

# 時間不整合データを用いた ポアソン隠れマルコフ劣化モデルの推定

宮崎文平<sup>1</sup>・小濱健吾<sup>2</sup>・貝戸清之<sup>3</sup>

<sup>1</sup>学生会員 大阪大学 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: b-miyazaki@civil.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 大阪大学 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: k-obama@civil.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

社会基盤施設の劣化予測モデルの高度化に伴い、異なる二つの劣化事象の階層関係を表現したモデルが多く提案されるようになった。しかし、実務において獲得されるデータは、二つの劣化事象の観測期間が整合的でない場合が少なくない。既往の研究では、獲得したデータすべてを用いた推計を行うことは困難であり、データを切断し、観測期間を恣意的に一致させることで推計を行ってきた。本研究では、データの観測期間の不整合性を考慮した階層モデルを提案する。具体的には道路舗装におけるポットホール等の局所的損傷と、ひび割れ等の舗装全体の損傷とで構成される複合的な劣化過程をポアソン隠れマルコフモデルを用いて表現する。その際、観測期間の不整合性を考慮し、獲得したデータすべてを用いた推計を可能にする階層モデルを定式化する。さらに具体的な適用事例を通して、提案したモデルの適用可能性について実証的な分析を試みる。

**Key Words :** *inconsistent data, Poisson hidden Markov model, pot hole, pavement management, MCMC*

## 1. はじめに

近年、社会基盤施設の劣化予測モデルの高度化が急速に進んでいる。特に道路舗装に関しては、路面性状調査車の技術的な進歩に起因してデータの蓄積が飛躍的に進んでおり、それにあわせて詳細な分析が可能となってきた。同時に、異なる二つの劣化事象の関係を表現したモデルも多く提案されるようになった。たとえば、路面健全度と耐荷力の低下過程で構成される複合的な劣化過程を表現した階層的隠れマルコフ劣化モデル<sup>1)</sup>、ポットホールのように比較的発生頻度が高い局所的損傷過程と、相対的に変化の遅い舗装全体の劣化過程で構成される複合的な劣化過程を表現したポアソン隠れマルコフモデル<sup>2)</sup>などが挙げられる。二つの劣化事象の関係について定量的に提示することで、より合理的な維持管理につながることを期待されている。一方で、実社会において獲得されるデータは、二つの劣化事象の観測期間が整合的でない場合が少なくない。そのため、既往の研究では、獲得したデータを切断し、観測期間を恣意的に一致させることで推計を行ってきた。獲得データを最大限に活用するためには、観測期間の不整合性を考慮した手法の構築が必要である。

そこで、本研究ではデータの異なる二つの劣化事象の観測期間の不整合性を考慮した階層モデルを提案す

る。具体的には道路舗装におけるポットホール等の局所的な損傷と、ひび割れ等の舗装全体の損傷とで構成される複合的な劣化過程をポアソン隠れマルコフモデルを用いて表現することを考える。その際、データの観測期間の不整合性を潜在変数により補い、獲得したデータすべてを用いた推計を可能にする階層モデルを定式化する。以下、**2.**で本研究の基本的な考え方、**3.**で観測期間の不整合性を考慮したポアソン隠れマルコフ劣化モデルの概要、**4.**でモデルの推計方法について説明する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) 獲得されるデータの時間不整合性

獲得されるデータの時間不整合性に関する説明のため、一例として路面性状調査と道路巡回という2種類の点検手法についてとりあげる。道路管理者は定期的(通常2, 3年に1度)に路面性状調査を実施している。路面性状調査では100m区間を基本単位として、ひび割れ、わだち掘れ、IRI(平たん性)の3つの損傷指標を同時に取得している。これらの指標を用いて舗装の健全度を定義し、路面性状調査の結果に基づいてオーバレイや打ち換え等の大規模な補修の必要性が検討される。また、定期的な路面性状調査に限らず、道路管

理者は日常的に道路巡回を行っており、ポットホール等の道路の局所的損傷の発生数に関する情報を獲得している。局所的な損傷を確認した場合、その損傷度に応じて応急補修が実施される。日常的な道路巡回ではポットホールの発生状況は観測できるが、路面健全度は観測できない。路面健全度を観測するためには路面性状調査が必要である。しかしながら、路面健全度の観測頻度は日常巡回と比較して圧倒的に少ない。現場の実情に即した維持管理を実施するためには、路面性状調査で獲得される健全度評価と日常的な道路巡回により獲得される局所的損傷の発生過程との関係を定量的に明示しなければならない。一方でそれぞれの調査は独立しており、調査が同期化されて実施されるわけではないため観測期間が整合的でない場合は少ない。既往の研究では、獲得したデータを切断し、観測期間を恣意的に一致させることで推計を行ってきた。ある時点で、それまでに獲得されたデータを用いて両者の関係を考慮した劣化予測の実施を考える際に、直近の路面性状調査が行われてから次の路面性状調査が行われるまでの間の期間に発生した局所的損傷に関するデータを推計に使用することができなかった。観測頻度が異なる二つの劣化事象の関係性を明らかにし、日常的な道路巡回に基づく維持管理を目的としながらも、劣化予測を行う上では路面性状調査時点でしか実施できないという問題があった。また、使用するサンプル数の増減は算出する推計結果の信頼性に対して直接的に寄与するものであり、ポットホールの発生確率に関しては過小評価してしまう可能性がある。本研究の目的は、この観測期間の不整合性を考慮することにある。既往の研究では、直近の路面性状調査と次の路面性状調査の間の局所時点における路面健全度に関する情報を、観測された事前事後健全度間の値をとるという条件を持った潜在変数を用いて仮想的に設定した。本研究においてはこれを拡張する。具体的には直近の路面性状調査と次の路面性状調査の間の期間に含まれない、ポットホール発生数に関する観測データの影響をモデルに考慮するために、同様に潜在変数を設定する。これらの潜在変数には、供用開始時および補修直後の健全度である1以上であること、また管理限界となる健全度以下であることなど種々の端点における条件が設定される。この条件に従って、潜在変数を遷移させることで、本来獲得されることがない健全度に関する情報を獲得することができる。その値に基づきポットホールの到着率を算出することで観測期間の不整合性を考慮したポアソン隠れマルコフモデルの推計が可能となる。

