

人口とインフラの年齢構成の変遷の下での 効率的資本蓄積経路

瀬木俊輔¹・小林潔司²

¹学生会員 京都大学大学院工学研究科都市社会学専攻博士後期課程 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)

E-mail: segi.shunsuke.33m@st.kyoto-u.ac.jp

²フェロー会員 京都大学経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

本研究では、伝統的な Ramsey 型経済成長モデルを拡張し、人口の年齢構成やインフラの劣化状態の分布の変遷を明示的に表現可能なモデルを定式化する。その際、インフラの長寿命化について考察を行うために、インフラの維持管理費用を増やすことによって、インフラの老朽化の進行を遅らせることが可能になるという定式化を行う。その上で、定式化したモデルを用いて、人口の高齢化やインフラの老朽化が進行する社会における、社会的に最適なインフラの投資・更新・維持管理の経路や、インフラの長寿命化の効果を分析する。

Key Words : ageing society, infrastructure renewal, infrastructure lifetime improvement

1. はじめに

現在、日本では既設のインフラストラクチャ（以下、インフラと略す）の老朽化が進行しており、今後はインフラ関連予算に占める更新費用の割合が増加していくと予想されている。同時に、人口の減少と高齢化が進展しており、インフラ関連の財源の制約が厳しいものになっていくと考えられる。このような状況の中で、インフラの維持管理と更新を効率的に行いながら、必要なインフラの新規投資を実施するための総合的な戦略が必要とされている。

インフラの老朽化と人口の高齢化に共通することは、これらが永久に持続する現象ではないということである。インフラの更新を適切に行えば、インフラの年齢構成（正確には、劣化状態の分布）はやがて平準化され、インフラの更新費用は定常的に安定したものとなる。また、出生率と年齢別の死亡率が一定であり続ければ、総人口に占める高齢者数の割合は最終的に一定の値に落ち着く。ただし、これらの現象が終息するまでには数十年の期間が必要となり、その間、人口とインフラの年齢構成は、定常的な状態に向かう移行過程を辿る。インフラの投資・更新・維持管理を効率的に行うためには、この数十年にわたる移行過程に対応した戦略が必要になると考えられる。

インフラの投資・更新・維持管理に関する従来の理論的な研究においては、人口の年齢構成やインフラの劣化状態の分布の変遷はあまり考慮されてこなかった。本研究では、伝統的な Ramsey 型経済成長モデルを拡

張することにより、人口の年齢構成やインフラの劣化状態の分布の変遷を明示的に表現可能なモデルを定式化する。その際、インフラの長寿命化について考察を行うために、インフラの維持管理費用を増やすことによって、インフラの老朽化の進行を遅らせることが可能になるという定式化を行う。その上で、定式化したモデルを用いて、人口の高齢化やインフラの老朽化が進行する社会における、社会的に最適なインフラの投資・更新・維持管理の経路や、インフラの長寿命化の効果を分析する。以下、**2.**では、本研究の基本的な考え方を述べる。**3.**では、単純な経済成長モデルを用いて、人口の高齢化やインフラの老朽化が、最適成長経路に与える影響を分析する。**4.**では、インフラの年齢構成や長寿命化を明示的に表現可能なモデルを定式化する。**5.**では、**4.**で定式化したモデルを数値計算により分析する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既存研究の整理

人口の高齢化が経済活動に及ぼす影響を分析した研究は数多く存在する。それらの研究の多くは、世代重複モデルの枠組みを用いている^{1),2),3),4)}が、Ramsey 型経済成長モデルの枠組みを用いたものもいくつか存在している^{5),6)}。これらの研究は、投資・経済成長・社会保障・財政・世代間公平性等の問題に対して、人口の高齢化が与える影響を分析している。本研究は、Culter et al.⁵⁾や Stiller⁶⁾と同様に、Ramsey モデルの枠組みを

用いて、人口の高齢化が社会的に最適なインフラの投資・更新・維持管理に及ぼす影響を分析する。Ramseyモデルの枠組みをインフラの投資や維持管理の分析に応用した既往研究としては、横松ら⁷⁾が存在する。ただし、横松らの研究の主眼は、インフラの経済価値を体系的に記述するための適切な経済会計制度の分析にあり、本研究とは分析の主眼が異なっている。また、横松らのモデルは、インフラの劣化状態の分布の変遷やインフラの長寿命化を明示的に表現できない点において、本研究の分析に用いるには限界がある。本研究は、これらの要素を明示的に表現可能なモデルを定式化し、これらの要素が成長経路に対して持つ効果を分析するという点に新規性が存在する。

資本の年齢構成を明示的に表現する経済学のモデルとしては、Johansen⁸⁾やSolow⁹⁾等を嚆矢とする vintage モデルが存在する。本研究では、インフラという資本ストックを劣化状態に応じて区別するという定式化を行う。これは、資本を年齢に応じて区別する vintage モデルとは異なる定式化であるが、年齢と劣化状態が一对一に対応する特殊なケースにおいては、本研究のモデルも vintage モデルとなる。ただし、経済学の分野で一般的に使われている vintage モデルと本研究のモデルには相違点が存在する。一般的な vintage モデルにおいては、新しい資本ほど技術的に優れた能力を備えているという定式化がなされる。技術進歩に伴い、古い資本は収益性を失い、企業的意思決定に基づき除却されることになる。一方、本研究のモデルにおいては、インフラは、その年齢によらず経済活動への寄与が等しく、インフラの機能の陳腐化は生じないと仮定される。また、インフラの除却は、何らかの意思決定に基づき行われるのではなく、インフラの劣化状態が極限に達し、インフラがその機能を果たせなくなった時点で行われると仮定される。これらの仮定を置く理由は、発揮する機能が技術進歩に伴い変化するインフラは限られていると考えられること、そして、インフラはその機能を発揮している限りにおいては、除却するメリットは一般的に少ないと考えられることによる。一般的な vintage モデルと比較したときの本研究のモデルの最大の特徴は、維持管理費用の増減を通じて、インフラの老朽化を遅らせることが可能であるという定式化に存在する。この定式化により、インフラの劣化過程は経済状況の変化に応じて内生的に制御されることになる。このように、経済状況の変化に対応した、資本の劣化過程の社会的に最適な制御を分析した研究は、筆者らの知る限り存在しない。本研究においては、人口の高齢化とインフラの老朽化が、社会的に最適な維持管理費用の水準に与える影響を分析する。

