

ゲーム理論を用いたリスク回避型 補強リンク決定モデルの構築と基礎的分析

長尾 文平¹・嶋本 寛²・宇野 伸宏³

¹学生員 京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)
E-mail:nagao@trans.kuciv.kyoto-u.ac.jp

²正会員 京都大学講師 大学院工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)
E-mail:shimamoto@trans.kuciv.kyoto-u.ac.jp

³正会員 京都大学准教授 経営管理大学院 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)
E-mail:uno@trans.kuciv.kyoto-u.ac.jp

本研究では、主にテロによる道路ネットワーク中のリンクの被災を想定して、あらかじめ補強しておくべき最適なリンクを決定するモデルを構築する。具体的には、まずテロ攻撃による道路ネットワークの機能低下をdemon、道路補強者をplanner、ネットワーク移動者をdriverと設定し、demonにより攻撃されたリンクはその交通容量が低下（リンクの被災）、plannerにより補強された場合はdemonの攻撃の影響を減少させるとし、driverは移動コストが最小となるようにネットワーク上を移動すると仮定して、3者の行動をNash均衡で定式化し、相補性条件で表現する。構築するモデルに対して、緩和法を用いた数値解法を提案する。さらに、構築したモデルを簡易ネットワークに対して適用することにより、モデルの特性を検証する。

Key Words : game theory, risk averse assignment, network design, link reinforcing

1. はじめに

昨年日本で起こった東日本大震災に代表されるように、今日世界各地で、自然災害やテロにより道路ネットワークの一部が機能不全に陥り、甚大な経済的、時間的コストがかかってしまうことが少なくない。機能不全を未然に予防するための道路への投資が求められる一方で、公共事業予算が削減されるなど、道路補強の予算は限られている。そこで本研究では、主にテロにおいて最悪の被害を想定した上で、限られた予算内で事前に補強するリンクを決定するモデルを構築する。

関連研究として、Bell and Cassir¹⁾は複数のODペアにそれぞれ攻撃があると仮定して、移動者の行動をNash均衡で定式化したリスク回避型利用者均衡配分モデルを提案している。Szeto et al²⁾は1つのODペアに複数の攻撃を許容したリスク回避型利用者均衡配分モデルを非線形相補性問題として定式化している。本研究では、これらの研究で提案されているゲーム理論をベースにしたリスク回避型利用者均衡モデルを拡張して、予算制約下での機能不能による影響を抑制するための最適なリンク補強箇所決定モデルを構築し、簡易なネットワークで数値計算を行い、基礎的な検討を加える。

2. モデルの構築

(1) モデルの概要

本研究では、既存のゲーム理論を用いたリスク回避型利用者均衡配分モデルを拡張することにより、最適補強リンク決定モデルを提案する。

本研究で構築するモデルは、「最悪の状況を想定して、そのときの被害を最小化する」リンク補強戦略を求めるものである。すなわち、リスク回避型利用者均衡モデルで仮定するdemon、driverに加えて、“planner”を新たに仮定し、3主体がそれぞれ非協力に戦略を決めると仮定して、Nash均衡状態を求めるものである。それぞれの主体の役割は以下に示す通りである。

demon : 被害を最大化するようにリンクを攻撃する主体であり、最悪の事態を想定することを表している。本研究ではdemonがリンクを攻撃すると、当該リンクの交通容量が低下すると考える。

planner : 被害を最小化するようにリンクを補強する主体であり、具体的には道路管理者に相当する。本研究では、plannerが補強するとdemonの攻撃の影響を小さくすると仮定する。

driver: 移動コストが最小になるようにネットワーク上を移動する主体. 道路利用者に相当する.

なお, 本研究における「被害」をdriverの総移動コストとして定義する. 以下では, demon, plannerはそれぞれ M 人, N 人存在するとして, demon m がリンク l_m を攻撃する確率, planner n がリンク h_n を防御する確率をそれぞれ p_{lm}^m , q_{hn}^n とする.

