感度分析を用いた時間帯別均衡配分モデル及びその金沢都市圏におけるLRT導入計画への適用

板垣　雄哉[1]・中山　晶一朗[2]・髙山　純一[3]

[1]学生員　金沢大学　大学院自然科学研究科　環境デザイン学専攻（〒920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: yuuya@stu.kanazawa-u.ac.jp

[2]正会員　金沢大学准教授　環境デザイン学系（〒920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp

[3]フェロー会員　金沢大学教授　環境デザイン学系（〒920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: takayama@t.kanazawa-u.ac.jp

現在，時々刻々と変化する交通ネットワークの状況を実務的に取り扱うことができる動的な配分モデルの必要性が高まっている．それらの動的モデルの中でも，現実ネットワークへの適用には，時間帯別配分が有効な場合が多い．時間帯別配分モデルは，実務でも定着した静的な日配分の均衡モデルを拡張したものであり，実務において比較的利用しやすいと考えられる．本研究では感度分析を用いて，残留交通量はその時間帯内で通過したリンクのみの旅行時間に影響が及ぶように近似的に取り扱う．そのような配分モデルを金沢市道路ネットワークに適用することにより，金沢都市圏における交通施策評価を行う．

Key Words : *semi-dynamic traffic assignment，sensitivity analysis，LRT*

1.　はじめに

近年，大気汚染や騒音の発生など環境問題への意識が高まっている．また，慢性的な交通渋滞や交通事故の改善も都市部においては依然として解決すべき課題である．一方，公共交通利用者は年々減少し，公共交通サービスの低下が進んでいる．地方都市における中心市街地活性化への期待を合わせて，LRT（Light Rail Transit）の導入が注目されており，多くの都市において，その導入計画が検討されている．しかしLRTを導入することによる道路の幅の減少により，他の交通機関への影響が懸念される．

通勤時等のピーク時における交通流は，短時間で大きな変動が生じている．そのため日単位レベルでの均衡配分モデルでは朝ラッシュ・タラッシュなどの時間帯別に異なる交通流を厳密に把握することは困難である．また，道路網の計画や交通施策を検討する上でも，時間単位での的確な交通流の把握が必要となる．時々刻々と変化する交通流を取り扱うために，本研究では一日を時間単位に分割し，配分を行う時間帯別配分モデルを適用する．

時間帯別配分モデルは，一日をいくつかの時間帯に分け，各時間帯で配分を行うものである．ただし，各時間帯で目的地に到着することができなかった交通量は次の時間帯に残留する．時間帯別均衡配分モデルは，次の時間帯に残留する交通量（以下，残留交通量）をどのように扱うのかによって，OD修正法，リンク修正法，待ち行列法の3つに分類することができる．

藤田ら[1)]や宮城・牧村[2)]は，時間帯内で目的地に到着できない交通量を次の時間帯に加算するモデルを提案した．このモデルでは，形式的には，Beckmann型の需要変動型均衡配分モデルとして定式化できるため，解の唯一性が保証され，計算アルゴリズムも簡単で，各時間帯での配分の計算時間も通常の日単位の均衡配分と同程度になると考えられる．

藤田ら[3)]は，時間帯の終了時点でリンク上に残った交通量がそのリンクに残留するとした手法であるリンク修正法を提案した．しかし，藤田らのモデルでは経路ベースの計算が必要であり，現時点では，解の一意性などが検討されていない．

赤松ら[4)]は待ち行列を用いて残留交通量を表現している．赤松らのモデルでも，混雑の時間移動は再現されるものの，空間移動は適切には再現されないと言える．しかし，赤松らのモデルでは，各時間帯における最適化問題を解くのみで計算することができ，計算負荷等は通常

の静的配分と同程度である．また，出発時刻選択を考慮したモデルも提案されている．

中山[5]は感度分析を用いて，交通混雑の空間移動を適切に表現できるモデルを開発している．本研究では，この感度分析を用いた時間帯別均衡配分モデルに公共交通を考慮した交通手段選択を加えたモデルを構築し，金沢都市圏の道路ネットワークへ適用することでLRTの導入効果分析を行う．

