

道路ネットワーク整備評価のための 交通均衡配分を統合したSCGEモデルの開発

武藤 慎一¹・森杉 壽芳²・安藤 倫規³

¹正会員 山梨大学准教授 大学院医学工学総合研究部 (〒400-0008 山梨県甲府市武田4-3-11)
E-mail: smutoh@yamanashi.ac.jp

²正会員 日本大学客員教授 (〒274-8501 千葉県船橋市習志野台7-24-1)

¹学生員 山梨大学 大学院医学工学総合教育部 (〒400-0008 山梨県甲府市武田4-3-11)

高速道路ネットワーク整備等の大規模交通プロジェクト評価に用いられてきた従来のSCGEモデルでは、交通均衡配分が考慮されていないため、交通混雑現象を踏まえた評価が行えないとの問題があった。そこで、本研究では交通均衡配分を統合したSCGEモデルを開発し、さらにSCGEモデルに係わる一般均衡解と交通ネットワーク均衡配分に係わる交通均衡解の同時解法を行うために等価な最適化問題を示し、その数値解法によって交通均衡配分を統合したSCGEモデルの求解が可能であることを明らかにした。

Key Words : SCGE model, transport equilibrium assignment, integrated model, benefit evaluation

1. はじめに

高速道路ネットワーク整備等の大規模交通プロジェクトの評価では、空間的応用一般均衡 (SCGE : Spatial Computable General Equilibrium) モデルの適用が有効とされる。しかし、従来のSCGEモデルでは、交通均衡配分までは考慮されておらず、交通混雑現象を踏まえた評価が行えないとの問題があった。

これに対し、筆者らはSCGEモデルへの交通均衡配分の統合化を試みた。具体的には、企業、家計ともに交通消費において、交通発生から目的地選択、交通機関選択に加え、経路選択およびリンク選択まで考慮したSCGEモデルを開発した。一方、交通生産については、運輸部門が各リンクに対し、生産した交通サービスを供給するものとしてモデル化した。それにより、リンクを新規に追加した場合、あるいはリンクの交通容量を拡大した場合のような交通整備によって、リンク所要時間が短縮された際の運輸企業の生産効率向上を直接モデルにて表現することが可能となった。また、混雑が生じたような場合も、リンク所要時間の増大が運輸企業の生産効率の低下に影響を与えるものとして表現されており、交通サービス価格変化を通じて企業や家計など、需要者に波及的影響をもたらす点まで考慮可能となっている。

しかし、以上のモデルを現実的交通ネットワークに適用する際には、SCGEモデルに係わる一般均衡解と、交通ネットワーク均衡配分に係わる交通均衡解とを同時に

解く必要があるが、それに対しては適切なアルゴリズム開発ができていないとの課題があった。

そこで本研究では、一般均衡解と交通均衡解が導出可能な等価な最適化問題を構築し、それを数値解法によって解くことにより交通均衡配分を統合したSCGEモデルを解くことについての検討を行う。

2. 交通均衡配分を統合したSCGEモデル

交通均衡配分を統合したSCGEモデルの概要を示す。なお、今回は一般均衡と交通均衡の同時解法の検討が主な目的であることから、空間を捨象したモデルを示すこととする。

(1) 運輸企業の行動モデル

運輸企業は、企業の中間財投入および家計の消費財消費に必要な貨物運輸サービス、および旅客トリップ消費に必要な旅客運輸サービスを供給する。ただし、ここでは簡単化のため、貨物・旅客をまとめて扱うこととする。運輸企業は、自身の立地する地域に属するリンクに対し、それぞれ別々の運輸サービスを供給する。そのときの運輸サービス生産行動は、基本的には他の企業の行動モデルと同様とする (図-1)。ただし、運輸企業が投入する労働および資本に関しては、リンク所要時間がその投入効率性に影響を与えるものとする。