(2) インフラの長寿命化

インフラを含む施設・設備の維持管理に関する活動は、大別して事後保全と予防保全のいずれかに分類される。事後保全とは、故障発見後、施設・設備を要求機能遂行状態に修復させるために行う保全である。また、予防保全とは、施設・設備の使用中の故障を未然に防止するために、既定の間隔または基準に従って遂行し、施設・設備の機能劣化または故障の確率を低減するために行う保全である。

これまでの日本のインフラの多くは、事後保全の考え方に基づき維持管理が行われてきた。しかし、近年は厳しい財政状況の中で、予防保全の考え方に立った戦略的な維持管理・更新の重要性が指摘されるようになってきている¹⁰⁾。予防保全的維持管理活動を行うことにより、インフラの更新間隔(寿命)が伸び、更新費用の低減等のメリットを享受することができる。これはインフラの長寿命化対策と呼ばれている。

予防保全的維持管理活動の下では、事後保全的維持管理活動と比較して、施設・設備の点検や補修の頻度が増えるため、より多くの資金と人材が必要になる。これは、維持管理費用の増加とインフラの更新費用の低減の間にトレードオフの関係が存在することを意味する。本研究では、この関係を抽象的な関数の形で表現し、インフラの維持管理費用を増やすことによって、インフラの老朽化を遅らせることができるという定式化を行う。

3. 簡易なモデルによる分析

4. では、インフラの年齢構成や長寿命化を明示的に表現可能なモデルを定式化するが、その前に、それらの要素を捨象した簡易なモデルを用いて、人口の高齢化やインフラの更新需要の増加が、社会的に最適な成長経路に与える影響を分析する。本章で扱う簡易なモデルは、ある程度解析的な分析を行うことができるため、これらの影響の基本的な特性を見る上では有用である。5. では、4. で定式化したモデルを数値計算により分析するが、そこでも、本章の分析結果と同様の性質が成立することが確認される。

(1) モデルの定式化

閉鎖された一国の経済活動を定式化する。時間 t を連続的に表現し、現在時刻を $t=0$ に基準化する。この国の生産物は1種類の合成財のみであり、消費財としても投資財としても利用できる。この合成財は民間資本・インフラ・労働力の3つの生産要素を投入して生産される。合成財の生産量と民間資本・インフラ・労働力の投入量の関係は、次の収穫一定のコブ=ダグラス

型の生産関数により表される。

$$Y(t) = K(t)^{\alpha_k} G(t)^{\alpha_g} (A(t)L(t))^{1-\alpha_k-\alpha_g} \quad (1)$$

ここで、 (t) は時刻 t における変数の値を表す。 Y は合成財の生産量、 K は民間資本ストックの生産活動への投入量、 G はインフラストック、 L は労働力の生産活動への投入量を表す。 A は技術水準を表し、この値が増加することによりハロッド中立型の技術進歩を表す。 α_k, α_g は $\alpha_k > 0, \alpha_g > 0, \alpha_k + \alpha_g < 1$ を満たすパラメータである。 経済に存在する民間資本ストックと労働力は全て生産活動に投入され、不完全雇用は生じないとする。 技術水準 A は外生的な増加率 a で増加し続けるとし、この条件を次の式で表す。

$$A(t) = A(0)e^{at} \quad (2)$$

また、労働力 L は外生的な増加率 l で増加し続けるとし、この条件を次の式で表す。

$$L(t) = L(0)e^{lt} \quad (3)$$

ただし、 l は負の値を取っても構わないとする。 l が負の値を取る場合、労働力は減少し続けることになる。 生産された合成財は消費財と投資財として使われる。 投資財は、民間資本への投資およびインフラへの投資に使用される。 この関係を以下の式で表す。

$$C(t) + I^k(t) + I^g(t) = Y(t) \quad (4)$$

ここで、 C は消費財として国民に消費される財の総量を、 I^k は民間資本への投資に使われる財の総量を、 I^g はインフラへの投資に使われる財の総量を表す。 民間資本・インフラへの投資により民間資本とインフラの蓄積が行われる。 この関係を以下の遷移式で表す。

$$\dot{K}(t) = I^k(t) - \delta_k K(t) \quad (5)$$

$$\dot{G}(t) = I^g(t) - \delta_g G(t) \quad (6)$$

ここで、 δ^k, δ^g はそれぞれ、民間資本と社会資本の減耗率を表す定数である。 現在時刻における資本ストック $K(0), G(0)$ は外生的に与えられ、式 (5)、式 (6) の遷移式に従いその水準を変化させる。 インフラストックの遷移式を式 (6) のように表現する場合、インフラの劣化状態の分布を表現することはできない。 式 (6) の遷移式は、インフラの除却されるハザード率が年齢によらず一定であることを意味する。 言い換えると、インフラの寿命が指数分布に従うことを意味する。

以上のように定式化された技術的制約の下で、所与の社会厚生関数を最大化する成長経路を求める問題を定式化する。 まず、世代間の消費の公平性を考慮した社会厚生関数を以下のように定式化する。

$$W(0) = \int_0^{\infty} N(t) \frac{[C(t)/N(t)]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} e^{-\rho t} \quad (7)$$

