

# 劣化過程の異質性を考慮した トンネル照明システムの最適点検・更新政策

水谷大二郎<sup>1</sup>・小濱健吾<sup>2</sup>・平川恵士<sup>3</sup>・貝戸清之<sup>4</sup>

<sup>1</sup>学生会員 大阪大学大学院 工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail:d-mizutani@civil.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 大阪大学特任助教 大学院工学研究科 NEXCO 西日本 高速道路学共同研究講座 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-8)

E-mail:k-obama@civil.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 西日本高速道路株式会社 技術本部 技術統括課 (〒 530-0003 大阪市北区堂島 1-6-20 堂島アバンザ 19F)

E-mail:s.hirakawa.ab@w-nexco.co.jp

<sup>4</sup>正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail:kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

本研究では、照明ランプ、安定器、灯具の3種類の施設により構成されるシステムを、トンネル照明システムとして捉え、その最適点検・更新政策について議論する。照明ランプ、安定器の劣化過程をワイブル劣化ハザードモデル、灯具の劣化過程をトンネル単位での異質性を考慮した混合マルコフ劣化ハザードモデルで記述し、それらの点検・更新過程をマルコフ決定モデルで表現する。その際、政策変数として、点検・更新間隔、使用時間長を取り上げ、時間的変化を許容した非定常な点検・更新間隔を導入する。さらに、各施設の補修・取替タイミングの同期化政策を考慮する。各施設に対し設定した複数のリスク水準を満たし、ライフサイクル費用を最小化する最適点検・更新政策をトンネル単位で求めるための方法論を提案し、最終的には管理対象となるトンネル群全体でライフサイクル費用最小化を実現する。最後に、実在の高速道路トンネルを対象に提案方法論の有用性を検証する。

**Key Words** : *asset management, life cycle cost, statistical deterioration prediction, tunnel lamps*

## 1. はじめに

高速道路には様々な付帯施設が設置されている。それらの劣化に対し、定期的に点検が実施されており、劣化状態に応じた補修・更新がなされている。本研究では、高速道路付帯施設の中でも高速道路トンネル内の照明システムに着目する。高速道路トンネル照明システムは複数の照明ランプ、安定器、照明灯具（以下、灯具）で構成される。各施設の劣化の進展により、交通事故や車両破損事故発生の潜在的なリスクが増加する。具体的には、照明ランプ、安定器の故障は、ランプの不点に起因したトンネル内の照度低下を招き、灯具の劣化進展は灯具本体の脱落・落下の可能性を増大させる。道路管理者は、定期的な点検により、これらのリスク増大を予防しているが、一方で、過剰な点検は点検費用の増加と交通規制による社会的損失を招く。そのため、ある一定のリスク管理水準を満たしつつ、点検などの費用を最小化するような点検・更新政策を実施することが望ましい。本研究では、複数のトンネルを対象とし、照明ランプの不点リスクと灯具落下リスクを、点検データを用いた統計的劣化予測結果に基づき計量化する。費用に関しては、ライフサイクル費用分析の

考え方にに基づき、点検・更新費用を定量化する。その上で、所与のリスク管理目標を満たすような、最適点検・更新モデルを定式化する。

本研究では、道路管理者が複数のトンネルに設置された全ての照明システムを管理する問題を考える。照明システムにおいて、たとえば、照明ランプ、安定器、灯具の一括更新や照明ランプと灯具が同一のタイミングで点検されている。本研究では、このように複数種の施設の点検・取替タイミングの同期化政策を考慮する。さらには、照明ランプや安定器の劣化過程は、ランプの種別や1日の使用時間に支配され変動する。一方で、灯具の劣化過程には、不可観測な地理的要因や環境要因などに起因した異質性がトンネル毎に存在し、個々のトンネル毎に灯具の期待寿命が異なる。本研究では、このような施設の劣化過程のトンネル単位での異質性を考慮し、まず、トンネル単位で最適点検・更新モデルを定式化する。さらに、個々のトンネルで算出されたライフサイクル費用をもとに、管理対象となる全てのトンネルの照明システムにおけるライフサイクル費用を算出する方法論を提案する。

以下、**2.**では、本研究の基本的な考え方を述べる。**3.**

では、施設の劣化・更新過程をモデル化する。4.では、最適点検・更新モデルを定式化する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) 既往研究の概要

1990年代後半より、ライフサイクル費用を用いた最適維持管理政策決定のための方法論に関する研究が蓄積されてきており<sup>1),2)</sup>、RC構造物、沿岸構造物など多様な社会基盤施設への適用事例が蓄積されている<sup>3),4)</sup>。さらには、地震や台風といったイベント的に発生する事象を確率的に表現し、耐震、耐風補強を考慮したライフサイクル費用の算定方法も提案されている<sup>5),6)</sup>。さらに、マルコフ決定モデル<sup>7)</sup>を用いることにより、ライフサイクル費用の分析手法は飛躍的な発展を遂げた。健全度を離散的な状態変数で記述するマルコフ決定モデルは、劣化過程の記述が簡単であり、数多くの実用モデル<sup>8)-11)</sup>が提案されている。伝統的なマルコフ決定モデルは、システムの劣化過程を表現するマルコフ推移確率が、初期時点からの経過時間に依存しないような斉次マルコフ劣化モデルで表現し、定常的な最適補修政策を求めることを目的としている。このようなマルコフ決定過程モデルに関する研究は、ハザードモデルを用いて劣化過程を表現する方法<sup>12),13)</sup>が開発されたことにより、実用化が急速に進展した。例えば、青木等は照明ランプで構成されるシステムを対象として、システム全体の点検・補修タイミングに関する補修政策を求める方法論を提案している<sup>14),15)</sup>。さらに、津田等<sup>16)</sup>は橋梁部材の劣化過程を表すマルコフ推移行列を多段階指数ハザードモデルを用いて推計する方法を提案し、貝戸等<sup>17)</sup>は平均費用を最小にするような橋梁補修政策を求めるマルコフ決定モデルを提案している。さらに、複数種類の構造物を対象とした分析も行われている。織田澤等<sup>18)</sup>は、機能部と構造部で構成される複合的道路付帯施設に対し、最適補修同期化モデルを提案している。