(2) 均衡状態の定式化

いま, demon m , planner n が選択するリンクの組み合わせである $u = (l_1, \dots, l_m, \dots, l_M, h_1, \dots, h_n, \dots, h_N)$ をシナリオと表現する. このとき, シナリオ u が実現する確率 r_u は以下の式で与えられる.

$$r_u = \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N p_{l_m}^m q_{h_n}^n \quad (2.1)$$

以下では, demon, planner, driverの均衡状態を相補性条件として表す.

a) demonの均衡状態 ($m=1, \dots, M, l_m \in A$)

Szeto et al²⁾と同様にdemonの均衡状態は以下のように記述できる.

$$p_{l_m}^m \left\{ \begin{aligned} & \max_{w_m} \sum_{l_q \in A} \sum_{\substack{h_q \in A \\ q \neq m, n=1, \dots, N}} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u_{l(m)=w(m)}) f_k^{rs} \right] \\ & - \sum_{l_q \in A, q \neq m} \sum_{\substack{h_q \in A \\ n=1, \dots, N}} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \end{aligned} \right\} = 0 \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} & \max_{w_m} \sum_{l_q \in A} \sum_{\substack{h_q \in A \\ q \neq m, n=1, \dots, N}} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u_{l(m)=w(m)}) f_k^{rs} \right] \\ & - \sum_{l_q \in A, q \neq m} \sum_{\substack{h_q \in A \\ n=1, \dots, N}} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \geq 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$p_{l_m}^m \geq 0 \quad (2.4)$$

$$\sum_{l_m \in A} p_{l_m}^m - 1 = 0 \quad (2.5)$$

ここで, $c_k^{rs}(\mathbf{x}, u)$ はリンクフロー $\mathbf{x}$, シナリオ $u = (l_1, \dots, l_m, \dots, l_M, h_1, \dots, h_n, \dots, h_N)$ におけるODペア rs 間の k 番目の経路コスト, $c_k^{rs}(\mathbf{x}, u_{l(m)=w(m)})$ は特にdemon m がリンク w_m を選択した場合の経路コストである. シナリオが確定したとき, demonの攻撃及びplannerの補強を考慮したリンク a の容量を以下のように与える.

$$Cap_a = TC_a - \left[\prod_{n=1}^N (1 - \gamma \lambda_a^n) \right] \sum_{m=1}^M \eta_a^{h_m} tc_a \quad (2.6)$$

ただし, $\eta_a^{h_i}$ はdemon i がリンク a を攻撃した場合は1,

そうでない場合は0をとる変数である. 同様に $\lambda_a^{l_i}$ は planner i がリンク a を防御した場合は1, そうでない場合は

0をとる変数である. 第1項の TC_a は攻撃を受ける前のリンク a の容量であり, 第2項はdemonの単位あたりの攻撃によりリンク容量が tc_a 減少するが, plannerの補強によりdemonの攻撃の影響を低下させることを意味している. すなわち, γ ($0 < \gamma < 1$) は補強の効果を表すパラメータであり, $\gamma=0$ は補強の効果が全く発揮されないことを, $\gamma=1$ は補強の効果が最大限発揮されることを表している. このとき, $c_k^{rs}(\mathbf{x}, u)$ は以下の式で表せる.

$$c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) = \sum_{a \in A} \delta_{a,k}^{rs} t_a(x_a, u) \quad (2.7)$$

なお, $t_a(x_a, u)$ はリンクフロー, シナリオが所与の条件のもとでのリンク所要時間であり, 以下のようにBPR関数として表現する.

$$t_a(x_a, u) = t_{a0} \left[1 + \alpha \left(\frac{x_a}{Cap_a} \right)^\beta \right] \quad (2.8)$$

ここで, 式(2.2)の括弧内 (あるいは式(2.3)の左辺) は, 自身が選択するリンク l_m 以外について全ての場合を考慮した期待値であることに注意が必要である. 式(2.2)の括弧内の第2項はネットワーク全体の総移動コストを表しており, 第1項は $l_m = w_m$ のときにこれが最大化されることを意味している.