## (2) 高速道路舗装の維持管理における実務での問題点

近年、高速道路舗装に対して高機能舗装が本格的に導入されている。高機能舗装とは空隙率を高めを設定し、道路路面に降った雨水を透水性舗装の下に敷いた不透水性舗装を暗渠代わりにして側溝へ導くという排水性を有する舗装である。2003年以降、高機能舗装の導入を開始してからポットホール等の局所的損傷が散見されるようになり、短期間に繰り返し補修を実施する例が多くなった。この原因は、雨水の浸透機能による基層及び路盤の深層損傷であり、その低い剥離抵抗性が繰り返し補修を招いている。一方で、我が国における路面の健全度評価は道路区間100m単位を基本としており、路面性状調査で獲得されたひび割れ率が20%に達した段階を管理限界として設定することが多い。しかしながら、これらの基準値は高速道路舗装の主流が密粒舗装であった時代に確立されたものであり、上述したポットホールに代表される局所的損傷が多発する現在においては、基準値に達していないにも関わらず、応急対策や補修を実施せざるを得ない事例が少なくない。この損傷は陥没・沈下を伴うために、走行性にも大きな影響を与えることから早期に補修せざるを得ない。また実務において実際に補修がなされる直前のひび割れ率は10%前後であるという報告もなされている。この実務との乖離を埋めるため、すなわち現場の実状に即した維持管理を実施するためには、路面性状調査で獲得されたひび割れ率による健全度評価と、日常的な道路巡回により獲得される局所的損傷の発生過程との関係を定量的に明示する必要がある。本研究で提案する時間不整合性を考慮したポアソン隠れマルコフモデルは、基本的にはNamらの提案したポアソン隠れマルコフモデルを踏襲し、理論的に拡張したものであるが、さらにひび割れ率とポットホールの関係性を明らかにするという実務的な要請に対して答えている点に価値が見出せるものと考えている。

## 3. モデルの定式化

### (1) 前提条件

道路管理者がカレンダー時刻 $s_0$ に舗装を補修し、それ以降の時刻にわたって日常的な道路巡回により舗装を管理する問題を考える。対象とする道路は複数の単位区間により構成される。ここでは、記述を簡略化するために、ある単位区間のみに着目して議論を進める。のちに、4.で路線全体に関する議論に拡張する。

いま、カレンダー時刻 $s_0$ を初期時点 $t=0$ とする、離散時間軸 $t=0, 1, 2, \dots, \infty$ を導入する。離散時間軸上の点を時点とよびカレンダー時刻と区別する。離散時点間の期間長を1に基準化する。ひとまず、路面性状調

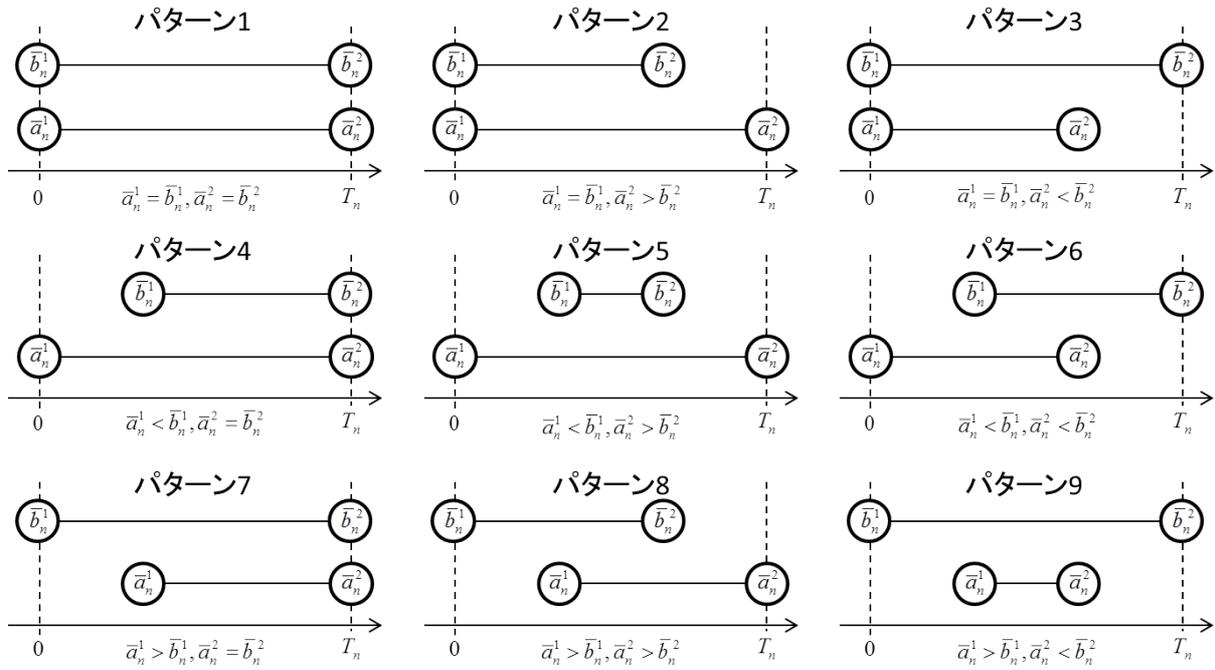


図-1 時間的不整合データセットのパターン

査開始時点と、ポットホール発生数に関する観測データ獲得開始時点が一致しているとして話を進める。対象とする舗装において、離散時間軸上で路面性状調査が実施される時点 $t = t_0, t_1, \dots, t_n, \dots$ と表記する。さらに、調査時点 $t_n$ における路面性状調査により、路面健全度 $h(t_n)$ が評価される。連続する2つの調査時点間の期間を $\tau_n = [t_n, t_{n+1})$ と呼び、期間長を $T_n = t_{n+1} - t_n$ と表す。路面健全度はレーティング指標 $i$  ( $i = 1, \dots, I$ )で表される。 $i$ の値が大きくなるほど路面性状が劣化している。 $h(t_n) = I$ の場合は、舗装が使用限界に到達していることを意味する。初期時点 $t = 0$ において $h(0) = 1$ である。さらに、各時点 $t = 0, 1, \dots$ において道路巡回が実施され、ポットホールの発生数を観測する。ポットホールが観測された場合、直ちに応急補修がなされる。期間 $\tau_n$ 内におけるポットホールの発生過程を分析するために、路面性状調査時点 $t_n$ を始点 $u_n = 0$ とする局所離散時間軸 $u_n = 0, 1, \dots, T_n$ を考える。ただし、局所離散時間軸上の局所時点 $u_n$  ( $u_n = 0, \dots, T_n$ )は、離散時間軸上の時点 $t_n + u_n$ と対応し、 $t_{n+1} = t_n + T_n$ が成立する。局所時点 $u_n$ におけるポットホールの発生数を表す状態変数を $g(u_n) = y_{u_n}$  ( $y_{u_n} = 0, 1, \dots$ )と表記する。