2. 時間帯別配分と残留交通量

(1) 仮定

時間帯別均衡配分モデルでは，一日を複数の時間帯に分割し，各時間帯内では静的に配分を行う．

配分における仮定を以下のように設定する．

1. 一日（もしくは対象とする時間）をある一定の長さの複数の時間帯に分割する
2. 時間帯内でリンクを通過できなかった交通量は次の時間帯へ残留する
3. 残留交通量は，次の時間帯において，残留したリンクの終点のノードから出発し，元々の目的地ノードへ向かうOD交通量として（次の時間帯に）付加される
4. 残留交通量については出発地から流入できた最後のリンクの終点（もしくは起点）のノードまでのみリンク旅行時間に影響を与える
5. 各時間帯において，4を考慮した静的配分を行うこととする

(2) 時間帯内での配分

時間帯 $\tau(\in T)$でのリンク $a(\in A)$の交通量を$x_{\tau,a}$とし，$\mathbf{x}_\tau$を(時間帯τ)でのリンク交通量ベクトルとする．つまり，$\mathbf{x}_\tau=(x_{\tau,1},\ x_{\tau,2},\cdots,x_{\tau,|A|})^T$である．なお，^{T}は転置である．また，$f_{\tau,ij}$は時間帯$\tau$での OD ペア i の経路 $j(\in J_i)$の経路交通量で，$\mathbf{f}_\tau$は(時間帯τ)での経路交通量ベクトルである．$\mathbf{f}_\tau$は$f_{\tau,ij}$を要素に持つ全ての経路の経路交通量ベクトルで，$\mathbf{f}_\tau=(f_{\tau,11},\cdots f_{\tau,21},\cdots)^T$である．リンク交通量と経路交通量の関係は以下の通りとなる．

$$\mathbf{x}_\tau=\Delta\mathbf{f}_\tau \tag{1}$$

ここで，Δ はリンク・経路接続行列で，その要素$\delta_{a,ij}$はリンク・経路接続変数で，リンクaがODペアiの経路jに含まれれば1.0であり，そうでなければ0である．

時間帯τでのリンクaの旅行時間を$t_{\tau,a}$とする．また，リンクaの旅行時間はリンクaの交通量のみの関数とする．つまり，$t_a(x_{\tau,a})$を要素関数として持つリンク旅行時間のベクトル値関数$\mathbf{t}(\mathbf{x}_\tau)$とすると，経路旅行時間のベクトル値関数$\mathbf{c}(\mathbf{f}_\tau)$は(1)式を用いると，以下の通りとなる．

$$\mathbf{c}(\mathbf{f}_\tau)=\Delta^T\mathbf{t}(\Delta\mathbf{f}_\tau) \tag{2}$$

また，本研究では経路ベースでの配分を行う．経路ベースでの配分を行うに当たり，経路選択はロジットモデルで与えられるとする．ODペアi間の経路選択肢集合J_iから経路jが選ばれる確率は,

$$p_{\tau,ij}=\frac{\exp(-\theta c_{\tau,ij})}{\sum_{j'\in J_i}\exp(-\theta c_{\tau,ij'})} \tag{3}$$

ここで，$p_{\tau,ij}$は時間帯τでODペアi間において経路が選択される確率，$c_{\tau,ij}$は時間帯τでのODペアi間の経路jのコスト(道路料金の時間換算分を含む)，θは経路選択における正のパラメータである．したがって，経路交通量は以下の式で表わされる．

$$f_{\tau,ij}=q_{\tau,i}\,p_{\tau,ij}=q_{\tau,i}\frac{\exp(-\theta c_{\tau,ij})}{\sum_{j'\in J_i}\exp(-\theta c_{\tau,ij'})} \tag{4}$$

ここで，$q_{\tau,i}$はODペアi間のOD交通量である．

(4)式をベクトル表示するために，対角要素が全ての$|J_i|\times|J_i|$の対角行列$\mathbf{Q}_{\tau,i}$を以下のように定義する．

$$\mathbf{Q}_{\tau,i}=\begin{pmatrix} q_{\tau,i} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & q_{\tau,i} \end{pmatrix} \tag{5}$$

ここで，$\mathbf{0}$は零行列もしくは零成分であり，上記は対角成分のみがOD交通量でその他の要素は0の対角行列である．さらに，この対角行列$\mathbf{Q}_{\tau,i}$を対角成分にもつ$|J\ |\times|J\ |$の対角行列

$$\mathbf{Q}_\tau=\begin{pmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{Q}_{\tau,i} & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{pmatrix} \tag{6}$$