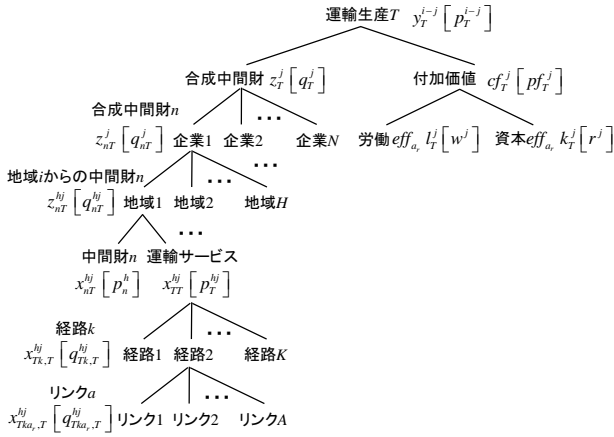


図-1 運輸企業の生産行動ツリー

ここでは、地域 r に立地しリンク a_r に対して運輸サービス供給を行う運輸企業の行動モデルの概要を示す。その中で、特に重要な生産要素投入行動について定式化を示すこととする。運輸企業 T の労働と資本の投入に関しては、まず生産要素生産関数をリンク所要時間と労働、資本投入に対し、ゼロ次同次の関係にあると仮定する。これより、以下が成立する。

$$\begin{aligned} cf_T^{a_r} &= cf_T^{a_r} (t^{a_r}, l_T^{a_r}, k_T^{a_r}) \\ &= cf_T^{a_r} (\lambda t^{a_r}, \lambda l_T^{a_r}, \lambda k_T^{a_r}) \end{aligned} \quad (1a)$$

ただし、 $cf_T^{a_r}$ ：生産要素生産関数、 $l_T^{a_r}$ ：労働投入量、 $k_T^{a_r}$ ：資本投入量、 t^{a_r} ：リンク所要時間。

ここで、 $\lambda = \frac{t^{a_r, A}}{t^{a_r}}$ とおく。ただし、A：整備なしを表す添字。この結果、式(1a)は以下ようになる。

$$cf_T^{a_r} = cf_T^{a_r} (t^{a_r, A}, eff^{a_r} \cdot l_T^{a_r}, eff^{a_r} \cdot k_T^{a_r}) \quad (1b)$$

ただし、 $eff^{a_r} = \frac{t^{a_r, A}}{t^{a_r}}$ である。ここで、リンク所要時間は、リンク a_r における運輸サービス生産量 $y_T^{a_r}$ 、すなわちリンク a_r で実現する交通量、およびリンク a_r の交通容量の関数となっているものとする。これより、交通整備がなされた場合にはリンク所要時間は削減され、労働および資本の投入効率が向上する。また当該リンクの運輸サービス生産量、すなわち交通量が増加した場合は混雑水準が上昇し、リンク所要時間が増大するために労働および資本の投入効率が低下するということになる。

式(1b)に基づき、労働、資本の投入に係わる行動モデルを定式化する。これは、式(1b)をBarro型CES関数で特定化し、その技術制約下での費用最小化問題として定式化できる。

$$pf_T^{a_r} cf_T^{a_r} = \min_{l_T^{a_r}, k_T^{a_r}} [wl_T^{a_r} + rk_T^{a_r}] \quad (2a)$$

$$cf_T^{a_r} = \gamma_{cfT}^{a_r} \left[\alpha_{LT}^{a_r} \left\{ \beta_{LT}^{a_r} \cdot eff^{a_r} l_T^{a_r} \right\}^{\frac{\sigma_{cfT}^{a_r} - 1}{\sigma_{cfT}^{a_r}}} + (1 - \alpha_{LT}^{a_r}) \left\{ (1 - \beta_{LT}^{a_r}) eff^{a_r} k_T^{a_r} \right\}^{\frac{\sigma_{cfT}^{a_r} - 1}{\sigma_{cfT}^{a_r}}} \right]^{\frac{\sigma_{cfT}^{a_r}}{\sigma_{cfT}^{a_r} - 1}} \quad (2b)$$

s.t.