以上の方法論はいずれも単一の施設、あるいは、複合的施設に対する適用を前提としていたが、本研究では、図-1に示すように、複数のトンネルにおいてそれぞれの複合的施設の劣化過程のトンネル間での異質性を考慮し、複数のトンネルを対象として、照明システムのトンネル単位での最適点検・更新モデルを求め、管理対象となる全てのトンネルにおけるライフサイクル費用を求めるような方法論を提案する。

### (2) 高速道路トンネル照明システムの構成

道路管理者が複数のトンネルの照明システムを管理する問題を考える。図-2に対象とする照明システムの

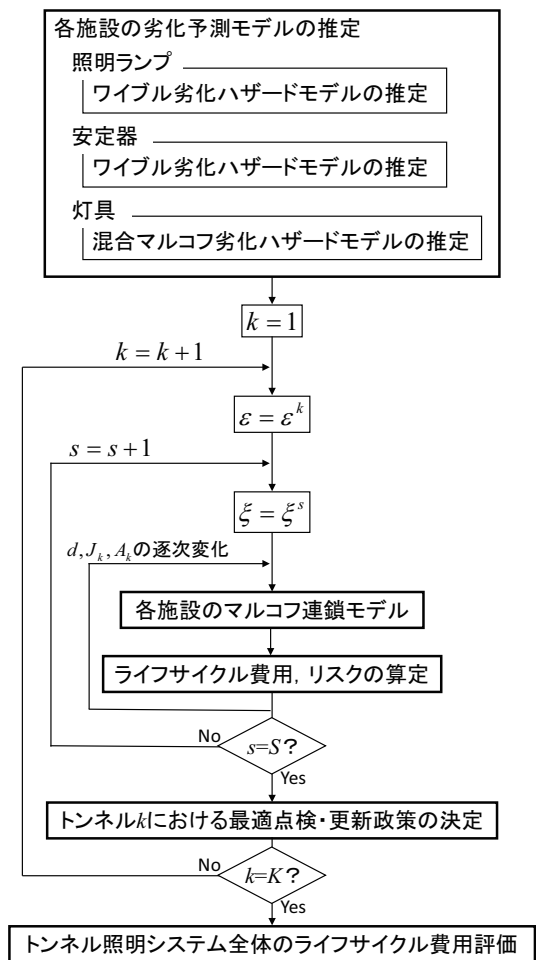


図-1 分析フロー

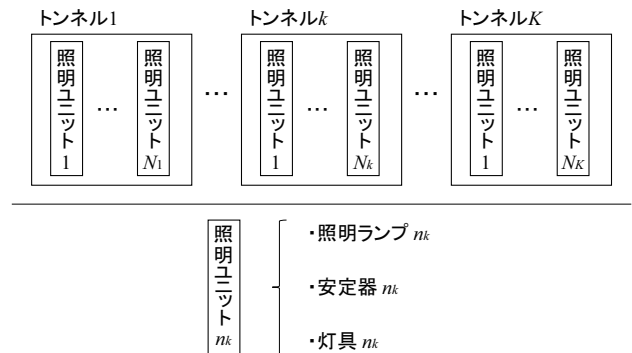


図-2 高速道路トンネル照明システムの構成

概要を示した。高速道路トンネル照明システムは複数の施設により構成される。あるトンネル  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) 内の照明システムは、 $N_k$  個ずつの照明ランプ、安定器、灯具で構成される。 $n_k$  ( $n_k = 1, \dots, N_k$ ) は、照明ユニットを示す番号であり、照明ランプ  $n_k$ 、安定器  $n_k$ 、灯具  $n_k$  の3種類でトンネル照明ユニット  $n_k$  が構成される。さらに、管理対象となるトンネル1~ $K$ に設置された全ての照明ユニットを本稿では高速道路トンネ

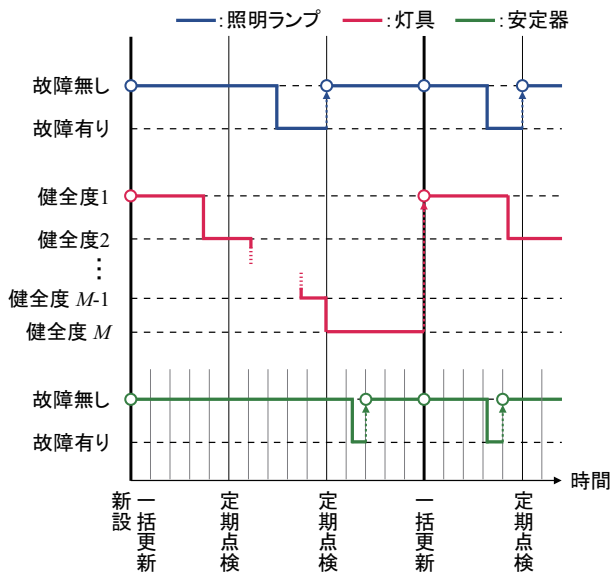


図-3 各施設の劣化に対する点検・更新スキーム

ル照明システムと呼ぶ。

### (3) 各施設の点検・更新スキーム

2.(2)で述べたように、高速道路トンネル照明システムは、多様な施設により構成されている。いま、照明システムに対する点検が施設単位、トンネル単位で行われているとしよう。点検により、トンネル内の全ての照明ユニットの安全性を確認し、照明ランプの不点を発見をした場合や、照明灯具の落下の危険性を確認した場合には直ちに適切な処置がなされる。以下では、現状の高速道路トンネル照明システムの管理体制を踏まえ、本研究で想定する各施設の点検・更新スキームを説明する。

図-3に、照明ユニットを構成する3種類の部品の点検・更新スキームを示す。定期点検により、照明ランプの故障状態、灯具の劣化状態に関する情報を獲得することができる。照明ランプの状態は故障の有無による2値状態で表され、灯具の劣化状態は離散的な状態変数である健全度を用いて表される。定期点検により、不点である照明ランプは直ちに交換され、また、灯具に関しては、健全度に応じて適切な補修や交換が実施される。一方、安定器の故障は、照明ランプの大量不点を引き起こすため、日々実施される日常道路巡回やドライバーの通報により故障が確認されると、緊急出動により直ちに安定器の取替が実施される。さらに、照明ランプの大量の不点によるリスクを低減するために、定期的に安定器の一括取替を実施している。照明ユニットを構成する3種類の部品は、その重要度の違いにより管理体制が大きく異なっているが、3種類の部品以外の劣化や、陳腐化による部品調達にかかるコスト増を