式(2.2)において, $p_{l_m}^m$ が括弧内のどちらかが0になる必要がある. しかも, 式(2.3), 式(2.4)より両者とも0以上の値をとる. したがって, 式(2.2)の括弧内が0 (すなわちdemon m の選択肢 l_m が総移動コストを最大化する w_m に等しい) の場合に, l_m の選択確率である $p_{l_m}^m$ が0より大きな値をとり, 式(2.2)の括弧内が0より大きい値をとるとき, $p_{l_m}^m$ は0をとる. なお, demon m が式(2.2)の括弧内が0より大きい値をとるときを選択肢である l_m を選択した場合の総移動コストは最大値より小さい値をとることになる. したがって, 式(2.2)から式(2.4)はdemon m は他のdemon, planner (およびdriver) の取り得る戦略を考慮した上で, 自身にとって最良である選択肢のみを選択することを表している.

b) plannerの均衡状態 ($n=1, \dots, N, h_n \in A$)

demonの均衡状態と同様にplannerの均衡状態は以下の相補性条件で表せる.

$$q_{h_n}^n \left\{ \begin{aligned} & \sum_{l_m \in A} \sum_{\substack{h_q \in A \\ q \neq n}} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1, i \neq n}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \\ & - \min_{v_n} \sum_{l_m \in A} \sum_{\substack{h_q \in A \\ q \neq n}} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1, i \neq n}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs} \sum_{k \in K_{rs}} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \end{aligned} \right\} = 0 \quad (2.9)$$

$$\sum_{l_m \in A} \sum_{h_n \in A} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \quad (2.10)$$

$$- \min_{v_n} \sum_{l_m \in A} \sum_{h_n \in A} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \geq 0$$

$$q_{h_n}^n \geq 0 \quad (2.11)$$

$$\sum_{h_n \in A} q_{h_n}^n - 1 = 0 \quad (2.12)$$

c) driverの均衡状態 ($\forall rs \in \Omega, \forall k \in K_{rs}$)

最後に、driverのNash均衡状態を表現する。Bell and Cassir¹⁾により、多数存在するdriverのNash均衡状態は確定的利用者均衡と近似的に見なせることが示されている。ここでは、確定的利用者均衡状態を以下に示す相補性条件として表す。

$$f_k^{rs} \left[\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u - \min_k \left(\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u \right) \right] = 0 \quad (2.13)$$

$$\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u - \min_k \left(\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u \right) \geq 0 \quad (2.14)$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \forall rs \in \Omega \quad (2.15)$$

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} - Q_{rs} = 0, \forall rs \in \Omega \quad (2.16)$$

なお、 r_u は式(2.1)で定義されるシナリオ実現確率、 k' は最小コストをとる経路である。

(3) 定式化

いま、簡単のためdemon m の攻撃による最大被害（式(2.2)の括弧内の第1項）、planner n の補強による最小被害（式(2.8)における括弧内の第2項）、各driverの最小コスト（当該ODペアの最小移動コスト、式(2.13)の括弧内の第2項）、demon m の攻撃による被害（式(2.2)の括弧内の第2項）、planner n の補強による被害（式(2.8)における括弧内の第1項）をそれぞれ以下のように定義する。

$$\pi^m = \max_{v_m} \sum_{l_m \in A} \sum_{h_n \in A} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u_{l(m)=w(m)}) f_k^{rs} \right] \quad (2.17)$$

$$\theta^n = \min_{v_n} \sum_{l_m \in A} \sum_{h_n \in A} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \quad (2.18)$$

$$\phi^{rs} = \min_k \left(\sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u \right) \quad (2.19)$$

$$A_{l_m}^m = \sum_{l_q \in A, q \neq m} \sum_{h_n \in A} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \quad (2.20)$$

$$B_{h_n}^n = \sum_{l_m \in A} \sum_{h_q \in A} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^i \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^i \right) \left[\sum_{rs \in \Omega} c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) f_k^{rs} \right] \quad (2.21)$$

