

データ欠損を考慮した 複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推計

松村泰典¹・小林潔司²・貝戸清之³・大井明⁴・山口清人⁵

¹学生会員 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)

E-mail: matsumura.yasunori.42s@st.kyoto-u.ac.jp

²フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

³正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

⁴正会員 株式会社高速道路総合技術研究所 (〒 194-8508 町田市忠生 1-4-1)

E-mail: a.oi.aa@ri-nexco.co.jp

⁵正会員 株式会社高速道路総合技術研究所 (〒 194-8508 町田市忠生 1-4-1)

E-mail: k.yamaguchi.ac@ri-nexco.co.jp

舗装の劣化過程は路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程で構成される複合的過程である。耐荷力の低下と路面の劣化は、互いに双方の劣化過程に影響を及ぼす。本研究では、このような舗装の劣化過程を複合的マルコフ劣化モデルを用いて表現する。路面性状調査により路面の健全度が観測される。一方で耐荷力の低下はFWD調査等により観察可能である。現実の道路維持・補修業務において、これら2種類の点検業務が同期されているわけではなく、2種類の点検情報が同時に獲得できないという問題が発生する。本研究ではこのようなシステムのデータ欠損を考慮したような複合的隠れマルコフ劣化モデルを推計する方法を提案する。さらに、NEXCOが管理する高速道路を対象とした適用事例を通して、提案した方法論の有用性について考察する。

Key Words : Bayesian estimation, compound hidden Markov hazard model, missing data, pavement

1. はじめに

路面の健全度は、道路利用者に対するサービス水準に直接影響を及ぼす。このため、路面の健全度が低下すれば、舗装のサービス水準を回復させるために、オーバーレイ等、路面の維持補修が実施される。一方で舗装構造全体(表層、基層、路盤、路床)も、繰り返し荷重等により耐荷力が低下する。耐荷力の低下により、路面の劣化速度が大きくなる場合、路面補修だけでなく舗装全体を補修することが必要となる。舗装マネジメントを実施するためには、路面の劣化過程と耐荷力の低下過程の双方を同時に考慮にいたした劣化予測を行うことが必要となる。

舗装の劣化は、路面の劣化と耐荷力の低下という劣化メカニズムが異なる複合的な現象である。舗装の耐荷力が低下すれば、路面の劣化速度に影響を及ぼす。このため、耐荷力が著しく劣化している区間では路面の劣化速度が加速される可能性がある。このような観点から、小林等¹⁾は路面の劣化速度が舗装の耐荷力の低下状態に依存するような階層的隠れマルコフ劣化モデルを提案している。しかし、路面の健全度と耐荷力の関係は、このような一方的な関係にとどまらない。路面の劣化が進行すれば、耐荷力の低下をもたらす可能性

がある。本研究では路面の劣化と舗装耐荷力の低下の相互作用を考慮したような複合的な劣化過程を複合的マルコフ劣化モデルとして定式化する。

路面の劣化と耐荷力の低下のうち、前者に関しては路面性状調査等により、路面の健全度を測定することができる。一方、後者に関しては、FWD(Falling Weight Deflectometer)調査等により構造的劣化状態に関する情報を獲得できる。これら2つの調査は独立した調査であり、2つの調査が同期化されて実施されるわけではない。とりわけ、FWD調査を実施するためには膨大な調査費用と交通規制等の社会的費用を要するため、道路管理者が全ての道路区間に対してFWD調査を実施することは現実的ではない。このため、路面の健全度と耐荷力に関するデータを同時に入手することは困難である。したがって、時点によって路面健全度、耐荷力のうち、どちらか一方のデータが観測されない(欠損する)場合が少なくない。したがって、複合的マルコフ劣化モデルを作成するためには、路面性状調査とFWD調査の結果が系統的に欠損するメカニズムを明示的に考慮したような複合的隠れマルコフ劣化モデルの定式化とその推計方法を開発することが必要となる。

以上の問題意識の下に、本研究ではデータの系統的欠損を明示的に考慮したような複合的隠れマルコフ

劣化モデルを定式化する．さらに，観測時点が同期化されていない路面性状調査，FWD 調査結果に基づいて，モデルのパラメータを MCMC(Markov Chain Monte Carlo) 法を用いて推計する方法論を提案する．以下，2. で本研究の基本的考え方を述べる．3. では，複合的マルコフ劣化モデルを定式化し，4. で複合的隠れマルコフ劣化モデルの推計方法を提案する．5. では，MCMC 法に基づくアルゴリズムを説明し，6. では高速道路を対象として得られた欠測データを用いた実証分析を行い，本研究で提案するモデルの有用性について考察する．

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

社会基盤施設の統計的劣化予測モデルとしてマルコフ劣化モデルが提案されている．初期の段階におけるマルコフ推移確率の推計方法として，健全度間の推移状態に関する実データの数え上げにより，推移確率を推計する方法がある．また，杉崎等²⁾は，異なる点検間隔を有する目視点検データを用いて，マルコフ推移確率を集計的に推計する方法を提案している．その後，マルコフ推移確率の推計は，ハザード解析手法^{3),4)}の導入により飛躍的に発展した．Mishalani and Madanat⁵⁾は，2つの隣接する健全度のみを対象として，マルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現する方法を提案した．これとは独立に，津田等⁶⁾は2つ以上の任意の健全度間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデルを提案し，マルコフ推移確率を推計する一般的な方法論を提案した．その後，マルコフ推移確率が過去の記憶を有する非斉次マルコフ推移確率を推計するための多段階ワイブル劣化ハザードモデル⁷⁾，異なる劣化パターン間の推移過程を表現する競合型マルコフ劣化モデル^{8),9)}が提案されている．また，マルコフ推移確率の推計方法に関しては，測定データが非常に少ない段階で，技術者の経験情報と測定結果を結合してマルコフ推移確率を推計するベイズ劣化モデル^{10),11)}，予防補修により測定データが欠損することにより発生する欠損バイアスを補正する方法¹³⁾，ハザード率の異質性を考慮したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル¹²⁾，および混合マルコフ劣化ハザードモデル¹⁴⁾が提案されている．また，小林等¹⁵⁾は健全度に測定誤差が存在する場合を対象としてマルコフ推移確率を推計する隠れマルコフ劣化モデルを提案している．本研究で対象とする舗装の劣化過程に関しても，小林等¹⁾は路面の劣化過程と舗装の耐荷力低下過程という2種類のマルコフ過程をモデル化し，耐荷力の低下が路面の劣化過程に影響を及ぼすメカニズムを階層的隠れマルコフ劣化モデルで表現している．しかし，そこでは

逆のメカニズム，すなわち路面の劣化の進展が耐荷力の低下に及ぼす影響に関しては考慮されていない．本研究では，階層的隠れマルコフ劣化ハザードモデル¹⁾を拡張し，路面の劣化過程と耐荷力の低下過程の相互作用を明示的に考慮した複合的マルコフ劣化ハザードモデルを開発する．それにより，路面の劣化過程と耐荷力の低下過程のそれぞれが，互いにもう一方の過程の進展に及ぼす影響を無視できないことを明らかにする．さらに，舗装マネジメントの現場では，路面健全度と耐荷力に関するデータを同時に観測できないことに着目し，各調査時点において，これらの2種類のデータのうち，どちらか一方の情報のみが獲得できるような観測環境を想定する．その上で，点検データの一部が系統的に欠損するような状況を想定した複合的隠れマルコフ劣化ハザードモデルを定式化する．筆者等の知る限り，複合的マルコフ劣化ハザードモデル，およびその推計方法を提案した研究は他に見当たらない．なお，本研究で提案した複合的隠れマルコフ劣化モデルは，複数の種類の劣化過程の相互関係のモデル化，ならびに複数の異なる点検結果を用いて劣化モデルを推計する方法論を提案したものであり，今後、舗装以外の社会基盤施設の劣化予測モデルとして拡張可能であることを指摘しておく．

(2) 複合的劣化過程

道路の舗装構造は，表層，基層，路盤，路床という複数の層で構成される多層構造を有している．本研究では，舗装の劣化状態を路面健全度と舗装全体の力学的特性を表す耐荷力という2つの評価指標を用いて表現する．路面は自動車利用による磨耗や繰り返し荷重，天候・気象等の直接的な影響により劣化が進展する．加えて各層における構造的欠陥の有無が路面の劣化速度にも影響を及ぼし，表層のひび割れ，わだち掘れ，平坦性の低下等の現象が現れる．路面性状調査を通じて，これらの路面の健全度を表す指標は観測される．一方，基層や路盤も雨水や地下水の浸透，繰り返し荷重の作用等により劣化が進展する．路面のひび割れや破損部位が進展すれば，舗装深部に浸水する可能性が増加する．このため，表層の劣化が進むことが基層の劣化過程の加速にもつながる．道路管理者により定期的実施される路面性状調査と異なり，舗装耐荷力は直接観察することが不可能である．舗装構造の耐荷力の低下具合を把握するためには，コア抜きや開削調査のように破壊試験を行い舗装構造の劣化を直接観察するか，FWD 調査やベンケルマンビーム試験を用いて，たわみ量を計測することによって耐荷力を調査することが必要である．FWD 調査においては，舗装表面に重錘を落下させ，その時に生じるたわみ量を測定することによって，