を設定する．この$\mathbf{Q}_{\tau,i}$を用いると，経路交通量の(4)のベクトル表示は以下の通りとなる．

$$\mathbf{f}_\tau=\mathbf{Q}_\tau\mathbf{p}_\tau \tag{7}$$

ここで，$\mathbf{p}_\tau$は確率$p_{\tau,ij}$を要素に持つ選択確率ベクトルで，$\mathbf{p}=(p_{\tau,11},\cdots,p_{\tau,21},\cdots)^T$である．

(3)式の通り，経路選択確率は経路コストの関数とすることができ，また，(2)式の通り，経路の旅行コストは経路交通量の関数である．よって，経路選択確率は経路交通量の$\bar{\mathbf{p}}(\mathbf{f}_\tau)=\mathbf{p}(\mathbf{c}(\mathbf{f}_\tau))=\mathbf{p}(\Delta^T\mathbf{t}(\Delta\mathbf{f}_\tau))$ 関数であり，それをとする．つまり，$\bar{\mathbf{p}}(\mathbf{f}_\tau)$は経路交通量から直接経路選択確率を与えるベクトル値関数である．一方，$\mathbf{p}(\mathbf{c})$は経路コストから経路選択確率を与えるベクトル値関数である．

以上を踏まえると，交通需要$\mathbf{Q}_\tau$が与えられると，時

間帯での配分は経路交通量$\mathbf{f}_\tau$を求める以下の不動点問題となる．

$$\mathbf{f}_\tau = \mathbf{Q}_\tau \mathbf{p}(\mathbf{c}(\mathbf{f}_\tau)) \tag{8}$$

(3) 残留交通量

本研究では，時間帯内での旅行時間は一定とする．時間帯τに出発地ノードを出発地ノードを出発する経路交通量$f_{\tau,ij}$は一定割合で出発地ノードを出発するとする．また，各時間帯の長さはLとする．この時，$f_{\tau,ij}/L$の割合で，経路交通量$f_{\tau,ij}$は出発地ノードを出発する．時間帯τのODペアiの経路jの旅行時間$c_{\tau,ij}$が与えられたとすると，経路交通量が目的地に到着するまでの時間は$c_{\tau,ij}$であるため，時間帯τの終了時点で目的地ノードに到着できていない残留交通量$y_{\tau,ij}$は以下の通りとなる．

$$y_{\tau,ij} = \frac{f_{\tau,ij}c_{\tau,ij}}{L} \tag{9}$$

また，経路交通量$f_{\tau,ij}$のリンクaでの残留交通量$y_{\tau,ij,a}$は

$$y_{\tau,ij,a} = \frac{f_{\tau,ij}t_{\tau,a}\delta_{a,ij}}{L} \tag{10}$$

である．この$y_{\tau,ij,a}$は次に時間帯τ+1に繰り越される．繰り越された交通量は，リンクaの終点ノードから出発し，もともとの目的地ノードに向かう交通需要として，時間帯τ+1に加えられる．このように全ての経路交通量についてどのリンクで次の時間帯に繰り越されるのかを特定し，それを次の時間帯のOD交通量に足すことにより，次の時間帯のOD交通量を作成する．つまり，時間帯τでの残留交通量を計算し，次の時間帯τ+1のOD交通量，すなわち$\mathbf{Q}_{\tau+1}$がつくられる．

(10)式について，ベクトル表示を以下のように定義する．

$$\mathbf{y}_{\tau,ij} = \begin{pmatrix} y_{\tau,ij,1} \\ \vdots \\ y_{\tau,ij,|A|} \end{pmatrix} = \frac{f_{\tau,ij}}{L}\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f}_\tau)\boldsymbol{\delta}_{ij} \tag{11}$$

ここで，$\mathbf{T}$はリンク旅行時間を対角成分に持つ対角行列で，

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} t_1(x_1) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & t_{|A|}(x_{|A|}) \end{pmatrix} \tag{12}$$

である．また，$\boldsymbol{\delta} = \begin{pmatrix} \delta_{1,ij} \\ \vdots \\ \delta_{|A|,ij} \end{pmatrix}$である．

