

離散-連続モデルの研究動向に関するレビュー

福田 大輔¹・力石 真²

¹正会員 東京工業大学大学院准教授 理工学研究科土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1-M1-11) E-mail: fukuda@plan.cv.titech.ac.jp

²正会員 東京大学大学院 日本学術振興会特別研究員 工学系研究科都市工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1) E-mail: chikaraishi@ut.t.u-tokyo.ac.jp

本稿では、離散-連続モデルの研究動向に関するレビューを行った。具体的には、(1) ミクロ経済理論より演繹的に導出される構造型の離散-連続モデル、(2) 現象記述の自由度を高めることに主眼を置いた誘導型の離散-連続モデルに大別し、さらに、各モデルの特徴を整理した。どの離散-連続モデルを使用すべきかは扱う事象に依るものの、(a) 政策評価のように経済理論に整合的であることが求められる場合には、キューンタッカー条件に基づくモデルの導出が望ましいこと、(b) 現象記述や不完全観測下での行動モデルを構築する場合には誘導型離散-連続モデルの方が現象記述の自由度が高いこと、(c) 構造型及び誘導型の両系譜の特徴を活かし、双方のメリットを活かすことにより、(厳密ではないものの) 経済理論を踏まえつつ現象記述の自由度を高めたモデル構築も可能であること等を指摘した。

Key Words : *discrete-continuous models, microeconomic theory, structural/reduced-form models, travel behavior analysis, econometrics*

1. はじめに

本稿では、離散-連続モデルの研究動向に関するレビューを行う。離散-連続モデルは、離散的な選択行動と連続量に関する選択行動とが部分的に共通の要因によって関連付けられている状況を記述するための行動モデルであり、その原型は、Tobin(1958)によるいわゆるTobitモデルにまで遡ることができる。計量経済学の分野において、消費者や企業の最適化行動に立脚してミクロ経済学的な意味付けを持つような離散-連続モデルの開発が進展したのは1980年代であり(例えば、Dubin and McFadden(1984), Hanemann(1984)など)、その頃より、交通行動分析の分野においても、クルマの保有と利用の分析等を中心として、新たなモデル開発や様々な事例への適用がなされるようになった。このように研究蓄積がかなりあるにもかかわらず、離散-連続モデルに関する包括的なサーベイは、筆者らの知りうる限り、まだなされていない。

今この時期に離散-連続モデルのレビューを行う意義は三つあると考えられる。第一に、従来の離散-連続モデルでは、複数個ある離散的な選択肢の中から“単一”の選択肢を選び、その上で連続選択を行うような状況が取り扱われてきたのに対し、近年、Bhat(2005)を嚆矢として、“複数個”の離散選択肢を同時に消費する状況を記述するMDCEV(Multiple Discrete-Continuous Extreme Value)

やその派生型のモデル開発が進展していることが挙げられる。第二に、多次元で複雑な誤差構造を持つような離散-連続の選択問題も、MCMC(Markov Chain Monte Carlo)法のようなベイスアプローチやコピュラのような柔軟な推定方法の進展に伴って計算可能になったことが挙げられる。第三に、エネルギーや環境問題への適用を念頭に置いた交通行動モデルの開発が待たれている昨今、世帯におけるクルマやエネルギー供給システムの購入とその利用量の分析等への適用実績が豊富な離散-連続モデルが果たし得る役割は決して小さくないと考えられる点が挙げられる。

以下、レビューを行うに当たり、計量経済モデルの考え方に立脚して、ミクロ経済理論より演繹的に導出された離散-連続モデルの系譜を「構造型」、統計的な現象記述を第一義とした離散-連続モデルの系譜を「誘導型」と、それぞれ呼ぶこととする。これは、両系譜において重要視されている論点が大きく異なり、実際に離散-連続モデルを適用する上でも、そのことを明確に認識すべきと考えられるためである。以下、2章では構造型、3章では誘導型の離散-連続モデルをそれぞれ整理する。4章では構造型離散-連続モデルと誘導型離散-連続モデルの関連性について考察する。最後に5章にて、本レビューの結果をまとめる。

2. 構造型の離散-連続モデル

まず、 J 個の異なる財（離散選択肢）とその消費量に対する基本的な資源制約付きの効用最大化問題を考える。

$$\text{Max. } U_i = f_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iJ}) \quad (1a)$$

$$\text{subject to } \sum_j p_j x_j = E, \forall x_i \geq 0 \quad (1b)$$

ここで、 $U_i(\cdot)$ は消費者 i が J 個の財に資源（例えば所得や時間）を配分した結果得る直接効用関数であり、個人は効用 U_i が最大となるように資源を各財に配分すると仮定する。また、 x_{ij} は各財の連続的な消費需要、 p_j は各財の価格、 E は資源の総量とする。各財の需要関数を導く方法として、上述の最適化問題をキューンタッカー条件を利用する方法や、間接需要関数を定義しロワの恒等式を適用する方法がある。佐野 (1990) は、どちらの方法によっても同一の需要関数を導くことができるものの、ロワの恒等式を利用し解を導出する方法が、キューンタッカー条件を用いて解くよりもはるかに容易であるとしている。しかしながら、Wales and Woodland (1983) において詳しく指摘されているように、ロワの恒等式を用いて導出された需要関数に基づき離散-連続問題を扱う場合、需要の非負制約を厳密に取り扱えない場合があり、彼らはキューンタッカーを利用したモデルの構築を推奨している（4章にて詳述）。以下、間接効用関数を設定しロワの恒等式を用いた離散-連続モデルの導出手法と、キューンタッカーを用いた離散-連続モデルの導出方法について概説する。

(1) ロワの恒等式を用いた導出

以下では、佐野 (1990) に基づき、ロワの恒等式を用いて間接効用関数から需要関数を導出し、それを離散-連

続モデルに関連付ける手順について概説する。

まず、選択肢 j が選ばれたという条件付きでの（所得制約下での直接効用関数の最大化の結果得られる）間接効用 Y_j を以下のように与える。

$$Y_{ij} = Y_j(p_j, E_i, z_{ij}, s_i, e_{ij}) \quad (2)$$

ここで、 z_{ij} : 選択肢 j の観測される属性、 s_i : 個人 i の社会経済属性、 e_{ij} : 非観測特性、である。

個人 i は、選択肢集合 J の中から、条件付き間接効用が最大の選択肢 j を選択するものとする、選択肢 j が選ばれる確率は次式で表される。

$$P_{ij} = \text{Prob}[Y_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i, e_{ij}) > Y_{il}(p_l, E_i, z_{il}, s_i, e_{il}), l \in J, l \neq j] \quad (3)$$