ただし、 $l_T^{a_r}, k_T^{a_r}$ ：運輸企業の労働、資本投入量、 w, r ：賃金率、利子率、 $\alpha_{LT}^{a_r}, \beta_{LT}^{a_r}$ ：分配パラメータ、 $\gamma_{cfT}^{a_r}$ ：効率性パラメータ、 $\sigma_{cfT}^{a_r}$ ：代替弾力性パラメータ。

式(2)の費用最小化問題を解くと、以下のとおり労働、資本需要関数が得られる。

$$l_T^{a_r} = \frac{1}{\gamma_{cfT}^{a_r} (\beta_{LT}^{a_r} eff^{a_r})^{1 - \sigma_{cfT}^{a_r}}} \left(\frac{\alpha_{LT}^{a_r}}{w} \right)^{\sigma_{cfT}^{a_r}} \Psi_{cfT}^{a_r} \frac{\sigma_{cfT}^{a_r}}{1 - \sigma_{cfT}^{a_r}} cf_T^{a_r} \quad (3a)$$

$$k_T^{a_r} = \frac{1}{\gamma_{cfT}^{a_r} \left\{ (1 - \beta_{LT}^{a_r}) eff^{a_r} \right\}^{1 - \sigma_{cfT}^{a_r}}} \left(\frac{1 - \alpha_{LT}^{a_r}}{r} \right)^{\sigma_{cfT}^{a_r}} \Psi_{cfT}^{a_r} \frac{\sigma_{cfT}^{a_r}}{1 - \sigma_{cfT}^{a_r}} cf_T^{a_r} \quad (3b)$$

$$\Psi_{cfT}^{a_r} = \left(\alpha_{LT}^{a_r} \right)^{\sigma_{cfT}^{a_r}} \left(\frac{w}{\beta_{LT}^{a_r} eff^{a_r}} \right)^{1 - \sigma_{cfT}^{a_r}}$$

ただし、

$$+ (1 - \alpha_{LT}^{a_r})^{\sigma_{cfT}^{a_r}} \left(\frac{r}{\{1 - \beta_{LT}^{a_r}\} eff^{a_r}} \right)^{1 - \sigma_{cfT}^{a_r}}$$

式(3)を式(2)の目的関数に代入すると、合成生産要素価格が求められる。

$$q_{cfT}^{a_r} = \frac{1}{\gamma_{cfT}^{a_r}} \Psi_{cfT}^{a_r} \frac{1}{1 - \sigma_{cfT}^{a_r}} \quad (4)$$

次に、定式化は割愛するが、合成中間財と合成生産要素の投入に係わる行動モデルを説明する。これも、式(2)と同様の枠組みで定式化でき、最終的には式(4)に相当する、運輸サービス価格が導出される。なお、それは合成中間財価格と合成生産要素価格の合成価格になる。

ここで、式(4)の生産要素価格は eff^{a_r} の関数であり、それはリンク a_r の所要時間 t^{a_r} の関数である。したがって、運輸企業の生産要素価格は、当該リンクの交通整備水準や混雑水準に応じて変化することになる。そのため、合成生産要素の関数である運輸サービス価格も交通整備水準や混雑水準の影響を受け、企業や家計など運輸サービス需要者にも波及的影響をもたらすことになる。