このとき、式(2.2)～式(2.5)、式(2.9)～式(2.12)および式(2.13)～式(2.16)で記述される相補性条件を以下の変分不等式問題として定式化できる。

【Risk-Averse NDP-VIP1】

Find $\mathbf{y}^*$ such that

$$(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*)^T \mathbf{F}(\mathbf{y}^*) \geq 0, \quad \forall \mathbf{y} \in \Phi \quad (2.22)$$

ただし、

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} p_{l_m}^m, \forall l_m \in A, m \\ \pi^m, \forall m \\ q_{h_n}^n, \forall h_n \in A, n \\ \theta^n, \forall n \\ f_k^{rs}, \forall k \in K_{rs}, \forall rs \in \Omega \\ \phi^{rs}, \forall rs \in \Omega \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} \pi^m - A_{l_m}^m \\ \sum_{l_m \in A} p_{l_m}^m - 1 \\ B_{h_n}^n - \theta^n \\ \sum_{h_n \in A} q_{h_n}^n - 1 \\ \sum_u c_k^{rs}(\mathbf{x}, u) r_u - \phi^{rs} \\ \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} - Q_{rs} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

であり、 Φ は変分不等式問題の解集合である。

【Risk-Averse NDP-VIP1】には経路フローが未知変数に含まれているが、一般的にネットワーク上のすべての経路の列挙は困難であるが、嶋本ら⁹⁾と同様の方法で経路の列挙が必要ないよう以下の変分不等式問題に再定式化できる。

【Risk-Averse NDP-VIP2】

Find $(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}^*, \mathbf{f}^*)^T \in \Phi'$ such that

$$- \sum_{m=1}^M \sum_{l_m \in A} A_{l_m}^{m*} (p_{l_m}^m - p_{l_m}^{m*}) + \sum_{n=1}^N \sum_{h_n \in A} B_{h_n}^{n*} (q_{h_n}^n - q_{h_n}^{n*}) + \sum_{a \in A} (x_a - x_a^*) \sum_u t_a(\mathbf{x}^*, u) r_u^* \geq 0 \quad (2.25)$$

ただし、 $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{f}$ に関する自明な関係 $\sum_{l_m \in A} p_{l_m}^m = 1$,

$\sum_{h_n \in A} q_{h_n}^n = 1$, $\sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} = Q_{rs}$ を満たす領域を Φ' と再定義している。

(4) 解法アルゴリズム

式(2.25)の解法として、嶋本ら⁶⁾と同様にdemonの攻撃確率 $\mathbf{p}$ 、plannerの補強確率 $\mathbf{q}$ とリンクフロー $\mathbf{x}$ の相互干渉を固定した緩和問題を繰り返し解き、逐次平均法³⁾(MSA ; Method of Successive Average)により解を更新するという緩和法⁴⁾と逐次平均法を組み合わせたアルゴリズムを用いる。計算手順は以下のとおりである。またフローチャートを図2.1に示す。