ここで、非観測特性 e_{ij} が加算型として間接効用関数に含まれる、すなわち、

$$Y_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i, e_{ij}) = Y_j(p_j, E_i, z_{ij}, s_i) + e_{ij} \quad (4)$$

と仮定し、例えば e_{ij} に I.I.D. ガンベル分布を仮定することにより、個人 i が選択肢 j を選択する確率 P_{ij} が多項ロジットモデルにより与えられる。

以上の設定のもと、財 x に対する需要は、条件付き間接効用関数にロワの恒等式を適用することにより、次式のように表される。

$$x_{ij} = -\frac{\partial Y_{ij} / \partial p_j}{\partial Y_{ij} / \partial E_i} = g_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i, e_{ij}) \quad (5)$$

この需要関数 g_{ij} を求めるためには、条件付き間接効用関数 Y_j を特定化する必要がある。表-1には、代表的な条件付き間接効用関数の特定化の例を示している。最初のDubin and McFadden (1984)からRouwendal and Pommer (2004)までの6事例は、非観測特性 e_{ij} の加法的性を仮定することにより選択確率 P_{ij} が離散選択モデル（主に多項ロジットモデル）によって導出される一方、連続消費量に

表-1 間接効用関数の特定化の一例（個人を表す添字 i を省略）

モデル	間接効用関数	所得制約
Dubin and McFadden (1984)	$Y_j = [\alpha E + \beta p_j + \gamma z_j + \theta s] \exp(-\rho p_j) + e_j$	$E \geq p_j x + Z$
Hanemann (1984)	$Y_j = (\frac{\theta}{\rho-1}) p_j^{1-\rho} + \frac{1}{1-\eta} E^{1-\eta} + e_j$	$E \geq p_j x + Z$
Train (1986)	$Y_j = \frac{1}{1-\alpha} E^{1-\alpha} + \frac{\exp(-\beta p_j + \gamma z_j + \theta s)}{\beta} + e_j$	$E \geq p_j x + Z$
de Jong (1990)	$Y_j = \frac{1}{1-\alpha} (E - C)^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta} \exp(s - \beta p_j) + e_j$	$E \geq p_j x + C + Z \ (x \geq 0)$ $E \geq Z \ (x = 0)$
de Jong (1996)	$Y_j = \ln(\alpha_0^j + \beta^j p_j + \alpha y + \gamma z_j + \theta s) - \delta p_j + e_j$	$E \geq \sum p_j x_j$
Rouwendal and Pommer (2004)	$Y_0 = \frac{1}{1-\alpha} E^{1-\alpha} + e_j, Y_1 = \frac{1}{1-\alpha} (E - C)^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta} \exp(s - \beta p_j + \eta_j) + e_j,$ $Y_2 = \frac{1}{1-\alpha} (E - 2C)^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta} \sum_{j=1,2} \exp(s - \beta p_j + \eta_j) + e_j$	$E - pN \geq \sum p_j x_j + Z$ (j はクルマの保有台数)
Morusugi and Le (1994)	$Y(q) = \sum_{j=1}^J \int_{q_j}^{\infty} \exp k_j(q_j) dq_j + W(q_h)$	$\sum q_j x_j = 1, q_j = p_j / E$
Morusugi et al. (1995)	$Y(q) = \oint q \sum_{j=1}^J [\frac{\partial}{\partial y_j} G(y_1(s_1), \dots, y_J(s_J)) (\frac{-dy_j(s_j)}{ds_j}) ds_j]$	$\sum q_j x_j = 1, q_j = p_j / E$

Z : 合成財消費量、 C : 財購入に伴う固定費用、 N : 財の総購入数、 q_j : 所得によって基準化した価格、 q_h : 合成財価格、 $G(\cdot)$: 一般化極値分布生成関数 (GEV-generating function)、 $W(\cdot)$: 合成財消費の間接効用関数、 $\alpha, \beta, \gamma, \rho, \eta, \theta$: 未知パラメータ

関する需要関数については、属性変数に対する線形ないしは比較的単純な非線形関数として導出されるようなモデル構造となっている。例えば、Dubin and McFadden (1984) の条件付き間接効用関数の特定化に対応した需要関数は、式(5)を適用することにより以下のように線形関数として導出することができる。

$$x_{ij} = -\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\rho}{\alpha} (\alpha E_i + \beta p_j + \gamma z_{ij} + \theta s_i) \quad (6)$$

これに対し、Morisugi and Le (1994), Morisugi et al. (1996) による条件付き間接効用関数の特定化は、非観測特性 e_{ij} をモデル中に陽に含まず、特別な関数形を採用することにより、それぞれ、多項ロジットモデル、ネスティッドロジットモデルに基づくシェア型の連続量需要関数が直接的に導出されるような構造となっている。

(2) キューンタッカー条件を用いた導出

次に、キューンタッカー条件を用いた離散-連続モデルの導出について説明する。式(1)の最大化問題に対するラグランジュ関数を以下のように定義する。

$$L_i = U_i - \lambda \left(\sum_j p_j x_{ij} - E_i \right) \quad (7)$$

最適な資源配分に対するキューンタッカー条件は、以下のように表現できる。

$$\partial L_i / \partial x_{ij} = \partial U_i / \partial x_{ij} - \lambda p_j = 0 \text{ if } x_{ij} > 0, \forall j \quad (8a)$$

$$\partial L_i / \partial x_{ij} = \partial U_i / \partial x_{ij} - \lambda p_j < 0 \text{ if } x_{ij} = 0, \forall j \quad (9b)$$

式(8a)は、 x_{ij} に資源が配分される場合、限界効用がある一定の値になるまで当該財に資源を配分する状況を、式(8b)は、端点 ($x_{ij}=0$) における限界効用が閾値を超えず、当該財への資源配分が総効用の増加に寄与しないこと（またその結果として当該財へ資源を配分しないこと）を表現している。すなわち、キューンタッカー条件により表現される端点解の扱いを、財 j に所得を配分するかどうかの離散選択問題として解釈することができる。