考慮し、トンネル内の全ての照明ユニットに対して、定期的に一括更新が実施され、安定器、照明ランプ、灯具が同時に取り替えられている。

以上の点検・更新スキームを踏まえ、3.において、安定器、照明ランプ、灯具の点検・更新過程を個別に定義し、安定器の一括取替間隔、照明ランプおよび灯具の点検間隔、灯具の補修政策、照明ユニットの一括更新間隔を考慮した最適な点検・更新政策をモデル化する。

## 3. 施設の劣化・更新過程のモデル化

### (1) モデル化の前提条件

高速道路トンネル照明施設に対して、様々な点検・更新政策が考えられる。以下で述べる点検間隔や一括更新間隔、さらには、施設を一括で更新するか逐次更新するか、なども点検・更新政策の決定の際に議論すべき対象であるが、本章ではひとまず点検・更新政策 $\xi$ と与件として議論を進める。

#### a) 離散的時間軸の設定

本研究では、高速道路トンネル照明システムの劣化・更新過程を表現するために、図-4のような2種類の離散的時間軸を用いる。まず、高速道路トンネル照明システムの劣化・更新過程を記述するために、カレンダー時刻（以下、時刻） $t_0$ を起点とする離散的時間軸、

$$t_{j_k}^d = t_0 + j_k d \quad (1)$$

$$(j_k = 0, 1, \dots, J_k; k = 1, \dots, K)$$

を導入しよう。添え字  $j_k$  ( $j_k = 0, 1, \dots, J_k$ ) は点検間隔  $d$  における点検回数であり、時刻  $t_{j_k}^d$  は  $j_k$  回目の点検時刻を表す。さらに、 $J_k$  回目の点検時刻  $t_{j_k}^d$  にトンネル内の全ての照明ユニットの一括取替が行われる。一括取替間隔  $\zeta = J_k d$  は政策変数となる。一方、先述したように、照明ユニットを構成する部品の一つである安定器は、日々の道路巡回業務において、安定器の故障に起因した照明ランプの大量不点を確認されると、直ちに当該安定器を交換する、という管理体制が敷かれている。そのため、安定器の劣化・更新過程を記述するために、時刻  $t_0^f (= t_0)$  を起点とする再帰的な離散的時間軸、

$$t_{a_k}^{e,f} = t_0^f + a_k e \quad (2a)$$

$$t_{A_k}^{e,f} = t_0^{f+1} \quad (2b)$$

$$(a_k = 0, \dots, A_k; f = 0, 1, \dots, F; k = 1, \dots, K)$$

を導入する。ただし、添え字  $a_k$  ( $a_k = 0, 1, \dots, A_k$ ) は単位時間間隔  $e$  における安定器故障の有無のチェック回数であり、時刻  $t_{a_k}^{e,f}$  は  $A_k$  回目のチェック時刻を表す。 $A_k$  回目のチェック時にトンネル内の全ての照明ユニットに対して、安定器の取替が実施される。安定器の一括取替間隔を  $\eta = A_k e$  と表す。さらに、添え字  $f$  は時刻

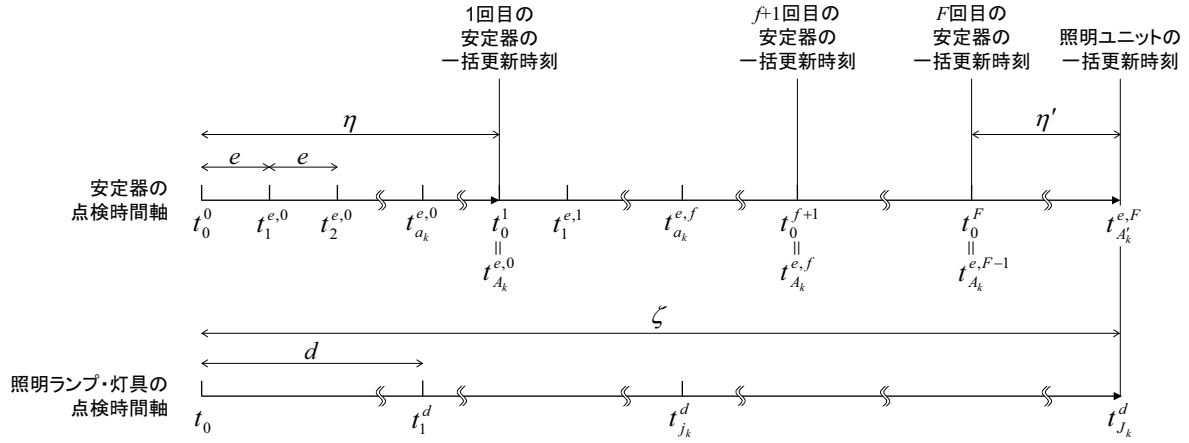


図-4 離散的時間軸

$t_{a_k}^{e,f}$  までに実施された安定器の一括取替回数であり、照明ユニットの一括取替時刻までに  $F$  回の安定器の一括取替が実施される。また、照明ユニットの一括取替において安定器の取替も同時に実施されることから、 $F+1$  回目の安定器の一括取替間隔を  $\eta' = A'_k e$  とし、

$$\zeta = F \times A_k e + A'_k e \quad (3)$$

が満たされる。

#### b) 状態変数ベクトルの設定

トンネル  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) は  $N_k$  個の照明ユニットで構成されている。照明ランプと安定器は、故障しているか否かの 2 値状態でその健全性が評価される。時刻  $t_{j_k}^d$  における施設の劣化状態を表現するために、ダミー変数

$$\delta_i(t_{j_k}^d) = \begin{cases} 0: \text{施設 } i \text{ が故障している場合} \\ 1: \text{施設 } i \text{ が故障していない場合} \end{cases} \quad (4)$$

$(i = 1, 2)$

を設定する。ただし、施設 1 は照明ランプ、施設 2 は安定器を表す。本研究では、照明ランプ、安定器の劣化過程を時間依存型のハザード関数を持つワイブル劣化ハザードモデル<sup>12)</sup>で表現するため、各施設の使用時間を記録する必要がある。照明ランプに関して、時刻  $t_{j_k}^d$  における使用時間別施設数を、状態変数ベクトル

$$\mathbf{n}_1^\xi(t_{j_k}^d) = (n_{1,0}^\xi(t_{j_k}^d), \dots, n_{1,J_k-1}^\xi(t_{j_k}^d)) \quad (5)$$