ここで、 N は総人口を表し、 C/N は人口一人当たりの消費財の消費量を表す。 ρ は厚生割引率を表す正の定

数であり¹¹⁾、この値が大きいほど将来世代の厚生は割り引いて評価される。 また、 σ は世代間の消費の公平性をどれだけ重く見るのかを表す正の定数であり¹¹⁾、この値が大きいほど、一人当たり消費の少ない世代の消費を増やすことが、社会的に最適と判断されるようになる。 時刻 t の瞬間的な厚生が $N(t)$ により重み付けされている理由は、人口の少ない世代ほど C/N を増やすやすいため、この重み付けが無いと、人口の少ない世代の消費を増やすことが社会的に最適と判断されるようになるためである⁵⁾。 総人口 $N(t)$ と労働力 $L(t)$ の値は異なっても構わない^{5),6)}。 総人口 N は外生的な増加率 n で増加し続けるとし、この条件を次の式で表す。

$$N(t) = N(0)e^{nt} \quad (8)$$

労働力の増加率 l と同様に、 n は負の値を取っても構わないとする。 $n > l$ である状況は、総人口に占める労働力人口の割合が減少している状況として捉えることができる。 本研究では、この状況を高齢化が進行している状況として考える。 なお、社会厚生関数 (7) にはインフラストック水準 $G(t)$ が入っていない。 これは、インフラの厚生効果、すなわち、インフラが直接的に国民の生活の質の向上に寄与する効果を見逃していることを意味する。 本研究では、分析を簡単にするために、このようにインフラの厚生効果を見逃して分析を進めることとする。 以上の前提の下で、社会厚生関数 (7) を最大化する成長経路を求める問題は、以下のように定式化される。

$$\max_{\{C(t), I^k(t), I^g(t), K(t), G(t)\}_{t=0}^{\infty}} W(0) \quad (9a)$$

$$s.t. (1) - (6), (8)$$

$$K(0), G(0) : \text{given} \quad (9b)$$

この最適化問題の解として得られる、社会的に最適な成長経路を分権的に実現することは、現実的には困難であると考えられる。 社会的に最適な成長経路が分権的に実現されるためには、家計が子孫の消費からも直接的な効用を獲得する純粋に利他的な主体であり、かつ、その効用関数が式 (7) の社会厚生関数に一致する必要がある。 また、公共財であるインフラへの投資は政府が行わなければいけないため、政府はその資金を lump sum tax により国民から徴収でき、かつ、その水準を自由に調整できる必要がある。 これらの前提は、現実的には成立が困難であると考えられる。 したがって、最適化問題 (9a) の解として得られる最適成長経路は、式 (7) の社会厚生関数が表現する規範を持つ政府が目標とする、規範的な成長経路を示すものとして考えることが自然だと言える。 この点に関しては、4. で定式化するモデルについても同様である。

(2) 最適化条件

まず、新しい変数 $k(t), g(t), c(t)$ を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} k(t) &= \frac{K(t)}{A(t)L(t)}, g(t) = \frac{G(t)}{A(t)L(t)} \\ c(t) &= \frac{C(t)}{A(t)L(t)} \end{aligned} \quad (10)$$

すなわち、変数 $X(t)$ を効率的労働力 $A(t)L(t)$ で除した値を $x(t)$ として定義する。式 (10) で定義した文字を用いると、最適化問題 (9a) の最適解の必要条件は、以下の3つの式にまとめることができる（横断性条件は省略している）。

$$\begin{aligned} \alpha_k k(t)^{\alpha_k - 1} g(t)^{\alpha_g} - \delta_k \\ = \alpha_g k(t)^{\alpha_k} g(t)^{\alpha_g - 1} - \delta_g \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) + \dot{g}(t) = k(t)^{\alpha_k} g(t)^{\alpha_g} \\ - (\delta_k + a + l)k(t) - (\delta_g + a + l)g(t) - c(t) \end{aligned} \quad (11b)$$

$$\begin{aligned} \sigma \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \alpha_g k(t)^{\alpha_k} g(t)^{\alpha_g - 1} - \delta_g \\ - \rho - \sigma(a + l - n) \end{aligned} \quad (11c)$$

式 (11a) の左辺は民間資本に対する投資の限界収益率を表し、右辺はインフラに対する投資の限界収益率を表している。すなわち、式 (11a) は2種類の資本ストックに対する投資の限界収益率が常に等しくなるように投資を行うことが、最適成長経路の実現に必要なことを意味している。式 (11a) に含まれる変数は $k(t)$ と $g(t)$ のみであるので、この式を $k(t)$ について解くことにより、関数 $k(t) = \Gamma(g(t))$ を得ることができる。この関数は図-1に示すように、原点を通る単調増加の関数となる。最適成長経路上において、 $(g(t), k(t))$ の組は $t = 0$ の時刻を除き、必ず $k = \Gamma(g)$ によって表される曲線上に存在する。 $t = 0$ において、 $(g(0), k(0))$ の組がこの曲線上に無い場合には、過剰な資本に対して負の投資が行われることによって、 $(g(t), k(t))$ の組は直ちにこの曲線上に移行する。Tsur and Zemel¹²⁾はこの曲線を turnpike と呼んでいる。なお、本研究では投資の非負制約を考慮していないが、投資の非負制約が存在する場合であっても、 $(g(t), k(t))$ の組は最終的に必ず turnpike に合流する¹²⁾。

関数 Γ を用いると、 $k(t)$ は $\Gamma(g(t))$ で置き換えることができ、また、 $\dot{k}(t)$ は $\Gamma'(g(t))\dot{g}(t)$ で置き換えることができる。これらの関係を式 (11b)、式 (11c) に代入すると、 $g(t), c(t), \dot{g}(t), \dot{c}(t)$ に関する2本の式が得られ、これらの式を用いて $g - c$ 平面上に位相図を描くことができる。具体的な位相図を図-2に示す。図-2には実線で $\dot{k} = \dot{g} = 0$ を表す曲線（式 (11b) に対応）と、 $\dot{c} = 0$ を表す曲線（式 (11c) に対応）の2本の曲線が描かれており、これらの曲線により $g - c$ 平面が4つの領域に分割されている。なお、表示の都合上省略しているが、

