

動的信号制御のネットワーク設計問題 としての定式化

瀧川 翼¹・和田 健太郎²・桑原 雅夫³

¹学生会員 東北大学大学院 情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-3-09)

E-mail: takigawa@plan.civil.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学大学院助教 情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-3-09)

E-mail: wadaken@plan.civil.tohoku.ac.jp

³正会員 東北大学大学院教授 情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-3-09)

E-mail: kuwahara@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究は、Variational Theory により交通流を表現することで、動的信号制御問題の定式化を行う。動的信号制御問題に関するこれまでの研究では、信号制御パラメータであるオフセットを明示的に変数として扱うことで、問題を複雑化させる要因となっていた。そこで、本稿は、Variational Theory による交通流表現が最短経路問題に帰着することを活用して、オフセットを明示的に変数として扱わないネットワーク設計問題として、動的制御問題を定式化する。そのことで、従来の研究と比較し、簡単な問題とする。

Key Words : *dynamic traffic signal control, kinematic wave theory, variational theory, network design problem*

1. はじめに

一般街路における交通渋滞は専ら信号交差点を起因にしており、交通が錯綜する交差点において、これを円滑に通行させるためには、交通信号システムを最適に制御することが重要となる。現代の都市街路網では、多数の交差点が交通信号によって制御されているため、空間的広がりをもつ道路網において、時間的に変動する交通の流れに応じた動的な信号制御が求められる。この交通信号制御は制御対象エリアによって分類され、単独交差点を制御対象とする地点制御、路線上一連の交差点群を制御対象とする系統制御、面的に広がる街路網の交差点群を制御対象とする広域制御に分けられる¹⁾。この内、交通渋滞を軽減させるためには、交通の連続性を考慮する必要があり、隣接交差点と無関係に一地点のみの制御を行う地点制御ではなく、互いに連系制御を行うことで、路線全体の制御を行う系統制御、路線網の制御を行う広域制御が重要である。そのため、系統信号制御を最適制御するための研究は従来から多くなされてきた^{2),3),4),5)}。

その中でも特に、交通流の特徴を適切に考慮した動的な信号制御として、Lo⁶⁾が挙げられる。この研究では、交通流を Cell-Transmission Model (CTM) でモデル化し、混合整数計画問題として動的信号制御問題を定式化している。しかし、CTM を制約として考えることで非常に複雑な制約条件を必要とする。また、オフ

セットを明示的な変数としたことも、問題を複雑化させる要因である。

そこで、本稿では Variational Theory (VT)^{7),8)}により交通流を表現することで、新たな動的信号制御問題の定式化を行う。具体的には、VT による交通流の表現がネットワーク上の最短経路問題に帰着することを活用して、ネットワーク設計問題として動的信号制御問題を定式化する。この問題では、オフセットを変数として明示的に扱わず、遅れ時間最小化の結果として、隣接する信号間の切り替えタイミングを最適化することを意図している。

本稿の構成は、以下の通りである。まず、第2章では、解析の前提条件および動的信号制御問題の概要を述べる。第3章では、VT により、対象とする時空間内の遅れ時間の評価が最短経路問題に帰着すること示す。第4章では、前章の最短経路問題を利用して、動的信号制御問題をネットワーク設計問題として定式化する。第5章では、本研究のまとめと今後の課題を示す。

2. 状況設定および最適制御問題の概要

(1) 分析対象とする空間条件

本稿では、複数の信号交差点を含む長さ L の道路区間 $x \in [0, L]$ における一方方向の交通流を対象とする (図-1)。この交通流は KW 理論^{9),10)}に従うと仮定する。道路区間における各信号交差点の位置 $x^n, n = 0, \dots, N$ は既知と