(2) 企業の行動モデル

企業の行動モデルは、基本的には従来のSCGEモデル

と同様の枠組みで定式化する。ただし、ここでは交通消費において、経路選択およびリンク選択まで考慮する点で拡張を試みている。

企業の行動モデルツリーは、図-1の運輸企業のものと同じであり、ここでは運輸サービス消費において経路選択およびリンク選択まで考慮されていることがわかる。従来のSCGEモデルでも、交通発生、目的地選択および交通機関選択のモデル化により交通機関別OD交通需要の考慮まではなされている。しかし、交通ネットワークを前提とした場合には、経路選択まで考える必要がある。それに対し、目的地選択あるいは交通機関選択モデルをそのまま階層を追加することにより経路選択およびリンク選択のモデル化が可能である。すなわち、まず経路選択モデルは以下のとおりである。

$$q_{Tm} z_{Tm} = \min_{z_{Tm}^k} \sum_k q_{Tm}^k z_{Tm}^k \quad (5a)$$

$$\text{s.t. } z_{Tm} = \gamma_{Tm} \left[\sum_i \alpha_{Tm}^k \left\{ \beta_{Tm}^k z_{Tm}^k \right\}^{\frac{\sigma_{Tm}-1}{\sigma_{Tm}}} \right]^{\frac{\sigma_{Tm}}{\sigma_{Tm}-1}} \quad (5b)$$

ただし、 z_{Tm} : 企業 m の総運輸サービス消費量、 q_{Tm} : 総運輸サービス消費価格、 z_{Tm}^k : 経路 k の運輸サービス消費量、 q_{Tm}^k : 経路 k 運輸サービス価格、 $\alpha_{Tm}^k, \beta_{Tm}^k$: 分配パラメータ ($\sum_k \alpha_{Tm}^k = 1, \sum_k \beta_{Tm}^k = 1$)、 γ_{Tm} : 効率性パラメータ、 σ_{Tm} : 代替弾力性パラメータ。

式(5)の費用最小化問題を解くと、以下のとおり経路別運輸サービスに係わる需要関数が得られる。

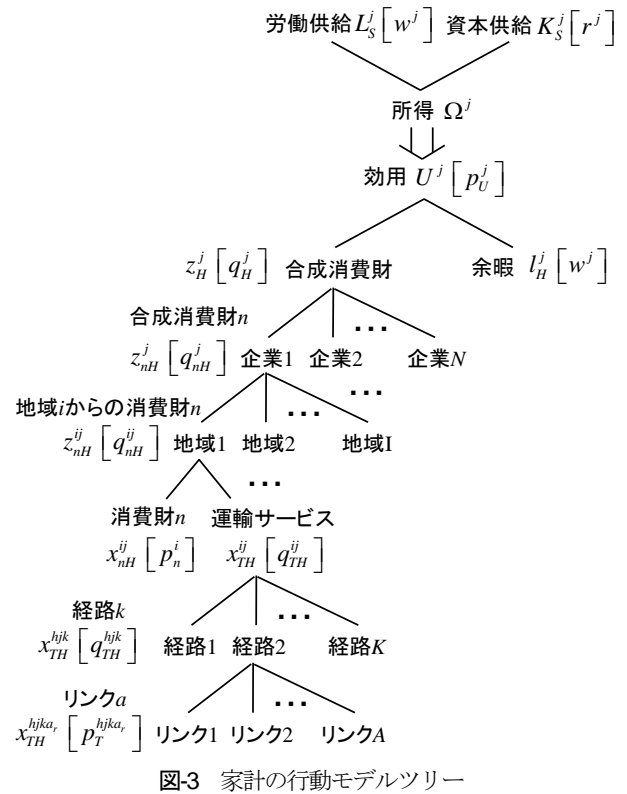
$$z_{Tm}^k = \frac{1}{\gamma_{Tm} \beta_{Tm}^{k \cdot 1 - \sigma_{Tm}}} \left(\frac{\alpha_{Tm}^k}{q_{Tm}^k} \right)^{\sigma_{Tm}} \Psi_{Tm}^{\frac{\sigma_{Tm}}{1 - \sigma_{Tm}}} z_{Tm} \quad (6)$$

$$\text{ただし, } \Psi_{Tm} = \sum_k \left(\alpha_{Tm}^k \right)^{\sigma_{Tm}} \left(\frac{q_{Tm}^k}{\beta_{Tm}^k} \right)^{1 - \sigma_{Tm}} .$$

