

# 大規模ネットワークでの経路選択パラメータの 最尤推定法及びその金沢道路ネットワークへの適用

道下 健二<sup>1</sup>・中山晶一郎<sup>2</sup>・高山 純一<sup>3</sup>

<sup>1</sup>学生会員 金沢大学 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: kenji12m@stu.kanazawa-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 金沢大学 理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp

<sup>3</sup>フェロー 金沢大学 理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: takayama@t.kanazawa-u.ac.jp

パラメータ推定の際には、これまでは最小二乗法による推定が多く行われてきた。最小二乗法では、各リンクの交通量が独立であることが前提とされているが、実際の交通量はリンク間で独立ではない。また、経路選択枝集合を作る必要があるが、経路数が膨大であることや、経路の条件をどのように設定するか、などの課題があるため難しく、また、経路選択枝集合に含まれない経路が選択されてしまうと推定することができない。そこで、本研究では最尤推定法を用いることでリンク交通量間の相関を考慮し、Dialのアルゴリズムを用いることで経路選択枝集合を作らなくてもよいパラメータ推定を行う。

**Key Words :** route choice, parameter estimation, maximum likelihood estimation

## 1. はじめに

交通ネットワーク上の経路選択は交通行動を考える上で重要な問題の一つである。しかし、大規模ネットワークでの経路選択を考える際には、経路選択枝数が膨大であることや、経路の重複といった問題があり、経路選択枝集合の設定が非常に困難である。さらに、適切な経路選択枝集合を生成しなければ推定結果にバイアスが生じることとなる。

経路選択枝集合の生成に関しては、代表的な選択枝のみを抽出する方法や、ランダムに選択枝集合を生成する方法がこれまで行われてきた。しかし、このような本来よりも小さい選択枝集合を設定すると、実際に選択された経路が選択枝集合に含まれないという問題が発生する。このように、実際に選択された経路が選択枝集合に含まれていないと計算することができない。

山本ら<sup>1)</sup>は、実際に選択した選択枝をランダムに作成した選択枝集合に追加し、そのバイアスを補正する方法を名古屋の歩行者経路選択分析に適用し、パラメータ推定を行っている。しかし、この方法ではランダムにはあるが経路選択枝集合を作る必要があり、その際に抽出する選択枝集合の数によって推定精度が異なるようである。

ネットワーク均衡分析の際のパラメータ推定では、最尤推定法他に、最小二乗法による推定や重複率が最大となるように推定する方法が用いられてきた。しかし、最小二乗法や重複率最大化といった方法では、各リンクの交通量が独立であることが前提とされているが、実際の交通ネットワーク上の交通量はリンク間で独立とは限らないため、バイアスなく推定できる保証はない。

経路選択パラメータの推定の他の問題として経路選択枝間の重複がある。確率的利用者均衡に用いられる多項ロジットモデル (Multinomial Logit 以下 MNL) は各選択枝の誤差項が互いに独立であることを仮定しているが、一般的なネットワークでは経路間に多くの共有リンクが存在するため、各々のリンクの属性間の相関パターンは複雑となる。MNL をこのようなネットワークに適用すると、通過リンクの重複部分が多い経路に対して非現実的なほど大きな交通量が負荷される。これがいわゆる IIA 特性である。IIA 特性を緩和させるモデルとして、MNL を改良したモデルが考案されている。

本研究では最尤推定法を用いることでリンク交通量間の相関を考慮し、Dial のアルゴリズムを用いることで経路選択枝集合を作らなくてもよいパラメータ推定を行う。また、確率的利用者均衡において経路の重複を考慮し、IIA 特性を緩和させるモデルとしての改良型のロジット

モデルを用いた交通量配分モデルにおいてもパラメータ推定を行う。

## 2. 本研究で用いる計算理論

### (1) Dial のアルゴリズム

通常の定式化された確率配分モデルは経路変数を用いて表現されているため、経路を列挙しなければならない。しかし、大きな交通ネットワークでは経路数が膨大であるため、それらを列挙することは不可能である。そこで、確率的利用者均衡配分の解法として、Dial は経路の列挙プロセスを用いないロジット関数を用いた有効な方法を示した。このアルゴリズムでは経路を明示的に扱うことなく交通量配分することができるのが大きな特徴である。ロジットモデルとの等価性が確認されたことにより、広く交通量配分で用いられることとなった。

### (2) 経路重複を考慮した改良型ロジットモデル

経路重複を考慮したロジットモデルとは、効用最大化理論に基づく通常のロジットモデルが有する問題点である IIA 特性を緩和させるために効用の確定項などに改良を加えたものであり、Path-size-logit モデル（以下 PSL）、C-logit モデル等が提案されている。