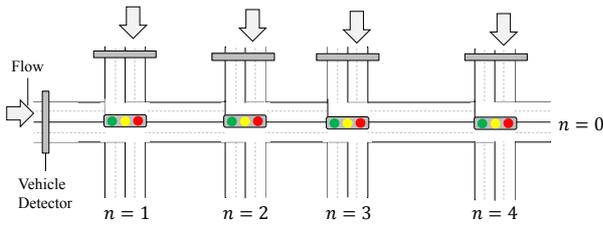


図-1 対象道路区間

する。 n は主要道路に交わる各道路を交通流の上流側から、整数の連番によって区別した道路番号である。ただし、 $n = 0$ は主要道路を示すとする。各道路は一樣であると、三角形の Fundamental Diagram (FD) を仮定する (図-2)。この FD は、各道路によって異なり、次のパラメータで特徴づけられる：自由流における密度波速度 v^n 、渋滞流における密度波速度 w^n 、最大交通容量 q_{max}^n 、最適密度 k_0^n 、渋滞密度 k_{jam}^n 。制御対象とする時間は上流端では $t \in [0, T]$ 、下流端では $t \in [L/v, T + L/v]$ とする。ここで、時刻 $t = 0$ は、後述するプローブ車両の軌跡が地点 $x = 0$ を通過する時間である。下流端において、 $t = L/v$ はプローブ車両軌跡が地点 L を通過する時間であり、 $t = T + L/v$ は時刻 T から速さ v で進行した場合に地点 L に到着する時刻である。今回は簡単のために、プローブ車両が自由流速度に沿って軌跡を描いている仮定する。

制御対象時間に対象道路区間に流入する交通需要は過去のパターン (e.g., 前日のパターン) を利用する。すなわち、制御対象時間を十分含む上流端 $x = 0$ の車両感知器により得られた前日の累積台数 $N(t, 0) \forall t \in [0, T]$ を所与となる。初期条件および下流側からの制約条件についても過去のパターンを利用する。このとき、下流端 $x = L$ の車両感知器の情報を利用することができない。これは、信号制御パラメータを変更させることで下流端の流出パターンが変化するためである。また、初期条件は車両感知器から直接的に与えることができない。このため、初期条件は車両感知器から与えることができない。そこで、初期条件として、対象区間に加え、プローブ車両軌跡から渋滞流速度 $-w$ に沿った線分が Time-space diagram 上の時点 $T - L/v$ 、位置 L を通過することができる区間まで完走しているプローブ車両の軌跡を利用する。現状では、このようなプローブ車両が必ず存在することを保証することができないが、道路管理者が自ら道路を走行することにより、その軌跡情報を得ることも可能であろう。以上の情報は、各道路について取得する必要がある。