通常、路面性状調査開始時点と、ポットホール発生数に関する観測データ獲得開始時点が一致している場合、ポアソン隠れマルコフ劣化モデルを推計するための、路面健全度とポットホールによる路面損傷数に関するデータセットは、期間 $[t_n, t_{n+1})$ において完全に対応する。

しかし、両観測データ獲得開始時点が一致しない場合や、直近の路面性状調査から次回の路面性状調査がなされるまでの期間を考慮する場合など、路面健全度のデータおよび路面損傷数のデータが調査期間において整合的でない場合が少なくない。いま、局所離散時間軸 $u_n$ において、路面健全度に関するデータが期間 $[\bar{a}_n^1, \bar{a}_n^2]$  ( $\bar{a}_n^1 = 0, 1, \dots, T_n - 1; \bar{a}_n^2 = 1, 2, \dots, T_n; \bar{a}_n^1 < \bar{a}_n^2$ )で獲得され、路面損傷数に関するデータが期間 $[\bar{b}_n^1, \bar{b}_n^2]$  ( $\bar{b}_n^1 = 0, 1, \dots, T_n - 1; \bar{b}_n^2 = 1, 2, \dots, T_n; \bar{b}_n^1 < \bar{b}_n^2$ )で獲得されているとする。これにより、路面性状調査は時点 $t_n, t_{n+1}$ ではなく、時点 $t_n + \bar{a}_n^1, t_n + \bar{a}_n^2$ において実施されていることになる。また、

$$\begin{cases} \min(\bar{a}_n^1, \bar{b}_n^1) = 0 \\ \max(\bar{a}_n^2, \bar{b}_n^2) = T_n \end{cases} \quad (1)$$

が成立しているとする。このとき、路面健全度データおよび路面損傷数データ獲得期間の端点の大小により、図-1に示すような9通りのデータセットパターンが存在する。パターン1の $\bar{a}_n^1 = \bar{b}_n^1$ かつ $\bar{a}_n^2 = \bar{b}_n^2$ のとき、路面健全度および路面損傷数のデータセットは調査期間に対して整合的なデータとなり、Namらにより提案されているポアソン隠れマルコフ劣化モデル<sup>2)</sup>に一致する。したがって、調査期間に対して不整合なデータセットパターンは8通りとなる。これら、データセットの時間的不整合パターンに関する情報を $\bar{\Omega}_n = (\bar{a}_n^1, \bar{a}_n^2, \bar{b}_n^1, \bar{b}_n^2)$ とする。時点 $\bar{a}_n^1$ と $\bar{a}_n^2$ における路面性状調査により、路面健全度が $h(t_n + \bar{a}_n^1) = \bar{i}_n$ 、 $h(t_n + \bar{a}_n^2) = \bar{j}_n$ と判明したと考える。ただし、 $\bar{i}_n \leq \bar{j}_n$ が成立する。この

時, 期間  $[t_n, t_{n+1})$  内の局所時点  $u_n = 0, 1, \dots, T_n$  における健全度  $h(t_n + u_n)$  に関する情報は,  $h(t_n + \bar{a}_n^1)$  および  $h(t_n + \bar{a}_n^2)$  を除いて獲得できないが, 舗装健全度  $h(t_n + u_n)$  に関して,

$$\begin{aligned} h(t_{n-1} + T_{n-1} - 1) &\leq h(t_n) \leq \dots \leq h(t_n + u_n) \leq \dots \\ &\leq h(t_n + \bar{a}_n^1) = \bar{i}_n \quad (0 \leq u_n \leq \bar{a}_n^1) \\ \bar{i} &= h(t_n + \bar{a}_n^1) \leq \dots \leq h(t_n + u_n) \leq \dots \\ &\leq h(t_n + \bar{a}_n^2) = \bar{j} \quad (\bar{a}_n^1 < u_n < \bar{a}_n^2) \\ \bar{j}_n &= h(t_n + \bar{a}_n^2) \leq \dots \leq h(t_n + u_n) \leq \dots \\ &\leq h(t_n + T_n) \leq h(t_{n+1} + 1) \quad (\bar{a}_n^2 \leq u_n \leq T_n) \\ \begin{cases} n = 0 \text{ のとき} & h(t_{n-1} + T_{n-1} - 1) = 1 \\ n = N \text{ のとき} & h(t_{n+1} + 1) = I \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

が成立する. 図-2 には, 一例として時間的不整合パターン6の場合の局所時間軸と離散時間軸の関係を示す.  $t_n + \bar{a}_n^1$  において路面健全度が獲得, ある時点  $t_n + \bar{b}_n^1$  から路面損傷数に関するデータの観測が開始され,  $t_n + \bar{a}_n^2$  において, 2度目の路面健全度の獲得が実施されて,  $t_n + \bar{b}_n^2$  まで路面損傷数に関するデータの観測が実施された場合を示している.