これらのモデルは経路間の重複の表現を行っているので、リンクごとの交通量を推計する Dial のアルゴリズムでは、その適用は困難である。そこで、兵藤<sup>1)</sup>や Russo and Vietta<sup>2)</sup>は Dial のアルゴリズムに適用可能で、リンク単位で重複経路数に応じた補正を行うことができるモデルとして、それぞれ PSL と C-logit を改良したモデル（以下、DPSL、DC-logit）を作成している。本研究では、DPSL を用いることとし、以下にその計算手順を示す。

Step0：（準備）

(a) 起点  $r$  から他の全てのノードへの最小交通費用  $c(i)$  を計算：

$$c(i) \leftarrow C \min[r \rightarrow i] \quad (1)$$

(b) 全リンクに対してリンク尤度  $L[i \rightarrow j]$  を計算。リンク尤度の計算に以下の PS 補正項を加える：

$$PS_{ij} = \frac{L_{ij}}{L^{\min}} \ln \left[ \frac{1}{N_{ij}} \right] \quad (2)$$

$$L[i \rightarrow j] = \begin{cases} \exp[\theta\{c(j) - c(i) - t_{ij}\} + \beta PS_{ij}] & c(i) < c(j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

Step1：（前進処理）

起点  $r$  から最小交通費用  $c(i)$  の値の昇順（ $r$  から近い順）にノードを考える。各ノード  $i$  から流出するリンクのリンク・ウェイト  $W[i \rightarrow j]$  を計算：

$$W[i \rightarrow j] = \begin{cases} L[i \rightarrow j] & \text{for } i = r \\ L[i \rightarrow j] \sum_{m \in I_i} W[m \rightarrow i] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

なお、 $I_i$  はノード  $i$  に流入するリンクの始点集合である。

Step2：（後退処理）

$c(i)$  の降順（ $r$  から遠い順）にノードを考える。各ノード  $j$  に流入するリンクの交通量を計算する。

$$x_{ij} = \left( Q_{rj} + \sum_{m \in O_j} x_{jm} \right) \frac{W[i \rightarrow j]}{\sum_{m \in I_j} W[m \rightarrow j]} \quad (5)$$

$O_j$  はノード  $j$  に流出するリンクの終点集合を表す。

### (3) 最尤推定法

ネットワーク均衡分析の際のパラメータ推定では、均衡モデルで算出される計算交通量と、実交通量の二乗誤差が最小になるようにパラメータ推定されることが多かった。このような最小二乗法では、各リンクの交通量が独立であることが前提とされている。しかし、実際の交通量はリンク間で独立ではなく、近接するリンクではその相関はかなり高い。そこで、本研究では、最尤推定法を用いてリンク交通量間の相関を考慮したパラメータ推定を行う。

経路選択確率を  $P_k$ 、経路交通量を  $f_k$  とすると、パラメータは (6) 式によって推定される。

$$\max_{\theta} = (P_1)^{f_1} (P_2)^{f_2} (P_3)^{f_3} \dots (P_n)^{f_n} \quad (6)$$

$$P_k = \frac{W[r \rightarrow A] W[A \rightarrow B] \dots W[Z \rightarrow s]}{\sum_m W[m \rightarrow A] \sum_m W[m \rightarrow B] \dots \sum_m W[m \rightarrow s]} \quad (7)$$

$$\max_{\theta} \left( \frac{W[r \rightarrow A]}{\sum_m W[m \rightarrow A]} \right)^{x_{r \rightarrow A}} \left( \frac{W[A \rightarrow B]}{\sum_m W[m \rightarrow B]} \right)^{x_{A \rightarrow B}} \dots \left( \frac{W[Z \rightarrow s]}{\sum_m W[m \rightarrow s]} \right)^{x_{Z \rightarrow s}} \quad (8)$$

ここで、(7) 式を (6) 式に代入し整理すると、(8) 式のよ

うにリンク交通量からパラメータ推定が可能となり、経路選択肢集合を作ることなくパラメータ推定を行うことが可能である。

### 3. 仮想ネットワークへの適用

図-1 は戻りを仮定しないモデルであり、起点を Node1、終点を Node 9 とし、Node1 から Node 9 に対して 10000 台の交通量を流すと仮定する。また、リンク上の数字は自由走行時間を表している。旅行時間は式 (9) に示す BPR 関数を用いて表され、交通量は収束計算を行って与えられる。交通容量はすべてのリンクで 5000 台/h としている。ここで、仮想ネットワークでは実測値が得られないため、 $\theta=0.5$ 、 $\beta=3$  での Dial のアルゴリズムによる計算結果を実測値の代用とし、乱数によって発生させた 10 セットの交通量データから  $\theta$  を推定する。

$$t_a(x_a) = t_a^0 \left\{ 1 + 0.15 \left( \frac{x_a}{c_a} \right)^4 \right\} \quad (9)$$