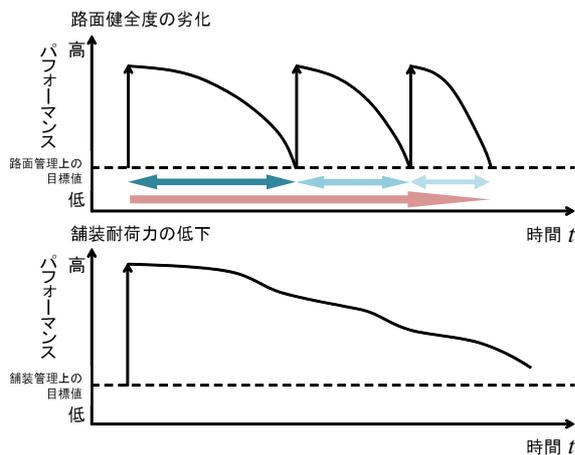


図-1 舗装の複合的劣化過程

舗装耐荷力を診断することが可能である。

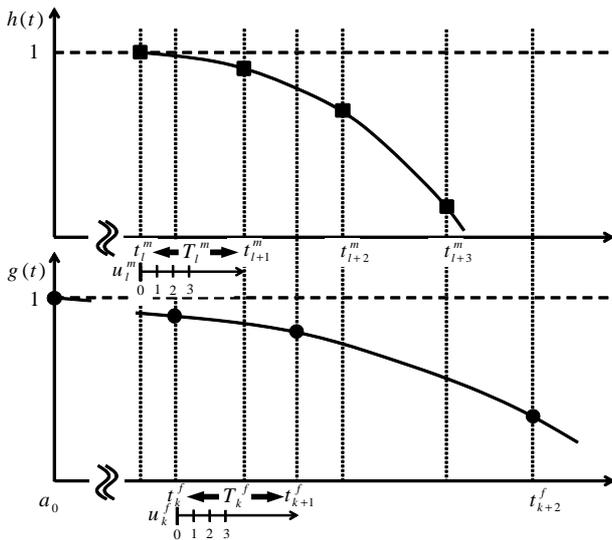
本研究では、舗装の舗装の耐荷力が低下すれば、路面の劣化速度に影響を及ぼし路面の劣化が加速されるものとする。同時に路面の健全度が低下すれば、舗装耐荷力の低下速度に影響を及ぼし耐荷力の劣化を加速させると考える。すなわち、路面健全度と耐荷力の低下過程の間に、耐荷力の低下と路面の劣化速度が双方に対して影響を及ぼすという複合的な相互作用が存在すると考える。図-1では模式的に、舗装の複合的劣化過程を示している。図の上段は路面の劣化過程を、下段は舗装全体の耐荷力の低下過程を示している。同図においては、路面の劣化過程の方が、舗装構造の耐荷力の低下過程よりも、早く劣化が進展するように描かれている。現実の道路の維持管理業務において舗装全体の耐荷力が低下した舗装の路面の劣化速度が速くなるのは経験的に見られることである。さらに、路面の健全度が低下すれば、耐荷力の低下も加速する可能性もある。本研究では耐荷力の低下過程は路面の劣化過程よりも相対的にゆっくりとした過程であり、耐荷力の状態に応じて路面の劣化速度が加速されるという劣化過程と同時に、表層の健全度の低下にしたがって耐荷力の低下が加速されると考える。

(3) データのシステムの欠測

道路管理者にとって、舗装の現状把握や劣化予測を行うことは、舗装マネジメントを実施する上で極めて重要な業務である。しかし、より精緻な現状把握や劣化予測を行うためには、質・量ともに十分な劣化情報を獲得する必要が生じ、調査費用の増加を招く結果となり得る。道路管理者は、予算制約の下、状況に応じて自らの経験に基づいて適切な調査方法を選択することが少なくない。例えば、路面健全度が前回補修時点から短期間で急激に劣化していると判断された場合、舗

装の耐荷力が低下している可能性が高い。このような場合には、路面性状調査を行わずにFWD調査を行い、当該道路区間の更新についての意思決定を行うことになる。また、前回の路面性状調査時点から路面の健全度が劣化しておらず、舗装構造全体の健全性が良好であると判断された場合には、定期的な路面性状調査のみを実施し、FWD調査対象から除外する。特に、舗装耐荷力に関する情報獲得に際し、FWD調査を行うためには交通規制を実施することが不可欠であり、渋滞や遅延という社会的費用が発生することになる。また、調査範囲が広範囲になると、渋滞の規模や調査費用が膨大になることが懸念される。したがって、以上のような実務的な背景を勘案すると、当然のことながら路面性状調査とFWD調査が同期化され、両データが同時に取得できるというケースは現実的ではない。路面性状調査とFWD調査の時間的不整合を考慮した劣化予測モデルの構築、さらには劣化予測結果を用いた意思決定プロセスを考える必要がある。

本研究では、FWD調査と道路性状調査が同時に実施されず、複合的マルコフ劣化モデルを推計するためのデータの一部がシステムの欠損を取り扱う。路面性状調査を実施する際にFWD調査が実施されず、路面健全度に関する情報は入手できるが、耐荷力に関するデータが入手できない。あるいは、道路巡回業務において路面の劣化速度が速いと判断された場合に、路面性状調査を待たずにFWD調査を行い、舗装更新の意思決定を行うこともある。この場合、耐荷力に関するデータは獲得できるが、路面健全度に関する情報を獲得することができない。このように路面健全度と耐荷力に関するデータが同時に観測できないものの、どちらか一方のデータが獲得できるような場合には、それらの部分情報を用いて複合的な劣化過程をモデル化することは可能である。例えば、路面の劣化過程をモデル化する場合、耐荷力に関するデータが必要になる。路面健全度を観測した時点における耐荷力に関する情報は入手できないが、直近の過去の時点における耐荷力のデータが入手できれば、その時点において「耐荷力は直近の状態と等しいか、さらに低下している」という情報(補完情報1)は獲得できる。一方、耐荷力を観測した場合には、直近の路面健全度のデータを用いて「路面健全度は直近の状態と等しいか、さらに劣化している」という情報(補完情報2)を利用できる。このような部分情報を用いることにより、複合的マルコフ劣化モデルの推計精度を向上させることが可能である。以上の問題意識のもとで、本研究では2種類の補完情報を用いて、複合的マルコフ劣化モデルを推計する方法を提案する。以下では、まず、3.において完全情報が入手可能な場合を想定し、複合的マルコフ劣化モデ



注) 図の上段は路面健全度の劣化過程，下段は舗装の耐荷力の低下過程を模式的に示している．図中の印は路面性状調査時点，印はFWD調査時点を表す．時点 t_l^m で路面性状調査が実施され，時点 t_l^m を起点とする m 局所時点軸 u_l^m が定義される．同様に，時点 t_k^f で耐荷力調査が実施され，時点 t_k^f を起点とする f 局所時点軸 u_k^f が定義される．

図-2 舗装の複合的劣化過程と局所時間軸

ルを定式化する．そのうえで，4. において点検データのシステムの欠損を明示的に考慮したような複合的隠れマルコフ劣化モデルを提案する．

3. 複合的マルコフ劣化モデル

(1) モデル化の前提条件

道路管理者がカレンダー時刻 a_0 に道路施設を建設（もしくは更新）し，それ以降の時刻にわたって道路舗装を管理する問題を考える．カレンダー時刻 a_0 を初期時点 $t = 0$ とする離散時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots, T$ を導入する． T は観測期間の終了時点である．離散時間軸上の点を時点とよびカレンダー時刻と区別する．対象とする劣化過程は，路面健全度，耐荷力の劣化過程という2つの複合的な劣化過程で構成されている．簡単のために，初期時点から舗装全体の補修は一度も実施されていないと考える．舗装全体の補修が実施されれば，そのカレンダー時刻を初期時点と考えればよい．さらに，図-2 に示すように，離散時間軸上の時点 $0, t_1^m, \dots, t_l^m, \dots$ において路面性状調査が行われる． m 回目の路面性状調査が実施された時点 t_l^m を始点 $u_l^m = 0$ とする局所離散時間軸 $u_l^m = 0, 1, 2, \dots, T_l^m$ を導入する．ただし， T_l^m は時点 t_l^m で路面性状調査を実施し，次の路面性状調査が実施されるまでの期間長であり $T_l^m = t_{l+1}^m - t_l^m$ で表される．局所離散時間軸上の時点 u_l^m を m 局所時点と呼ぶ．同様に，離散時間軸上の時点 $0, t_1^f, \dots, t_k^f, \dots$