で表す。 $n_{1,j}^\xi(t_{j_k}^d)$  は、時刻  $t_{j_k}^d$  に使用時間が  $j_k d$  となる照明ランプ数である。点検・更新政策  $\xi$  のもとで、トンネル  $k$  内の照明ユニット全体の平均的な劣化・更新過程を記述することを考える。照明ランプの使用状態は、状態変数ベクトル (4) を用いて表される。この状態変数ベクトルを用いて、各状態が生起する相対頻度ベクトルを設定する。いま、点検・更新政策  $\xi$  のもとで

の各使用時間状態の相対頻度を、

$$\nu_{1,j_k}^\xi(t_{j_k}^d) = \frac{n_{1,j_k}^\xi(t_{j_k}^d)}{N_k} \quad (6)$$

と表そう。さらに、相対頻度  $\nu_{1,j_k}^\xi(t_{j_k}^d)$  を要素とする行ベクトル  $\boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_{j_k}^d)$  を、

$$\boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_{j_k}^d) = (\nu_{1,0}^\xi(t_{j_k}^d), \dots, \nu_{1,J_k}^\xi(t_{j_k}^d)) \quad (7)$$

と表す。

同様に、安定器に関して、時刻  $t_{a_k}^e$  における使用時間別施設数を、状態変数ベクトル

$$\mathbf{n}_2^\xi(t_{a_k}^e) = (n_{2,0}^\xi(t_{a_k}^e), \dots, n_{2,A_k-1}^\xi(t_{a_k}^e)) \quad (8)$$

で表現する。 $n_{2,e}^\xi(t_{a_k}^e)$  は、時刻  $t_{a_k}^e$  に使用時間が  $a_k e$  となる安定器の数である。点検・更新政策  $\xi$  のもとでの各使用時間状態の相対頻度を、

$$\nu_{2,a_k}^\xi(t_{a_k}^e) = \frac{n_{2,a_k}^\xi(t_{a_k}^e)}{N_k} \quad (9)$$

と表す。さらに、相対頻度  $\nu_{2,a_k}^\xi(t_{a_k}^e)$  を要素とする行ベクトル  $\boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_{a_k}^e)$  を、

$$\boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_{a_k}^e) = (\nu_{2,0}^\xi(t_{a_k}^e), \dots, \nu_{2,A_k}^\xi(t_{a_k}^e)) \quad (10)$$

と表す。

さらに、灯具の健全度は、 $M$  個の離散的な劣化状態を表すダミー変数

$$\delta_0(t_{j_k}^d) = m \quad (m = 1, \dots, M) \quad (11)$$

を用いて表現する。時刻  $t_{j_k}^d$  における灯具の状態ベクトルを、

$$\mathbf{n}_0^\xi(t_{j_k}^d) = (n_{0,1}^\xi(t_{j_k}^d), \dots, n_{0,M}^\xi(t_{j_k}^d)) \quad (12)$$

と表す。ただし、 $n_{0,m}^\xi(t_{j_k}^d)$  は、時刻  $t_{j_k}^d$  に状態  $m$  である灯具の個数である。照明ランプ、安定器と同様に、相対頻度  $\nu_{0,j_k}^\xi(t_{j_k}^d)$  を要素とする行ベクトル  $\boldsymbol{\nu}_0^\xi(t_{j_k}^d)$  を、

$$\boldsymbol{\nu}_0^\xi(t_{j_k}^d) = (\nu_{0,1}^\xi(t_{j_k}^d), \dots, \nu_{0,M}^\xi(t_{j_k}^d)) \quad (13)$$

と表す。

## (2) 各施設の劣化・更新過程

高速道路トンネル照明システムの各施設の劣化・更新過程をモデル化する。本研究では、マルコフ連鎖モデルを用いて、照明ランプ、安定器、灯具の劣化・更新過程をそれぞれ表現する。

### a) 照明ランプの劣化・更新過程

照明ランプの不点に対して、点検間隔  $d$  で定期的な点検が実施されている。ある照明ランプが時刻  $t_0$  に設置され、以降、時刻  $t_{j_k}^d = t_0 + j_k d$  まで故障せずに使用された場合を考える。このとき、次の点検時刻  $t_{j_k+1}^d = t_0 + (j_k + 1)d$  においても故障していない確率を、

$$\text{Prob}[\delta_1(t_{j_k+1}^d) = 1 | \delta_1(t_{j_k}^d) = 1] = p_{j_k, j_k+1}^1(d) \quad (14)$$

と定義する。このとき、時刻  $t_{j_k+1}^d = t_0 + (j_k + 1)d$  において当該照明ランプの故障が観測される確率は、

$$\text{Prob}[\delta_1(t_{j_k+1}^d) = 0 | \delta_1(t_{j_k}^d) = 1] = 1 - p_{j_k, j_k+1}^1(d) \quad (15)$$

と表現することができる。本研究では、照明ランプの劣化状態の推移確率  $p_{j_k, j_k+1}^1(d)$  をワイブル劣化ハザードモデル<sup>12)</sup>を用いて表現する。点検時刻において、故障が確認された照明ランプはただちに取換えられる。表記の簡略化のため、 $p_{j_k, j_k+1}^1(d) = p_{j_k, j_k+1}^1$  と表記すると、照明ランプの劣化・更新過程に関する推移確率行列  $\mathbf{P}_k^1(d)$  は、

$$\mathbf{P}_k^1(d) = \begin{pmatrix} 1 - p_{0,1}^1 & p_{0,1}^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 - p_{1,2}^1 & 0 & p_{1,2}^1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 - p_{j_k-2, j_k-1}^1 & 0 & 0 & \cdots & p_{j_k-2, j_k-1}^1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

と表現される。このとき、照明ランプの劣化・更新過程は、相対頻度ベクトル (7), 推移確率 (16) を用いて、

$$\boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_{j_k+1}^d) = \boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_{j_k}^d) \mathbf{P}_k^1(d) \quad (17)$$