式(6)を式(5)の目的関数に代入すると、総運輸サービス価格が求められる。

$$q_{Tm} = \frac{1}{\gamma_{Tm}} \Psi_{Tm}^{\frac{1}{1 - \sigma_{Tm}}} \quad (7)$$

次に、経路 k の運輸サービス消費から、その経路上のリンクの運輸サービス消費量を求める。これは、リンク選択モデルとして定式化するが、経路が決まれば必然的に通過するリンクも一意に決まるため、ここでは完全非代替の財選択を意味するレオンチェフ型技術に基づきモデル化を行うこととした。レオンチェフ型技術は、Barro型CES関数における代替弾力性パラメータをゼロと設定することで誘導できる。具体的には以下の式になる。



$$z_{Tm}^k = \gamma_{Tm}^k \min \left[\dots, \beta_{Tm}^{ka_r} z_{Tm}^{ka_r}, \dots \right] \quad (8)$$

ただし、 $z_{Tm}^{ka_r}$: リンク a の運輸サービス消費量、 $\beta_{Tm}^{ka_r}$: 分配パラメータ ($\sum_{a_r} \beta_{Tm}^{ka_r} = 1$)、 γ_{Tm}^k : 効率性パラメータ、 σ_{Tm}^k : 代替弾力性パラメータ。

式(8)を基に、リンク選択問題を定式化すると以下のようなになる。

$$q_{Tm}^k z_{Tm}^k = \min_{z_{Tm}^{a_r}} \sum_{a_r} q_{Tm}^{a_r} z_{Tm}^{a_r} \quad (9a)$$

$$\text{s.t. 式(8)} \quad (9b)$$

ただし、 $q_{Tm}^{a_r}$: リンク a の運輸サービス価格。

式(9)の費用最小化問題を解くと、以下のとおりリンク別運輸サービスに係わる需要関数が得られる。

$$z_{Tm}^{ka_r} = \frac{1}{\gamma_{Tm}^k \beta_{Tm}^{ka_r}} z_{Tm}^k \quad (10)$$

(3) 家計の行動モデル

家計の行動モデルも、基本的には従来のSCGEモデルと同様であるが、企業と同様、交通消費では経路選択まで考慮する点で拡張されている。

家計は、まず総利用可能時間から得られる時間所得と、資本を提供することによって得られる資本所得からなる総所得を得る。筆者らが構築したSCGEモデルでは、他地域への生産要素供給についても考慮しているが、ここ

では簡単化のため自地域のみ生産要素は提供されるとする。これより、家計所得は以下ようになる。

$$\Omega_H = wT_H + rK_H \quad (11)$$

ただし、 Ω_H ：家計所得、 T_H ：総利用可能時間、 K_H ：資本ストック賦存量、 w, r ：それぞれ賃金率と利子率。

式(11)の家計所得に基づき、家計は財消費を行う。これは、従来のSCGEモデルと同様、効用水準一定下での支出最小化問題により定式化を行う。

$$p_U U = \min_{z_{ZH}, l_H} [q_{ZH} z_{ZH} + w l_H] \quad (12a)$$

$$\text{s.t. } U = \gamma_H \left[\alpha_{ZH} \left\{ \beta_{ZH} z_{ZH} \right\}^{\frac{\sigma_H - 1}{\sigma_H}} + (1 - \alpha_{ZH}) \left\{ (1 - \beta_{ZH}) l_H \right\}^{\frac{\sigma_H - 1}{\sigma_H}} \right]^{\frac{\sigma_H}{\sigma_H - 1}} \quad (12b)$$

ただし、 U ：家計の効用水準、 p_U ：効用価格指標、 z_{ZH}, l_H ：それぞれ合成消費財消費量および合成余暇消費、 q_{ZH} ：合成消費財価格、 α_{ZH}, β_{ZH} ：分配パラメータ、 γ_H ：効率性パラメータ、 σ_H ：代替弾力性パラメータ。