## (2) 舗装の劣化過程

再び, 舗装の補修が実施された時点  $s_0$  を起点とする離散時間軸  $t = 0, 1, \dots$  を考える. 離散時間軸上の期間  $[t, t+1)$  における路面健全度の劣化過程を表すマルコフ推移確率は, 時点  $t$  における健全度  $h(t) = i$  を与件とし, 時点  $t+1$  において健全度  $h(t+1) = j$  が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] = p_{ij} \quad (3)$$

として定義できる. マルコフ推移確率は, 津田等<sup>11)</sup>が開発したマルコフ劣化ハザードモデル(多段階指数劣化ハザードモデル)を用いて表現できる. その詳細は津田等<sup>11)</sup>に譲るが, 読者の便宜を図るために以下に簡単に概要を述べておく. 時点  $t$  における健全度  $i$  ( $i = 1, \dots, I-1$ ) のハザード率<sup>8),9)</sup>を

$$\lambda^i = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}^i \quad (4)$$

と表す. ただし,  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_Q)$  は, 説明変数ベクトルであり,  $\boldsymbol{\beta}^i = (\beta_1^i, \dots, \beta_Q^i)'$  は未知パラメータベクトルである. ここで, 記号  $'$  は転置を,  $Q$  は説明変数の数を表す. さらに, パラメータベクトルを  $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}^1, \dots, \boldsymbol{\beta}^{I-1})'$  と表記する. ハザード率  $\lambda^i$  は, 期間  $[t, t+1)$  に対して定義されている. この時, 時点  $t$  において健全度  $i$  の状態から, 時点  $t+1$  においても健全度  $i$  が継続する確率は,

$$\begin{aligned} p_{ii} &= \text{Prob}[h(t+1) = i | h(t) = i] \\ &= \exp(-\lambda^i) \end{aligned} \quad (5)$$

となる. さらに, 時点  $t$  と時点  $t+1$  の間で健全度が  $i$  から  $j$  ( $j > i$ ) に推移するマルコフ推移確率  $p_{ij}$  ( $i = 1, \dots, I-1; j = i, \dots, I$ ) は,

$$\begin{aligned} p_{ij} &= \text{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] \\ &= \sum_{m=i}^j \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^{s+1} - \lambda^m} \exp(-\lambda^m) \\ &\quad (i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I) \end{aligned} \quad (6)$$

と表すことができる<sup>11)</sup>. ただし, 表記上の規則として,

$$\begin{cases} \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} = 1 & (m = i \text{ の時}) \\ \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^{s+1} - \lambda^m} = 1 & (m = j \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える. さらに, 表記の便宜上,

$$\begin{aligned} &\prod_{s=i, \neq m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} \exp(-\lambda^m) \\ &= \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^{s+1} - \lambda^m} \exp(-\lambda^m) \end{aligned}$$

と簡略化する. また,  $p_{iI}$  に関しては, マルコフ推移確率の条件より次式で表せる.

$$\begin{aligned} p_{iI} &= 1 - \sum_{j=i}^{I-1} p_{ij} \\ &\quad (i = 1, \dots, I-1) \end{aligned} \quad (7)$$

以上の推移確率を用いれば, 期間  $[t, t+1)$  で定義される条件付確率(5)を要素とするマルコフ推移行列を

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & p_{II} \end{pmatrix} \quad (8)$$

と定義することができる. さらに, 期間  $[t, t+u)$  ( $u = 1, 2, \dots$ ) における推移確率行列(以下,  $u$  期推移確率行列と呼ぶ)は

$$P(u) = \{P\}^u \quad (9)$$

と表される. なお,  $u$  期推移確率行列を

$$P(u) = \begin{pmatrix} p_{11}(u) & \dots & p_{1I}(u) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & p_{II}(u) \end{pmatrix} \quad (10)$$

と表記する. ただし,  $u$  期推移確率行列の各要素は, マルコフ劣化ハザードモデル(5),(6)を用いて

$$p_{ii}(u) = \exp(-\lambda^i u) \quad (11a)$$

$$p_{ij}(u) = \sum_{m=i}^j \prod_{s=i, \neq m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} \exp(-\lambda^m u) \quad (11b)$$

と表すことができる<sup>11)</sup>.

## (3) ポアソン隠れマルコフ過程

時点  $t_n + \bar{a}_n^1$ ,  $t_n + \bar{a}_n^2$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) において実施される路面性状調査において路面健全度に関する情報を獲得することができる. しかし, 局所時点

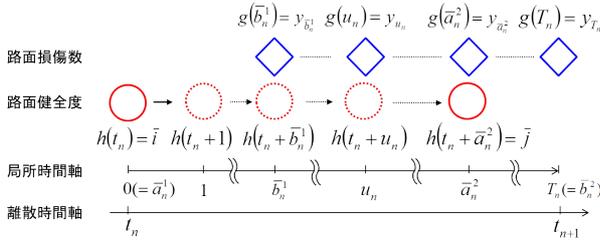


図-2 局所時間軸と離散時間軸の関係

$u_n$  ( $u_n = 0, \dots, T_n$ ) においては、路面健全度に関する情報を  $h(t_n + \bar{a}_n^1)$  と  $h(t_n + \bar{a}_n^2)$  を除いて獲得できない。すなわち、局所時点  $u_n$  の健全度は、大部分が観測者に観察できない確率変数であるが、ひとまず健全度  $h(t_n + u_n) = l_{u_n}^n$  が既知であると仮定する。

いま、期間  $\tau_n = [t_n, t_{n+1})$  に着目し、当該期間  $\tau_n$  において舗装の補修が実施されないと考える。2つの連続する路面性状調査時点  $t_n + \bar{a}_n^1, t_n + \bar{a}_n^2$  における健全度  $h(t_n + \bar{a}_n^1) = \bar{i}_n, h(t_n + \bar{a}_n^2) = \bar{j}_n$  を既知とし、さらに、調査時点  $t_n + \bar{b}_n^1$  を始点とする局所時点  $u_n$  ( $u_n = \bar{b}_n^1, \dots, \bar{b}_n^2$ ) におけるポットホール発生数  $g(u_n) = y_{u_n}$  ( $y_{u_n} = 0, \dots, T_n$ ) も観測されている。一方、局所時点  $u_n$  ( $u_n = \bar{b}_n^1, \dots, \bar{b}_n^2$ ) に関する健全度  $h(t_n + u_n)$  における情報は基本的に獲得できない ( $u_n = \bar{a}_n^1, u_n = \bar{a}_n^2$  においてのみ獲得できる) が、健全度  $h(t_n + \bar{a}_n^1) = \bar{i}_n, h(t_n + \bar{a}_n^2) = \bar{j}_n$  に関する情報より、式(2)が成立することは保証される。ここで、期間  $\tau_n$  を構成する局所期間  $l_{u_n} = [u_n, u_n + 1)$  ( $u_n = 0, \dots, T_n - 1$ ) に着目する。当該期間  $l_{u_n}$  においてポットホールが到着率  $\mu(l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n}) > 0$

$$\mu(l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n}) = \mathbf{z}_{u_n} \boldsymbol{\alpha}^{l_{u_n}^n} \quad (12)$$