と表現され、さらに、時刻  $t_0$  における相対頻度を与件とすると、任意の時刻  $t_{j_k}^d$  における期待相対頻度  $\boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_{j_k}^d)$  は、

$$\boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_{j_k}^d) = \boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_0) \{ \mathbf{P}_k^1(d) \}^{j_k} \quad (18)$$

と表現することができる。

### b) 安定器の劣化・更新過程

ある安定器が時刻  $t_0$  に設置され、以降、時刻  $t_{a_k}^e = t_0 + a_k e$  まで故障せずに使用された場合を考える。このとき、次の点検時刻  $t_{a_k+1}^e = t_0 + (a_k + 1)e$  においても故障していない確率を、

$$\text{Prob}[\delta_2(t_{a_k+1}^e) = 1 | \delta_2(t_{a_k}^e) = 1] = p_{a_k, a_k+1}^2(e) \quad (19)$$

と定義する。このとき、時刻  $t_{a_k+1}^e = t_0 + (a_k + 1)e$  において当該安定器の故障が観測される確率は、

$$\text{Prob}[\delta_2(t_{a_k+1}^e) = 0 | \delta_2(t_{a_k}^e) = 1] = 1 - p_{a_k, a_k+1}^2(e) \quad (20)$$

と表現することができる。本研究では、安定器の劣化状態の推移確率  $p_{a_k, a_k+1}^2(e)$  をワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現する。

時刻  $t_{A_k}^{e,f}$  に安定器が一括更新される。このとき、安定器の劣化・更新過程に関する推移確率行列  $\mathbf{P}_k^2(e)$  は、

$$\mathbf{P}_k^2(e) = \begin{pmatrix} 1 - p_{0,1}^2 & p_{0,1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 - p_{1,2}^2 & 0 & p_{1,2}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 - p_{A_k-2, A_k-1}^2 & 0 & 0 & \cdots & p_{A_k-2, A_k-1}^2 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

と表現される。なお、表記の簡略化のため、 $p_{a_k, a_k+1}^2(e) = p_{a_k, a_k+1}^2$  と表記している。このとき、安定器の劣化・更新過程は、相対頻度ベクトル (7), 推移確率 (21) を用いて、

$$\boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_{a_k+1}^e) = \boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_{a_k}^e) \mathbf{P}_k^2(e) \quad (22)$$

と表現され、さらに、時刻  $t_0$  における相対頻度を与件とすると、任意の時刻  $t_{a_k}^e$  における期待相対頻度  $\boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_{a_k}^e)$  は、

$$\boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_{a_k}^e) = \boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_0) \{ \mathbf{P}_k^2(e) \}^{a_k} \quad (23)$$

と表現することができる。

### c) 灯具の劣化・更新過程

上述の照明ランプ、安定器とは異なり、灯具の劣化状態は、多段階の離散的な健全度  $m$  ( $m = 1, \dots, M$ ) により表現される。さらに、本研究では、灯具の劣化・更新過程を状態空間  $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$  で定義される斉次のマルコフ連鎖モデルで表現する。いま、ある灯具が時刻  $t_0$  に設置され、時刻  $t_{j_k}^d = t_0 + j_k d$  に健全度  $\delta_0(t_{j_k}^d) = m_1$  であったとする。このとき、次の点検時刻  $t_{j_k+1}^d = t_0 + (j_k + 1)d$  に健全度が  $\delta_0(t_{j_k+1}^d) = m_2$  となる確率を、

$$\text{Prob}[\delta_0(t_{j_k+1}^d) = m_2 | \delta_0(t_{j_k}^d) = m_1] = \pi_{i_1, i_2}(d) \quad (24) \\ (j_k = 1, \dots, J_k - 1)$$

とする。本研究では、灯具の劣化状態の推移確率  $\pi_{i_1, i_2}(d)$  を混合マルコフ劣化ハザードモデル<sup>19), 20)</sup>を用いて表現する。本研究では、劣化の進展した灯具へのバインド線設置による落下防止措置を考慮する。そのことを表現するためには、落下防止措置が施された状態を表す健全度を設定し、灯具の劣化・更新過程を記述する状態空間  $\mathcal{M}$  に含めればよい。さらに、落下防止措置が施された健全度への推移確率を変化させるこ

とにより、落下防止措置実施の有無を表現することができる。本研究の適用事例では、灯具の健全度が3段階で評価され、最も劣化の進展した状態を示す健全度3に達した灯具を逐次取替する政策か、健全度3の灯具に落下防止措置を施し次の一括取替時刻に更新する政策、の2種類を考え、落下防止措置がなされた灯具の健全度を4として状態空間  $\mathcal{M}$  に含める。ここで、ダミー変数

$$\theta^\xi = \begin{cases} 0 & \text{逐次取替} \\ 1 & \text{落下防止措置} \end{cases} \quad (25)$$

を設定する。このとき、灯具の劣化・補修過程を表現する  $M \times M$  推移確率行列  $\mathbf{\Pi}_k(d)$  は、

$$\mathbf{\Pi}_k(d) = \begin{pmatrix} \pi_{1,1} + (1 - \theta^\xi)\pi_{1,M-1} & \pi_{1,2} & \cdots & 0 & \theta^\xi \pi_{1,M-1} \\ (1 - \theta^\xi)\pi_{2,M-1} & \pi_{2,2} & \cdots & 0 & \theta^\xi \pi_{2,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ (1 - \theta^\xi)\pi_{M-2,M-1} & 0 & \cdots & 0 & \theta^\xi \pi_{M-2,M-1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \cdots & \pi_{1,M-2} & 0 & \theta^\xi \pi_{1,M-1} \\ \cdots & \pi_{2,M-2} & 0 & \theta^\xi \pi_{2,M-1} \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \pi_{M-2,M-2} & 0 & \theta^\xi \pi_{M-2,M-1} \\ \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

と表現される。なお、表記の都合上、 $\pi_{i_1, i_2} = \pi_{i_1, i_2}(d)$  としている。このとき、灯具の劣化・更新過程は、相対頻度ベクトル (13)、推移確率 (26) を用いて、

$$\boldsymbol{\nu}_0^\xi(t_{j_k+1}^d) = \boldsymbol{\nu}_0^\xi(t_{j_k}^d) \mathbf{\Pi}_k(d) \quad (27)$$