また、式(8)の連立方程式に基づき、各財への最適な配分量（連続問題）を導出することが可能である。なお、

多くの場合、財の選好に関する非観測個人間異質性を反映するため、ランダム項を導入し、配分的意思決定を確率的に扱う場合が多い。ランダム項に正規分布を仮定したモデルとして Wales and Woodland (1983), Kim et al. (2002) がある。また、ガンベル分布を仮定したモデルとして二個以上の離散選択肢を同時に選択肢、かつ、それぞれの選択肢の連続消費を考慮することが可能なMDCEVモデル (Bhat, 2005, 2008)が挙げられる。なお、ガンベル分布を仮定した離散-連続モデルは、ロジットモデルの自然な拡張と見なすことができ、通常のロジットモデルをネスティッドロジットモデル、ミックスドロジットモデル、マルチレベルロジットモデル等へ拡張する場合と同様の拡張が離散-選択モデルにおいても可能である（例えば Bhat, 2005; Pinjari and Bhat, 2010; Chikaraishi et al., 2010）。

また、直接効用関数としては、限界効用逓減を仮定した関数形を採用する場合が多い。これは、限界効用逓減の仮定が妥当と考えられる現象を扱う場合が多いこと、及び、一意解が容易に保障できることによる。具体的には、配分量の増加に対して対数的に効用が増加する対数型 (Kitamura, 1984) や、その一般形といえるCES型の直接効用関数が採用されている（例えば、Kim et al., 2002; Bhat, 2005, 2008）。表-2において、キューンタッカーに基づく離散-連続モデルの直接効用関数、制約条件、誤差分布の仮定を整理する。

3. 誘導型の離散-連続モデル

上述したミクロ経済理論との整合を第一義とした構造型の離散-連続モデルが発展する一方で、統計モデルによる現象の直接的記述に主眼を置いた誘導型の離散-連続モデルも数多く提案されている。誘導型の離散-連続モデルの系譜では、ミクロ経済理論との整合性を保つというよりはむしろ、現象記述の自由度を高めるためのモデルの一般化の研究が蓄積されてきた。そのため、構造型のモデルとは異なり、誘導型のモデルでは資源制約を考慮しない定式化がなされることが多い。反面、構造型のモデルでは通常取り扱うことが困難な問題も、誘導型

表-2 キューンタッカーに基づく離散-連続モデルの直接効用関数、制約条件、誤差項の一例

モデル	直接効用関数	制約条件	誤差項 u_{ij} の仮定
Wales and Woodland (1983)	$\alpha_{00} + \sum_{j=1}^J (\alpha_{j0} + u_{ij}) x_{ij} + (1/2) \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \alpha_{jk} x_{ij} x_{ik}$	$\sum_j p_j^* x_{ij} \leq 1, x_{ij} \geq 0$ ($p_j^* = p_j / E_i$)	多変量正規分布
Kim et al. (2002)	$\sum_{j=1}^J \psi_{ij} (x_{ij} + \gamma_j)^{\alpha_j}$ where $\psi_{ij} = \exp(\beta_j x_{ij} + u_{ij})$	$\sum_j p_j x_{ij} = E_i, x_{ij} \geq 0$	多変量正規分布
Bhat (2005)	Kim et al. (2002) と同様	$\sum_j x_{ij} = E_i, x_{ij} \geq 0$	極値分布 (ガンベル分布)
Bhat (2008)	$\sum_{j=1}^J \frac{\gamma_j}{\alpha_j} \psi_{ij} \{ (x_{ij} + 1)^{\alpha_j} - 1 \}$ where $\psi_{ij} = \exp(\beta_j x_{ij} + u_{ij})$	Kim et al. (2002) と同様	極値分布 (ガンベル分布)
Pinjari and Bhat (2010)	Bhat (2008) と同様	Bhat (2005) と同様	極値分布 (入れ子型)

のモデルを用いると積極的に取り扱うことができる。例えば、離散問題をデータの観測モデル、連続問題を行動モデルとみなし、観測が不完全である（偏りが存在する）ことを前提としたモデリングの手法や、離散問題と連続問題の非線形な依存関係を記述するモデリング手法が提案されている。

なお、当然のことながら、ミクロ経済理論に立脚しつつ観測の不完全性を考慮したモデリングも可能であり、構造型モデルと誘導型モデルは代替的というよりはむしろ補完的な性質を有していると言える。この点については次章にて整理する。

以下では、代表的な誘導型離散-連続モデルとして、Amemiya (1985)の整理によるType I, Type II, Type VのTobitモデル、Lee (1983)によるType VのTobitモデルの拡張、コピュラ関数を用いた離散-連続問題の記述（例えばBhat and Eluru, 2009）、ベイズ推定を活用した連立方程式体系としての離散-連続モデルの定式化（例えばFang, 2008）を取り上げ、それぞれの特徴について整理する。これらのモデル式及び尤度関数を表-3にまとめる。誘導型離散-連続モデルの基礎は、離散問題と連続問題の誤差相関の考慮にあり、推定手法の発展とともに実証分析事例が増加してきた経緯がある。ただし、誤差相関の意味解釈は分析の文脈に依存しており、行動論的な解釈がなされる場合もあれば、観測時のバイアス（サンプルセレクションバイアス）を除去するために利用される場合もある。

(1) Tobitモデル (Type I)

誘導型の離散-連続モデルは、Tobin (1958)が提案したTobitモデル (Type I) がその原点となっている。このモデルの特徴は、離散問題と連続問題を同一の関数を用いて記述する点にあり、端点解を離散問題と解釈するキューンタッカー型の離散-連続モデルと同様の性質を有している。実際、キューンタッカー条件を用いた配分型のモデルと多項式に拡張したTobitモデル (Type I) との比較を行った研究も存在し、両モデルのアウトプットは類似していることが報告されている (Wales and Woodland, 1983)。なお、Type IのTobitモデルは、後述するType IIのTobitモデルの特殊形と見なすことができる。具体的には、Type IIのTobitモデルにおいて、離散問題と連続問題の評価関数を規定する説明変数及びパラメータを同一と仮定し、かつ、両関数の誤差相関を1とした場合、Type IのTobitモデルが導出される。

(2) Tobitモデル (Type II)

Type II以降のTobitモデルは、離散問題と連続問題の評価関数が異なることを許容するモデル構造となっている。この特徴を活用した代表的なType IIのTobitモデルとして、