においてFWD調査が実施される．さらに，FWD調査が実施された時点 t_k^f を始点 $u_k^f = 0$ とする局所離散時間軸 $u_k^f = 0, 1, 2, \dots, T_k^f$ を導入する．ただし， T_k^f は時点 t_k^f でFWD調査を実施し，次のFWD調査が実施されるまでの期間長であり $T_k^f = t_{k+1}^f - t_k^f$ で表される．局所離散時間軸上の時点 u_k^f を f 局所時点と呼ぶ．路面性状調査の実施時点 t_l^m ($l = 0, 1, \dots, N_m$) と t_k^f ($k = 0, 1, \dots, N_f$) は道路施設の建設時（もしくは更新時）以外において必ずしも一致しない．ここで， f 局所時点と m 局所時点の対応関係を表すための写像

$$w^f(u_l^m) = u_k^f \quad (1a)$$

$$w^m(u_k^f) = u_l^m \quad (1b)$$

を導入する． f 局所時点 u_k^f における舗装耐荷力を離散的状態変数 $g(u_k^f) = s$ ($s = 1 \dots, S; u_k^f = 0, \dots, T_k^f$) を用いて表現する．レーティング s ($s = 1, \dots, S$) は， s の値が大きくなるほど舗装耐荷力が低下していることを意味している． $g(u_k^f) = S$ の場合は，耐荷力が使用限界に到達していることを意味する．初期時点 $t_0^f = 0$ において $g(0) = 1$ である．つぎに， m 局所時点 u_l^m における路面健全度を I 個のレーティング $h(u_l^m) = i$ ($i = 1 \dots, I; u_l^m = 0, \dots, T_l^m$) で記述する．ただし，初期時点 $t_0^m = 0$ において $h(0) = 1$ が成立する． $h(u_l^m) = I$ は，路面の使用限界を表す．路面の補修は対象期間中に複数回実施される可能性がある．路面の補修時点を示すには表記しないが，路面補修時点においては路面性状調査が実施され，路面健全度が1に回復すると考える．本研究では，舗装劣化過程を路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程をそれぞれマルコフ連鎖モデルで表現する．これら2つのマルコフ連鎖モデルは互いに相互作用を有する．

(2) 耐荷力の低下過程

道路の供用開始（あるいは更新）時点 t_0^f ($u_0^f = 0$) に舗装の耐荷力が $g(0) = 1$ に確定する． f 局所時点 u_k^f から $u_k^f + 1$ の間において生起する耐荷力の劣化状態の推移状態を，マルコフ推移確率で表す．単位期間 $[u_k^f, u_k^f + 1)$ の期間長も1に基準化する． f 局所時点 $u_k^f \neq 0$ における健全度 s は観察可能ではないが，ひとまず既知であるとする．局所期間 $[u_k^f, u_k^f + 1)$ (離散時間軸上の期間 $[t_k^f + u_k^f, t_k^f + u_k^f + 1)$) における路面の劣化過程を表すマルコフ推移確率は， f 局所時点 u_k^f (時点 $t_k + u_k$) で評価された耐荷力 $g(u_k^f) = s$ と f 局所時点 u_k^f に対応する m 局所時点 $w^m(u_k^f)$ における路面健全度 $h(w^m(u_k^f)) = i$ を与件とし，次の f 局所時点 $u_k^f + 1$ において健全度 $g(u_k^f + 1) = v$ が生起する条件付確率

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[g(u_k^f + 1) = v | g(u_k^f) = s, h(w^m(u_k^f)) = i] \\ & = p^{sv}(i) \end{aligned} \quad (2)$$

と定義できる．期間長を 1 に基準化する．マルコフ推移確率は，津田等⁶⁾が開発したマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現できる．路面の健全度 i を与件とした時点 t における耐荷力 s ($s = 1, \dots, S-1$) のハザード率 (以下，耐荷力ハザード率と呼ぶ)³⁾ $\lambda^s(i)$ を

$$\lambda^s(i) = \beta_0^i \mathbf{x} \boldsymbol{\beta}^s = \beta_0^i \lambda^s \quad (3)$$

と表す．ただし， β_0^i ($i = 1, \dots, I-1$) は路面の健全度 i に依存する耐荷力劣化速度の異質性を表すスケールパラメータ， $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_Q)$ は説明変数ベクトル， $\boldsymbol{\beta}^s = (\beta_1^s, \dots, \beta_Q^s)'$ は未知パラメータベクトルである．記号 $'$ は転置を， Q は説明変数の数を表す． $\beta_0^1 = 1$ に基準化する．このとき，健全度 i の下で f 局所時点 u_k^f において耐荷力が s であり， f 局所時点 $u_k^f + 1$ においても耐荷力 s が継続する確率は，

$$\begin{aligned} p^{ss}(i) &= \exp\{-\lambda^s(i)\} \\ &= \exp(-\beta_0^i \lambda^s) \end{aligned} \quad (4)$$

となる．さらに， f 局所時点 u_k^f と f 局所時点 $u_k^f + 1$ の間で耐荷力が s から v ($v > s$) に推移するマルコフ推移確率 $p^{sv}(i)$ ($s = 1, \dots, S-1; v = s+1, \dots, S$) は

$$\begin{aligned} p^{sv}(i) &= \sum_{m=s}^v \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)} \\ &\quad \cdot \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i) - \lambda^m(i)} \exp\{-\lambda^m(i)\} \\ &\quad (s = 1, \dots, S-1; v = s+1, \dots, S) \end{aligned} \quad (5)$$

と表すことができる⁶⁾．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)} = 1 & (m = s \text{ の時}) \\ \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i) - \lambda^m(i)} = 1 & (m = v \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\begin{aligned} &\prod_{z=s, z \neq m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)} \exp\{-\lambda^m(i)\} \\ &= \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)} \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i) - \lambda^m(i)} \\ &\quad \exp\{-\lambda^m(i)\} \end{aligned}$$

と簡略化する．また， $p^{sS}(i)$ に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$p^{sS}(i) = 1 - \sum_{v=s}^{S-1} p^{sv}(i) \quad (s = 1, \dots, S-1) \quad (6)$$

式 (12) を用いれば，さらに，期間 $[u_k^f, u_k^f + 1)$ における推移確率行列は

$$P(i) = \begin{pmatrix} p^{11}(i) & \cdots & p^{1S}(i) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p^{SS}(i) \end{pmatrix} \quad (7)$$

と定義することができる．

(3) 路面の劣化過程

m 局所時点 u_l^m から $u_l^m + 1$ の間において生起する路面健全度の推移状態をマルコフ推移確率で表す．単位期間 $[u_l^m, u_l^m + 1)$ の期間長も 1 に基準化する． m 局所時点 u_l^m における耐荷力 s は観察可能ではないが，ひとまず既知であると考える．局所期間 $[u_l^m, u_l^m + 1)$ (離散時間軸上の期間 $[t_l^m + u_l^m, t_l^m + u_l^m + 1)$) における路面の劣化過程を表すマルコフ推移確率は， m 局所時点 u_l^m で評価された耐荷力 $g(w^f(u_l^m)) = s$ と路面の健全度 $h(u_l^m) = i$ を与件とし，次の m 局所時点 $u_l^m + 1$ において健全度 $h(u_l^m + 1) = j$ が生起する条件付確率

$$\begin{aligned} &\text{Prob}[h(u_l^m + 1) = j | h(u_l^m) = i, g(w^f(u_l^m)) = s] \\ &= \pi^{ij}(s) \end{aligned} \quad (8)$$

として定義できる．耐荷力 s を与件とした健全度 i ($i = 1, \dots, I-1$) の路面健全度ハザード率 $\mu^i(s)$ を

$$\mu^i(s) = \gamma_0^s \mathbf{y} \boldsymbol{\gamma}^i = \gamma_0^s \mu^i \quad (9)$$

と表す．ただし， γ_0^s ($s = 1, \dots, S-1$) は耐荷力 s に依存する路面劣化速度の異質性を表すスケールパラメータ， $\mathbf{y} = (y^1, \dots, y^V)$ は説明変数ベクトル， $\boldsymbol{\gamma}^i = (\gamma_1^i, \dots, \gamma_V^i)'$ は未知パラメータベクトル， $\mu^i = \mathbf{y} \boldsymbol{\gamma}^i$ である． $\gamma_0^1 = 1$ に基準化する．このとき，耐荷力 s の下で m 局所時点 u_l^m において健全度が i であり， m 局所時点 $u_l^m + 1$ においても健全度 i が継続する確率は，

$$\begin{aligned} \pi^{ii}(s) &= \exp\{-\mu^i(s)\} \\ &= \exp(-\gamma_0^s \mu^i) \end{aligned} \quad (10)$$

となる．さらに， m 局所時点 u_l^m と m 局所時点 $u_l^m + 1$ の間で健全度が i から j ($j > i$) に推移するマルコフ推移確率 $\pi^{ij}(s)$ ($i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I$) は，

$$\begin{aligned} \pi^{ij}(s) &= \sum_{z=i}^j \prod_{r=i, r \neq z}^{j-1} \frac{\mu^r(s)}{\mu^r(s) - \mu^z(s)} \exp\{-\mu^z(s)\} \\ &\quad (i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I) \end{aligned} \quad (11)$$

と表すことができる．また， $\pi^{iI}(s)$ に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$\begin{aligned} \pi^{iI}(s) &= 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi^{ij}(s) \\ &\quad (s = 1, \dots, S-1) \end{aligned} \quad (12)$$

以上の推移確率を用いれば，局所期間 $[u_l^m, u_l^m + 1)$ で定義される条件付確率 (8) を要素とするマルコフ推移行列を次式のように定義することができる．

$$\Pi(s) = \begin{pmatrix} \pi^{11}(s) & \cdots & \pi^{1I}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi^{II}(s) \end{pmatrix} \quad (13)$$