$t_a^0$  はリンク  $a$  の自由走行時間、 $x_a$  はリンク  $a$  の交通量、 $c_a$  はリンク  $a$  の交通容量である。

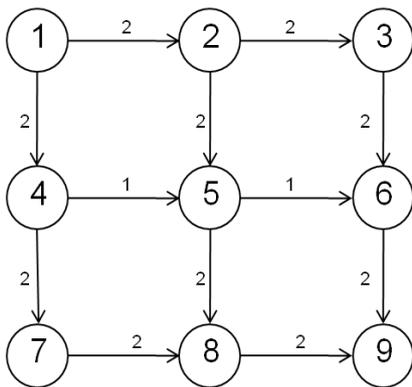


図-1 2×2 格子状ネットワーク

表-1 パラメータ推定結果

	$\theta$	$\beta$
1回目	0.498	2.93
2回目	0.504	3.05
3回目	0.525	3.00
4回目	0.511	3.13
5回目	0.492	3.00
6回目	0.514	3.03
7回目	0.521	3.09
8回目	0.488	3.08
9回目	0.522	3.06
10回目	0.472	2.95
平均	0.505	3.03
真値	0.500	3.00
標準偏差	0.017186	0.062858

推定結果は表-1 に示す通りとなった。 $\theta$  は真値 0.5 に対して平均は 0.505、 $\beta$  真値 3 に対して平均は 3.03 と真値に近い値を得ることができた。

### 4. 金沢市道路ネットワーク概要

使用する OD 交通量データは、平日における朝 7:00～9:00 のデータであり、ノード数は 140、リンク数は 472 である。リンク旅行時間は BPR 関数によって表され、自由走行時間はリンクの距離を制限速度で除した値を用いる。交通容量は平成 11 年度道路交通センサス一般交通量調査箇所別基本表に示されていた交通量を混雑度で除した値を用いる。

平成 11 年度道路交通センサス一般交通量調査箇所別基本表だけでは表示されないリンクも多いので、全てのリンクに対してデータをそろえることができない。

そこで、センサスに表示されない区間の交通容量は小松<sup>3)</sup>が仮定したように車線数を参考に設定した。また、リンク距離は金沢市の住宅地図から算出した。

### 5. 金沢市道路ネットワークへの適用結果

これまでに示したように、金沢市道路ネットワークにおいて推定計算プログラムを実行し、通常の Dial のアルゴリズムと、Dial 組み込み型 PSL(DPSL)モデルのログッ

表-2 車線数から仮定した交通容量の値

交通容量	車線
100	1車線
400	狭い2車線
500	2車線
800	狭い4車線
1000	4車線
1500	4車線の主要幹線



図-2 金沢市道路ネットワーク

トパラメータ  $\theta$  と補正項のパラメータ  $\beta$  を推定する。ここで、一般的な Dial のアルゴリズムの有効経路の条件は PPA である。MPA では有効経路の条件が厳しいため、経路選択が不自然になる場合があり、実際に交通流が流れないリンクも多数存在してしまうため、PPA を有効経路の条件として用いることとする。

金沢市道路ネットワークでは OD が複数存在するため、Dial の性質上、同じリンクの選択確率が起点ノードの数だけ存在する。さらに各々の選択確率が異なるため、実際には(8)式の通りには推定することができない。そこで、(10)式のように配分交通量によって重み付き平均をとったものを使用している。

$$(p_i)^{x_i} = \left( \sum_r q_i^1 p_i^1 + \sum_r q_i^2 p_i^2 + \dots \right)^{x_i} \quad (10)$$

$p_i^r$  は起点  $r$  からのリンク  $i$  の選択確率、 $q_i^r$  は起点  $r$  からのリンク  $i$  の配分交通量、 $x_i$  はリンク  $i$  の交通量である

最尤推定法による MNL、DPSL モデルの推定結果と、比較のための最小二乗法による MNL の推定結果は図-3

表-3 パラメータ推定結果

	最尤推定法		最小二乗法
	MNL	DPSL	MNL
$\theta$	11.4	11.0	5.1
$\beta$	-	5.0	-
決定係数 $R^2$	0.8083	0.8099	0.8049
相関係数 $R$	0.8991	0.8999	0.8972

に示すとおりとなった。

どの推定法、モデルでも、観測交通量と推計交通量は特に大きく乖離する部分も少なく、相関係数も 0.9 近い値となっているので、相関が見られると判断できる。

また、比較として最小二乗法を用いた推計を行った結果を見ると、最尤推定法によって得られた  $\theta$  とは大きく違う値となっており、相関係数も僅かであるが小さい値となった。