と表現され、さらに、時刻  $t_0$  における相対頻度を与件とすると、任意の時刻  $t_{j_k}^d$  における期待相対頻度  $\boldsymbol{\nu}_0^\xi(t_{j_k}^d)$  は、

$$\boldsymbol{\nu}_0^\xi(t_{j_k}^d) = \boldsymbol{\nu}_0^\xi(t_0) \{\mathbf{\Pi}_k(d)\}^{j_k} \quad (28)$$

と表現することができる。

#### 4. 最適点検・更新モデルの定式化

いま、道路管理者が複数のトンネルに設置された多数の照明ユニットを管理する問題を考えよう。本研究では、最終的にはトンネル単位で、ライフサイクル費用の算定を行い、最適な点検・更新政策を決定する。本章では、ひとまず単一のトンネル  $k$  を対象として議論を進める。

表-1 各費用の定義

| 記号      | 定義                 |
|---------|--------------------|
| $c_0$   | 灯具1つの取替費用          |
| $c_1$   | 照明ランプ1つの取替費用       |
| $c_2$   | 安定器1つの取替費用         |
| $c_B$   | 灯具1つの落下防止対策費用      |
| $e_0^k$ | トンネル内全ての灯具の点検費用    |
| $e_1^k$ | トンネル内全ての照明ランプの点検費用 |
| $e_2^k$ | トンネル内全ての安定器の点検費用   |
| $h^k$   | 点検・取替時に発生する交通規制費用  |

#### (1) ライフサイクル費用

最適点検・更新モデルを決定するために、高速道路トンネル照明システムのライフサイクル費用を定義する。ライフサイクル費用を定義するために必要な費用を表-1にまとめる。これらの費用情報を用いてライフサイクル費用を定義する。まず、各施設の補修・取替費用に着目しよう。時刻  $t_{j_k}^d$  における劣化状態に対して実施される取替に応じて、照明ランプ1つあたりに対して時刻  $t_{j_k}^d$  に発生する期待取替費用  $ec_1^\xi(t_{j_k}^d)$  は、現在時刻を  $t_0$  とすると、

$$ec_1^\xi(t_{j_k}^d) = \frac{1}{(1 + \rho)^{j_k d}} \boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_{j_k}^d) c_1 \quad (29)$$

となる。ただし、 $\rho$  は割引率である。さらに、トンネル  $k$  において、時刻  $t_0$  (現在時刻) から  $t_{j_k}^d$  までの期間  $\zeta$  の間に発生する照明ランプの取替費用  $EC_{1,k}^\xi$  は、

$$\begin{aligned} EC_{1,k}^\xi &= \sum_{j_k=1}^{J_k} ec_1^\xi(t_{j_k}^d) \\ &= \sum_{j_k=1}^{J_k} \frac{1}{(1 + \rho)^{j_k d}} \boldsymbol{\nu}_1^\xi(t_{j_k}^d) c_1 \end{aligned} \quad (30)$$

となる。

次に、安定器の取替費用を定式化する。時刻  $t_{a_k}^{e,f}$  に発生する期待取替費用  $ec_2^\xi(t_{a_k}^{e,f})$  は、

$$ec_2^\xi(t_{a_k}^{e,f}) = \frac{1}{(1 + \rho)^{f A_k e + a_k e}} \boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_{a_k}^{e,f}) c_2 \quad (31)$$

となる。さらに、トンネル  $k$  において、時刻  $t_0^f$  から  $t_{A_k}^{e,f}$  までの期間  $\eta$  に発生する照明ランプの取替費用  $ec_2^{\xi'}(f)$  は、

$$\begin{aligned} ec_2^{\xi'}(f) &= \sum_{a_k=1}^{A_k} ec_2^\xi(t_{a_k}^{e,f}) \\ &= \sum_{a_k=1}^{A_k} \frac{1}{(1 + \rho)^{f A_k e + a_k e}} \boldsymbol{\nu}_2^\xi(t_{a_k}^{e,f}) c_2 \end{aligned} \quad (32)$$

$(f = 0, \dots, F - 1)$

となる。一方、 $F$  回目の安定器の一括取替の終了後、照明ユニットの一括取替時刻  $t_{A_k}^{e,F}$  までの期間  $\eta'$  に発生す

る安定器の取替費用  $ec_2^{\xi''}$  は,

$$\begin{aligned} ec_2^{\xi''} &= \sum_{a_k=1}^{A'_k} ec_2^{\xi}(t_{a_k}^{e,F}) \\ &= \sum_{a_k=1}^{A'_k} \frac{1}{(1+\rho)^{FA_k e + a_k e}} \nu_2^{\xi}(t_{a_k}^{e,f}) c_2 \end{aligned} \quad (33)$$

となる. 以上より, トンネル  $k$  において, 時刻  $t_0$  (現在時刻) から  $t_{A'_k}^{e,F+1}$  までの期間  $\zeta = F \times \eta + \eta'$  の間に発生する照明ランプの取替費用  $EC_{2,k}^{\xi}$  は,

$$\begin{aligned} EC_{2,k}^{\xi} &= \sum_{f=0}^F ec_2^{\xi'}(f) + ec_2^{\xi''} \\ &= \sum_{f=0}^F \left\{ \sum_{a_k=1}^{A_k} \frac{1}{(1+\rho)^{fA_k e + a_k e}} \nu_2^{\xi}(t_{a_k}^{e,f}) c_2 \right\} \\ &\quad + \sum_{a_k=1}^{A'_k} \frac{1}{(1+\rho)^{FA_k e + a_k e}} \nu_2^{\xi}(t_{a_k}^{e,f}) c_2 \end{aligned} \quad (34)$$

と表現することができる.