(4) 複合的マルコフ劣化モデル

いま，初期時点 $t = 0$ において，舗装全体が更新され，耐荷力が $g(0) = 1$ に，健全度が $h(0) = 1$ に確定したと考える．その後，時間の経過とともに，路面の劣化と耐荷力の低下が進行していく．舗装の複合的劣化状態 x ($x = 1, \dots, X$) を時点 t の路面健全度 $\tilde{h}(t)$ と耐荷力 $\tilde{g}(t)$ の組を用いて $x(t) = \{\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)\}$ と記述する．ただし，路面健全度 $\tilde{h}(t)$ と耐荷力 $\tilde{g}(t)$ は離散時間軸上の時点 t で定義されており， m, f 局所時点を用いて定義される路面健全度 $h(u_l^m)$ と耐荷力 $g(u_k^f)$ と区別するために記号「 $\tilde{}$ 」を用いている．また， $X = I \times S$ である．さらに，時点 t における複合的劣化状態 $x(t) = x$ ($x = 1, \dots, X$) は $(1, 1), \dots, (1, S), (2, 1), \dots, (2, S), (3, 1), \dots, (I, S)$ と対応している．複合的劣化状態 $x(t) = \{\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)\}$ が状態変数値 $x = (i, s)$ をとる場合，複合的劣化状態 $x(t)$ の $\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)$ 成分を指示する記号を $\tilde{h}_x(t) = i, \tilde{g}_x(t) = s$ と表記する．複合的劣化状態の頻度分布を $\nu(t) = \{\nu_1(t), \dots, \nu_X(t)\}$ で表す．ただし，初期時点における頻度分布は $\nu(0) = (1, 0, \dots, 0)$ である．複合的劣化状態間の推移確率行列 Ω を

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_{11} & \cdots & \omega_{1X} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{X1} & \cdots & \omega_{XX} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{11}^{11} & \omega_{11}^{12} & \cdots & \omega_{11}^{jv} & \cdots & \omega_{11}^{IS} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{is}^{11} & \omega_{is}^{12} & \cdots & \omega_{is}^{jv} & \cdots & \omega_{is}^{IS} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{IS}^{11} & \omega_{IS}^{12} & \cdots & \omega_{IS}^{jv} & \cdots & \omega_{IS}^{IS} \end{pmatrix} \quad (14)$$

と定義する．ただし，要素 ω_{is}^{jv} ($i, j = 1, \dots, I; s, v = 1, \dots, S$) は

$$\omega_{is}^{jv} = p^{sv}(i)\pi^{ij}(s) \quad (15)$$

と定義される．また， $\omega_{is}^{jv} = 0$ ($i > j$ の時，あるいは $s > v$ のどちらか一方，あるいは双方が成立する時) が成立する．このとき，複合的劣化過程は，舗装の補修，更新が実施されない限り，マルコフ連鎖

$$\nu(t) = \nu(0)\{\Omega\}^t \quad (16)$$

を用いて表される．

4. 複合的隠れマルコフ劣化モデル

(1) 調査スキーム

ある道路区間を対象として，路面性状調査，もしくは FWD 調査により舗装の劣化状態に関するデータが観測されるメカニズムを考える．一般性を損なうことなく，対象とする期間中は路面補修が実施されないと

考える．路面補修が行われた場合には，その時点において路面の健全度 1 が観測されたと考えればよい．離散時間軸上の時点 $\tilde{t}_1^m, \dots, \tilde{t}_{N_m}^m$ に路面性状調査が実施され，路面健全度 $\tilde{h}(\tilde{t}_l^m)$ ($l = 0, \dots, N_m$) を観測する．同様に $\tilde{t}_1^f, \dots, \tilde{t}_{N_f}^f$ に FWD 調査が実施され，舗装耐荷力 $\tilde{g}(\tilde{t}_k^f)$ ($k = 0, \dots, N_f$) を観測する．路面性状調査と FWD 調査は同時に行なわれない．路面性状調査と FWD 調査により獲得可能なデータを $\Xi = [\{\tilde{t}_k^f, \tilde{g}(\tilde{t}_k^f) (k = 0, \dots, N_f)\}, \{\tilde{t}_l^m, \tilde{h}(\tilde{t}_l^m) (l = 0, \dots, N_m)\}]$ と表記する．前述したように，路面性状調査，FWD 調査を実施した時点を中心とする m, f 局所時点を定義する．さらに， m, f 局所時点間の対応関係は式 (1a), (1b) によって定義される．ここで，記述の便宜を図るために，路面性状調査，FWD 調査が実施された時点を経験軸に沿ってカレンダー時刻順に並べ直し，改めて時点 τ_n ($n = 0, 1, \dots, N$) を定義する． $N = N_m + N_f$ である．離散時間軸上の時点 τ_n ($n = 0, \dots, N$) においては，路面性状調査，FWD 調査の少なくともどちらか一方の調査が実施されることになる．路面性状調査が実施された時点集合を ρ^m ，FWD 調査が実施された時点集合を ρ^f と表す．時点 τ_n ($n = 0, \dots, N$) においては，路面性状調査か，FWD 調査のいずれか一方のみの調査結果が獲得できるが，時点 τ_n において実施された調査のタイプを $q(\tau_n)$

$$q(\tau_n) = \begin{cases} m & \text{路面性状調査が実施された時} \\ f & \text{FWD 調査が実施された時} \end{cases} \quad (17)$$

で表す．時点 τ_n において獲得した状態変数値 $r(\tau_n)$ を

$$r(\tau_n) = \begin{cases} \tilde{h}(\tau_n) & \tau_n \in \rho^m \\ \tilde{g}(\tau_n) & \tau_n \in \rho^f \end{cases} \quad (18)$$

と表す．このとき，時点 τ_n ($n = 0, \dots, N$) を用いて定義された観測データの集合は $\Xi = \{\tau_n, q(\tau_n), r(\tau_n), (n = 0, \dots, N)\}$ と表すことができる．

(2) データ観測過程

舗装の複合的劣化過程が式 (16) に従って進展する時，点検データ Ξ が観測される確率 (尤度) を導出する．初期時点 t_0 を考える．初期時点における路面健全度は $\tilde{h}(t_0) = 1$ ，耐荷力は $\tilde{g}(t_0) = 1$ と表される．複合的劣化状態の頻度分布ベクトルは $\nu(0) = (1, 0, \dots, 0)$ である．つぎに，時点 τ_1 を考える．時点 τ_1 が集合 ρ^m に属する場合を考える．すなわち， $\tau_1 \in \rho^m$ に路面性状調査が実施され，路面健全度 $\tilde{h}(\tau_1) = i$ が観測されたと考える．期間 $[\tau_0, \tau_1]$ において，式 (16) に従って，舗装の複合的劣化過程が進行する．期間長 $\Delta_0 = \tau_1 - \tau_0$ を定義する．このとき，時点 τ_1 における複合的劣化状態の頻度分布は，式 (16) より

$$\nu(\tau_1) = \nu(0)\{\Omega\}^{\Delta_0} \quad (19)$$

と表される．時点 τ_1 においては，観測結果により路面健全度が $\tilde{h}(\tau_1) = \bar{i}$ に確定している．この情報に基づいて，複合的劣化状態 $x(\tau_1) = (\bar{i}, s)$ の生起頻度 $\tilde{\nu}_x(\tau_1)$ を

$$\tilde{\nu}_x(\tau_1) = \begin{cases} 0 & i \neq \bar{i} \text{の時} \\ \frac{\nu_x(\tau_1)}{\sum_{y \in G(\bar{i})} \nu_y(\tau_1)} & i = \bar{i} \text{の時} \end{cases} \quad (20)$$

と定義する．ただし，集合 $G(\bar{i})$ は $G(\bar{i}) = \{y|y = (\bar{i}, s), (s = 1, \dots, S)\}$ と定義される．つぎに，時点 τ_1 が集合 ρ^f に属する場合を考える．時点 τ_1 で路面健全度が $\tilde{g}(\tau_1) = \bar{s}$ に確定している．この情報に基づいて，複合的劣化状態 $x(\tau_1) = (i, \bar{s})$ の生起頻度 $\tilde{\nu}_x(\tau_1)$ を

$$\tilde{\nu}_x(\tau_1) = \begin{cases} 0 & s \neq \bar{s} \text{の時} \\ \frac{\nu_x(\tau_1)}{\sum_{y \in G(\bar{s})} \nu_y(\tau_1)} & s = \bar{s} \text{の時} \end{cases} \quad (21)$$

と定義する．ただし，集合 $G(\bar{s})$ は $G(\bar{s}) = \{y|y = (i, \bar{s}), (i = 1, \dots, I)\}$ と定義される．このとき，時点 τ_2 における複合的劣化状態の頻度分布は，

$$\nu(\tau_2) = \tilde{\nu}(\tau_1)\{\Omega\}^{\Delta_1} \quad (22)$$

と表される．以上の議論を一般化すれば，時点 τ_n の観測データが獲得された時，複合的劣化状態 $x(\tau_n) = (i, s)$ の頻度分布は

$$(\tau_n \in \rho^m) \text{の時} \\ \tilde{\nu}_x(\tau_n) = \begin{cases} 0 & i \neq \bar{i} \text{の時} \\ \frac{\nu_x(\tau_n)}{\sum_{y \in G(\bar{i}(\tau_n))} \nu_y(\tau_n)} & i = \bar{i} \text{の時} \end{cases} \quad (23a)$$

$$(\tau_n \in \rho^f) \text{の時} \\ \tilde{\nu}_x(\tau_n) = \begin{cases} 0 & s \neq \bar{s} \text{の時} \\ \frac{\nu_x(\tau_n)}{\sum_{y \in G(\bar{s}(\tau_n))} \nu_y(\tau_n)} & s = \bar{s} \text{の時} \end{cases} \quad (23b)$$