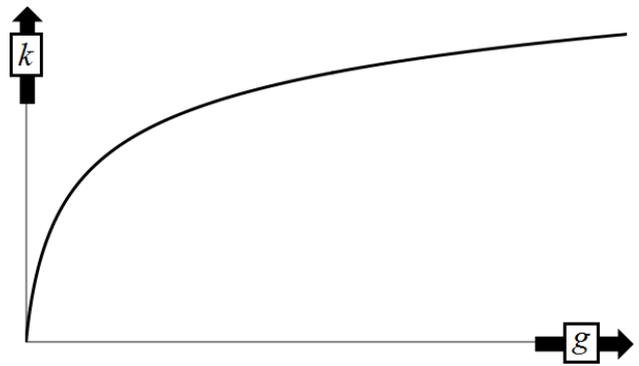


図-1 $k = \Gamma(g)$

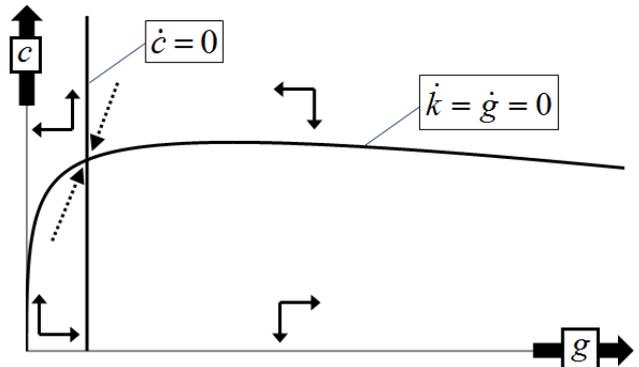


図-2 $g - c$ の位相図

$\dot{k} = \dot{g} = 0$ を表す曲線は、図-2の右側の領域では単調に減少し、 g 軸と一度だけ交点を持つ。4つの領域における (g, c) の動学は図中の実線の矢印により示されている。この位相図より、最適成長経路は、 $\dot{k} = \dot{g} = \dot{c} = 0$ を満たす点（均衡成長経路）に収束する、図中の破線の矢印により与えられることになる。この結果は、伝統的な Ramsey モデルの最適成長経路と同じものである。成長経路が均衡成長経路に収束した後は、 K, G, Y, C, I^k, I^g が $a + l$ の増加率で成長し続ける点についても、伝統的な Ramsey モデルと同様である。この結果より、最終的な経済成長率に影響を与える外生的な定数は a と l のみであり、総人口の増加率 n は最終的な経済成長率に影響を与えないことがわかる。ただし、その他の外生的な定数についても、その値の変化は、一時的には経済成長率や成長経路に影響を及ぼすことになる。次節以降では、人口の高齢化やインフラの更新需要の増加が、一時的に成長経路に及ぼす影響を分析する。

(3) 人口の高齢化の成長経路への影響の分析

人口の高齢化が進行する状況は $n > l$ が成立する状況として捉えることができる。しかし、高齢化は一時的な現象であり、永久に $n > l$ が成立し続けることは

ないため、 $n > l$ が成立し続けると考えて分析を行うことは不適切である。実際の高齢化の現象を簡易に表現するとすれば、 $n = l$ の状態から徐々に両者が乖離して $n > l$ の状態になり、やがて乖離が極大に達した後は徐々に乖離が縮小し、最終的に $n = l$ の状態に復帰するという表現が自然であると考えられる。ただし、本章のモデルにおいては l, n は定数とされているため、このような滑らかな変化を表現することはできない。そこで、より簡便な表現方法を用いて分析を進める。ここでは、ある時刻まで $n = l$ が成立していたが、突然予期しない変化が生じて $n > l$ の状態に移行し、しばらくその状態が持続した後、再び予期しない変化により $n = l$ の状態に復帰するという表現により、高齢化の現象を表現する。

総人口は常に一定の割合で減少し続けるとする。すなわち、 l は一定の負の値を常に取ると仮定する。このとき、 $\dot{k} = \dot{g} = 0$ を示す曲線の形状は変化しない。ある時刻まで $n = l$ が成立しており、成長経路は均衡成長経路に収束していたとする。ここで突然、予期しない変化が生じて n が不連続に増加し、 $n > l$ の状況への移行が生じたとする。さらに、この $n > l$ の状況は永久に持続すると予想されたとする。この不連続な変化により、 $\dot{c} = 0$ を表す曲線は図-3に示すように右側にシフトする(式(11c)を参照)。よって、変化後の最適成長経路は、図-3の「経路A」により与えられることになる。すなわち、消費を抑えて投資を増やし、効率的労働力単位当たりの資本ストックを増やすことが社会的に最適となる。この理由は、 $n > l$ が成立する状況においては、人口一人当たりの労働力が減少していくため、将来世代の消費を維持・増加させることが困難になっていくためである。そのため、将来世代の消費の維持・増加のために、投資を増やして将来の生産性を高めることが社会的に最適となる。 $n > l$ の状況が持続すると、成長経路は最終的に新しい均衡成長経路に収束する。均衡成長経路への収束後、再び予期しない変化により n が不連続に減少し、 $n = l$ の状況への移行が生じたとする。この移行後の最適成長経路は、図-3の「経路B」により与えられる。今度は、消費を増やして効率的労働力単位当たりの資本ストックを減らしていくことが社会的に最適となる。成長経路は最終的に、当初の均衡成長経路へと復帰することになる。以上の分析結果から確認できるように、高齢化社会における最適成長経路においては、効率的労働力単位当たりの資本ストック k, g は、高齢化の進行しない $n = l$ の状況と比較して、常に高く保たれることになる。この結果より、社会的に最適なインフラへの投資水準を決定するうえでは、高齢化の進行を考慮に入れることが不可欠であると言える。