(2) 動的制御問題の概要

過去の需要パターンおよび制約条件に応じて信号制御パラメータは調整される。信号制御パラメータの最

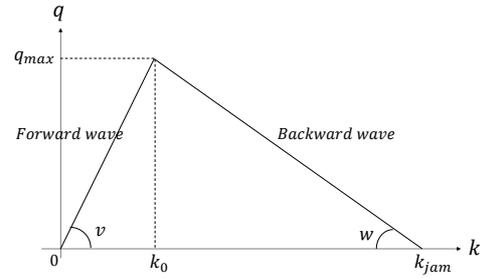


図-2 Fundamental Diagram

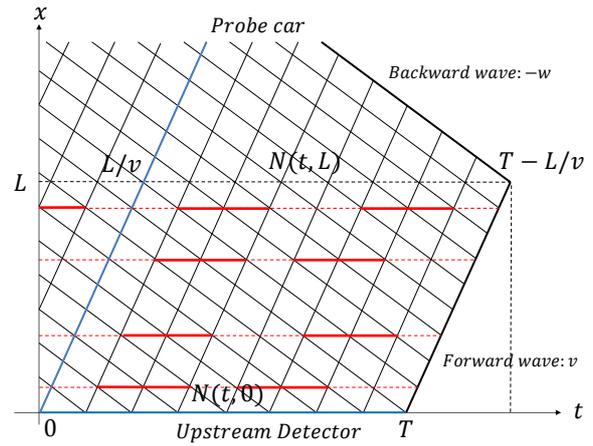


図-3 Time-space diagram

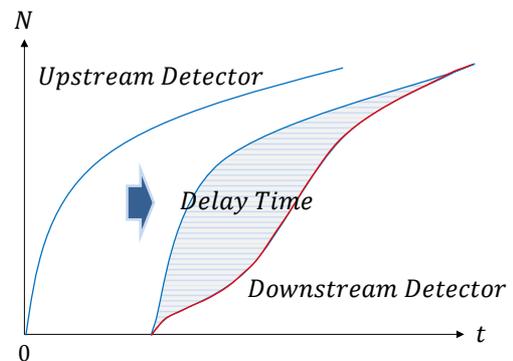


図-4 総遅れ時間

適化を評価する指標として、対象とする全道路における時空間の総遅れ時間を採用する。総遅れ時間は、基本的には図-4のように、上流端での累積台数曲線と下流端での累積台数曲線の差分として表すことができるが、信号切り替えに伴うロスタイムも考慮する必要がある。そのため、総遅れ時間は以下で表現することができる。

$$D^n = \int_0^T [N^n(t, 0) - N^n(t + L/v, L) + \delta^n(t)C_L] dt \quad (1)$$

ここで、 $N^n(t, 0)$, $N^n(t, L)$ はそれぞれ上流端, 下流端の累積台数を示している. また, C_L は信号現示切り替えの際のロスタイムを表し, $\delta(t)$ は時点 t において, 信号を切り替えた場合を 1, 切り替えなかった場合を 0 としたデルタ関数とする. この一道路の総遅れ時間を全道路について総和した総遅れ時間 $D = \sum_N D^n$ を用いることで, 動的信号制御問題は概念的には以下となる.

$$\min_S D(S) \quad (2)$$

$$\text{s.t. } S \in K \quad (3)$$

ここで, S は信号制御パラメータ, K は信号制御パラメータの制約である.

この動的信号制御問題の定式化を行うには, 信号制御パラメータの関数とした目的関数の表現, 信号制御パラメータの制約条件の 2 つを特定化する必要がある. 以降では, 第 3 章にて, ある信号制御パラメータが与えられたときの総遅れ時間を VT を用いて導出する. 第 4 章では, その信号制御パラメータに関する制約を具体化し, 動的信号制御問題を定式化する.

3. 信号制御パラメータによる目的関数評価

(1) 交通流の Variational Theory

KW 理論は, 密度 k と交通量 q を用いて記述され, 交通流の保存則と FD の条件から構成される. これらの条件を累積台数で表現すれば, KW 理論は結局, 以下の FD のみで表される.

$$\frac{\partial N(t, x)}{\partial t} = Q(-N_x, t, x) \quad (4)$$

ここで, 交通流の保存則については累積台数関数が存在する時点で満たされており, 累積台数と q , k の関係は以下ようになる.

$$\frac{\partial N(t, x)}{\partial x} = k(t, x), \quad \frac{\partial N(t, x)}{\partial t} = q(t, x) \quad (5)$$

VT では, 累積台数 N を未知変数とする偏微分方程式 (4) の解を変分問題により求めるものである. 具体的には, この変分問題は以下のように与えられる^{9),10)}.

$$N_P = \min_{\mathcal{P} \in \mathcal{V}_P} \left[N_{B(\mathcal{P})} + \int_{t_{B(\mathcal{P})}}^{t_P} R(x', t, x) dt \right] \quad \forall \mathcal{P} \in \mathcal{V}_P \quad (6)$$

where

$$R(x, x') = \max_{k \in [0, k_{jam}]} \{ Q(k, x) - k(t, x)x'(t, x) \} \quad (7)$$

ここで, $R(x, x')$ は相対容量を表す. この相対容量 $R(x, x')$ は, 速度 $x'(t, x) \in [-w, v]$ で走行する移動観測者が観測する相対交通量, つまり x' で移動することによる軌跡に沿った累積台数の変化の上限を表している (図-4). また, \mathcal{P} はある境界 B から速度 $x'(t, x) \in [-w, v]$