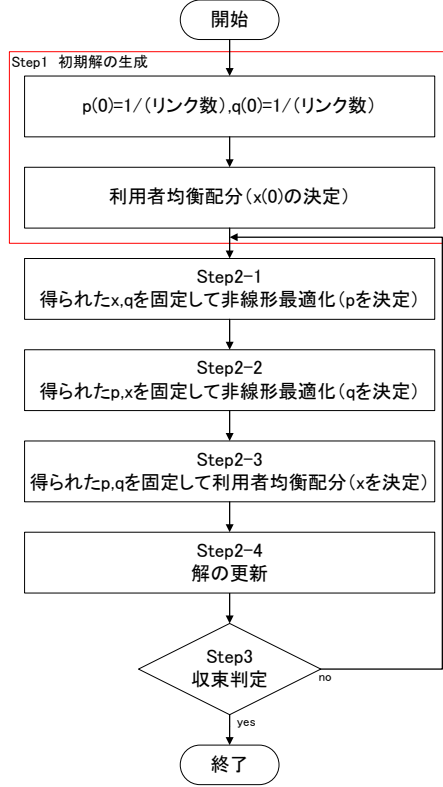


図2.1 解法フローチャート

Step 1 初期解の生成

初期実行可能解 $(\mathbf{p}^{(0)}, \mathbf{q}^{(0)}, \mathbf{x}^{(0)})$ を設定する。ここでは、全てのdemonおよびplannerはネットワーク上のすべてのリンクを均等に選択する、すなわち $p_a^m = 1/|A|$, $q_a^n = 1/|A|$ ($|A|$ はネットワーク上のリンク数)として、Frank-Wolfe法を用いてdriverをネットワーク上に配分する。通常の利用者均衡配分に準ずるものなので、経路フロー $\mathbf{f}$ は一意に定まらないがリンクフロー $\mathbf{x}$ は一意に定まる。目的関数はStep 2-2で示す。ここで、計算回数のカウンタを $i=1$ とする。

Step 2 緩和問題を解く

Step 2-1 $\mathbf{p}^{(i)}$ の決定

補強確率およびリンクフローをそれぞれ $\mathbf{q}^{(i-1)}$ およびリンクフロー $\mathbf{x}^{(i-1)}$ に固定して、式(2.25)の第1項を $\mathbf{p}$ について最小化する以下の問題を解き、補助変数 $\mathbf{p}^{(aux)}$ を得る。

$$\min_{\mathbf{p}^{(aux)}} Z_1 = - \sum_{m=1}^M \sum_{l_m \in A} A_{l_m}^{(i)} p_{l_m}^{m(aux)} \quad (2.26)$$

such that

$$p_{l_m}^{m(aux)} \geq 0, m = 1, \dots, M \quad (2.27)$$

$$\sum_{l_m \in A} p_{l_m}^{m(aux)} = 1, m = 1, \dots, M \quad (2.28)$$

式(2.26)は $\mathbf{p}^{(aux)}$ についての非線形最適化問題となるが、本研究ではSQP法⁵⁾により解いた。

Step 2-2 $\mathbf{q}^{(i)}$ の決定

$\mathbf{p}$ をStep 2-1で求めた $\mathbf{p}^{(aux)}$ に、リンクフロー $\mathbf{x}$ をStep 1で求めた値にそれぞれ固定して、式(2.25)の第2項を $\mathbf{q}^{(aux)}$ について最小化する以下の問題を解く。

$$\min_{\mathbf{q}^{(aux)}} Z_2 = \sum_{n=1}^N \sum_{h_n \in A} B_{h_n}^{n(i)} q_{h_n}^{n(aux)} \quad (2.29)$$

such that

$$q_{h_n}^{n(aux)} \geq 0, n = 1, \dots, N \quad (2.30)$$

$$\sum_{h_n \in A} q_{h_n}^{n(aux)} = 1, n = 1, \dots, N \quad (2.31)$$

式(2.29)は $\mathbf{q}^{(aux)}$ についての非線形最適化問題であり、Step 1と同様にSQP法により解いた。なお、Step 2-1およびStep 2-2において、 $A_{l_m}^{m(i)}$ および $B_{h_n}^{n(i)}$ を計算する際にも、以下のようにリンクフローベースとして計算することが可能である。

$$A_{l_m}^{m(i)} = \sum_{l_q \in A, q \neq m} \sum_{n=1, \dots, N} \left(\prod_{i=1, i \neq m}^M p_{l_i}^{i(i)} \right) \left(\prod_{i=1}^N q_{h_i}^{i(i)} \right) \left[\sum_{a \in A} x_a t_a(\mathbf{x}^{(i-1)}, u) \right] \quad (2.32)$$

$$B_{h_n}^{n(i)} = \sum_{l_m \in A} \sum_{m=1, \dots, M} \left(\prod_{i=1}^M p_{l_i}^{i(i)} \right) \left(\prod_{i=1, i \neq n}^N q_{h_i}^{i(i)} \right) \left[\sum_{a \in A} x_a t_a(\mathbf{x}^{(i-1)}, u) \right] \quad (2.33)$$