と表される．このとき，時点 τ_{n+1} における複合的劣化状態の頻度分布は，

$$\nu(\tau_{n+1}) = \tilde{\nu}(\tau_n)\{\Omega\}^{\Delta_n} \quad (24)$$

と表される．

(3) 尤度関数

期間全体を通じて観測データ Ξ が獲得できたと考える．さらに，初期時点から時点 τ_n ($0 < n \leq N$) に至るまでに獲得された観測データを $\xi_n = \{\tau_a, q(\tau_a), r(\tau_a), (a = 0, \dots, n)\}$ と表す．ここで，時点 τ_n において観測されたデータを指示するダミー変数を

$$\delta(\tau_n) = \begin{cases} 1 & r(\tau_k) = \bar{i} \text{ } (\tau_k \in \rho^m \text{の時}) \\ 1 & r(\tau_k) = \bar{s} \text{ } (\tau_k \in \rho^f \text{の時}) \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (25)$$

と定義する．時点 τ_1 までに観測データ ξ_1 が観測される確率 $\ell(\xi_1)$ は

$$\ell_1(\xi_1) = \sum_{x=1}^X \{\nu_x(\tau_1)\}^{\delta(\tau_1)} \quad (26)$$

と表される．時点 τ_2 以降に関しては再帰的に

$$\ell_2(\xi_2) = \ell_1(\xi_1) \sum_{x=1}^X \{\nu_x(\tau_2)\}^{\delta(\tau_2)} \quad (27a)$$

：

$$\ell_N(\xi_N) = \ell_{N-1}(\xi_{N-1}) \sum_{x=1}^X \{\nu_x(\tau_N)\}^{\delta(\tau_N)} \quad (27b)$$

と定式化される．このとき，情報集合 Ξ が観測される尤度は次式で定義される．

$$\mathcal{L}(\Xi; \theta) = \prod_{n=1}^N \sum_{x=1}^X \{\nu_x(\tau_n; \theta)\}^{\delta(\tau_n)} \quad (28a)$$

$$\nu(\tau_{n+1}) = \tilde{\nu}(\tau_n)\{\Omega\}^{\Delta_n} \quad (28b) \\ (n = 1, \dots, N)$$

ただし， $\theta = \{\beta_0^s, \beta^s, \gamma_0^i, \gamma^i : s = 1, \dots, S-1, i = 1, \dots, I-1\}$ は未知パラメータベクトルである．ここでは，推移確率 ω_{is}^{jv} を表現する指数ハザードモデル (3), (9) がパラメータ θ に依存することを明示的に表現するために $\tilde{\nu}_x(\tau_n; \theta)$ と表している．複合的隠れマルコフ劣化モデルの尤度関数 (28a) は，パラメータ θ に関して高次の非線形多項式であり，1 階の最適化条件が (複素数解を含めて) 非常に多くの解を有している^{16), 17)}．推移確率 ω_{is}^{jv} の推計値は 0 と 1 の間にある実数解を選択しなければならない．最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば，高次の非線形多項式を解く問題を回避できる．しかし，尤度関数 (28a), (28b) が，極めて多くの項を含んでおり，計算量が膨大になってしまう欠点がある^{16)–18)}．このような計算上の難点を克服するために，尤度関数の完備化操作が必要となる．

(4) 完備化操作

尤度関数の完備化操作を行うために潜在変数を定義する．記述の都合上，再び m, f 局所時間軸を用いることとする．期間全体を通じて観測データ $\Xi = \{\bar{\tau}_n, \bar{q}(\bar{\tau}_n), \bar{r}(\bar{\tau}_n), (n = 0, \dots, N)\}$ が獲得できたと考える．記号「 $\bar{\quad}$ 」は実測値を意味する．期間 $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$ を 2 種類の局所時間軸を用いて記述することができる．時点 $\bar{\tau}_n$ において，路面性状調査が実施されたと考える．時点 $\bar{\tau}_n - 1$ における m, f 局所時間軸上の時点が，それぞれ $u_l^m - 1, u_k^f - 1$ で表されていると考える．このとき，期間 $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$ において， m, f 局所時点は，それぞれ

$$0, 1, \dots, \Delta_n \quad (29a)$$

$$u_k^f, u_k^f + 1, \dots, u_k^f + \Delta_n \quad (29b)$$

と表される．一方，時点 τ_n に FWD 調査が実施された場合，期間 $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$ の m, f 局所時点は，それぞれ

$$u_l^m, u_l^m + 1, \dots, u_l^m + \Delta_n \quad (30a)$$

$$0, 1, \dots, \Delta_n \quad (30b)$$

と推移する．ここで，期間 $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$ における路面健全度の推移パターンを潜在変数ベクトル

$$w_n = \begin{cases} (w_0, \dots, w_{\Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = m \\ (w_{u_l^m}, \dots, w_{u_l^m + \Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = f \end{cases} \quad (31)$$

を用いて表す．また，耐荷力の推移パターンを潜在変数ベクトル

$$d_n = \begin{cases} (d_{u_k^f}, \dots, d_{u_k^f + \Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = m \\ (d_0, \dots, d_{\Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = f \end{cases} \quad (32)$$

と表す．ただし， $\bar{q}(\bar{\tau}_n) = m$ の時， $w_0 = \bar{h}(\bar{\tau}_n)$ ， $\bar{q}(\bar{\tau}_n) = f$ の時， $d_0 = \bar{g}(\bar{\tau}_n)$ が成立する．

劣化過程の性質より，施設が補修されない限り，時間の経過とともに路面健全度，耐荷力の劣化が進行する．このとき，潜在変数値の間に

$$\bar{w}_0 \leq \dots \leq w_{u_l^m} \leq \dots \leq w_{T_l^m - 1} \leq \bar{w}_{T_l^m} \quad (33a)$$

$$\bar{d}_0 \leq \dots \leq d_{u_k^f} \leq \dots \leq d_{T_k^f - 1} \leq \bar{d}_{T_k^f} \quad (33b)$$

を満足する．ただし， $\bar{w}_0 = \bar{h}(t_l^m)$ ， $\bar{w}_{T_l^m} = \bar{h}(T_l^m)$ ， $\bar{d}_0 = \bar{g}(t_k^f)$ ， $\bar{d}_{T_k^f} = \bar{g}(T_k^f)$ である．真の健全度ベクトル w_n ，耐荷力ベクトル d_n の要素は，それぞれ $\bar{w}_0, \bar{w}_{T_l^m}$ ， $\bar{d}_0, \bar{d}_{T_k^f}$ を除いて観測できない潜在変数であるが，ひとまずこれらの潜在変数が仮に測定できたと考ええる．ここで，議論の見通しをよくするため，対象期間全体にわたる仮想的潜在変数ベクトル列を図-3のように表記し，時点 $\tau_0 = 0$ から時点 τ_{N-1} まで添字を付け替える．このような表記により，潜在変数ベクトル列

$$\tilde{w}_0, \dots, \tilde{w}_n, \dots, \tilde{w}_{N-1} \quad (34a)$$

$$\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_n, \dots, \tilde{d}_{N-1} \quad (34b)$$

を得る．このとき，仮想的潜在変数ベクトル $\tilde{w} = \{\tilde{w}_n, (n = 0, \dots, N-1)\}$ ， $\tilde{d} = \{\tilde{d}_n, (n = 0, \dots, N-1)\}$ を与件とする．このとき，時点 τ_1 において仮想的潜在変数ベクトル \tilde{w}_1, \tilde{d}_1 を用いて完備化された尤度 $\tilde{\ell}(\tilde{w}_1, \tilde{d}_1, \xi_1)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{\ell}_1(\tilde{w}_1, \tilde{d}_1, \xi_1) &= \tilde{\nu}_{\tilde{w}_{\tau_1}, \tilde{d}_{\tau_1}}(\tau_1) \\ &= \prod_{y_0=0}^{T_0-1} \omega_{\tilde{w}_{y_0+1}, \tilde{d}_{y_0+1}}^{\tilde{w}_{y_0}, \tilde{d}_{y_0}} \end{aligned} \quad (35)$$

と表される．時点 τ_2 以降に関しては再帰的に

$$\tilde{\ell}_2(\tilde{w}_1, \tilde{d}_1, \xi_2) = \tilde{\ell}_1(\tilde{w}_1, \tilde{d}_1, \xi_1) \tilde{\nu}_{\tilde{w}_{\tau_2}, \tilde{d}_{\tau_2}}(\tau_2) \quad (36a)$$

⋮

$$\begin{aligned} \tilde{\ell}_N(\tilde{w}_N, \tilde{d}_N, \xi_N) &= \tilde{\ell}_{N-1}(\tilde{w}_{N-1}, \tilde{d}_{N-1}, \xi_{N-1}) \\ &\quad \tilde{\nu}_{\tilde{w}_{\tau_N}, \tilde{d}_{\tau_N}}(\tau_N) \end{aligned} \quad (36b)$$