で表されるポアソン発生モデルに従って生起すると考える。ただし、 $\mathbf{z}_{u_n} = (z_{1,u_n}, \dots, z_{P,u_n})$  は、局所時点  $u_n$  で観測される説明変数ベクトルである。 $\boldsymbol{\alpha}^{l_{u_n}^n} = (\alpha_1^{l_{u_n}^n}, \dots, \alpha_P^{l_{u_n}^n})'$  は未知パラメータベクトルであり、 $\boldsymbol{\alpha} = (\boldsymbol{\alpha}^1, \dots, \boldsymbol{\alpha}^{I-1})'$  と表記する。記号  $l$  は転置を、 $P$  は説明変数の数を表す。到着率  $\mu(l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n})$  は、局所期間  $[u_n, u_n + 1)$  に対して定義されている。この時、ポットホールが時点  $t$  において平均  $\mu(l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n})$  のポアソン発生モデルに従って到着すると考える。ただし、 $l_{u_n}^n$  は局所時点  $u_n$  における路面健全度であり、局所期間  $l_{u_n}^n$  において一定であると仮定する。局所期間  $l_{u_n}^n$  の期間長が1に基準化されていることより、局所期間  $l_{u_n}^n$  中に  $y_{u_n}$  個のポットホールが発生する条件付き確率  $\pi(y_{u_n} | l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n})$  は、

$$\begin{aligned} & \pi(y_{u_n} | l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n}) \\ &= \text{Prob}[g(u_n) = y_{u_n} | h(t_n + u_n) = l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n}] \\ &= \exp\{-\mu(l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n})\} \frac{\{\mu(l_{u_n}^n, \mathbf{z}_{u_n})\}^{y_{u_n}}}{y_{u_n}!}, \quad (13) \end{aligned}$$

と表すことができる。当然のことながら、式(13)に関して  $\sum_{y_n=0}^{\infty} \pi(y_{u_n} | l_{u_n}^n) = 1$  が成立する。ただし、 $0! = 1$  である。ここで、路面性状調査時点  $t_n + \bar{a}_n^1, t_n + \bar{a}_n^2$  において健全度が  $h(t_n + \bar{a}_n^1) = \bar{i}_n, h(t_n + \bar{a}_n^2) = \bar{j}_n$  であり、局所時点  $u_n$  ( $u_n = \bar{b}_n^1, \dots, \bar{b}_n^2$ ) における観測値ベクトル  $\bar{\xi}_n$  が観測される条件付き確率(尤度)  $\mathcal{L}(\bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \boldsymbol{\theta})$  を定義する。ただし、記号「 $\bar{\cdot}$ 」は観測値であることを意味し、 $\bar{\xi}_n = \{\bar{y}_n, \bar{z}_n, \bar{i}_n, \bar{j}_n\}$  は観測値ベクトルを、 $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$  は未知パラメータベクトルを意味する。

尤度  $\mathcal{L}(\bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \boldsymbol{\theta})$  を、時点  $t_n$  に健全度  $h(t_n) = l_0^n$  が観測されるという条件の下で、1) 時点  $t_n + \bar{a}_n^1$  に健全度  $h(t_n + \bar{a}_n^1) = \bar{i}_n$  が観測され、2) 局所時点  $u_n$  ( $u_n = \bar{b}_n^1, \dots, \bar{b}_n^2$ ) においてポットホール数の観測値ベクトル  $\bar{y}_n$  が測定され、3) 時点  $t_n + \bar{a}_n^2$  に健全度  $h(t_n + \bar{a}_n^2) = \bar{j}_n$  が観測され、4) 時点  $t_{n+1}$  に健全度  $h(t_{n+1}) = l_{T_n}^n$  が観測される条件付き確率(尤度)の積として定義する。すなわち、尤度  $\mathcal{L}(\bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \boldsymbol{\theta})$  は、

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \boldsymbol{\theta}) \\ &= p(l_0^n, l_{\bar{b}_n^1}^n)^{\sigma_1} p(l_{\bar{b}_n^2}^n, l_{T_n}^n)^{\sigma_2} \\ & \quad \times \prod_{u_n=\bar{b}_n^1}^{\bar{b}_n^2} \pi(\bar{y}_{u_n} | l_{u_n}^n, \bar{z}_{u_n}) p(l_{u_n}^n, l_{u_n+1}^n) \quad (14a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & l_{T_n-1-1}^{n-1} \leq l_0^n \leq \dots \leq l_{\bar{a}_n^1}^n = \bar{i} \leq \dots \\ & \leq l_{\bar{a}_n^2}^n = \bar{j} \leq \dots \leq l_{T_n}^n \leq l_1^{n+1} \quad (14b) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} n=0 \text{ のとき} & l_{T_n-1-1}^{n-1} = 1 \\ n=N \text{ のとき} & l_1^{n+1} = I \end{cases} \quad (14c)$$

と定義できる。ただし、 $\sigma_1, \sigma_2$  は

$$\sigma_n^1 = \begin{cases} 0 & \bar{b}_n^1 = 0 \text{ のとき} \\ 1 & \bar{b}_n^1 \neq 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (15)$$

$$\sigma_n^2 = \begin{cases} 0 & \bar{b}_n^2 = T_n \text{ のとき} \\ 1 & \bar{b}_n^2 \neq T_n \text{ のとき} \end{cases} \quad (16)$$

を満たすダミー変数であり  $p(i, j)$  は式(11b)に示されるマルコフ推移確率  $p_{ij}(u) (u=1)$  である。

## 4. 推計方法

### (1) データセット

道路管理者が  $K$  個の道路区間で構成される路線全体を管理する問題を考える。各道路区間  $k$  ( $k=1, \dots, K$ ) に対して、直近の補修時点  $s_0$  を始点とする離散時間軸  $t = 0, 1, \dots$  を考え、時点  $t_n + \bar{a}_n^1, t_n + \bar{a}_n^2$  ( $n=0, \dots, N$ ) において路面性状調査が実施され、健全度  $h_k(t_n + \bar{a}_n^1), h_k(t_n + \bar{a}_n^2)$  を観測したと考える。 $N$  は路面性状調査を実施する期間数を表す。さらに、各期間  $\tau_n = [t_n, t_{n+1})$  ( $n=0, \dots, N-1$ ) において、各局所時点  $u_n$  ( $u_n = \bar{b}_n^1, \dots, \bar{b}_n^2$ ) において道路巡回が実施され、ポットホール個数ベクトル  $\bar{y}_n^k = (\bar{y}_{\bar{b}_n^1}^k, \dots, \bar{y}_{\bar{b}_n^2}^k)$ ,