Heckman (1979)が提案した離散-連続モデルがある。このモデルでは、離散問題をデータの観測モデル、連続問題を行動モデルとみなすことにより、観測問題とモデリング問題を統一的に扱っている。このモデルの開発により、サンプルセレクションバイアスを考慮したモデリングが可能となった。この点は、完全に統制された実験の実施が困難で、観測されるデータが母集団を代表していない恐れがある場合に、政策の効果計測を偏り無く行うために有用な手法といえる (北村, 2009)。

Type IIのTobitモデルは、以降の誘導型離散-連続問題モデルの発展の基礎となっており、以下で紹介するType VのTobitモデル、Lee (1983)によるType VのTobitモデルの拡張、コピュラ関数を用いた離散-連続問題の記述（例えばBhat and Eluru, 2009）はその代表的な発展形といえる。また、本稿では省略するが、Type III及びType IVのTobitモデルもType IIのTobitモデルの自然な拡張となっている。

(3) Tobitモデル (Type V)

Type IIのTobitモデルでは、2項選択（離散問題）の片一方の選択肢が選ばれた場合のみ連続問題が観測できるモデル構造となっているのに対し、Type VのTobitモデルでは、2項選択のそれぞれの選択結果に対して連続問題が観測されるモデル構造となっている。このことから、本モデルは内生的スイッチング回帰モデル (Endogenous Switching Regression Model) と呼ばれ (Maddala, 1983)、離散問題の選択結果によって異なる2本の回帰モデル間を行き来する状況を記述するモデルとなっている。例えば、自動車保有とトリップ発生に関する離散-連続問題の場合、自動車を保有するかどうかの離散選択、保有した場合／保有しない場合それぞれの状況におけるトリップ発生量の連続的選択という、3本の式を持つモデルとなる。

(4) 誤差分布の近似

上述したTobitモデルType II及びType Vは、離散問題として2項選択を扱うモデルとなっている。これは、プロビットモデルの枠組みで多肢選択問題を扱うことが難しいことが主な理由であるが、実際の交通行動分析においては、例えば車種選択と走行距離など、離散選択肢が3つ以上となるケースが少なくない。このような問題に対処する方法として、Lee (1983) は、モデル構築が比較的容易な多項ロジットモデルを選択問題として採用し、選択確率に対して正規分布の分布関数の逆関数を取ることにより、誤差分布を近似的に取り扱う方法を提案している。表-3より確認できるように、逆関数を用いた近似手法は、離散問題が多項選択となったType VのTobitモデルと見なすことができ、Tobitモデルの自然な拡張といえる。なお、ガンベル分布に対するバイアス修正項を導出し、2段階推定によってモデルを同定する選択性修正法も提

表-3 誘導型離散-連続モデルのモデル式、共分散構造、尤度関数（一例）

モデル	離散問題	連続問題	共分散構造	尤度関数
Tobit モデル: type I (Tobin, 1958)	$y_{1i} = \begin{cases} u_{1i}^* & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ 0 & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$	where $u_{1i}^* = x_{1i}\beta_1 + e_{1i}$	$e_{1i} \sim N(0, \sigma_1^2)$	$\prod_{i=1}^I \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{x_{1i}\beta_1}{\sigma_1}\right) \right\}^{D[y_{1i}>0]} \left\{ \sigma_1^{-1} \phi\left(\frac{y_{1i} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1}\right) \right\}^{D[y_{1i}>0]}$
Tobit モデル: type II (サンブルセレクトシ ョンモデル (Hekman (1979)))	$y_{1i} = \begin{cases} 1 & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ 0 & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{1i}^* = x_{1i}\beta_1 + e_{1i}$	$y_{2i} = \begin{cases} u_{2i}^* & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ 0 & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{2i}^* = x_{2i}\beta_2 + e_{2i}$	$\begin{pmatrix} e_{1i} \\ e_{2i} \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix}\right)$	$\prod_{i=1}^I \left\{ 1 - \Phi(x_{1i}\beta_1) \right\}^{(1-y_{1i})} \left\{ \sigma_2^{-1} \phi(\sigma_2^{-1}(y_{2i} - x_{2i}\beta_2)) \right\}^{y_{1i}} \Phi\left(\frac{(x_{1i}\beta_1 + \sigma_2^{-1}\sigma_{12}(y_{2i} - x_{2i}\beta_2))}{(1-\rho^2)^{1/2}}\right)$
Tobit モデル: type V (内生的スライッテン グ 回 帰 モ デ ル (Maddala, 1983))	$(y_{1i1}, y_{1i2}) = \begin{cases} (1, 0) & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ (0, 1) & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$, where $u_{1i}^* = x_{1i}\beta_1 + e_{1i}$	$y_{2i} = \begin{cases} u_{2i1}^* & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ u_{2i2}^* & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{2ij}^* = x_{2ij}\beta_{2,j} + e_{2ij}$ ($j=1,2$)	$\begin{pmatrix} e_{1i} \\ e_{2i1} \\ e_{2i2} \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & 0 \\ \sigma_{13} & 0 & \sigma_3^2 \end{pmatrix}\right)$	$\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J \left\{ \sigma_j^{-1} \phi(\sigma_j^{-1}(y_{2i} - x_{2ij}\beta_{2,j})) \right\}^{y_{1i}} \left\{ y_{1i2} + (-1)^{y_{1i2}} \Phi\left(\frac{(x_{1i}\beta_1 + \sigma_j^{-1}\sigma_{1j}(y_{2i} - x_{2ij}\beta_{2,j}))}{(1-\rho_j^2)^{1/2}}\right) \right\}^{y_{1i}}$
誤差分布の近似 (Lee, 1983)	$y_{1ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } u_{1ij}^* > \max_{k=1,\dots,J} u_{1ik}^* (k \neq j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ where $u_{1ij}^* = x_{1ij}\beta_{1,j} + e_{1ij}$ ($j=1,\dots,J$)	$y_{2ij} = \begin{cases} u_{2ij}^* & \text{if } u_{1ij}^* > \max_{k=1,\dots,J} u_{1ik}^* (k \neq j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ where $u_{2ij}^* = x_{2ij}\beta_{2,j} + e_{2ij}$ ($j=1,\dots,J$)	$e_{ij}^* \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{12,j} \\ \sigma_{12,j} & \sigma_{2,j}^2 \end{pmatrix}\right)$ $e_{ij}^* = \Phi^{-1}(G(e_{ij}))$	$\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J \left\{ \left(\Phi^{-1}(G(x_{1ij}\beta_{1,j})) + \sigma_{2,j}^{-1}\sigma_{12,j}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j}) \right) \right\}^{y_{1ij}} \left\{ \sigma_{2,j}^{-1} \phi(\sigma_{2,j}^{-1}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j})) \right\}^{y_{1ij}}$
Copula 関数の利用 (Bhat&Eluru, 2009)	$(y_{1i1}, y_{1i2}) = \begin{cases} (1, 0) & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ (0, 1) & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$, where $u_{1i}^* = x_{1i}\beta_1 + e_{1i}$	$y_{2i} = \begin{cases} u_{2i2}^* & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ u_{2i3}^* & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{2ij}^* = x_{2ij}\beta_{2,j} + e_{2ij}$ ($j=2,3$)	採用する Copula 関数に依存 (例えば Bhat and Eluru (2009)参照) ※Gaussian copula を採用した場合、Type V の Tobit モデルに帰着	$\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^2 \left\{ y_{1i1} + (-1)^{y_{1i1}} \Phi\left(\frac{\partial C(\Phi(x_{1i}\beta_1), \Phi(\sigma_{2,j}^{-1}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j})))}{\partial \Phi(\sigma_{2,j}^{-1}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j}))}\right) \right\}^{y_{1i1}} \left\{ \sigma_j^{-1} \phi(\sigma_j^{-1}(y_{2i} - x_{2ij}\beta_{2,j})) \right\}^{y_{1i}}$
ベイズモデル (Fang, 2008)	$y_{1ij} = \begin{cases} 2 & \text{if } u_{1ij}^* > \theta_{h,j} \\ 1 & \text{if } \theta_{l,j} < u_{1ij}^* \leq \theta_{h,j} \\ 0 & \text{if } u_{1ij}^* \leq \theta_{l,j} \end{cases}$ Where $u_{1ij}^* = x_{1ij}\beta_{1,j} + e_{1ij}$ ($j=1,2$)	$y_{2ij} = \begin{cases} u_{2ij}^* & \text{if } u_{1ij}^* > \theta_{l,j} \\ 0 & \text{if } u_{1ij}^* \leq \theta_{l,j} \end{cases}$ where $u_{2ij}^* = x_{2ij}\beta_{2,j} + e_{2ij}$ ($j=1,2$)	$\begin{pmatrix} e_{1i1} \\ e_{1i2} \\ e_{2i1} \\ e_{2i2} \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_{1,1}^2 & \sigma_{1,2} & \sigma_{1,3} & \sigma_{1,4} \\ \sigma_{1,2} & \sigma_2^2 & \sigma_{2,3} & \sigma_{2,4} \\ \sigma_{1,3} & \sigma_{2,3} & \sigma_3^2 & \sigma_{3,4} \\ \sigma_{1,4} & \sigma_{2,4} & \sigma_{3,4} & \sigma_4^2 \end{pmatrix}\right)$	4 変量多変量正規分布に従う尤度関数 (MCMC による計算)