さらに, 灯具の補修・取替費用を定式化する. 相対頻度  $\nu_{0,1}^{\xi}(t_{j_k}^d)$  は, 相対頻度  $\nu_{0,1}^{\xi}(t_{j_k}^d)$  のうち, 時刻  $t_{j_k}^d$  に取替がなされた灯具の部分的な相対頻度であるとする. 時刻  $t_{j_k}^d$  に発生する灯具の補修・取替費用  $ec_0^{\xi}(t_{j_k}^d)$  は, 現在時刻を  $t_0$  とすると,

$$ec_0^{\xi}(t_{j_k}^d) = \frac{1}{(1+\rho)^{j_k d}} (\nu_{0,1}^{\xi'}(t_{j_k}^d) c_0 + \nu_{0,M}^{\xi}(t_{j_k}^d) c_B) \quad (35)$$

と表現できる. ただし, 落下防止措置がなされた灯具に対しては, 毎回の点検において,  $c_B$  の費用が必要であるとする. トンネル  $k$  において, 時刻  $t_0$  (現在時刻) から  $t_{J_k}^d$  までの期間  $\zeta$  の間に発生する灯具の補修・取替費用  $EC_{0,k}^{\xi}$  は,

$$\begin{aligned} EC_{0,k}^{\xi} &= \sum_{j_k=1}^{J_k} ec_0^{\xi}(t_{j_k}^d) \\ &= \sum_{j_k=1}^{J_k} \left\{ \frac{1}{(1+\rho)^{j_k d}} (\nu_{0,1}^{\xi'}(t_{j_k}^d) c_0 + \nu_{0,M}^{\xi}(t_{j_k}^d) c_B) \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

と表すことができる.

トンネル  $k$  において, 時刻  $t_0$  (現在時刻) から  $t_{J_k}^d$  までの期間  $\zeta$  の間に発生する照明ユニット1つの補修・取替費用  $EC_k^{\xi}$  は,

$$EC_k^{\xi} = EC_{1,k}^{\xi} + EC_{2,k}^{\xi} + EC_{0,k}^{\xi} \quad (37)$$

となる.

次に, 各部品の点検・更新に伴う交通規制費用を定式化する. 照明ランプと灯具の点検・交換の際には, 交通規制が必ず必要となる. 一方, 安定器の点検には交通規制は必要なく, 交換時にのみ交通規制費用が必要

となる. このことを考慮すると, 現在時刻  $t_0$  から時刻  $t_{J_k}^d = t_{A'_k}^{e,F}$  までに必要となる交通規制費用  $RC_k^{\xi}$  は,

$$\begin{aligned} RC_k^{\xi} &= \sum_{j_k=1}^{J_k} \left\{ \frac{1}{(1+\rho)^{j_k d}} h^k \right\} \\ &\quad + \sum_{f=0}^F \left\{ \sum_{a_k=1}^{A_k} \frac{1}{(1+\rho)^{fA_k e + a_k e}} \nu_2^{\xi}(t_{a_k}^{e,f}) h^k \right\} \\ &\quad + \sum_{a_k=1}^{A'_k} \frac{1}{(1+\rho)^{FA_k e + a_k e}} h^k \end{aligned} \quad (38)$$

と表すことができる.

さらに, 照明ユニットの点検費用を定式化する. 現在時刻  $t_0$  から時刻  $t_{J_k}^d = t_{A'_k}^{e,F}$  までに必要となる点検費用  $IC_k^{\xi}$  は,

$$\begin{aligned} IC_k^{\xi} &= \sum_{j_k=1}^{J_k} \left\{ \frac{1}{(1+\rho)^{j_k d}} (e_0^k + e_1^k) \right\} \\ &\quad + \sum_{f=0}^F \left\{ \sum_{a_k=1}^{A_k} \frac{1}{(1+\rho)^{fA_k e + a_k e}} e_2^k \right\} \\ &\quad + \sum_{a_k=1}^{A'_k} \frac{1}{(1+\rho)^{FA_k e + a_k e}} e_2^k \end{aligned} \quad (39)$$

と表現することができる.

以上の定式化のもと, トンネル  $k$  の全ての照明ユニットにおける, 時刻  $t_0$  から時刻  $t_{J_k}^d = t_{A'_k}^{e,F}$  までの期間  $\zeta$  当たりのライフサイクル費用の割引現在価値  $LCC'_k(d, A_k, J_k, \xi)$  は,

$$LCC'_k(d, A_k, J_k, \xi) = N_k \times EC_k^{\xi} + RC_k^{\xi} + IC_k^{\xi} \quad (40)$$

と表すことができる.  $LCC'_k(d, A_k, J_k, \xi)$  を  $F \times A_k + A'_k$  で基準化することにより, 単位時間  $e$  当たりの, トンネル  $k$  の全ての照明ユニットのライフサイクル費用  $LCC_k(d, A_k, J_k, \xi)$  は,

$$LCC_k(d, A_k, J_k, \xi) = \frac{LCC'_k(d, A_k, J_k, \xi)}{F \times A_k + A'_k} \quad (41)$$

と表すことができる. さらに, 管理対象の全てのトンネルの全ての照明ユニットにおける, 時刻  $t_0$  から時刻  $t_{J_k}^d = t_{A'_k}^{e,F}$  までの期間  $\zeta$  当たりのライフサイクル費用の割引現在価値  $LCC(d, J_k, \xi)$  は,

$$LCC(d, A_k, J_k, \xi) = \sum_{k=1}^K LCC_k(d, A_k, J_k, \xi) \quad (42)$$

となる.

## (2) 最適点検・更新モデル

単にライフサイクル費用を最小化するのであれば, 政策変数である点検間隔を大きくすればよい. しかし, 点検間隔の増加は, 照明ランプの不点や灯具の落下の可

能性を高める。そこで、あるリスク管理水準を設定し、その管理水準を満たしつつもライフサイクル費用を最小化するような点検・更新政策を最適点検・更新モデルとしよう。そのために、照明ユニットの各部品に関するリスクを計量化することを考える。

照明ランプでは不点をリスク事象として捉える。具体的には、 $t_1^d$  から  $t_{j_k}^d$  までのそれぞれの時刻において算出できる故障した照明ランプの相対頻度  $\nu_{1,0}^\xi(t_{j_k}^d)$  の最大値とする。すなわち、故障確率

$$N_1(k, d, \xi) = \max \left\{ \nu_{1,0}^\xi(t_{j_k}^d), j_k = 1, 2, \dots, J_k \right\} \quad (43)$$