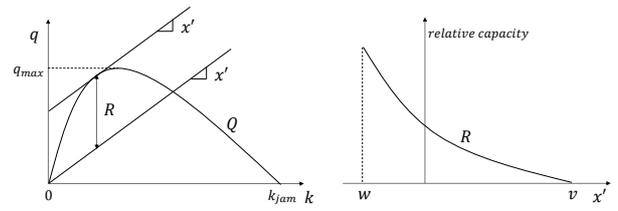


図-5 Fundamental Diagram と Relative Capacity

で点 P に到達する移動観測者の軌跡 (valid path) を表し, その取りうるすべての valid path 群を \mathcal{V}_P で表す. 式 (6) は, ある valid path \mathcal{P} が境界 B から地点 P の累積台数の変化の上限と境界 B の累積台数の和を最小とする valid path であるとき, その時の累積台数の変化の上限と境界 B の累積台数の和が点 P における累積台数であることを意味している. このため, 速度 $x' \in [-w, v]$ で点 P に到達することのできる境界 B の境界条件と相対容量を求める FD が与えられていれば, N_P が最小となる valid path を探すことで任意の地点 P の累積台数を求めることができる.

(2) ネットワークと解法

前節で述べた VT を用いれば, time-space diagram 上に以下で述べるネットワーク (図-6) を構築し, そのネットワーク上での最短経路探索問題を解くことで各地点の累積台数を厳密に求めることができる. まず, 対象時空間の time-space diagram 上に, FD を格子状に敷き詰め, ネットワークを構築する. このとき, 複数の FD が共有する点がノードとなる. 構築されたネットワークにおいて, ノード集合を \mathcal{V} とし, FD の底辺にあたる時間幅 Δt , 高さにあたる Δx によって離散化された点を整数の連番 $t, t = 0, \dots, T, x, x = 0, \dots, L$ とすることで, ノード (t, x) で区別する. ここで, Δt は $\Delta t = 1$ とする. 以後の解析の簡単のため, 上流側ノード $i = (t, x)$, 下流側ノード $j = (t', x')$ とする. 通常リンク集合は \mathcal{L} とし, 上流側ノード i と下流側ノード j を用いて (i, j) と表す.

このネットワークにおける境界条件について, 速度 $x'(t, x) \in [-w, v]$ で対象ネットワーク内の任意のノードに到達できる境界 B は, 図-6 の青線で示した上流端の車両感知器とプローブ車両の軌跡によって満たされる. 相対容量については, 相対容量をリンクコストとして捉え, リンク (i, j) のコスト (相対容量) を $R_{i,j}$ で表すと, FD の自由流密度波速度 v に対応するコストは $R_{i,j} = 0$, 渋滞流密度波速度 $-w$ に対応する相対容量は $R_{i,j} = wk_{jam} \times \Delta x / w = k_{jam} \Delta x$ となる. また, ダミーノード o を用意し, そこから各境界にリンクを張り, そのコスト $R_{o,j}$ を各境界の持つ累積台数とする. な

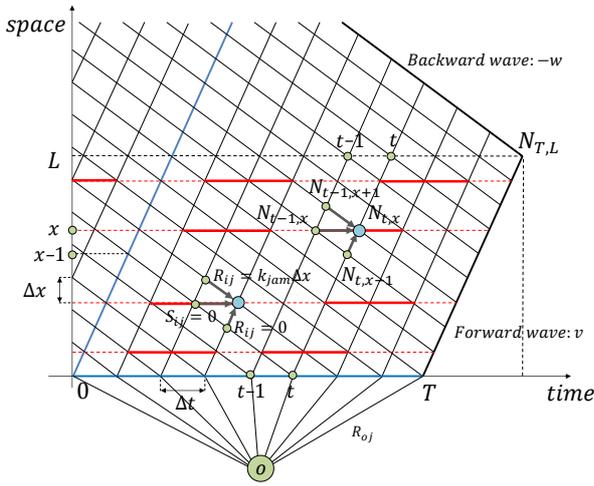


図-6 対象ネットワーク

お、ダミーノード o およびリンク (o, j) もノード集合 \mathcal{V} 、通常リンク集合 \mathcal{L} に含める。

このことで、対象時空間上のノードにおける累積台数は、ダミーノードを起点とする最短経路探索アルゴリズムで求めることができる。

本稿ではさらに、VT の利点は複雑な境界条件でも扱えることを利用し、信号交差点を扱うために、信号交差点がある位置 x の隣り合うノードを結ぶリンクを導入する。このリンクの集合を \mathcal{L}^S とし、コストは $S_{ij} \in [0, q_{\max} \Delta t] = [0, q_{\max}]$ を取る。ここで、 $S_{ij} = 0$ は信号の赤現示を示し、 $S_{kl} = q_{\max}$ は青現示を示す。