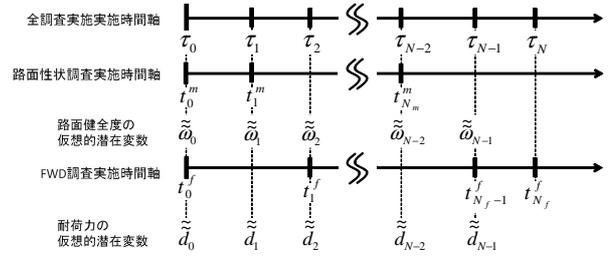


図-3 仮想的潜在変数列

と定式化される．ただし，

$$\tilde{\nu}_{\tilde{w}_{\tau_{n+1}}, \tilde{d}_{\tau_{n+1}}}(\tau_{n+1}) = \prod_{y_n=0}^{T_n-1} \omega_{\tilde{w}_{y_n+1}, \tilde{d}_{y_n+1}}^{\tilde{w}_{y_n}, \tilde{d}_{y_n}} \quad (37)$$

である．このとき，情報集合 Ξ が観測される尤度は

$$\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{w}, \tilde{d}, \Xi; \theta) = \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{y_n=0}^{T_n-1} \omega_{\tilde{w}_{y_n+1}, \tilde{d}_{y_n+1}}^{\tilde{w}_{y_n}, \tilde{d}_{y_n}} \quad (38)$$

と定義される．以上の操作を完備化 (completion) と言う．完備化された尤度関数 (38) (以下，完備化尤度関数と呼ぶ) (38) は，通常の尤度関数 (28a), (28b) より大幅に簡略化されている．ただし，完備化尤度関数 (38) の中に含まれる潜在変数 \tilde{w} ， \tilde{d} は，測定できない変数である．完備化尤度関数を展開すれば，潜在変数 \tilde{w} ， \tilde{d} に関する全条件付事後分布 (full conditional posterior distribution) を導出できる．

(5) 潜在変数の確率分布

路面健全度の劣化特性により，補修が実施されない限り，条件 (33a) が成立する．ここで，潜在変数を用いて $\tilde{w}_{-v} = (\tilde{w}_0, \dots, \tilde{w}_{v-1}, \tilde{w}_{v+1}, \dots, \tilde{w}_{T_l^m})$ ， $\tilde{w}_{-v}^w = (\tilde{w}_0, \dots, \tilde{w}_{v-1}, w, \tilde{w}_{v+1}, \dots, \tilde{w}_{T_l^m})$ とすれば， $\tilde{w}_v = w$ ($w \in \{\tilde{w}_{v-1}, \dots, \tilde{w}_{v+1}\}$) の全条件付事後確率は，

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{\tilde{w}_v = w | \tilde{w}_{-v}, \tilde{d}\} &= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{w}_{-v}^w, \tilde{d}, \Xi, \theta)}{\sum_{w=\tilde{w}_{v-1}}^{\tilde{w}_{v+1}} \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{w}_{-v}^w, \tilde{d}, \Xi, \theta)} \\ &= \frac{\chi_w(\tilde{w}_{v-1}, \tilde{w}_{v+1}, \tilde{d})}{\sum_{w=\tilde{w}_{v-1}}^{\tilde{w}_{v+1}} \chi_w(\tilde{w}_{v-1}, \tilde{w}_{v+1}, \tilde{d})} \end{aligned} \quad (39)$$

と表される．ただし，

$$\chi_w(\tilde{w}_{v-1}, \tilde{w}_{v+1}, \tilde{d}) = \omega_{\tilde{w}_{v-1}, \tilde{d}_{v-1}}^w \omega_{\tilde{w}_{v+1}, \tilde{d}_{v+1}}^{\tilde{w}_{v-1}, \tilde{d}_{v-1}} \quad (40)$$

と表される．同様に，耐荷力に関しても同様に潜在変数の全条件付事後確率を求めることができる．耐荷力の低下特性により，補修が実施されない限り，条件 (33b) が成立する．ここで，潜在変数を用いて $\tilde{d}_{-v} = (\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{v-1}, \tilde{d}_{v+1}, \dots, \tilde{d}_{T_k^f})$ ， $\tilde{d}_{-v}^d = (\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{v-1}, d, \tilde{d}_{v+1}, \dots, \tilde{d}_{T_k^f})$ とすれば， $\tilde{d}_v = d$ (d

$\in \{\tilde{d}_{v-1}, \dots, \tilde{d}_{v+1}\}$ の全条件付事後確率は,

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{\tilde{d}_v = d | \tilde{\mathbf{w}}, \tilde{d}_{-v}\} \\ &= \frac{\chi_d(\tilde{d}_{v-1}, \tilde{d}_{v+1}, \tilde{\mathbf{w}})}{\sum_{d=\tilde{d}_{v-1}}^{\tilde{d}_{v+1}} \chi_d(\tilde{d}_{v-1}, \tilde{d}_{v+1}, \tilde{\mathbf{w}})} \quad (41) \end{aligned}$$

と表される．ただし,

$$\chi_d(\tilde{d}_{v-1}, \tilde{d}_{v+1}, \tilde{\mathbf{w}}) = \omega_{\tilde{w}_{v-1} \tilde{d}_{v-1}}^{\tilde{w}_v d} \omega_{\tilde{w}_{v+1} \tilde{d}_{v+1}}^{\tilde{w}_v d} \quad (42)$$

と表される．

5. アルゴリズム

(1) MCMC 法

隠れマルコフ劣化モデルを含む混合分布モデルの推計では、前述したように尤度関数が特殊な形をしているため、通常の最尤法やベイズ推計法を用いることが困難である¹⁸⁾．このようなことから、混合分布モデルの推計方法として、通常の尤度関数ではなく、完備化尤度関数を定義するとともに、MCMC 法を用いて混合分布モデルを推計する方法が提案されている^{16)–18)}．隠れマルコフ劣化モデルを推計するためには、既往の隠れマルコフ劣化モデルを推計するための MCMC 法の中に、マルコフ推移確率のベイズ推計アルゴリズムを内包したような MCMC アルゴリズムを開発することが必要になる．すでに、小林等¹⁾は、階層的隠れマルコフ劣化モデルを MCMC 法を用いてベイズ推計する方法を提案している．これに対して、複合的隠れマルコフ劣化モデルでは、路面の健全度と耐荷力の劣化過程が相互作用を持つために、多次元の潜在的状態変数列を発生させることが必要になる．

本研究では代表的な MCMC 法である MH 法（メトロポリス・ヘイスティング法）を用いて、未知パラメータ β, γ の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する．MH 法では事後分布からのサンプリングが困難な場合に、これを近似するような（提案分布と呼ぶ）からサンプリングを行う．さらに、目標分布と近似分布の差異を修正するステップを含めることにより、目標分布からランダムサンプリングを行う方法である．いま、耐荷力の劣化モデル (3) に含まれるパラメータ $\hat{\beta}^s = (\beta_0^s, \beta^s) = (\beta_0^s, \beta_1^s, \dots, \beta_Q^s)$ ($s = 1, \dots, S-1$) は、未知パラメータである．これらの定数の事前確率密度関数として、正規分布を仮定する．すなわち、パラメータ $\hat{\beta}^s$ の事前確率密度関数が $\hat{\beta}^s \sim \mathcal{N}_{Q+1}(\zeta^{s, \hat{\beta}}, \Sigma^{s, \hat{\beta}})$ である．ただし、 $Q+1$ 次元正規分布 $\mathcal{N}_{Q+1}(\zeta^{s, \hat{\beta}}, \Sigma^{s, \hat{\beta}})$ の確率密度関数は、

$$\begin{aligned} \phi(\hat{\beta}^s | \zeta^{s, \hat{\beta}}, \Sigma^{s, \hat{\beta}}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q+1}{2}} \sqrt{|\Sigma^{s, \hat{\beta}}|}} \\ \exp\left\{-\frac{1}{2}(\hat{\beta}^s - \zeta^{s, \hat{\beta}})\{\Sigma^{s, \hat{\beta}}\}^{-1}(\hat{\beta}^s - \zeta^{s, \hat{\beta}})'\right\} \quad (43) \end{aligned}$$

となる．ただし、 $\zeta^{s, \hat{\beta}}$ は $\mathcal{N}_{Q+1}(\zeta^{s, \hat{\beta}}, \Sigma^{s, \hat{\beta}})$ の事前期待値ベクトル、 $\Sigma^{s, \hat{\beta}}$ は事前分散共分散行列である．同様に、 $\hat{\gamma}^i = (\gamma_0^i, \gamma_1^i, \dots, \gamma_V^i)$, ($i = 0, \dots, I-1$) の事前確率密度関数も多次元正規分布 $\hat{\gamma}^i \sim \mathcal{N}_{V+1}(\zeta^{i, \hat{\gamma}}, \Sigma^{i, \hat{\gamma}})$ に従うと仮定する．ただし、 $\zeta^{i, \hat{\gamma}}$ は事前期待値ベクトル、 $\Sigma^{i, \hat{\gamma}}$ は事前分散共分散行列である．