をリスク管理指標として設定する。一方、安定器に関しては、1日に複数回実施される道路巡回により故障が発見され、即座に緊急取替が実施される。安定器の故障は、照明ランプの大量不点に直結するが、頻繁に実施される道路巡回と逐次取替により、故障した安定器は1日以内に発見され取替えられる。そのため、本研究の分析では安定器の故障に起因した不点発生リスクを考慮しない。ただし、安定器の故障に伴う緊急取替に必要な規制費用は分析の対象とする。また、道路管理者は、安定器の故障による大量不点の可能性を考慮し、照明ランプの不点に関して余裕を持ったリスク管理目標を設定しなければならないのは言うまでもない。灯具に関しては、劣化の最も進展した健全度の相対頻度を用いてリスク管理指標を定義する。ただし、バインド線による劣化防止措置を施す場合、落下防止措置が行われた灯具の相対頻度を用いる。具体的に、リスク管理指標  $N_0(k, d, \xi)$  を定義すると、

$$\begin{aligned} N_0(k, d, \xi) \\ = \max \left\{ (1 - \theta^\xi) \nu_{0,0}^\xi(t_{j_k}^d) + \theta^\xi \nu_{0,M}^\xi(t_{j_k}^d), \right. \\ \left. j_k = 1, 2, \dots, J_k \right\} \quad (44) \end{aligned}$$

と表す。

ここで、高速道路トンネル照明システムのリスク管理目標を照明ランプと灯具に関して設定しよう。まず、照明ランプに関しては、「トンネル  $k$  において、全ての時刻で故障確率  $N_1(k, d, \xi)$  をリスク管理水準  $\underline{U}_1$  以下に抑える」ことをリスク管理目標とする。同様に、灯具に関しても、「トンネル  $k$  において、全ての時刻でリスク管理指標  $N_0(k, d, \xi)$  をリスク管理水準  $\underline{U}_0$  以下に抑える」とリスク管理目標を定める。このとき、上記のリスク管理目標をトンネル  $k$  において全て達成することができる点検・更新政策の集合  $\Omega_k(\underline{U})$  を、

$$\Omega_k(\underline{U}) = \{(d, A_k, J_k, \xi) | N_i(k, d, \xi) \leq \underline{U}_i \ (i = 0, 1)\} \quad (45)$$

と定義する。ここに、 $\underline{U} = (\underline{U}_0, \underline{U}_1)$  はリスク管理水準ベクトルである。リスク管理水準  $\underline{U}$  を所与としたときに、ライフサイクル費用を最小化するような点検・更新政

策が最適点検・更新政策  $(d^*(\underline{U}), A_k^*(\underline{U}), J_k^*(\underline{U}), \xi^*(\underline{U}))$  が最適点検・更新政策である。すなわち、トンネル  $k$  での最適点検・更新モデルは、

$$C_k^*(\underline{U}) = \min_{d, A_k, J_k, \xi} \{LCC_k(d, A_k, J_k, \xi)\} \quad (46a)$$

$$\text{subject to } (d, A_k, J_k, \xi) \in \Omega_k(\underline{U}) \quad (46b)$$

と定式化することができる。

## 5. おわりに

本研究では、照明ランプ、安定器、灯具で構成される高速道路トンネル照明システムの最適点検・更新モデルを提案した。具体的には、各部品の劣化過程をハザードモデルを基軸としたモデルで表現するとともに、劣化・更新過程をマルコフ連鎖モデルを用いて表現し、ライフサイクル費用とリスク管理目標を用いて、最適点検・更新モデルを定式化した。本研究で提案したモデルを用いることにより、各部品の点検・更新間隔の同期化やトンネル単位での劣化過程の異質性を考慮した、より実現象と整合的な劣化・更新過程を表現することができる。

なお、講演会当日には実際の高速道路トンネル照明システムに対する目視点検データへの適用を通じて、本研究で提案する方法論の有用性を実証的に検証した事例を紹介する。

## 参考文献

- 1) Frangopol, D. M., Lin, K. Y. and Estes, A. C.: Life-cycle cost design of deteriorating structure, *Journal of Structural Engineering*, Vol.123, Issue 10, pp.1390-1401, 1997.
- 2) Matsushima, M., Seki, H. and Matsui, K.: A reliability approach to landing pier optimum repair level, *ACI Materials Journal*, Vol.95, Issue 3, pp.218-225, 1998.
- 3) 伊庭孝充, 松島学, 関博, 川田秀夫: 塩害を受ける RC 構造物のライフサイクルコスト算定手法に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.704/□-55, pp.1-11, 2002.
- 4) 高山知司, 安田誠宏, 辻尾大樹, 井上純一: ライフサイクルコストの最小化による沿岸構造物被覆材の最適設計, 土木学会論文集 B, Vol.65, No.1, pp.15-30, 2009.
- 5) 伊藤義人, 和田光永: イベントを考慮した交通基盤施設のライフサイクル評価手法に関する研究, 土木学会論文集, No.745/I-65, pp.131-142, 2003.
- 6) 佐藤忠信, 吉田郁政, 増本みどり, 金治英貞: ライフサイクルコストを考慮した道路橋の補強戦略, 土木学会論文集, No.784/VI-66, 2005.
- 7) 例えば, White, D.J.: *Markov Decision Process*, Wiley, pp.130-146, 1993.
- 8) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research, Part B*, Vol.27B, pp.425-438, 1993.
- 9) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
- 10) Durango P. and Madanat S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under



- uncertain deterioration rates: An adaptive control approach, *Transportation Research, Part A*, Vol.36, pp.763-778, 2002.
- 11) 慈道充, 小林潔司: 不確実性下における最適点検補修ルール, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.39-50, 2003.
  - 12) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
  - 13) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
  - 14) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: トンネル照明システムの最適点検・更新政策, 土木学会論文集, No.805/VI-67, pp.105-116, 2005.
  - 15) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修政策, 土木学会論文集 F, Vol.62, No.2, pp.240-257, 2006.
  - 16) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
  - 17) 貝戸清之, 保田敬一, 小林潔司, 大和田慶: 平均費用法に基づいた橋梁の最適補修戦略, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.83-96, 2005.
  - 18) 織田澤利守, 山本浩司, 青木一也, 小林潔司: 道路付帯施設の最適補修同期化政策, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.200-217, 2008.
  - 19) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
  - 20) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集 D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- (2014. 4. 25 受付)

## AN OPTIMAL INSPECTION/REPLACEMENT POLICY OF TUNNEL LIGHTING SYSTEMS IN CONSIDERATION OF HETEROGENEITY AMONG DETERIORATION PROCESSES

Daijiro MIZUTANI, Satoshi HIRAKAWA, Kengo OBAMA and Kiyoyuki KAITO