ポットホールの発生に影響を及ぼす説明変数ベクトル  $\bar{\mathbf{z}}_n^k = (\bar{z}_{b_1}^k, \dots, \bar{z}_{b_2}^k)$ , が観測されたと考える. この時, 道路区間  $k$  の期間  $\tau_n$  のそれぞれに対してデータ  $\xi_n^k = \{\bar{\mathbf{y}}_n^k, \bar{\mathbf{z}}_n^k, \bar{h}^k(t_n + \bar{a}_n^1), \bar{h}^k(t_n + \bar{a}_n^2)\}$ ,  $\bar{\Omega}_n^k = (\bar{a}_n^{1,k}, \bar{a}_n^{2,k}, \bar{b}_n^{1,k}, \bar{b}_n^{2,k})$  を定義する. さらに, データセット全体を集合  $\Xi = \{\xi_n^k, \bar{\Omega}_n^k : n = 0, \dots, N, k = 1, \dots, K\}$  と定義する. データ  $\xi_n^k$ ,  $\bar{\Omega}_n^k$  が観測される尤度  $\mathcal{L}(\xi_n^k, \bar{\Omega}_n^k, \theta)$  は, 式 (14a)-(14c) を用いて定義される. したがって, データセット全体  $\Xi$  が観測される確率 (尤度) は

$$\mathcal{L}(\Xi, \theta) = \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \mathcal{L}(\xi_n^k, \bar{\Omega}_n^k, \theta) \quad (17)$$

と定式化される. したがって, ポアソン隠れマルコフ劣化モデルの推計問題は, 尤度関数 (17) を最大にするようなパラメータベクトル  $\hat{\theta}$  を求める問題に帰着する.

ポアソン隠れマルコフ劣化モデルの尤度関数 (14a)-(14c) は, パラメータに関して高次の非線形多項式となっており, 1 階の最適化条件が (複素数解を含めて) 非常に多くの解を有している<sup>29)</sup>. 当然のことながら, ポットホールの発生確率  $\pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | l_{u_n}^{n,k}, \bar{\mathbf{z}}_{u_n}^k)$ , 推移確率  $p^k(l_{u_n}^{n,k} | l_{u_{n+1}}^{n,k})$  の推計値は実数解でなければならない. さらに, これらの確率の推計値として, 数ある実数解の中から 0 と 1 の間にある解を選択しなければならない. 最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば, 高次の非線形多項式を解く問題を回避できる. しかし, 尤度関数 (14a)-(14c) が, 極めて多くの項を含んでおり, 計算量が膨大になってしまう欠点がある<sup>30)-33)</sup>. このような最尤法の難点を克服するために, 尤度関数の完備化操作が必要となる.

## (2) 完備化操作

再び, ある道路区間  $k$  に着目する. さらに, 路面性状調査が時点  $t_n + \bar{a}_n^1, t_{n+1} + \bar{a}_n^2$  において実施され, 路面の健全度  $\bar{i}_n, \bar{j}_n$  が測定されたと考える. さらに, ポアソン隠れマルコフ劣化モデルを推計するために, 期間  $[t_n, t_{n+1})$  における路面の健全度の推移パターンを潜在変数ベクトル  $\mathbf{m}_{u_n}^n = (m_0^n, \dots, m_{T_n}^n)$  を用いて表す. 劣化過程の性質より, 施設が補修されない限り,

$$\begin{aligned} m_{T_n-1}^{n-1} \leq m_0^n \leq \dots \leq m_{\bar{a}_n^1}^n = \bar{i}_n \leq \dots \leq m_{u_n}^n \leq \\ \dots \leq m_{\bar{a}_n^2}^n = \bar{j}_n \leq \dots \leq m_{T_n}^n \leq m_1^{n+1} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{cases} n = 0 \text{ のとき} & m_{T_n-1}^{n-1} = 1 \\ n = N \text{ のとき} & m_1^{n+1} = I \end{cases}$$

を満足する. 真の健全度ベクトル  $\mathbf{m}_{u_n}^n$  は大部分が測定不可能であり, 時点  $t_n + \bar{a}_n^1, t_n + \bar{a}_n^2$  における健全度  $m_{\bar{a}_n^1}^n = \bar{i}_n, m_{\bar{a}_n^2}^n = \bar{j}_n$  しか観測できない. しかし, 議論の便宜上, ひとまず潜在変数の値が  $\tilde{\mathbf{m}}_{u_n}^n = (\tilde{m}_0^n, \dots, \tilde{m}_{T_n}^n)$  に確定したと仮定する. さらに, 潜在変数  $\mathbf{m}_{u_n}^n$  の仮想的

表-1 潜在変数の全条件付事後確率

	$\bar{a}_n^1 = 0$	$\bar{a}_n^1 \neq 0$
$\bar{a}_n^2 = T_n$	パターン 1,2,4,5	パターン 7,8
$\bar{a}_n^2 \neq T_n$	パターン 3,6	パターン 9

実現値  $\tilde{\mathbf{m}}_{u_n}^n$  に対して, ダミー変数

$$\delta(s_{u_n}) = \begin{cases} 1 & \tilde{m}_{u_n}^n = s_{u_n} \\ 0 & \tilde{m}_{u_n}^n \neq s_{u_n} \end{cases} \quad (19)$$

$$(s_{u_n} = 1, \dots, I; u_n = 0, \dots, T_n)$$

を導入する. 潜在変数の仮想的実現値ベクトル  $\tilde{\mathbf{m}}_{u_n}^n$  を与件とすれば, 尤度関数 (14a)-(14c) を

