.9	78.2	24.0	48.9	45.2	82.0	27.5	45.2
$E[\Xi_{ij}]$	390.9	387.5	394.4	390.9	392.0	389.6	394.3	392.0
$E[\Gamma_{ij}]$	974.3	968.6	979.9	974.3	975.9	972.1	979.7	975.9
var $[\Xi_{ij}]$	147.1	161.5	132.7	147.1	147.2	161.9	132.6	147.2
$c_{ij}^m(\mathbf{F})[\times 10^3]$	18083	18083	18083	18083	13471	13471	13471	13471

表-3 経路推計値 (共分散考慮有り)

O-D	1				2			
Route	1	2	3	4	5	6	7	8
Link seq.	1-4-5-8	1-4-6-7	2-3-5-8	2-3-6-7	9-11-5-14	9-11-12-13	10-3-5-14	10-3-12-13
$E[F_{ij}]$	54.0	71.6	20.4	54.0	54.3	72.4	18.9	54.3
$E[\Xi_{ij}]$	393.6	368.1	419.1	393.6	400.6	382.9	418.2	400.6
$E[\Gamma_{ij}]$	978.6	936.8	1020.4	978.6	990.0	961.1	1018.9	990.0
var $[\Xi_{ij}]$	312.1	418.4	205.8	312.1	314.4	426.3	202.5	314.4
$c_{ij}^m(\mathbf{F})[\times 10^3]$	19843	19843	19843	19843	14579	14579	14579	14579

表-4 O-D交通量を変化させた場合の経路推計値 (共分散考慮有り)

$E[Q_i](i=1,2)$	195.00	197.50	200.00	202.5	205.00
Route					
$VOT_1$	38.10	39.03	40.04	41.58	42.05
$VOR_1$	9.52	9.76	10.01	10.39	10.51
$VOT_2$	28.57	29.27	30.02	31.10	31.55
$VOR_2$	4.76	4.88	5.00	5.18	5.26

## 6. まとめ

本研究はUchida<sup>1)</sup>によって示されたモデルをマルチユーザークラス概念に基づいた需要変動型利用者均衡配分モデルへ拡張することを試みた。具体的には、O-Dペア毎に異なり得る時間価値・時間信頼性価値を推計できるようにモデルの拡張を行った。O-Dペア毎に異なり得る時間価値・時間信頼性価値を想定した場合、制約条件下の最適化問題としてそれらの推計問題を定式化することはできない。そのため、制約条件式に新たな変数を設け、時間価値・時間信頼性価値および予算制約O-Dペアごとで異なる値を与えることによって、シングルクラスユーザー問題をマルチユーザークラス問題に拡張することができた。

推計された時間価値・時間信頼性価値は観測交通量と整合的であることが確認され、開発したモデルの妥当性が示された。

数値実験では様々な条件で計算を行い、リンク間相関の有無によって得られる解の特性や、時間価値・時間信頼性価値の変動と推計される交通量の関係を示すことができた。

本研究で開発したモデルでは、道路ネットワーク上の種々の交通フローが観測可能であると仮定している。しかし実際には、ネットワーク上のすべての交通フローを観測することには、未だ課題が残されていると考えられる。したがって、一部の観測交通フローから観測できていない交通フローを推計する方法の開発等が必要となるであろう。さらに、観測（または推計）交通フローに基づいた検証も行う必要がある。これらは、今後の課題としたい。

### 参考文献

- 1) Uchida, K., Estimating the value of travel time and of travel time reliability in road networks. *Transportation Research Part B* (2014),

<http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2014.01.002>.

- 2) Becker, G.S., 1965. A theory of the allocation of time. *Economic Journal* 75 (299), 493–517.
- 3) DeSerpa, A.C., 1971. A theory of the economics of time. *The Economic Journal*, 81(324), 828–846.
- 4) Fosgerau, M., Karlström, M., 2010. The value of reliability. *Transportation Research Part B* 44, 38–49.
- 5) Fosgerau, M., Engelson, L., 2011. The value of travel time variance. *Transportation Research Part B* (45), 1–8.
- 6) Chen, A., Zhou, Z., Lam, W.H.K., 2011. Modeling stochastic perception error in the mean-excess traffic equilibrium model. *Transportation Research Part B* 45, 1619–1640.
- 7) Lo, H.K., Chen, A., 2000. Traffic equilibrium problem with route-specific costs: Formulation and algorithms. *Transportation Research*, 34B(6), 493–514.
- 8) Watling, D., 2006. User equilibrium traffic network assignment with stochastic travel times and late arrival penalty. *European Journal of Operational Research*, 175, 1539–1556.
- 9) Gartner, G.H., 1980. Optimal traffic assignment with elastic demands: A review part II, *Transportation Science*, 14, pp. 174–191.
- 10) Cobb, C.W., Douglas, P.H., 1928. A theory of production. *American Economic Review*, 18 (Supplement), 139–165.
- 11) 内田賢悦：二酸化炭素排出量最小化原則に基づく均衡配分モデルの提案, 環境システム研究論文集, Vol. 38, pp. 101–108, 2010.

## Estimation of Value of Travel Time and of Travel Time Reliability for Heterogeneous Drivers in Road Networks

Teppei KATO and Kenetsu UCHIDA

Recently, some analytical models which address both value of travel time and of travel time reliability based on utility maximization principle have been proposed. Uchida (2012) proposed two network models which estimate both the values of travel time and the travel time reliability. The network models proposed in Uchida (2012) are consistent with the studies which address the values of travel time and travel time reliability based on utility maximization behavior without considering the driver's route choice.

This study aims at improving a model proposed in Uchida (2012) such that the one can estimate the values of travel time and travel time reliability specific to each Origin-Destination (O-D) pairs in a road network. The model will be formulated as a multi-class UE traffic assignment problem with elastic demand. Numerical experiments are carried out for demonstrating the model developed in this study.