ODペアiの経路jのk番目のリンクに対して差し引かなければならない交通量は

$$s_{\tau,ij,n_{ijk}} = \sum_{k'}^{k-1} y_{\tau,ij,n_{ijk'}} \tag{13}$$

となる．これをベクトル表示するために，ODペアiの経路jを構成するリンクの（出発からの）順番を表わす$|A|\times|A|$の行列を導入する．行列のa行a'列の要素$b_{aa'}$は，リンクa及びリンクa'がともにODペアiの経路j上のリンクであり，かつ，リンクaがリンクa'よりも出発地ノードに近い場合は1であり，そうでない場合0である．これを用いると，ODペアiの経路jのの交通量のうち，その経路上のリンクから差し引かなければならない交通量を

$$\mathbf{s}_{\tau,ij} = \mathbf{B}_{ij}\mathbf{y}_{\tau,ij} \tag{14}$$

と計算することができ，これを全ての経路交通量について足し合わせると，

$$\mathbf{s}_\tau = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J_i}\mathbf{B}_{ij}\mathbf{y}_{\tau,ij} \tag{15}$$

$$\mathbf{s}_\tau = \frac{1}{L}\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f}_\tau)\sum_{i\in I}\sum_{j\in J_i} f_{\tau,ij}\mathbf{B}_{ij}\boldsymbol{\delta}_{ij} \tag{16}$$

となる．ここで，$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{B}_{ij}\boldsymbol{\delta}_{ij}$とする．また，R = ($\mathbf{r}_{11}$, $\mathbf{r}_{12}$,…, $\mathbf{r}_{|I||J_i|}$)とする．

$$\mathbf{s}_\tau = \frac{1}{L}\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f}_\tau)\mathbf{R}^T\mathbf{f}_\tau \tag{17}$$

以上のように，$\mathbf{s}_\tau$は$\mathbf{f}_\tau$のような関数として与えられる．これを用いると，残留交通量が後続のリンクを流れないことを考慮した実際に流れるリンク交通量$\mathbf{z}_\tau$は

$$\mathbf{z}_\tau = \boldsymbol{\Delta}\mathbf{f}_\tau - \mathbf{s}_\tau \tag{18}$$

と与えられる．

さらに，残留交通量はその先のリンクには流れないことを考慮した時の時間帯τの配分は，式8を用いると，

$$\mathbf{f}_\tau = \mathbf{Q}_\tau\mathbf{p}\left(\boldsymbol{\Delta}^T\mathbf{t}(\boldsymbol{\Delta}\mathbf{f}_\tau - \mathbf{s}_\tau)\right) \tag{19}$$

となる．

3. 感度分析

以下のような陰関数$\mathbf{d}(\mathbf{f},\mathbf{s})$を定義する．

$$\mathbf{d}(\mathbf{f},\mathbf{s}) = \mathbf{f} - \mathbf{Q}\mathbf{p}(\Delta^T\mathbf{t}(\Delta\mathbf{f} - \mathbf{s})) = \mathbf{0} \tag{20}$$

ここで，$\mathbf{d}$は変数$\mathbf{f}$, $\mathbf{s}$のベクトル値関数である．この$\mathbf{d}$は確率的利用者均衡が成立するために，$\mathbf{0}$である．

均衡が制約する上では$\mathbf{d}(\mathbf{f},\mathbf{s}) = \mathbf{0}$とならなければならないため，$\mathbf{s}$が変動することで，$\mathbf{f}$も変化する．このことに着目すると，$\mathbf{f}$は$\mathbf{s}$の関数とみなせる．つまり，$\mathbf{f}(\mathbf{s})$である．この$\mathbf{f}(\mathbf{s})$という関数は，差し引かなけれ

ばならない交通量の影響を差し引いた後の配分交通量である．

$\mathbf{f}(\mathbf{s})$ を陽に導出することは困難であるため，ここで，一次のマクローリン展開を用いることにより，$\mathbf{f}(\mathbf{s})$ を近似的に求めることとする．

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{f}(\mathbf{0}) + \nabla_s \mathbf{f}(\mathbf{0})\mathbf{s} \tag{21}$$

ここで，$\mathbf{f}(\mathbf{0})$ は残留交通量を差し引く前の経路交通量ベクトルである．次に，以下のような連立方程式を解く．

$$\begin{cases} \mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{0}) + \nabla_s \mathbf{f}(\mathbf{0})\mathbf{s} \\ \mathbf{s}(\mathbf{0}) = \dfrac{1}{L}\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f}(\mathbf{0}))\mathbf{R}^T\mathbf{f}(\mathbf{0}) \end{cases} \tag{22}$$