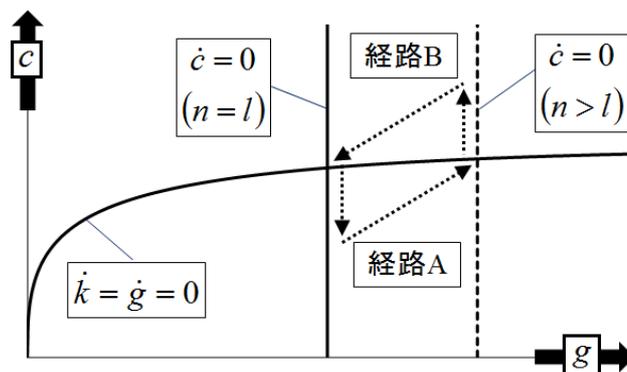


図-3 人口の高齢化の成長経路への影響

以上の最適成長経路の分析結果は、 n の変化が不連続である場合のものである。高齢化の現象が実際に生じる場合には、 n は滑らかに変化することになり、さらに、その変化は予期されるものとなる。その場合の最適成長経路の推移過程は、図-3に示した成長経路を滑らかな曲線に置き換えたものとなる。よって、この場合においても、最適成長経路の基本的な特性は、上記の分析結果と同様のものになる。

(4) インフラの更新需要の増加の影響の分析

本章のモデルにおいては、インフラの劣化状態の分布を明示的に表現していないため、インフラの更新需要の増加の影響を厳密に分析することは不可能である。そこで、以下のような簡便な手法を用いて、インフラの更新需要の増加を表現する。これまでの日本においては、インフラのストックと比較して、インフラの更新需要は相対的に小さいものであった。もし、インフラの寿命が本章のモデルのように(例えば平均値50年の)指数分布に従うとすれば、これまでの日本のインフラの更新需要は、実際よりも多いものであったと考えられる。本章では、インフラのストックと比較して、インフラの更新需要が相対的に小さい状況を、インフラの更新が免除されている状況として捉える。そして、式(4)を以下のように書き換えることにより、この状況を表現する。

$$C(t) + I^k(t) + I^g(t) = Y(t) + EX(t) \quad (12)$$

ここで、 $EX(t)$ は外生的な非負の変数の流列である。 EX は経済の外部から対価無しで供給される財の量を表すと考える。そして、この財がインフラの更新に充てられると考えることにより、インフラの更新の免除を表現する。 EX を正の値から徐々に減らして0にすることにより、インフラの更新需要の増加を近似的に表現できると考えられる。式(4)を式(12)のように書き換えた場合、最適化条件の式(11b)を以下のように

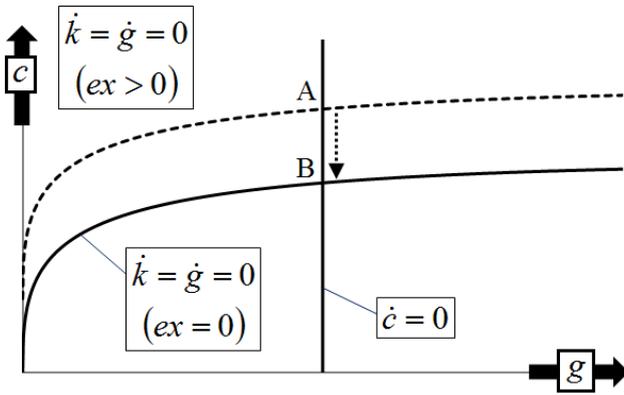


図-4 更新需要の増加の成長経路への影響

書き換える必要がある。

$$\dot{k}(t) + \dot{g}(t) = k(t)^{\alpha_k} g(t)^{\alpha_g} + ex(t) - (\delta_k + a + l)k(t) - (\delta_g + a + l)g(t) - c(t) \quad (13)$$

ただし、 $ex(t) = EX(t)/(A(t)L(t))$ である。式 (11b) 以外の最適化条件には変化は生じない。 $ex(t)$ が通時的に一定の正の値を取るとき、 $\dot{k} = \dot{g} = 0$ を表す曲線は、図-4 の破線で示された曲線のように、 $ex(t) = 0$ のときの曲線を上方にシフトさせたものとなる。

ある時刻まで ex が一定の正の値で推移していたとする。このとき、成長経路は図-4 の点 A で表される均衡成長経路に収束する。この状態からインフラの更新需要が増加して ex が徐々に減少し、 $ex = 0$ に達するとする。このとき、インフラの更新需要の増加過程における成長経路は、図-4 の破線の矢印により表される。すなわち、更新需要の増加に対して消費を抑えることによって対応し、効率的労働力単位当たりの資本ストックを一定に維持することが、社会的に最適となる。この理由は、既設のインフラの更新需要が増えたとしても、新規投資されるインフラや更新されるインフラに対する投資収益率に変化は生じないためである。資本に対する投資収益率が変化しなければ、社会的に最適な資本ストックの水準も、長期的には変化しない (式 (11c) を参照)。この結果より、社会的に最適なインフラの投資水準を決定する際には、まず、社会的に最適なインフラストックの水準の成長経路を定め、その上で、その成長経路が実現されるようにインフラの更新・新規投資を行うことが必要であると言える。

ただし、5. で確認するが、効率的労働力単位当たりの資本ストックが一定の値で推移するように投資活動を行うことは、実際には最適とはならない。この場合、インフラの更新需要の平準化を目的とした投資が行われない。そのため、効率的労働力単位当たりの資本ストックを一定に保つような投資活動の下では、インフラの更新需要変動の波が長期にわたり持続することに