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{m}}_{u_n}^n, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta) &= \prod_{u_n=0}^{T_n} \prod_{s_{u_n}=1}^I \\ & p(s_0, s_{\bar{b}_1^n})^{\sigma_n^1 \delta(s_0) \delta(s_{\bar{b}_1^n})} p(s_{\bar{b}_2^n}, s_{T_n})^{\sigma_n^2 \delta(s_{\bar{b}_2^n}) \delta(s_{u_{T_n}})} \\ & \prod_{u_n=\bar{b}_1^n}^{\bar{b}_n^2} \prod_{s_{u_n}=1}^I \pi(\bar{y}_{u_n} | s_{u_n}, \bar{\mathbf{z}}_{u_n})^{\delta(s_{u_n})} \\ & p(s_{u_n}, s_{u_{n+1}})^{\delta(s_{u_n}) \delta(s_{u_{n+1}})} \\ & = p(\tilde{m}_0^n, \tilde{m}_{\bar{b}_1^n}^n)^{\sigma_n^1} p(\tilde{m}_{\bar{b}_2^n}^n, \tilde{m}_{T_n}^n)^{\sigma_n^2} \\ & \times \prod_{u_n=\bar{b}_1^n}^{\bar{b}_n^2} \pi(\bar{y}_{u_n} | \tilde{m}_{u_n}^n) p(\tilde{m}_{u_n}^n, \tilde{m}_{u_{n+1}}^n) \end{aligned} \quad (20)$$

と書き換えることができる<sup>32)</sup>. 以上の操作を完備化 (completion) とする. 完備化された尤度関数 (20) (以下, 完備化尤度関数と呼ぶ) は, 通常の尤度関数 (14a)-(14c) より大幅に簡略化されていることが理解できる. ただし, 完備化尤度関数 (20) の中に含まれる潜在変数  $\tilde{\mathbf{m}}_{u_n}^n$  は, 測定できない変数である. そこで, 完備化尤度関数を用いて, 潜在変数の確率分布を推計することを考える. 完備化尤度関数を展開すれば, 潜在変数  $\tilde{\mathbf{m}}_{u_n}^n$  に関する全条件付事後分布 (full conditional posterior distribution) を導出できる. 劣化過程の特性により, 補修が実施されない限り, 条件 (2) が成立する.  $\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^n = (\tilde{m}_0^n, \dots, \tilde{m}_{u_n-1}^n, \tilde{m}_{u_n+1}^n, \dots, \tilde{m}_{T_n}^n)$ ,  $\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^{n,m} = (\tilde{m}_0^n, \dots, \tilde{m}_{u_n-1}^n, m^n, \tilde{m}_{u_n+1}^n, \dots, \tilde{m}_{T_n}^n)$  とし,  $m_{u_n}^n = m^n$  ( $m^n \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^n, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^n\}$ ) の全条件付事後確率をベイズの法則を用いて導出する. 潜在変数の全条件付事後確率は, 調査期間におけるデータセットの時間的不整合パターンによって変化する. 変化する全条件付事後確率は表-1 に示すように分類され, それぞれ,

a)  $\bar{a}_n^1 = 0, \bar{a}_n^2 = T_n$  のとき

$$\tilde{m}_0^n = \bar{i}_n, \tilde{m}_{T_n}^n = \bar{j}_n \text{ より,}$$

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{m_{u_n}^n = m^n | \tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^n\} \\ = \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^n}^{\tilde{m}_{u_n+1}^n} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)} \end{aligned}$$

$$(1 \leq u_n \leq T_n - 1) \quad (21)$$

b)  $\bar{a}_n^1 \neq 0, \bar{a}_n^2 = T_n$  のとき

$$\tilde{m}_{\bar{a}_n^1}^n = \bar{i}_n, \quad \tilde{m}_{T_n}^n = \bar{j}_n \text{ より,}$$

$$\text{Prob}\{m_{u_n}^n = m^n | \tilde{m}_{-u_n}^n\} = \begin{cases} \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{T_{n-1}-1}^n}^{\tilde{m}_{u_n+1}^n} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)} & (u_n = 0) \\ \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^n}^{\tilde{m}_{u_n+1}^n} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)} & (1 \leq u_n \leq T_n - 1 \text{ かつ } u_n \neq \bar{a}_n^1) \end{cases} \quad (22)$$

c)  $\bar{a}_n^1 = 0, \bar{a}_n^2 \neq T_n$  のとき

$$\tilde{m}_0^n = \bar{i}_n, \quad \tilde{m}_{\bar{a}_n^2}^n = \bar{j}_n \text{ より,}$$

$$\text{Prob}\{m_{u_n}^n = m^n | \tilde{m}_{-u_n}^n\} = \begin{cases} \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^n}^{\tilde{m}_{u_n+1}^n} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)} & (1 \leq u_n \leq T_n - 1 \text{ かつ } u_n \neq \bar{a}_n^2) \\ \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^n}^{\tilde{m}_1^{n+1}} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)} & (u_n = T_n) \end{cases} \quad (23)$$

d)  $\bar{a}_n^1 \neq 0, \bar{a}_n^2 \neq T_n$  のとき

$$\tilde{m}_{\bar{a}_n^1}^n = \bar{i}_n, \quad \tilde{m}_{\bar{a}_n^2}^n = \bar{j}_n \text{ より,}$$

$$\text{Prob}\{m_{u_n}^n = m^n | \tilde{m}_{-u_n}^n\} = \begin{cases} \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{T_{n-1}-1}^n}^{\tilde{m}_{u_n+1}^n} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)} & (u_n = 0) \\ \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^n}^{\tilde{m}_{u_n+1}^n} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)} & (1 \leq u_n \leq T_n - 1 \text{ かつ } u_n \neq \bar{a}_n^1, \bar{a}_n^2) \\ \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^n}^{\tilde{m}_1^{n+1}} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{n,m}, \bar{\xi}_n, \bar{\Omega}_n, \theta)} & (u_n = T_n) \end{cases} \quad (24)$$