$y_{1\bullet}$: 離散問題の目的変数, $y_{2\bullet}$: 連続問題の目的変数, $u_{1\bullet}$: 離散問題の価値関数, $x_{\bullet}$: 説明変数ベクトル, $\beta_{\bullet}$: 未知パラメータベクトル, $e_{\bullet}$: 誤差項,
 $\theta_{\bullet}$: 閾値パラメータ, $\phi(\bullet)$: 標準正規分布の確率密度関数, $\Phi(\bullet)$: 標準正規分布の分布関数

案されており (Dubin and McFadden, 1984), 先述したロウの恒等式アプローチに基づく離散-連続モデルの多くは, この推定方法を採用している. また, 以下で述べるコピュ関数やベイズ推定を援用することによって, 多項選択に拡張した離散-連続モデルを構築することも可能である.

(5) コピュ関数

上述したように, 誘導型の離散-連続モデルでは, 誤差相関を通じて離散問題と連続問題の依存関係を表現するが, これまで紹介したモデルは, すべて多変量正規分布の分散・共分散構造を通じて依存関係を記述している. ガンベル分布を使用する場合も存在するが, 基本的には正規分布の近似として利用されている. 但し, 正規分布を用いた2変量間の依存関係の記述は, (1) 線形依存の関係を見るに留まり, 非線形な依存関係を表現できないこと, (2) 相関の大きさが対称であり, 相関の大きさが符号に依存しない仮定を設けていること, が問題点として指摘されている (沖本, 2010). 例として, 自動車を保有するかどうかの離散問題とトリップ数の連続問題を扱う離散-連続モデルを考えよう. まず, 自動車を保有しない場合, 自動車を保有しないことによってトリップ発生が制約される可能性があるため, 両変数間に比較的強い依存関係があることが予想される. 一方, 自動車を保有した場合, 当然のことながら保有したことによって強制的にトリップ数を増やす必要があるのではなく, トリップ発生に対する意思決定の自由度が高くなったと解釈するのが自然である. 従って, 自動車を保有する場合には両変数間の依存関係は比較的弱くなる可能性があり, 対称性を仮定した依存構造では現象をうまく記述できない可能性がある.

このような非線形・非対称な変数間の依存関係を表す手法としてコピュ関数を援用する方法がある (Nelsen, 2006). コピュを用いた手法では, 多変量分布を各変数に対する周辺分布と依存構造を表す関数 (コピュ) に分割する. 依存構造を表すコピュ関数として正規コピュ, クレイトンコピュ, ガンベルコピュ, フランクコピュなどがある. 正規コピュを採用した場合には通常のTobitモデルに帰着する. なお, 表-3にはType VのTobitモデルと同様のモデル構造を持つ尤度関数を掲載しているが, Type IIのTobitモデルについても同様の方法で表現できる. ただし, コピュ関数を援用した方法は, 3変量以上への拡張が難しい場合が多く, 多変量間の依存関係をみる場合, 以下に示すベイズ推定を援用したモデリング手法が有用と考えられる.