(3) 遅れ時間の評価

前章で定義した道路 n での総遅れ時間を離散化されたネットワークにおける累積台数で表現する。下流端のノード集合を \mathcal{V}_{down} 、上流端のノード集合を \mathcal{V}_{up} とすると、

$$D^n = \left\{ \sum_{k \in \mathcal{V}_{up}} N_k^n - \sum_{k \in \mathcal{V}_{down}} N_k^n \right\} + \left\{ \sum_{t=0}^T \delta^n(I_{t,t+1}) C_L \right\} \quad (8)$$

where

$$\delta^n(I_{t,t+1}) = \begin{cases} 1 & \text{if } otherwise \\ 0 & \text{if } I_{t,t+1} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$I_{t,t+1} = S_{(t-1,x) \rightarrow (t,x)}^n - S_{(t,x) \rightarrow (t+1,x)}^n \quad (10)$$

ここで、 $y_{t,t+1}$ は信号切り替えを判別変数であり、ノード $(t-1, x)$ と (t, x) の間の信号リンクコストを $S_{(t-1,x) \rightarrow (t,x)}$ とすると、直前時刻におけるリンクコストとの差分によって、信号を切り替えたかどうかを判別できる。信号を切り替えなかった場合は、直前とのリンクコストは同値なので、差分は 0 となる。

式 (8) において、上流端は既知であり、下流端の累積

台数のみ評価を行えばよい。下流端の累積台数は、1 起点多終点の最短経路問題として求めることができる。1 起点多終点の最短経路アルゴリズムは以下の線形計画問題の双対問題として定式化される：

$$\max_{N^n \geq 0} \cdot \sum_{k \in \mathcal{V}_{down}} N_i \quad (11)$$

subject to

$$N_j^n \leq N_i^n + R_{ij}^n \quad \forall ij \in \mathcal{L} \quad (12)$$

$$N_j^n \leq N_i^n + S_{ij}^n \quad \forall ij \in \mathcal{L}^S \quad (13)$$

ここで、 R_{ij}^n 及び S_{ij}^n は、道路 n におけるリンクコストと信号リンクコストを表す。この下流側の累積台数を式 (8) に導入し、すべての道路について総和した総遅れ時間は、以下となる：

$$D(S) = - \max_{N^n \geq 0} \cdot \sum_{n=0}^N \sum_{i \in \mathcal{V}_{down}^n} N_i^n + \sum_{n=0}^N \sum_{t=0}^T \delta^n(I_{t,t+1}) C_L \quad (14)$$

subject to Eq.(12),(13)

4. 最適化問題

(1) 制約条件の特定化

前章において制御パラメータによる目的関数評価は特定されたことから、この節では制御パラメータの制約条件の特定化を行う。信号の当然の性質を考えると、交差点においては、一方の道路が青現示ならば、他方は赤現示となる。そのため、この性質を制約条件として表現すると以下となる。

$$S_{ij}^n + \hat{S}_{ij}^n \geq \min[q_{\max}^n] \quad \forall n \in [0, N] \quad (15)$$

$$S_{ij}^n \in [0, q_{\max}^n], \hat{S}_{ij}^n \in [0, q_{\max}^n] \quad \forall n \in [0, N] \quad (16)$$

ここで、 $S_{ij}^n (n = 1, \dots, N)$ は主要道路 $n = 0$ と交差する道路 $n = 1, \dots, N$ の交差点において、主要道路が進行方向であるときの信号リンクコストであり、 $\hat{S}_{ij}^n (n = 1, \dots, N)$ は主要道路と交わる道路が進行方向である信号リンクコストである。