なる。その結果、インフラの更新費用の負担について世代間格差が生じるため、世代間の公平性を志向する社会厚生関数からは、このような投資活動は最適ではないと判断されることになる。社会的に最適な投資活動を分析するためには、インフラの劣化状態の分布を明示的に表現するモデルが不可欠となる。

(5) 分析結果の整理

最適成長経路について、本章の分析結果から得られる重要な性質は以下の3つである。

- 効率的労働力単位当たりのインフラストックと民間資本ストックの組 (g, k) には効率的な組み合わせを表す曲線が存在し、最適成長経路においては (g, k) はこの曲線上に存在する必要がある。
- 高齢化社会における最適成長経路においては、効率的労働力単位当たりの資本ストック k, g は、高齢化の進行しない $n = l$ の状況と比較して、常に高く保たれる。
- インフラの更新需要の増加に対しては、消費を抑えることによって対応し、効率的労働力単位当たりの資本ストックを一定に維持することが社会的に最適となる。

最適成長経路に関するこれらの性質は、4. で定式化するモデルにおいても確認することができる。ただし、(a) と (c) の性質については、4. で定式化するモデルにおいては部分的にしか成立しない。

4. インフラの劣化過程を表現したモデルの定式化

本章では、3. のモデルを拡張する形で、インフラの劣化状態の分布やインフラの長寿命化を明示的に表現可能なモデルを定式化する。数値計算の都合上、3. のモデルとは異なり、時間を $t = 0, 1, 2, \dots$ のように離散的に表現する。インフラに対する投資とインフラの蓄積過程に関する条件を除けば、モデルの前提条件は3. と同様である。経済の生産技術を表す生産関数は、式 (1) と同じコブ=ダグラス型の生産関数とする。

$$Y_t = K_t^{\alpha_k} G_t^{\alpha_g} (A_t L_t)^{1-\alpha_k-\alpha_g} \quad (14)$$

ここで、添え字の t は時刻 t における変数の値であることを意味する。文字の意味については3. と同様である。社会厚生関数も式 (7) と同様の形式のものとする。

$$W_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t N_t \frac{[C_t/N_t]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \quad (15)$$

ここで、 $\beta = 1/(1+\rho)$ である。なお、3. とは異なり、 A_t, L_t, N_t は一定の割合で変化する必要は無いとする。民間資本ストックの遷移式についても、式 (5) と同様と

する。

$$K_{t+1} = (1 - \delta_k)K_t + I_t^k \quad (16)$$

3. から変更するのは、インフラに対する投資とインフラの蓄積過程に関する部分のモデル化である。まず、インフラストックを、その劣化状態に応じて $\bar{s}+1$ 種類に分類する。そして、各劣化状態について、 $s = 0, 1, 2, \dots, \bar{s}$ とラベルを付ける。新規投資・更新直後のインフラの劣化状態は $s = 0$ とする。 s の値が大きいほど劣化が進行していることを表し、 \bar{s} が除却直前の極限的な劣化状態を表す。劣化状態が s のインフラストックを G_t^s で表す。インフラの総ストック G は、各劣化状態のインフラストックの総和として表されるとする。

$$G_t = \sum_{s=0}^{\bar{s}} G_t^s \quad (17)$$

劣化状態が $1 \leq s \leq \bar{s}$ のインフラストックの遷移式は次の式により表されるとする。

$$\begin{aligned} G_{t+1}^s &= \phi_{s-1} \left(\frac{M_t}{G_t} \right) G_t^{s-1} \\ &+ \left[1 - \phi_s \left(\frac{M_t}{G_t} \right) \right] G_t^s \\ &(1 \leq s \leq \bar{s}) \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 ϕ_s は劣化状態 s のインフラストックのうち、1 期間内に劣化状態が $s+1$ に移行するインフラの割合を表す関数である。式 (18) の遷移式は、各劣化状態について見ると、劣化状態が進行するハザード率はインフラの年齢によらないことを意味している。 M はインフラの維持管理費用を表し、 M/G はインフラストック 1 単位当たりの維持管理費用を表す。 ϕ_s は 0 以上 1 以下の値を返す単調非増加関数であるとする。この関数を用いると、インフラの維持管理費用を増やすことによって、インフラの老朽化の進行を遅らせることができるという関係を抽象的に表現することができ、インフラの長寿命化に関する分析を行うことが可能になる。なお、インフラの劣化状態に応じて維持管理費用の配分を変える（例えば、劣化状態が進んだインフラほど維持管理費用を多く支出する）という定式化も考えられるが、本研究では単純化のために、そのようなことはできないと仮定する。劣化状態が $s = 0$ のインフラストックの遷移過程については、次の式で表されるとする。

$$G_{t+1}^0 = I_t^g + \left[1 - \phi_0 \left(\frac{M_t}{G_t} \right) \right] G_t^0 \quad (19)$$

ここで、 I_t^g はインフラの新規投資と更新に使用される投資財の総量を表す。式 (17)-式 (19) により、インフラの蓄積過程が表現される。

式 (14) で表される生産技術によって生産された合成財は、消費・民間資本への投資・インフラへの投資・イ

ンフラの新規投資の調整費用・インフラの維持管理に使用される。この関係を次の式で表現する。

$$\begin{aligned} Y_t &= C_t + I_t^k \\ &+ I_t^g + \Phi \left(\frac{I_t^g - \phi_{\bar{s}}(M_t/G_t)G_t^{\bar{s}}}{G_t} \right) G_t + M_t \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 $\Phi(\cdot)G_t$ はインフラの新規投資の調整費用を表す項である。調整費用は、インフラの新規投資に際して発生する、インフラの形成とは直接的な関係が無い費用（例えば、用地取得の交渉にかかる費用等）を表すとする。 $\phi_{\bar{s}}(M_t/G_t)G_t^{\bar{s}}$ は、 t 期において除却されるインフラストックを表す。本研究では、この除却されるストックを I_t^g が超えている場合、その超過分をインフラの新規投資と見なす。 $\Phi(x)$ は関数であり、 $x \leq 0$ においては 0 を返し、 $x \geq 0$ においては単調非減少の凸関数である関数とする。調整費用 $\Phi(\cdot)G_t$ は、インフラの新規投資額について単調費増加となり、かつ、インフラの新規投資額とインフラの総ストックについて 1 次同次になるように定式化を行っている。このようにストックと投資額について調整費用が 1 次同次になるような定式化は、民間資本の調整費用を分析する際によく用いられるものである¹³⁾。