(6) ベイズ推定の活用

例えば, 複数のモビリティツールの同時保有と各モビ

リティツールの利用回数の関係のモデル化のように, 直面する課題によっては, 複数の離散/連続問題を統一的に扱う離散-連続モデルが必要になる. しかしながら, 3変量以上の誤差共分散構造を持つモデルは, 尤度を定義するための同じ確率密度関数の構造が極めて複雑であり, 推定が困難になることから, これまで実証分析の蓄積が極めて少なかった. これに対し, 近年, MCMCのようなベイズ推定手法の発展に伴い多変量分布を仮定したモデルの推定が容易になってきており, 近年, 交通分野においても多変量型の離散-連続モデルの構築事例が報告されつつある (例えば, Fang, 2008; 小林ら, 2009). 特に, 多変量正規分布や切断された正規分布を誤差構造に用いたモデルであれば, Gibbs Samplingアルゴリズムを比較的容易に実装することができる. これにより, 多次元選択状況であっても, 多様なモデル間の誤差相関を比較的容易に考慮することができる, 極めて自由度の高い離散-連続モデルの構築が可能となっている.

(7) その他の誘導型離散-連続モデル

その他にも, 上述のモデルを拡張/修正した離散-連続モデルが幾つか提案されている. 例えば, Amemiya (1974) は, Type IのTobitモデルを多変量に拡張した多変量Tobitモデルを提案している. また, 両切りのセンサーTobitモデル (Maddala, 1983) は, 2つの財の配分問題を端点解を考慮しながら扱う離散-連続モデルとして解釈することができる (Yamamoto and Kitamura, 1999). また, 正規分布の仮定を緩和する方法としてコピュ関数の利用を挙げたが, その他にも, セミパラメトリックの誤差構造を持つような離散-連続モデルの適用も可能である (Pagan and Ullah, 1999).

なお, 誘導型の離散-連続モデルは, そのモデル構造から, 因果推論やデータ融合などのデータ欠測の問題を取り扱う手法との関連性が深い (星野, 2009). 実際の社会実験のように, 統制された実験環境下での実証分析が困難な場面, すなわち, 偏りのあるデータや欠測のあるデータを使わざるを得ない場面では, 誘導型の離散-連続モデルは有力な分析ツールとなり得る.

4. 構造型及び誘導型離散-連続モデルの関連性

上述のように, 構造型離散-連続モデルと誘導型離散-連続モデルは, それぞれのモデル開発の力点が異なり, 発展の系譜も異なる. 具体的には, 前者は制約条件下での効用最大化理論に基づく資源配分問題としての離散-連続モデルであることを重視する一方で, 後者は現象記述の自由度を高めることを重視してきたモデルといえる. 本章では, 実証分析を行う際にどの離散-連続モデルを採用すべきかについて参考となる情報を整理することを

念頭に、構造型と誘導型の離散-連続モデルの比較分析に関する既往研究や、両者のアイデアを取り入れたモデリング手法について整理する。

(1) 構造型及び誘導型離散-連続モデルの比較

上述したように、キューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルと Type I の Tobit モデル（及びその拡張である多変量 Tobit モデル (Amemiya, 1974)）はモデルの性質が類似しており、例えば Wales and Woodland (1983)によりモデル特性の比較分析が行われている。また、Type I の Tobit モデルは、その他の誘導型離散-連続モデルの基礎となっているため、Wales and Woodland の比較分析を参考に比較の対象を拡大することが可能と考えられる。以下では、まず Wales and Woodland の研究を概観し、次に、その他の構造型離散-連続モデルと誘導型離散-連続モデルとの関連性について言及する。

Wales and Woodland は、キューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルと Type I の多変量 Tobit モデルの重要な相違点として、誤差項の解釈を挙げている。具体的には、前者は、純粋に効用関数における個人間の選好の異質性を表現するのに対し、後者は、確率的に効用の最大化が達成されなかったりデータの観測誤差があることを表現する誤差項であると指摘している。また、Morisugi and Le (1994) 及び Morisugi et al. (1996) を以外のロワの恒等式に基づく需要関数の導出モデル（表-1）は、誤差項の存在により非負制約を満たすことができないため、負の値をとる財に対して切断型の分布を適用する Tobit 型のモデリングによって対処せざるを得ず、(1) 負の値をとる財への配分を 0 と置き換えることにより、資源制約条件を満たさなくなること、(2) その結果、他の財の需要関数も再度定義せざるを得ないこと、を指摘している。以上のことから、Wales and Woodland はマイクロ経済理論に整合的なモデルを構築する場合、キューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルを採用することが望ましいと結論付けている。

このように、ロワの恒等式に基づく離散-連続モデルや、誘導型の離散-連続モデルが（Wales and Woodland (1983)の指摘する意味で）マイクロ経済理論に完全には整合的ではない半面、これらのモデリング手法を積極的に採用すべきと考えられる場面も存在する。特に、ロワの恒等式を用いた離散-連続モデルや誘導型の離散-連続モデルは、Type I の Tobit モデルを基盤とするものであり、3 章にて紹介した様々なタイプの離散-連続モデルへの拡張が可能である。例えば、Type II の Tobit モデルに拡張し、離散問題と連続問題の評価関数を個別に設定することが可能である。ここでは、その利点が明確となるように、買物活動への時間配分を例に両者のモデルを比較する。買物先へのアクセスが便利な地域に住む個人は、

買物の頻度は高いが一回当たりの買物時間が短くなる一方で、買物が不便な地域に住む個人は、買物の頻度は低いが一回当たりの買物時間は長い（まとめ買い）ことが予想できる。このことは、離散問題の評価関数は前者の方が後者よりも高くなることを示唆している一方、連続問題の評価関数は前者の方が後者よりも低くなることを示唆している。このような行動実態に対して、離散問題と連続問題に同一の評価関数を使用するキューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルを適用すると、上記の買物行動の特徴を記述することができないという問題が生じる。従って、買物行動のように離散問題と連続問題の評価関数が異なることが予想される状況下においては、行動論的な解釈が可能な Type II 型の離散-連続モデルを採用する方が望ましいものと考えられる。その反面、当然のことながら、時間制約下における効用最大化問題として時間配分問題を定式化することも意味があるものと考えられる。