Step 2-3 $\mathbf{x}^{(i)}$ の決定

$\mathbf{p}$ および $\mathbf{q}$ をStep 2-1およびStep 2-2で得られたものに固定して以下の問題を解き、リンクフロー $\mathbf{x}^{(i)}$ を求める。

$$\min_{\mathbf{x}^{(aux)}} Z_3 = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a^{(aux)}} \sum_u t_a(w, u) r_u dw \quad (2.34)$$

such that

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs(aux)} - Q_{rs} = 0, \forall rs \in \Omega \quad (2.35)$$

$$x_a^{(i)} = \sum_{k \in K_{rs}} \sum_{rs \in \Omega} \delta_{a,k}^{rs} f_k^{rs(aux)}, \forall a \in A \quad (2.36)$$

$$f_k^{rs(aux)} \geq 0, x_a^{(aux)} \geq 0 \quad (2.37)$$

なお、上記における Z_3 は下記のように書き換えられる。

$$\min_{\mathbf{x}^{(aux)}} Z_3 = \sum_{a \in A} \sum_u \int_0^{x_a^{(aux)}} t_a(w, u) r_u dw \quad (2.38)$$

したがって、すべてのシナリオ u についてFrank-Wolfe

法により利用者均衡問題を解き、リンクフローの期待値を算出すればよい。

Step 2-4 解の更新

以下の式により、解の更新を行う。

$$\mathbf{p}^{(i)} = \left(1 - \frac{1}{i}\right) \mathbf{p}^{(aux)} + \frac{1}{i} \mathbf{p}^{(i)} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{q}^{(i)} = \left(1 - \frac{1}{i}\right) \mathbf{q}^{(aux)} + \frac{1}{i} \mathbf{q}^{(i)} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{x}^{(i)} = \left(1 - \frac{1}{i}\right) \mathbf{x}^{(aux)} + \frac{1}{i} \mathbf{x}^{(i)} \quad (2.41)$$

Step 3 収束判定

$\mathbf{p}^{(i)}$, $\mathbf{q}^{(i)}$ および $\mathbf{x}^{(i)}$ がそれぞれ $\mathbf{p}^{(i-1)}$, $\mathbf{q}^{(i-1)}$, $\mathbf{x}^{(i-1)}$ に近ければ計算を打ち切り、そうでなければ $i=i+1$ として Step 2 に戻る。

3. 数値計算例

以下では、図3.1に示すネットワークを用いた数値計算例を示す。パラメータ設定には、 t_{a0} はリンク4、7は10、その他のリンクは30、 TC_a はリンク3、9は40、その他のリンクは60、 $tc_a=10$ 、BPR関数は $\alpha=0.2$ 、 $\beta=4$ と設定した。また、交通需要は表3.1に示すように、ノード1から2に100、1から4に150、2から3に100とした。以下では、 $M=2$ 、 $N=1$ に固定して分析をすすめる。

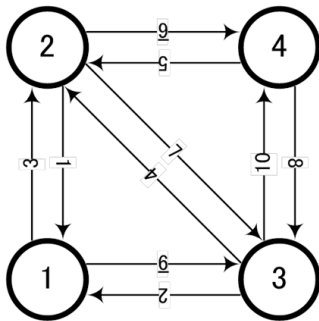


図3.1 仮想ネットワーク

表3.1 各ノード間の交通需要

		到着点ノード			
		1	2	3	4
出発点ノード	1	-	100	0	150
	2	0	-	100	0
	3	0	0	-	0
	4	0	0	0	-

まず、 $\gamma=1$ の場合の攻撃確率、補強確率、交通量の結果を表3.2に示す。demon1, demon2ともリンク3の攻撃確率が高いが、リンク3はリンク容量 (TC_a) が最小で、かつ交通量の多いリンクである。また、plannerはdemonの攻撃が予想されるリンクを補強しているといえる。次に、図3.2に γ と総移動コストの関係を示す。定義より、 γ が大きくなるにつれて補強の効果が大きくなるが、それに従い総移動コストが小さくなっていることがわかる。