(2) 動的信号制御問題

制御パラメータによる目的関数評価および制御パラメータの制約条件から、動的信号制御問題は以下のように定式化される：

$$\min_S \cdot D(S) = \max_{S, N^n \geq 0} \cdot \left\{ \sum_{n=0}^N \sum_{i \in \mathcal{V}_{down}^n} N_i^n + \sum_{n=0}^N \sum_{t=0}^T -\delta^n(I_{t,t+1}) C_L \right\} \quad (17)$$

subject to

$$S_{ij}^n + \hat{S}_{ij}^n \geq \min[q_{max}^n] \quad \forall n \in [0, N] \quad (18)$$

$$S_{ij}^n \in [0, q_{max}^n], \hat{S}_{ij}^n \in [0, q_{max}^n] \quad \forall n \in [0, N] \quad (19)$$

$$N_j^n \leq N_k^n + R_{ij}^n \quad \forall ij \in \mathcal{L}^n \quad (20)$$

$$N_j^n \leq N_k^n + S_{ij}^n \quad \forall ij \in \mathcal{L}^S \quad (21)$$

$$N_j^n \leq N_k^n + \hat{S}_{ij}^n \quad \forall ij \in \mathcal{L}^S \quad (22)$$

この最適化問題は、0-1 整数計画問題となっている。このため、ネットワーク内において、信号現示を表現するリンクコストを総遅れ時間が最小化するよう決定するネットワーク設計問題に帰着しているため、オフセットが総遅れ時間最小化の結果として最適化される。また、この問題は時刻 t における下流端の累積台数が時刻 t 以前の信号制御パラメータによって決定されるため、動的最適化問題として構築可能であり、より効率的に解くことができると考えられる。

5. おわりに

本稿では、VT により交通流を表現することで、新たな動的信号制御問題の定式化を行った。具体的には、VT による交通流の表現がネットワーク上の最短経路問題に帰着することを活用して、ネットワーク設計問題として動的信号制御問題を定式化した。このことにより、オフセットを変数として明示的に扱わず、遅れ時間最小化の結果として、隣接する信号間の切り替えタイミングを最適化を図ることができる。この新たな動的制御問題の定式化は、CTM においてオフセットを明示的に扱うことで複雑な整数計画問題となる従来の研究に比べ、より簡素な問題であり、より効率的なものであ

ると考えられる。今後の課題として、動的信号制御を動的最適化問題として定式化し、そのアルゴリズムを確立することが挙げられ、数値計算例と合わせて、研究会において報告したい。

参考文献

- 1) 織田利彦：交通信号制御の発展的経緯と今後の展望, システム/制御/情報：システム制御情報学会誌 Vol.45, No.5, pp.240-247, 2001.
- 2) 越正毅：系統交通信号におけるサイクル制御の研究, 土木計画学会・論文報告集, No.241, pp.125-133, 1975.
- 3) 久井守：DP による系統信号の遅れ最小化制御と通過帯幅最大化制御, 土木学会論文集 No.371, pp.125-132, 1986.
- 4) Nathan H. Gartner, John D. C. Little, Henry Gabbay : Optimization of Traffic Signal Settings by Mixed-Integer Linear Programming Part I: The Network Coordination Problem, Transportation Science, Vol.9, No.4, pp.321-343, 1975.
- 5) Nathan H. Gartner, John D. C. Little, Henry Gabbay : Optimization of Traffic Signal Settings by Mixed-Integer Linear Programming: Part II: The Network Synchronization Problem, Transportation Science, Vol.9, No.4, pp.344-363, 1975.
- 6) Hong K. Lo : A Cell-Based Traffic Control Formulation: Strategies and Benefits of Dynamic Timing Plans, Transportation Science, Vol.35, No.2, pp.148-164, 2001.
- 7) Daganzo, C.F. : A variational formulation of kinematic waves: Solution methods, Transportation Research Part B, Vol. 39, pp.934-950, 2005.
- 8) Daganzo, C.F. : A variational formulation of kinematic waves: basic theory and complex boundary conditions, Transportation Research Part B, Vol. 39, pp.187-196, 2005.
- 9) Lighthill, M.J. and G.B. Whitham, "On Kinematic Waves. I: Flow Movement in Long Rivers, II: A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads," Proc. Roy. Soc. A. 229, pp.281-345, 1955.
- 10) Richards, P.I., "Shockwaves on the Highway," Operations Research 4, pp.42-51, 1956.

(2013.8.2 受付)

A network design formulation of dynamic traffic signal control

Tsubasa TAKIGAWA, Kentaro WADA and Masao KUWAHARA