以上のことから、厳密にマイクロ経済理論に従う離散-連続モデルと、統計的なモデリングを下敷きとした離散-連続モデルの折衷案ともいえるモデルが提案されてきている。

(2) ミクロ経済理論を踏まえた誘導型離散-連続モデル

折衷案型の離散-連続モデルは、(1) ロワの恒等式により需要関数を導出し、その後、誘導型の離散-連続モデルの手法を適用する方法、(2) 端点解を考慮しない効用最大化問題を解くことにより連続問題の需要関数を導出し、事後的に離散問題を導入する方法、に大別される。これにより、マイクロ経済理論を踏まえた誘導型の離散-連続モデルが構築可能である。例えば Kitamura (1984) は、時間配分問題を対象に、(1) 効用最大化問題をラグランジュの未定係数法により解き需要関数を導出し、(2) 各財を消費するかどうかを表現する 2 項プロビットモデルを導入することにより離散選択を表現し、(3) 連続問題 (1) 及び離散問題 (2) の関連性を Type II の Tobit モデルを援用することにより記述する時間配分モデルを構築している。このようなモデルの展開は、マイクロ経済理論に厳密な意味で整合的ではないものの、実適用上はマイクロ経済的な解釈が可能であるとともに、キューンタッカー条件に基づくモデルに比べてより自由度の高い現象記述が可能となるため、対象とする事象によっては適切なモデリングと考えてよいものと思われる。ただし、経済評価への適用といった場面においては、できる限り厳密にマイクロ経済理論に従う離散-連続モデルを構築することが肝要であり、この意味では、折衷案型のモデリングは行動モデルや予測モデルとして利用することが望ましいものと考えられる。

5. おわりに

本研究では、(1) ミクロ経済理論から演繹的に導出される構造型の離散-連続モデル、及び、(2) 現象記述の自由度を高めることに主眼を置いた誘導型の離散-連続モデルのレビューを行った。レビューより、(a) 厳密にミクロ経済理論に基づいた離散-連続モデルを構築する際はキューンタッカー条件に基づくモデル導出が望ましいこと、(b) 現象記述の自由度の観点からは誘導型の各種離散-連続モデルが優れていること、(c) 厳密ではないもののミクロ経済理論を踏まえつつ現象記述の自由度を高める折衷案型の離散-連続モデルを構築することも可能であること等を指摘した。どの離散-連続モデルを採用すべきかは対象とする事象に依存するものの、一般的には、交通行動の記述や需要予測、不完全観測下での行動モデルの構築に主眼を置く場合、誘導型の離散-連続モデルが、理論との整合性が問われる経済評価に主眼を置く場合、構造型の離散-連続モデルが望ましいものと考えられる。

なお、交通分野における離散-連続モデルの適用事例として、(1) 駐車場選択(例えば、室町ら, 1993; 三輪ら, 2009)、(2) 時間利用行動(例えば、Kitamura, 1984; 藤井ら, 1999; Yamamoto and Kitamura, 1999; 福田ら, 2003; Bhat, 2005; Kato, 2007; 力石ら, 2008; Bhat, 2008; Chikaraishi et al., 2010; Zhang et al., 2012)、(3) 自動車保有・利用行動(例えば、Train, 1986; Kitamura, 1987; De Jong, 1990; De Jong, 1996; Rouwendal and Pommer, 2004; Bhat and Sen, 2006; Fang, 2008; 小林ら, 2009; Spissu et al., 2009)、(4) 土地利用/住環境と交通行動の依存関係の記述(例えば、Greenwald, 2003; Schwanen, T., Mokhtarian, 2005; Pinjari et al., 2007; Bhat and Guo, 2007)、(5) 目的地選択と目的地での行動(例えば、Morisugi and Le, 1994; Morisugi et al., 1996; 溝上ら, 1997; 森川ら, 1999)、(6) 観測時のバイアスが想定される状況下における行動モデルの構築(例えば、Kitamura and Bovy, 1987; Kitamura et al., 1993; 山本・高橋, 2008)などが挙げられ、極めて多様な現象に対して離散-連続モデルが適用されていることが伺える。さらに、自宅内及び自宅外のエネルギー消費の総合的な制御を念頭に置いた離散-連続モデルの構築など、複数分野にまたがる現象を扱う適応事例も見られる(例えば、Yu et al., 2012)。本稿では、離散-連続モデルの理論的側面を主に取り扱ってきたが、発表時には交通分野及びその周辺の問題への適用事例に関するレビューを併せて報告する予定である。

参考文献

- 1) Amemiya, T. (1974) Multivariate regression and simultaneous equation models when the dependent variables are truncated normal. *Econometrica* 42, 999-1012.
- 2) Amemiya, T. (1985) *Advanced Econometrics*, Harvard University Press.
- 3) Bhat, C.R. (2005) A multiple discrete-continuous extreme value model: formulation and application to discretionary time-use decisions. *Transportation Research Part B: Methodological* 39, 679-707.
- 4) Bhat, C.R., Sen, S. (2006) Household vehicle type holdings and usage: an application of the multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model. *Transportation Research Part B: Methodological* 40, 35-53.
- 5) Bhat, C.R., Guo, J.Y. (2007) A comprehensive analysis of built environment characteristics on household residential choice and auto ownership levels. *Transportation Research Part B: Methodological* 41, 506-526.
- 6) Bhat, C.R. (2008) The multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model: Role of utility function parameters, identification considerations, and model extensions. *Transportation Research Part B: Methodological* 42, 274-303.
- 7) Bhat, C.R., Eluru, N. (2009) A copula-based approach to accommodate residential self-selection effects in travel behavior modeling. *Transportation Research Part B: Methodological* 43, 749-765.
- 8) Chikaraishi, M., Zhang, J., Fujiwara, A., Axhausen, K. W. (2010) Exploring Variation Properties of Time Use Behavior Based on a Multilevel Multiple Discrete-Continuous Extreme Value Model. *Transportation Research Record*, 2156, 101-110.
- 9) de Jong, G.C. (1990) An indirect utility model of car ownership and private car use. *European Economic Review* 34 (5), 971-985.
- 10) de Jong, G.C. (1996) A disaggregate model system of vehicle holding duration, type choice and use. *Transportation Research Part B: Methodological* 30 (4), 263-276.
- 11) Dubin, J.A., McFadden, D.L. (1984) An econometric analysis of residential electric appliance holdings and consumption. *Econometrica* 52 (2), 345-362.
- 12) Fang, H.A. (2008) A discrete-continuous model of households' vehicle choice and usage, with an application to the effects of residential density. *Transportation Research Part B: Methodological* 42 (1), 736-758.
- 13) Greenwald, M.J. (2003) The road less traveled: new urbanist inducements to travel mode substitution for nonwork trips. *Journal of Planning Education and Research* 23, 39-57.
- 14) Hanemann, W.M. (1984) Discrete/continuous models of consumer demand. *Econometrica* 52 (3), 541-562.
- 15) Heckman, J. (1979) Sample selection bias as a specification error. *Econometrica* 47, 153-161.
- 16) Kato, H. (2007) Valuation of leisure time on non-work days estimated with the discrete-continuous analysis: Empirical case study of Tokyo. *Proceedings of the 12th International Conference of Hong Kong Society for Transportation Studies*, 245-254.
- 17) Kim, J., Allenby, G.M., Rossi, P.E. (2002) Modeling consumer demand for variety. *Marketing Science* 21, 229-250.
- 18) Kitamura, R. (1984) A model of daily time allocation to discretionary out-of-home activities and trips. *Transportation Research Part B: Methodological* 18, 255-266.
- 19) Kitamura, R., Bovy, P.H.L. (1987) Analysis of attrition biases and trip reporting errors for panel data. *Transportation Research Part B: Methodological* 21, 255-266.