式(12)の支出最小化問題を解くと、以下のとおり各需要関数が得られる。

$$z_Z = \frac{1}{\gamma_H \beta_{ZH}^{1 - \sigma_H}} \left(\frac{\alpha_{ZH}}{q_{ZH}} \right)^{\sigma_H} \Psi_H^{\frac{\sigma_H}{1 - \sigma_H}} U \quad (13a)$$

$$l_H = \frac{1}{\gamma_H (1 - \beta_{ZH})^{1 - \sigma_H}} \left(\frac{1 - \alpha_{ZH}}{w} \right)^{\sigma_H} \Psi_H^{\frac{\sigma_H}{1 - \sigma_H}} U \quad (13b)$$

$$\text{ただし、} \Psi_H = \left(\alpha_{ZH} \right)^{\sigma_H} \left(\frac{q_Z}{\beta_{ZH}} \right)^{1 - \sigma_H} + (1 - \alpha_{ZH})^{\sigma_H} \left(\frac{w}{1 - \beta_{ZH}} \right)^{1 - \sigma_H} .$$

式(13)を式(12)の目的関数に代入すると、効用価格が求められる。

$$p_U = \frac{1}{\gamma_H} \Psi_H^{\frac{1}{1 - \sigma_H}} \quad (14)$$

第一段階以降の定式化については、既存SCGEモデルと同様であり、ここでは割愛する。また、経路選択およびリンク選択については、企業の行動モデルにて示したものと枠組みは同様であり、ここでは説明を割愛したい。

(4) 市場および交通均衡条件

市場均衡条件は以下のとおりである。

$$\sum_m x_{nm} + x_{nH} = y_n \quad (15a)$$

$$\sum_m \sum_k x_{Tm}^{ka_r} + \sum_k x_{TH}^{ka_r} = y_T^{a_r} \quad (15b)$$

$$\sum_m l_m + \sum_{a_r} l_T^{a_r} + l_H = T_H \quad (15c)$$

$$\sum_m k_m + \sum_{a_r} k_T^{a_r} = K_H \quad (15d)$$

式(15b)は、運輸市場に係わる市場均衡条件を表しているが、そこから導出される運輸サービス価格は、式(4)で説明したとおり、リンク所要時間の関数となっており、そのリンク所要時間が運輸サービス生産量の関数となっている。したがって、本式が交通均衡条件も表すものと考えられる。

3. 等価な最適化問題の構築

式(15)の均衡条件を解く際、それらの連立方程式を直接解くことは困難とされている。特に、リンク所要時間が運輸サービス生産量によって影響を受けるという外部性が組み込まれているため、求解の方法によっては解が発散してしまうような場合もあり得る。そこで、ここでは式(15)の市場均衡条件を導くための等価な最適化問題を構築する。

まずここでは、等価な最適化問題を構築する際の基本概念を示す。その直感的理解は、社会余剰の最大化問題を考えるということである。これは、部分均衡のアプローチとなるが、図-3に示すように社会余剰の最大化によって得られる総需要量あるいは総供給量と、市場均衡から実現する財の総需要量あるいは総供給量は一致することがわかる。なお、CGEモデルでは、生産技術には規模に関して収穫一定の技術を原則的に仮定するため、供給曲線はx軸に平行となる。すなわち、生産者余剰がゼロとなる。そこで図-3には、その点を予め考慮した形で図を再生している。

図-4には、運輸サービス市場の社会余剰を示した。運輸サービス価格は、既に述べたようにリンク所要時間を介して混雑の影響を受ける。したがって、運輸サービス市場の供給曲線については、右上がりのグラフとなる。しかし、その場合においても、社会余剰の最大化による総需要量あるいは総供給量と、市場均衡による総需要量あるいは総供給量とは一致することがわかる。