パラメータベクトル $\hat{\beta}$ を酔歩過程 MH 法を用いてサンプリングする．酔歩過程 MH 法は推計されるパラメータのある確率密度に従って酔歩させながらサンプリングする方法で、その確率密度が提案分布となる．本研究では各パラメータが独自に平均 0、分散 σ_i^2 の正規分布に従って酔歩過程に従うと仮定する．すなわち、 $e = (0, \dots, Q)$, $y = (0, \dots, V)$ に対して

$$\beta_g^{(m)} - \beta_g^{(m-1)} \sim N(0, \sigma_g) \quad (44a)$$

$$\gamma_y^{(m)} - \gamma_y^{(m-1)} \sim N(0, \sigma_y) \quad (44b)$$

と定義する．ただし、 m は標本サンプリング回数である．酔歩過程 MH 法を用いたパラメータベクトル $\hat{\beta}, \hat{\gamma}$ のサンプリング手順を以下とに取りまとめる．

a) ステップ 1 初期値設定

提案分布 (44a), (44b) の分散パラメータ σ_e, σ_y の値を任意に設定する．仮想的潜在変数の初期値 $\tilde{\mathbf{d}} = (\tilde{d}_0^{(0)}, \dots, \tilde{d}_{u_k}^{(0)}, \dots, \tilde{d}_T^{(0)})$, $\tilde{\mathbf{w}}^{(0)} = (\tilde{w}_0^{(0)}, \dots, \tilde{w}_{u_l}^{(0)}, \dots, \tilde{w}_T^{(0)})$ を設定する．ただし、制約条件 (33a) (33b) を満足してはならない．また、パラメータ推計値 $\hat{\beta}^{(0)}, \hat{\gamma}^{(0)}$ を任意に設定する．これらの初期値の影響は、MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ、次第に薄れていく．サンプリング回数 m を $m=1$ とする．

b) ステップ 2 パラメータ $\hat{\beta}^{(m)}$ の標本抽出

舗装の耐荷力の低下に関して定義される劣化ハザードモデルのパラメータ $\hat{\beta}^{s, (m)} = (\hat{\beta}_0^{s, (m)}, \dots, \hat{\beta}_Q^{s, (m)})$, ($s = 1, \dots, S-1$) を酔歩過程 MH 法を用いて標本抽出する．

ステップ 2 – 1 仮想的潜在変数ベクトル $\tilde{\mathbf{w}}^{(m-1)}, \tilde{\mathbf{d}}^{(m-1)}$, パラメータベクトル $\hat{\beta}^{(m-1)}, \hat{\gamma}^{(m-1)}$ を与件とする．

ステップ 2 – 2 サンプリング回数 m , サブステップ g のパラメータベクトル

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{g-1}^{s, (m)} &= (\hat{\beta}_0^{s, (m)}, \dots, \hat{\beta}_{g-1}^{s, (m)}, \beta_g^{s, (m-1)}, \\ &\quad \dots, \beta_Q^{s, (m-1)})' \quad (45) \end{aligned}$$

を定義する．また、サブステップ g の酔歩ベクトル $\iota_g^{(m)} = (0, \dots, 0, \iota_g^{s, (m)}, 0, \dots, 0)$ (第 g 要素のみが値 $\iota_g^{s, (m)}$ をとる列ベクトル) を定義する．酔歩過程のステップ幅が平均 0、分散 $(\sigma)^2$ の正規分布に従うと仮定しているので、

$$\iota_g^{s, (m)} \sim N(0, (\sigma_g)^2)$$

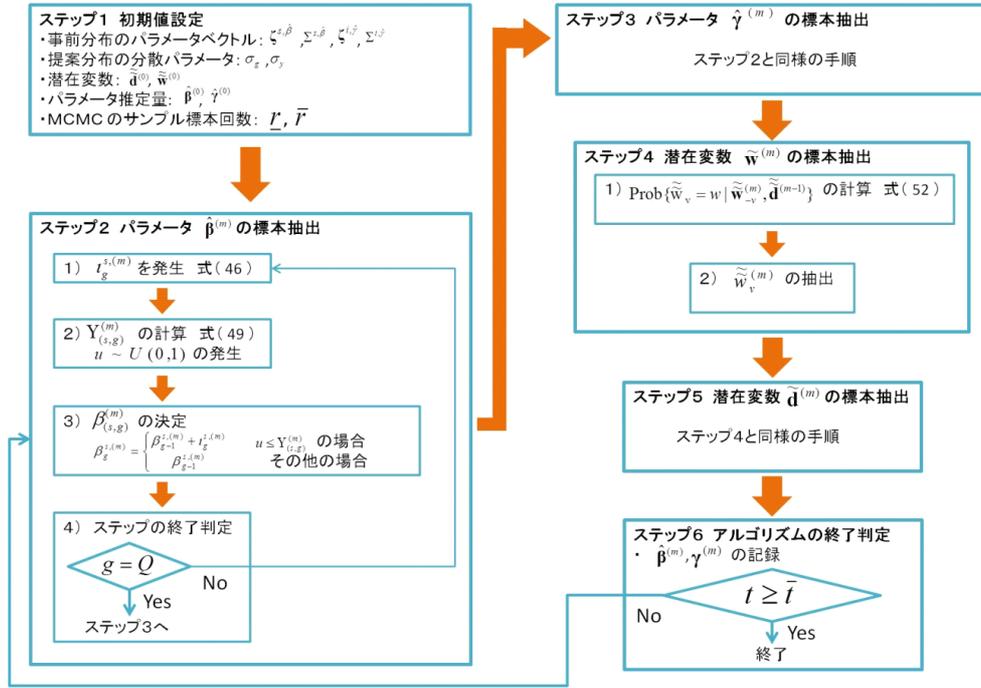


図-4 推計手順

が成立する．ここで，パラメータベクトル $\hat{\beta}_g^{s,(m)}$ を

$$\hat{\beta}_g^{s,(m)} = \hat{\beta}_{g-1}^{s,(m)} + \iota_g^{s,(m)} \quad (46)$$

と定義し，パラメータベクトル $\hat{\beta}_{(s,g)}^{(m)}$ を

$$\hat{\beta}_{(s,g)}^{(m)} = (\hat{\beta}^{1,(m)}, \dots, \hat{\beta}_g^{s,(m)}, \hat{\beta}^{s+1,(m-1)}, \dots, \hat{\beta}^{S-1,(m-1)}) \quad (47)$$

と記述する．その上で，尤度比率 $\Upsilon_{(s,g)}^{(m)}$ を

$$\Upsilon_{(s,g)}^{(m)} = \min \left[\frac{\tilde{\mathcal{L}}(\beta_{(s,g)}^{(m)}, \Xi)}{\tilde{\mathcal{L}}(\beta_{(s,g-1)}^{(m)}, \Xi)}, 1 \right]$$

と定義する．ただし， $\tilde{\mathcal{L}}(\beta_{(s,g)}^{(m)}, \Xi) = \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{w}^{(m-1)}, \tilde{d}^{(m-1)}, \beta_{(s,g)}^{(m)}, \tilde{\gamma}^{(m-1)}, \Xi)$ は，式 (38) で表される完備化尤度関数である．

ステップ2-3 区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $\mathcal{U}(0, 1)$ から，一様分布 $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$ を発生させ， $\beta^{m,g}$ を以下のルールに従い決定する．

$$\beta_g^{s,(m)} = \begin{cases} \beta_{g-1}^{s,(m)} + \iota_g^{s,(m)} & u \leq \Upsilon_{(s,g)}^{(m)} \text{ の場合} \\ \beta_{g-1}^{s,(m)} & \text{その他の場合} \end{cases} \quad (48)$$

以上の手続きを $g = 0$ から $g = Q$ まで実施する．

c) ステップ3 パラメータ $\gamma^{(m)}$ の標本抽出

路面の健全度に関する劣化ハザードモデルのパラメータベクトル $\gamma^{(m-1)} = (\gamma_1^{(m-1)}, \dots, \gamma_G^{(m-1)})$ を酔歩過程 MH 法より標本抽出する．

ステップ3-1 仮想的潜在変数ベクトル $\tilde{w}^{(m-1)}, \tilde{d}^{(m-1)}$ ，パラメータベクトル $\hat{\beta}^{(m)}, \hat{\gamma}^{(m-1)}$ を

与件とする．

ステップ3-2 サンプル回数 m ，サブステップ y のパラメータベクトル

$$\gamma_{y-1}^{i,(m)} = (\gamma_1^{i,(m)}, \dots, \gamma_{y-1}^{i,(m)}, \gamma_y^{i,(m)}, \dots, \gamma_V^{i,(m)})'$$

を定義する．また，サブステップ y の酔歩ベクトル $\iota_y^{i,(m)} = (0, \dots, 0, \iota_y^{i,(m)}, 0, \dots, 0)'$ (第 i 要素のみが値 $\iota_y^{i,(m)} \sim N(0, (\sigma_y)^2)$ をとる列ベクトル) を定義する．尤度比率

$$\Upsilon_{i,y}^{(m)} = \min \left[\frac{\tilde{\mathcal{L}}(\gamma_y^{i,(m)}, \Xi)}{\tilde{\mathcal{L}}(\gamma_{y-1}^{i,(m)}, \Xi)}, 1 \right]$$

を求める．

ステップ3-3 区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $\mathcal{U}(0, 1)$ から，一様分布 $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$ を発生させ， $\gamma_y^{i,(m)}$ を以下のルールに従い決定する．

$$\gamma_y^{i,(m)} = \begin{cases} \gamma_{y-1}^{i,(m)} + \iota_y^{i,(m)} & u \leq \Upsilon_{(i,y)}^{(m)} \text{ の場合} \\ \gamma_{y-1}^{i,(m)} & \text{その他の場合} \end{cases} \quad (49)$$