これによって，f は以下のように与えられる．

$$\mathbf{f} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{L}\nabla_s \mathbf{f}(\mathbf{0})\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f})\mathbf{R}^T\right)^{-1}\mathbf{f}(\mathbf{0}) \tag{23}$$

次に，陰関数 $\mathbf{d}(\mathbf{f},\mathbf{s})$ について，一般に $\nabla_s \mathbf{f}$ は以下のように与えられる．

$$\nabla_s \mathbf{f} = -\nabla_{\mathbf{f}} \mathbf{d}^{-1} \nabla_s \mathbf{d} \tag{24}$$

したがって，

$$\nabla_s \mathbf{f} = -(\mathbf{I} - \mathbf{Q}\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{p}\Delta^T\nabla_z \mathbf{t}\Delta)^{-1}\mathbf{Q}\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{p}\Delta^T\nabla_z \mathbf{t} \tag{25}$$

となる．

4. 金沢都市圏道路ネットワークへの適用

(1) 概要

本研究の時間帯別配分モデルを金沢市の道路ネットワークに適用する．金沢市の都心軸にLRTが導入された場合を想定し，本研究のモデルの適用を行い，導入前と導入後を比較することにより導入効果を示す．図-1にLRTが導入された場合の適用ネットワークを示した．LRTの導入区間は駅西の県庁前から金沢駅，そして金沢駅から野町駅までとする．適用ネットワークはノード数178，リンク数543である．ここで，北陸鉄道石川線はの鶴来駅（石川県白山市）から野町駅までであり，金沢駅までは接続していない．また，LRTは専用軌道であり，道路混雑の影響を受けないと想定する．なお，LRTの専用軌道を確保するため，導入区間においては車線が半減することとする．道路の旅行時間は標準BPR関数に従うものとし，自由走行時間，交通容量は制限速度，車線数，車道幅員を考慮して設定した．