以上より、本研究で構築した交通均衡配分を考慮したSCGEモデルを解くためには、社会的総余剰の最大化問

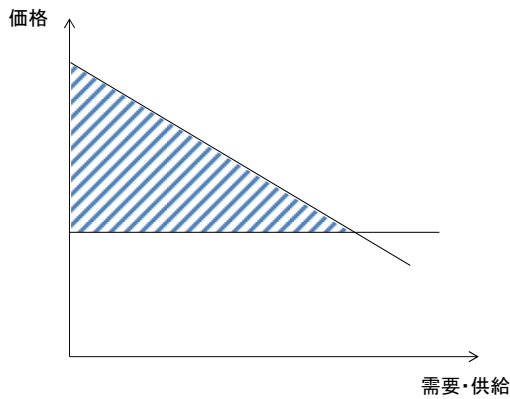


図-3 一般財市場の社会余剰

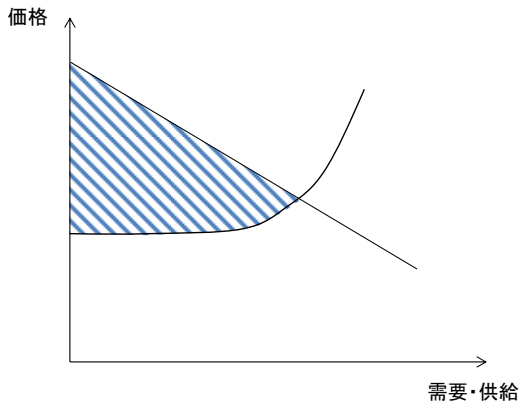


図-4 運輸サービス市場の社会余剰

題を解けば、それが市場均衡解と一致することから元の問題も解けたことになるといえる。

次に、ここで構築したSCGEモデルから社会余剰に係わる式を誘導する必要がある。結論から示すと、それは家計の効用水準から企業の生産費用を差し引いたものと一致する。

$$\max_{p,w,r,t} \left[U - \sum_m p_m y_m - p_T y_T \right] \quad (16)$$

式(16)では、今企業の生産行動においてはゼロ利潤が成立するため、生産費用の代わりに生産額を用いている。式(16)を最大化する価格水準およびリンク所要時間水準

を導出すれば、本研究にて構築したSCGEモデルが解けることになると考えられる。

6. おわりに

本研究では、交通均衡配分を統合したSCGEモデルを構築した。しかし、それを現実の交通ネットワークに適用する際には、これまでの市場均衡解を解く方法では困難なため、等価な最適化問題を構築し、それを解けば解が得られることを明らかとした。

実際の数値解法の方法等については示すことができなかったが、交通ネットワーク均衡配分にて用いられている手法を直接的に利用可能であると考えられ、今後はそれらの適用による数値解法を行う予定である。

参考文献

- 1) 宮城俊彦, 本部賢一: 「応用一般均衡分析を基礎にした地域間交易量モデルに関する研究」, 『土木学会論文集』, No.530/IV-30, pp.31-40, 1996.
- 2) 上田孝行編著: 『Excel で学ぶ地域・都市経済分析』, コロナ社, 2009.
- 3) 小池淳司, 佐藤啓輔, 川本信秀: 「空間的応用一般均衡モデル「RAEM-Light」を用いた道路ネットワーク評価ー地域間公平性の視点からの実務的アプローチ」, 『土木計画学研究・論文集』, Vol.26, pp.161-168, 2009.
- 4) 武藤慎一, 桐越信: Barro型CES関数に基づく空間的応用一般均衡(SCGE)モデルの一般性向上-交通モデルを中心に-, 交通学研究/2010年研究年報, pp.255-264, 2011.
- 5) Varian, H.R.: Microeconomic Analysis, W W Norton & Co Inc., 1992(佐藤隆三, 三野和雄訳: ミクロ経済分析, 勁草書房,).

(2014.?? 受付)