以上の手続きを $y = 0$ から $y = V$ まで実施する．

d) ステップ4 潜在変数 $\tilde{w}^{(m)}$ の標本抽出

仮想的潜在変数ベクトル $\tilde{w}^{(m-1)}, \tilde{d}^{(m-1)}$ ，パラメータベクトル $\hat{\beta}^{(m)}, \hat{\gamma}^{(m)}$ を与件として，新しい仮想的潜在変数 $\tilde{w}^{(m)}$ を標本抽出する．更新されたパラメータ推定量 $\hat{\beta}^{(m)}, \hat{\gamma}^{(m)}$ を与件として，式 (15) を用いて複合的劣化過程のマルコフ推移 $\omega_{i_s}^{jv}(m)$ を定義する．全条件付事後確率 (39) に基づいて，新しい仮想的潜在変数 $\tilde{w}^{(m)}$ をランダムサンプリングする．いま，ある期間 $[t_l^m, t_{l+1}^m)$ ($l = 0, \dots, N^m - 1$) に着目する．潜在変数ベク

トル $\tilde{w}_{-v}^{(m)} = (\tilde{w}_1^{(m)}, \dots, \tilde{w}_{v-1}^{(m)}, \tilde{w}_{v+1}^{(m-1)}, \dots, \tilde{w}_{T_l^{(m)}}^{(m-1)})$ を定義する．このとき， $\tilde{w}_v^{(m)} = w \in \{\tilde{w}_{v-1}^{(m)}, \dots, \tilde{w}_{v+1}^{(m-1)}\}$ の全条件付事後確率は，

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{\tilde{w}_v = w | \tilde{w}_{-v}^{(m)}, \tilde{d}^{(m-1)}\} \\ &= \frac{\chi_w(\tilde{w}_{v-1}^{(m)}, \tilde{w}_{v+1}^{(m-1)}, \tilde{d}^{(m-1)})}{\sum_{w=\tilde{w}_{v-1}^{(m)}}^{\tilde{w}_{v+1}^{(m-1)}} \chi_w(\tilde{w}_{v-1}^{(m)}, \tilde{w}_{v+1}^{(m-1)}, \tilde{d}^{(m-1)})} \quad (50) \end{aligned}$$

と表される．ただし，

$$\begin{aligned} & \chi_w(\tilde{w}_{v-1}^{(m)}, \tilde{w}_{v+1}^{(m-1)}, \tilde{d}^{(m-1)}) \\ &= \omega_{\tilde{w}_{v-1}^{(m)} \tilde{d}_{v-1}^{(m-1)}}^{\tilde{w}_v^{(m)}}(m) \omega_{\tilde{w}_{v+1}^{(m-1)} \tilde{d}_{v+1}^{(m-1)}}^{\tilde{w}_v^{(m-1)}}(m) \quad (51) \end{aligned}$$

である．すべての l ($l = 0, \dots, N^m - 1$) に対して， $v = 0$ より逐次潜在変数 $\tilde{w}_v^{(m)}$ ($v = 0, \dots, T_l^{(m)}$) を求める．

e) ステップ5 潜在変数 $\tilde{d}^{(m)}$ の標本抽出

仮想的潜在変数ベクトル $\tilde{w}^{(m)}$, $\tilde{d}^{(m-1)}$ ，パラメータベクトル $\hat{\beta}^{(m)}$, $\hat{\gamma}^{(m)}$ を与件として，仮想的潜在変数 $\tilde{d}^{(m)}$ を標本抽出する．いま，ある期間 $[t_k^f, t_{k+1}^f)$ ($k = 0, \dots, N^f - 1$) に着目する．仮想的潜在変数ベクトル $\tilde{d}_{-v}^{(m)} = (\tilde{d}_1^{(m)}, \dots, \tilde{d}_{v-1}^{(m)}, \tilde{d}_{v+1}^{(m-1)}, \dots, \tilde{d}_{T_k^f}^{(m-1)})$ を定義する．このとき， $\tilde{d}_v^{(m)} = d \in \{\tilde{d}_{v-1}^{(m)}, \dots, \tilde{d}_{v+1}^{(m-1)}\}$ の全条件付事後確率は，

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{\tilde{d}_v = d | \tilde{w}^{(m)}, \tilde{d}_{-v}^{(m)}\} \\ &= \frac{\chi_d(\tilde{w}^{(m)}, \tilde{d}_{v-1}^{(m)}, \tilde{d}_{v+1}^{(m-1)})}{\sum_{d=\tilde{d}_{v-1}^{(m)}}^{\tilde{d}_{v+1}^{(m-1)}} \chi_d(\tilde{w}^{(m)}, \tilde{d}_{v-1}^{(m)}, \tilde{d}_{v+1}^{(m-1)})} \quad (52) \end{aligned}$$

と表される．ただし，

$$\begin{aligned} & \chi_d(\tilde{w}^{(m)}, \tilde{d}_{v-1}^{(m)}, \tilde{d}_{v+1}^{(m-1)}) \\ &= \omega_{\tilde{w}_{v-1}^{(m)} \tilde{d}_{v-1}^{(m-1)}}^{\tilde{w}_v^{(m)} d}(m) \omega_{\tilde{w}_{v+1}^{(m-1)} \tilde{d}_{v+1}^{(m-1)}}^{\tilde{w}_v^{(m-1)} d}(m) \quad (53) \end{aligned}$$

と表される．すべての k ($k = 0, \dots, N^f - 1$) に対して， $v = 0$ より逐次，仮想的潜在変数 $\tilde{d}_v^{(m)}$ ($v = 0, \dots, T_k^f$) を求める．

f) ステップ6 アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値 $\beta^{(m)}$, $\gamma^{(m)}$ ，潜在変数の更新値 $\tilde{w}^{(m)}$, $\tilde{d}^{(m)}$ を記録する． $m \leq \bar{m}$ の場合， $m = m + 1$ として，ステップ2へ戻る．そうでない場合，アルゴリズムを終了する．

なお，以上のアルゴリズムの初期段階においては，パラメータの初期値設定の影響が残存している．このため，シミュレーション回数 m が十分大きな値になるまでは，パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え，発生したパラメータ標本を除去することが望ましい．ここで，パラメータ標本として採用するシミュレーション回数 m の最小値を \underline{m} と表す．このとき，

ギブスサンプリングで求めたサンプル $\beta^{(m)}$, $\gamma^{(m)}$ ($m = \underline{m} + 1, \underline{m} + 2, \dots, \bar{m}$) を用いて，パラメータベクトル β, γ の事後分布に関する各種の統計量を計算することも可能となる．

6. おわりに

本研究では路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程のように互いに双方の劣化過程に影響を及ぼす複合的劣化過程を表現するために，複合的マルコフ劣化モデルの開発を行った．さらに，路面の劣化と耐荷力の低下に対する調査情報が同時に獲得できないという時間的不整合性の問題に関して，体系的なデータ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ劣化モデルを提案するとともに，その推計手法を提示した．なお，適用事例に関しては講演会当日に発表する予定である．

参考文献

- 1) 小林潔司，貝戸清之，江口利幸，大井明，起塚亮輔：舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.
- 2) 杉崎光一，貝戸清之，小林潔司：目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築，構造工学論文集，土木学会，Vol.52A, pp.781-790, 2006.
- 3) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 4) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 5) Mishalani, R. and Madanat, S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, pp.139-148, 2002.
- 6) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 7) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 8) 貝戸清之，熊田一彦，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集 F, Vol.63, No.3, pp.386-402, 2007.
- 9) 林秀和，貝戸清之，熊田一彦，小林潔司：競合的劣化ハザードモデル：舗装ひび割れ過程への適用，土木学会論文集 D, Vol.65, No.2, pp.143-162, 2009.
- 10) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集，No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- 11) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 12) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 13) 貝戸清之，山本浩司，小濱健吾，岡田真一，小林潔司：ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用，土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.115-129, 2008.
- 14) 小濱健吾，岡田真一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード

- 率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 15) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- 16) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新聞社, 2005.
- 17) 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティア - 計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 18) Titterton, D.M., Smithe, A.F.M. and Makov, U.E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons., 1985.
- 19) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M.(eds.) :*Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
- 20) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321, 1995.
- 21) Newey, W. K. and West, K. D.: A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica*, Vol.55, pp.703-708, 1987.
- 22) Han, C. and Carlin, B. P.: MCMC methods for computing Bayes factors, A comparative review, *Biometrika*, Vol.84, pp.711-732, 2000.

(2013.5.7 受付)

ESTIMATING COMPOUND HIDDEN MARKOV DETERIORATION MODELS FOR PAVEMENT STRUCTURE WITH SAMPLE MISSING

Yasunori MATSUMURA, Kiyoshi KOBAYASHI, Kiyoyuki KAITO, Akira OHI
and Kiyohito YAMAGUCHI

The deterioration process of a pavement is a complex one composed of the deterioration of road surface and the decrease in the load bearing capacity of the pavement. The decrease in the load bearing capacity and the deterioration of road surface influence each other. In this study, such a deterioration process of a pavement is expressed by using a composite Markov deterioration model. The soundness level of road surface is observed through road condition surveys. On the other hand, the decline in the load bearing capacity can be detected with a falling weight deflectometer (FWD) or the like. In actual cases of road maintenance and repair, these two kinds of inspections are not conducted at the same time, and so these two kinds of inspection data cannot be obtained concurrently. This study proposes a method for estimating a composite hidden Markov deterioration model considering such systematic sample dropping, and also discusses the effectiveness of the proposed methodology by applying it to a case of the expressway managed by NEXCO.