## 6. おわりに

本研究では Dial のアルゴリズムに経路重複を考慮した改良モデルを組み込んだモデルのパラメータを推定するプログラムを構築し、構築したプログラムを仮想ネットワークと金沢市道路ネットワークに適用した。また、得られた推定結果を用いて配分計算を行い、推定されたパラメータの有意性を検討した。有意性については、仮想格子状ネットワークと金沢市道路ネットワークにおける推定計算プログラムの適用結果は、比較的良好であると考えられるが、いくつか課題があげられる。

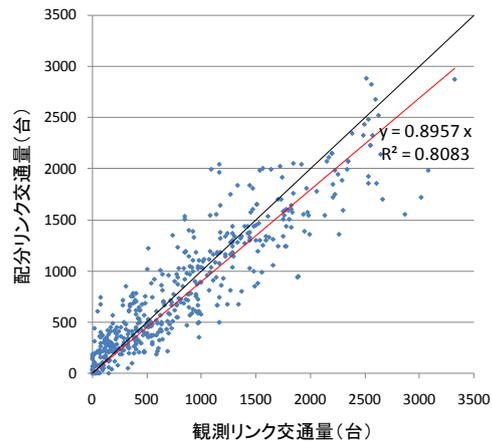


図-3 相関図(最尤推定法、MNL)

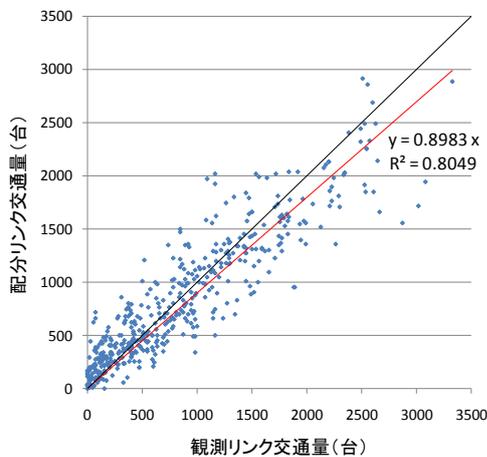


図-4 相関図(最小二乗法、MNL)

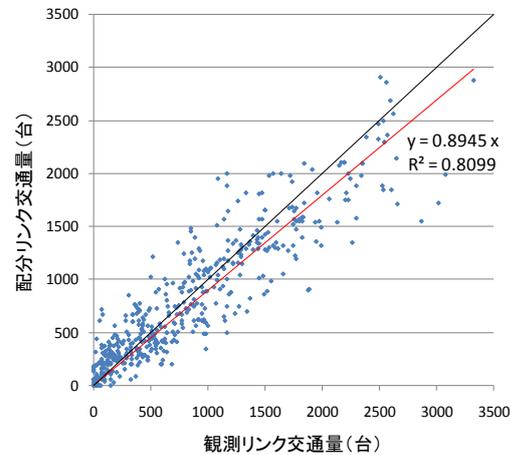


図-5 相関図(最尤推定法、DPSL)

まず、今回使用したモデル(DPSL)は経路長(旅行時間)の重複率を表すため、最短経路(旅行時間)を経路の代表値としている。そのため、本来ならばすべての OD ペアに対して、OD に対する最短経路を求めるべきだが、計算プログラムが複雑になることと、計算時間が膨大になることから、発生ノードから一番遠いノードまでの最短認識経路(旅行時間)を経路の代表値とした。そのため、補正項の影響が過小になってしまったということも考えられる。

次に、補正項に用いられるリンク通過経路数も、ある規範を満たした経路を選択肢と考えた場合のロジット型確率配分モデルによるものであるため、実際の通過経路数とは異なる。

今後これら問題を解決することで、金沢市道路ネットワークでの配分計算の精度はさらに上昇すると考えられる。

## 参考文献

- 1) 山本俊行, 高村真一, 森川高行: 都心での歩行者経路選択分析におけるトリップ距離の異質性の影響, 土木計画学研究・講演集, Vol143, CD-ROM, 2011
- 2) 兵藤哲郎: 大型貨物車走行経路のモデル分析, テクニカルレポート,  
[http://www2.kaiyodai.ac.jp/press/h1805\\_shiryu.html](http://www2.kaiyodai.ac.jp/press/h1805_shiryu.html), 2006.
- 3) Russo and Vietta : An assignment model with modified Logit, which obviates enumeration and overlapping problems, Transportation30, pp.177-201. 2003
- 4) 社団法人土木学会: 交通ネットワークの均衡分析—最新の理論と解法—, 土木学会, 1998.
- 5) 小松良幸: 「交通需要の不確実性を考慮した準動的配分モデルに関する研究」, 金沢大学, 平成 19 年度修士学位論文, 2007