以上の前提の下で、社会厚生関数 (15) を最大化する成長経路を求める問題は、以下のように定式化される。

$$\max_{\{C_t, I_t^k, I_t^g, M_t, G_t, K_{t+1}, \{G_{t+1}^s\}_{s=0}^{\bar{s}}\}_{t=0}^{\infty}} W_0 \quad (21a)$$

$$s.t. (14), (16) - (20)$$

$$K_0, \{G_0^s\}_{s=0}^{\bar{s}} : \text{given} \quad (21b)$$

5. インフラの劣化過程を表現したモデルの分析

本章では、4. で定式化したモデルの分析を数値計算により実行する。

(1) インフラの更新需要の増加の影響の分析

まずは、3. では不完全な形でしか分析を行えなかった、インフラの更新需要の増加が最適成長経路に及ぼす影響を分析する。ここでは、結果をなるべくわかりやすい形で図示するために、出来る限り単純な状況を想定して分析を行う。まず、インフラの新規投資の調整費用は無視し、 $\Phi(x) = 0$ とする。また、劣化状態が s のインフラは、1 期間後に必ず劣化状態が $s+1$ に移行すると仮定し、 $\phi_s(x) = 1$ が全ての s について成立するとする。すなわち、維持管理費用を増やしても、インフラの劣化過程を遅らせることはできないと仮定する。以上の仮定の下では、インフラは、新規投資・更新から $\bar{s}+1$ 期間の間は必ず供用され続け、その期間終了直後に必ず除却されることになる。また、維

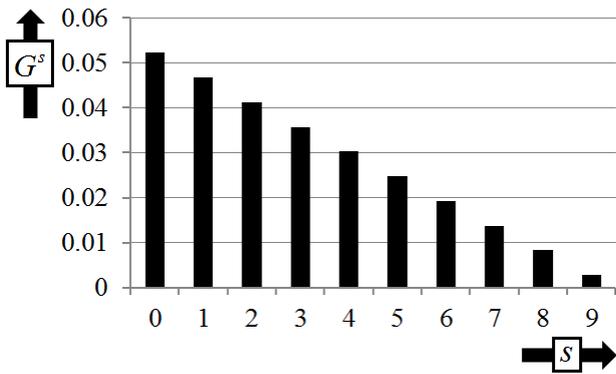


図-5 初期時刻における劣化状態の分布

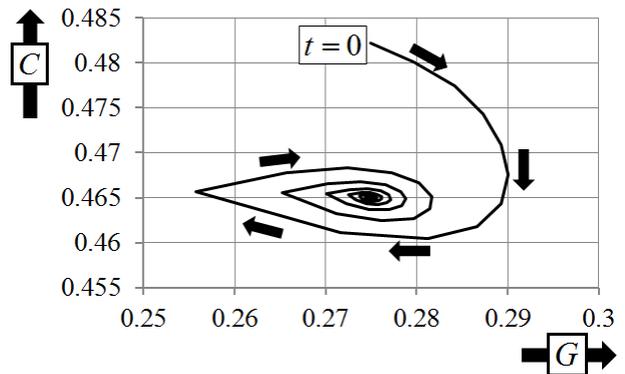


図-6 $G - C$ 平面上の成長経路

持管理費用 M は常に 0 とすることが効率的になる。人口 $N \cdot$ 労働力 $L \cdot$ 技術水準 A は全て通時的に 1 の値を取るとする。1 期間は 5 年程度の期間を表すと考え、 $\beta = 0.85, \delta_k = 0.5, \bar{s} = 9$ とする。その他のパラメータについては、 $\alpha_k = 0.25, \alpha_g = 0.1, \sigma = 1.0$ とする。以上の設定の下では、成長経路は最終的に全ての変数の値が変化しなくなる定常状態に達する。その定常状態においては、 $K = 0.223, G^s = 0.0275 (0 \leq s \leq \bar{s}), G = 0.275$ が成立する。

さて、初期時刻 $t = 0$ において、 K, G の値については、定常状態と同様に $K_0 = 0.223, G_0 = 0.275$ が成立しているものの、劣化状態の分布については、 s の小さいインフラに偏った分布が形成されているとしよう。この初期時刻における劣化状態の分布を図-5 に示す。初期時刻における劣化状態の分布が図-5 のように示されるとき、 $0 \leq t \leq 9$ の範囲においては、初期時刻から時間が経過するにつれてインフラの更新需要が増加していくことになる。

初期時刻における民間資本ストックが $K_0 = 0.223$ であり、インフラストックが図-5 のように与えられるとき、 $G - C$ 平面上の成長経路は図-6 のように表される。成長経路は $t = 0$ の状態から渦を描くようにして定常状態に収束していく。このように渦上の成長経路が得られる理由は、次のように考えられる。図-4 でも見たように、インフラの更新需要の増加に対しては、消費を減らすことによって対応し、資本ストックの水準をあまり変化させないようにするのが社会的に最適である。しかし、資本ストックの水準を完全に一定に保つように更新を行うと、更新需要変動の波が持続し、世代によってインフラの更新費用の負担に差が生じてしまう。これは世代間の公平性を志向する社会厚生関数からは最適と判断されない。そこで、最適成長経路においては、インフラの更新需要が低い時期（例えば、 $t = 0$ の直後）に資本ストックが増加し、インフラの更新需要