と表すことができる。

これら 4 つの分類により、道路区間  $k$  におけるポットホールが発生確率  $\pi(\bar{y}_{u_n} | m^n, \bar{z}_{u_n})$  と推移確率  $p(m^n, \tilde{m}_{u_n+1}^n) (u_n = 0, \dots, T_n - 1; n = 1, \dots, N)$  が求まれば、 $\tilde{m}_{-u_n}^n$  を与件とした局所時点  $u_n$  の健全度  $m_{u_n}^n \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^n, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^n\}$  の全条件付事後確率を求めることができる。完備化尤度関数 (20) では、潜在変数  $\tilde{m}_{u_n}^n$  は確定的である。ただし、ポットホールが発生確率と健全度間の推移確率には未知パラメータ  $\alpha, \beta$  が含まれており、潜在変数に関する全条件付事後確率を先験的に求めることができない。全条件付事後確率を用いた MCMC 法を用いて、反復的に潜在変数  $m_{u_n}^n$  をランダム発生させ、パラメータ  $\alpha, \beta$  をベイズ推計することになる。このような手続きにより、完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推計値が、真の

尤度関数を用いて求めたパラメータの最尤推計値に収束することが証明されている<sup>34)</sup>。

## 5. おわりに

本研究では、データの観測期間の不整合を考慮し、獲得された全てのデータを用いた推計を可能にする階層モデルを提案した。本研究においては主として路面性状調査データと、道路巡回データを対象としているが、さらに適用範囲を拡大していく必要がある。なお、講演会当日には、実供用中の高速道路で獲得された路面性状調査データ、道路巡回データへの適用を通して、本研究の有効性を実証的に検証した事例を紹介する。

## 参考文献

- 1) 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.10
- 2) Nam, L. T., 貝戸清之, 小林潔司, 起塚亮輔: ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.7
- 3) Scherer, W. T. and Glagola, D. M.: Markovian Models for Bridge Maintenance Management, *Journal of Transportation Engineering*, Vol.120, No.1, pp.37-51, 1994.
- 4) Thompson, P. D., Small, E. P., Johnson, M. and Marshall, A. R.: The Pontis Bridge Management System, *Structural Engineering International*, Vol.8, No.4, pp.303-308, 1998.
- 5) 保田敬, 小林潔司: BMS における点検結果と状態推移確率が LCC に及ぼす影響, 建設マネジメント論文集, Vol.11, pp.111-122, 2004.
- 6) Lee, T. C., Judge, G. G. and Zellner, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model from Aggregate Time Series Data*, Amsterdam, North-Holland, 1970.
- 7) 杉崎光一, 貝戸清之, 小林潔司: 目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.52A, pp.781-790, 2006.
- 8) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 9) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 10) Mishalani, R. and Madanat, S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, 2002.
- 11) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 12) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 13) 貝戸清之, 熊田一彦, 林秀和, 小林潔司: 階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.3, pp.386-402, 2007.
- 14) 林秀和, 貝戸清之, 熊田一彦, 小林潔司: 競合的劣化ハザードモデル: 舗装ひび割れ過程への適用, 土木学会論文集 D, Vol.65, No.2, pp.143-162, 2009.
- 15) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル

- 劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- 16) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
  - 17) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
  - 18) 貝戸清之, 山本浩司, 小濱健吾, 岡田貢一, 小林潔司: ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル: 大規模情報システムへの適用, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.115-129, 2008.
  - 19) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
  - 20) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
  - 21) MacDonald, I. L. and Zucchini, W.: *Hidden Markov and Other Models for Discrete-valued Time Series*, Chapman & Hall, 1997.
  - 22) Murakami, J.: Bayesian posterior mean estimates for Poisson hidden Markov models, *Journal of Computational Statistics & Data Analysis*, Vol.58, No.4, pp.941-955, 2009.
  - 23) 鎌田修, 山田優: 水浸ホイールトラッキング実験による橋面舗装でのポットホールの発生とその要因, 舗装工学論文集, 土木学会, No.6, pp.196-201, 2001.
  - 24) 川口敏之, 高田澄夫: 高速道路の舗装性状の実態—日本道路公団福岡管理局管内, 舗装, Vol.18, No.7, pp.8-17, 1983.
  - 25) 川島義昭, 福島公, 三好康夫: 高速道路におけるアスファルト舗装のひび割れ—実態と発生機構に関する一考察—, 日本道路公団試験所報告, pp.67-79, 1984.
  - 26) Gerritsen, A. H., Van Gorp, C. A. P. M., Van der Heide, J. P. J., Molenaar, A. A. A. and Pronk, A. C.: Prediction and Prevention of Surface Cracking in Asphalt Pavements, *Proceedings of 6th International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements*, pp.378-391, 1987.
  - 27) 西澤辰男, 松野三朗: アスファルト舗装の車輪走行位置に生ずる縦表面ひびわれについて, 土木学会論文集, No.478/V-21, pp.71-80, 1993.
  - 28) 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
  - 29) Titterton, D. M., Smithe, A. F. M. and Makov, U. E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.
  - 30) Robert, C. P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in Gillks, W. R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D. J. (eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.
  - 31) Robert, C. P., Rydén, T. and Titterton, D. M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.62, pp.57-75, 2000.
  - 32) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-38, 1977.
  - 33) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C. P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.
  - 34) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
  - 35) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, pp.721-741, 1984.
  - 36) Gilks, W. R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
  - 37) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in: Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P., and Smith, A. F. M. (eds.): *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
  - 38) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321, 1995.
  - 39) Newey, W. K. and West, K. D.: A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica*, Vol.55, pp.703-708, 1987.

(2013. 05. 05 受付)

## ESTIMATION OF POISSON HIDDEN MARKOV MODEL WITH TIME INCONSISTENT DATA

Bumpei MIYAZAKI, Kengo OBAMA and Kiyoyuki KAITO

With the advancement of deterioration prediction of infrastructure, the model expressing a hierarchical relationship between two different events have been proposed. However, the data acquired in the real world, there are many cases where there is inconsistency of the observation period. Therefore, in previous studies, the estimation is performed by using all the data acquired has been difficult. So we have performed estimated by intentionally cutting the data to compensate for inconsistency of the observation period. In this paper, we propose a hierarchical model that takes into account the inconsistency of data observation period. To express a complex deterioration process using a Poisson hidden Markov model is composed of local damage such as pot holes, and a damage of the entire pavement cracks. In the processes, we formulate the hierarchical model by using latent variables to compensate for inconsistencies in the data observation period, it is possible to perform the estimation using all data can be acquired. Lastly, attempt to demonstrate the applicability of the proposed model by studying concrete application cases.