(2) 計算における条件設定

以下に，条件設定を記す．

・自動車の乗車人員を 1.0（人/台）とする．

・時間帯幅は 60（分）とする．

・自動車の旅行時間の BPR 関数は標準 BPR 関数（α=0.15，β=4）を用いる．

・LRT 敷設区間は交通容量を 1/2 とする．

・自動車は 1OD につき，最大 3 経路とする．

また，OD交通量は，平成7年度・第3回金沢都市圏パーソントリップ調査における，全目的別データを集計することにより得たものである．

今回対象とする朝ピークの時間帯別のODデータの概略を表-1に示す．

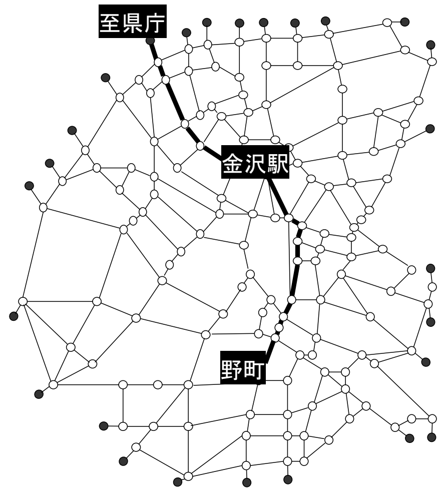

図-1　金沢市道路ネットワーク

表-1　OD表（6時台～8時台）

	ODペア	OD交通量
6時台	383	7748
7時台	1686	56595
8時台	1687	51329

(4) 適用結果

上記の設定条件に基づき，本研究のモデルを金沢都市圏道路ネットワークに適用した．

本研究のモデルの特徴として，各リンクの残留交通量を表現できることが挙げられる．

ここでは，特に交通量の多い7時台について，図-2，図-3に算出した残留交通量をネットワーク図上にプロットしたものを示した．

図-4には感度分析による近似したリンク交通量と静的配分（確率的利用者均衡配分）によるリンク交通量を比較した図を示した．

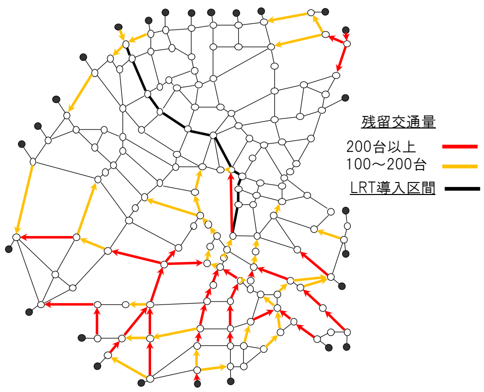

図-2　残留交通量プロット図（7時台，LRT導入前）

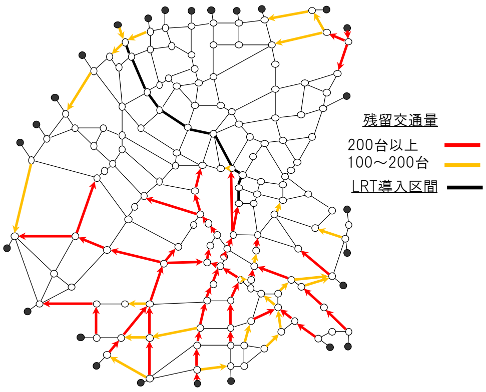

図-3　残留交通量プロット図（7時台，LRT導入後）

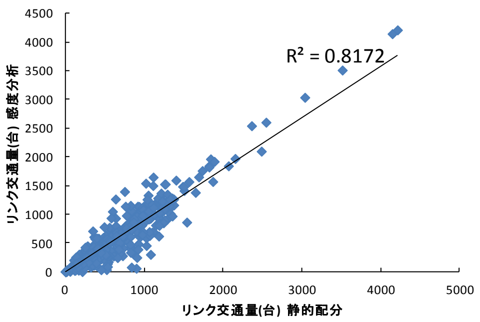

図-4　リンク交通量相関図

5.　おわりに

本研究では，感度分析を用いた時間帯別均衡配分モデルを構築し，時間帯別に交通量を配分することによって，日単位の配分に比べ，よりミクロな現況を再現することができた．金沢市道路ネットワークにも適用することにより，朝ラッシュの時間帯では，7時台で発生する残留交通量が最も多く，8時台への影響が大きいことを示し，時々刻々と変化する交通流を取り扱うことができた．さらにLRT導入前後において，どのエリアで残留交通量が増加するのかが示された．

今後は，本研究のモデルを，交通機関分担を考慮した統合・配分モデルへと拡張することで，より現実に近い交通挙動を表現し，LRT導入効果分析を行っていく．

参考文献

1) 藤田素弘，松井寛，溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集，No. 389/IV-8，pp. 111-119，1988.
2) 宮城俊彦，牧村和彦：時間帯別交通配分手法に関する研究，交通工学，Vol. 26，No. 2，pp. 17-28，1991.
3) 藤田素弘，山本幸司，松井寛：渋滞を考慮した時間帯別交通量配分モデルの開発，土木学会論文集，No. 407/IV-11，pp. 129-138，1989.
4) 赤松隆，牧野幸雄，高橋栄行：時間帯別 OD 需要とリンクでの渋滞を内生化した準動的交通配分，土木計画学研究・論文集，No. 15，pp. 535-545，1998.
5) 中山晶一朗：感度分析を用いた交通混雑内生型時間帯別配分，土木計画学研究・講演集，Vol. 44，CD-ROM，2011

（? 受付）

A SEMI-DYNAMIC TRAFFIC ASSIGNMENT MODEL USING SENSITIVITY ANALYSIS AND ITS APPLICATION TO LRT INTRODUCTION PLAN FOR KANAZAWA URBAN NETWORK

Yuuya ITAGAKI, Sho-ichiro NAKAYAMA and Jun-ichi TAKAYAMA

Currently, the need for a dynamic traffic assignment model that can be handled in a practical situation of a traffic network which changes with time is increasing. Among the dynamic model of them, the application to real-world network, if the time-of-day distribution is valid in many cases. It is believed that have been extended over the static equilibrium model that was established in practice, time-of-day allocation model, and relatively easy to use in practice. Using a sensitivity analysis, the residual flow handled approximately effects to span the travel time of only link that has passed through in that period. By applying to Kanazawa city urban network, to perform the transportation policy evaluation in Kanazawa urban areas.