表3.2 $\gamma=1$ における攻撃確率、補強確率

リンク番号	攻撃確率		補強確率	交通量	総移動コスト
1	0	0	0	0	81951
2	0	0	0	0	
3	0.9756	0.9756	0.9756	100.3591	
4	0	0	0	56.0935	
5	0	0	0	0	
6	0.0244	0.0244	0.0244	149.6409	
7	0	0	0	100.0004	
8	0	0	0	0	
9	0	0	0	56.4522	
10	0	0	0	93.5478	

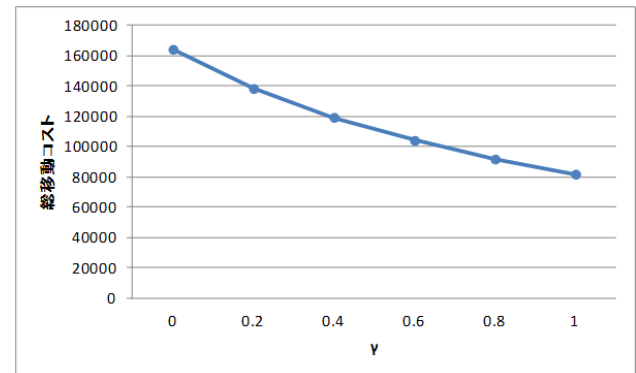


図3.2 γ に対する総移動コストの変化

4. おわりに

本研究では、ゲーム理論を用いたリスク回避型利用者均衡配分モデルをベースに、主にテロによる機能不全の影響を最小化するための補強箇所決定モデルを構築し、demonの攻撃確率、plannerの補強確率、リンクフローの関係を緩和してそれぞれを求める解法アルゴリズムを示した。そして、簡易なネットワークで性能評価を行い、モデルの挙動を確認した。

今後の課題として、3者の均衡解を解析的に確認するなど、モデルの特性を把握する必要があるといえる。また、緩和問題の計算においてすべてのリンク攻撃、防御パターンの被害の期待値を算出する必要があり、大規模ネットワークでは計算負荷が大きくなってしまったため、計算アルゴリズムの効率化が必要である。その上で、本研究で提案したモデルをより大規模なネットワークに適用したい。

参考文献

- 1) Bell, M. G. H. and C. Cassir: Risk-averse user equilibrium traffic assignment: an application of game theory, Transportation Research, 2.6B, 671-681, 2002.
- 2) W.Y. Szeto, Liam O'Vrueb, Margaret O'Mahony : Generalization of the risk-averse traffic assignment, Proceedings of the 17th ISTTT, Elsevier: Oxford, 127-155.
- 3) 土木学会土木計画学研究委員会交通需要予測技術検討小委員会：道路交通需要予測技術の理論と展開第II 編利用者均衡配分モデルの展開，丸善，2006
- 4) 土木学会土木計画学研究委員会交通ネットワーク出版小委員会：交通ネットワークの均衡分析－最新の理論と解法－，丸善，1998
- 5) 福島雅夫：新版 数理計画入門，朝倉書店，2011年，pp.136-pp.145
- 6) 嶋本寛，樋口貴士，宇野伸宏，塩見康博：“トリップチェーンを考慮した分担配分統合モデル”，第43回土木計画学研究発表会・講演集，CD-ROM，2011

RISK AVERSE NETWORK DESIGN PROBLEM - A GAME THEORETIC APPROACH

Bumpei NAGAO, Hiroshi SHIMAMOTO and Nobuhiro UNO