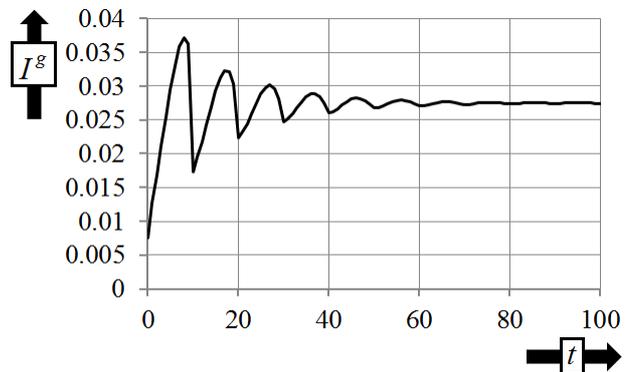


図-7 更新需要の平準化

が高い時期には資本ストックが減少するように投資が行われる。これは、既存のインフラと代替的なインフラを整備しておくことにより、将来の更新需要の増加に備えるといった、インフラの更新需要の平準化を目的とした投資が行われていることを表すと解釈できる。その結果、徐々にインフラの更新需要は平準化され、成長経路は定常状態に収束することになる。実際、 I_t^g の時間推移をグラフ化すると、図-7 に示すように、徐々に更新需要変動の波が小さくなっていることを確認できる。このように、世代間の公平性を志向した社会的に最適なインフラへの投資は、インフラの更新需要の平準化を図るものとなる。

なお、最適成長経路における資本ストックの組 (G, K) の推移の軌跡は、図-8 のようになる。この図より、 (G, K) の組は同じ方向に動いていることがわかる。すなわち、 G が増加する局面では K も増加し、 G が減少する局面では K も減少している。これは、3. で確認したように、インフラストックと民間資本ストックの組 (G, K) には効率的な組み合わせが存在するためだと考えられる。この結果より、図-6 のグラフを $K - C$ の組み合わせについて描いた場合も、同様の形状のグラ

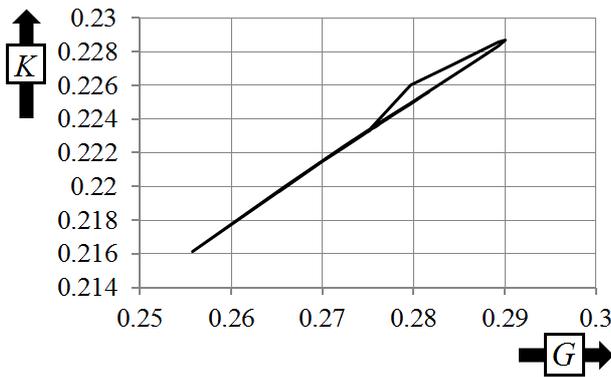


図-8 最適成長経路における (G, K) の推移

フが得られることになる。

(2) その他の分析結果

人口の高齢化やインフラの長寿命化を考慮したより複雑なケースにおける最適成長経路の分析結果については、研究発表会の場で発表する。

参考文献

- 1) De Nardi, M., Imrohoroglu, S. and Sargent, T. J. : Projected U.S. Demographics and Social Security, *Review of Economic Dynamics*, Vol.2, pp.575-615, 1999.
- 2) Fougère, M. and Mérette, M. : Population Ageing and Economic Growth in Seven OECD Countries, *Economic Modelling*, Vol.16, pp.411-427, 1999.
- 3) Miles, D. : Modelling the Impact of Demographic Change upon the Economy, *The Economic Journal*, Vol.109, No.452, pp.1-36, 1999.
- 4) Krueger, D. and Ludwig, A. : On the Consequences of Demographic Change for Rates of Returns to Capital, and the Distribution of Wealth and Welfare, *Journal of Monetary Economics*, Vol.54, pp.49-87, 2007.
- 5) Culter, D. M., Poterba, J. M., Sheiner, L. M., Summers, L. H. and Akerlof, G. A. : An Ageing Society: Opportunity or Challenge?, *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol.1990, No.1, pp.1-73, 1990.
- 6) Stiller, S. : Welfare Effects of Demographic Changes in a Ramsey Growth Model, *HWWA Discussion Papers 107*, Hamburg Institute of International Economics (HWWA), 2000.
- 7) 横松宗太, 江尻良, 小林潔司: インフラストラクチャ管理のための経済会計情報, 土木計画学研究・論文集, Vol.21, No.1, pp.155-166, 2004.
- 8) Johansen, L. : Substitution Versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth, *Econometrica*, Vol.29, pp.157-176, 1959.
- 9) Solow, R. : Investment and Technological Progress, in: Arrow, K., Karlin, S. and Suppes, P. (Eds.), *Mathematical Methods in Social Sciences 1959*, pp.89-104, Stanford University Press, 1960.
- 10) 国土交通省 : 平成 23 年度国土交通白書, 2011.
- 11) Arrow, K. J., Cline, W. R., Mäler, K.-G., Munasinghe, M., Squitieri, R. and Stiglitz, J. E. : Intertemporal Equity, Discounting, and Economic Efficiency, Chapter 4 in: Bruce, J. P., Lee, H. and Haites, E.

- F. (Eds.), *Climate Change 1995: Economic and Social Dimensions of Climate Change: Contribution of Working Group III to the Second Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Cambridge University Press, 1996.
- 12) Tsur, Y. and Zemel, A. : On the Dynamics of Knowledge-Based Economic Growth, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol.135, pp.101-115, 2007.
 - 13) Romer, D. : *Advanced Macroeconomics 4th Edition*, McGraw-Hill/Irwin, 2011.

(2013. 5. 7 受付)