- tion Research Part A: Policy and Practice 21, 287-302.
- 20) Kitamura, R. (1987) A panel analysis of household car ownership and mobility. *Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers* 383, 13-27.
 - 21) Kitamura, R., Pendyala, R.M., Goulias, G., (1993) Weighting methods for choice-based panels with correlated attrition and initial choice, in: Daganzo, C.F. (Ed.), *Transportation and Traffic Theory*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
 - 22) Lee, L.-F. (1983) Generalized econometric models with selectivity. *Econometrica* 51, 507-512.
 - 23) Maddala, G. S. (1983) *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press.
 - 24) Morisugi, H., Le, D.H. (1994) Logit model and gravity model in the context of consumer behavior theory. *Journal of Infrastructure Planning and Management* 488 (IV-23), 111-119.
 - 25) Morisugi, H., T. Ueda, Le, D.H. (1995) GEV and nested logit models in the context of classical consumer theory. *Journal of Infrastructure Planning and Management* 506 (IV-26), 129-136.
 - 26) Nelsen, R.B. (2006) *An Introduction to Copulas*, 2nd edition, Lecture Notes in Statistics, Springer.
 - 27) Pagan, A., Ullah, A. (1999) *Nonparametric Econometrics*, Cambridge University Press.
 - 28) Pinjari, A.R., Pendyala, R.M., Bhat, C.R., Waddell, P.A. (2007) Modeling residential sorting effects to understand the impact of the built environment on commute mode choice. *Transportation* 34, 557-573.
 - 29) Pinjari, A.R., Bhat, C. (2010) A multiple discrete-continuous nested extreme value (MDCNEV) model: Formulation and application to non-worker activity time-use and timing behavior on weekdays. *Transportation Research Part B: Methodological* 44, 562-583.
 - 30) Rouwendal, J., Pommer, J. (2004) An indirect utility model of multiple car ownership and use. *Tinbergen Institute Discussion Papers*.
 - 31) Schwanen, T., Mokhtarian, P.L. (2005) What if you live in the wrong neighborhood? The impact of residential neighborhood type dissonance on distance traveled. *Transportation Research Part D: Transport and Environment* 10, 127-151.
 - 32) Spissu, E., Pinjari, A.R., Pendyala, R.M., Bhat, C.R. (2009) A copula-based joint multinomial discrete-continuous model of vehicle type choice and miles of travel. *Transportation* 36, 403-422.
 - 33) Tobin, J. (1958) Estimation of relationships for limited dependent variables. *Econometrica* 26, 24-36.
 - 34) Train, K.E. (1986) *Qualitative Choice Analysis: Theory, Econometrics and An Application to Automobile Demand*. MIT Press, Cambridge.
 - 35) Wales, T.J., Woodland, A.D. (1983) Estimation of consumer demand systems with binding non-negativity constraints. *Journal of Econometrics* 21, 263-285.
 - 36) Yamamoto, T., Kitamura, R. (1999) An analysis of time allocation to in-home and out-of-home discretionary activities across working days and non-working days. *Transportation* 26, 211-230.
 - 37) Yu, B., Zhang, J., Fujiwara, A. (2011) Representing in-home and out-of-home energy consumption behavior in Beijing. *Energy Policy* 39, 4168-4177.
 - 38) Zhang, J., Xu, L., Fujiwara, A. (2012) Developing an integrated scobit-based activity participation and time allocation model to explore influence of childcare on women's time use behaviour. *Transportation* 39, 125-149.
 - 39) 沖本竜義 (2010) 経済・ファイナンスデータの計量時系列分析, 朝倉書店.
 - 40) 北村行伸 (2009) ミクロ計量経済学入門, 日本評論社.
 - 41) 小林迪子, 福田大輔, 兵藤哲朗, 田中倫英 (2009) 離散-連続モデルを用いた世帯の自動車複数保有・利用構造の分析, 土木計画学研究・講演集 39 (CD-ROM).
 - 42) 佐野紳也 (1990) 質的選択分析-理論と応用, 財団法人三菱経済研究所.
 - 43) 力石真, 藤原章正, 張峻屹, 塚井誠人 (2008) 過疎地域における活動抵抗を内生的に取り入れた時間配分モデルの開発, 都市計画論文集 43, 835-840.
 - 44) 福田大輔, 吉野広郷, 屋井鉄雄, イルワン プラセティヨ (2003) 休日のアクティビティに着目した活動時間価値の推定方法に関する研究. 土木学会論文集 737 (IV-60), 211-221.
 - 45) 藤井聡, 北村隆一, 熊田善亮 (1999) 交通需要解析のための所得制約・自由時間制約下での消費行動のモデル化. 土木学会論文集 625 (IV-44), 99-112.
 - 46) 星野崇宏 (2009) 調査観察データの統計科学: 因果推論・選択バイアス・データ融合, 岩波書店.
 - 47) 溝上章志, 柿本竜治, 竹林秀基 (1997) 地域間物流の輸送手段/ロットサイズ同時予測への離散-連続モデルの適用可能性. 土木計画学研究・論文集 14, 535-542.
 - 48) 三輪富生, 山本俊行, 森川高行 (2008) 駐車場所一駐車時間選択行動への離散-連続選択モデルの適用と駐車料金施策分析. 都市計画論文集 43, 34-41.
 - 49) 室町泰徳・原田昇・太田勝敏 (1993) 都心商業地域における駐車料金システム改善に関する研究. 都市計画論文集 28, 109-114.
 - 50) 森川高行, 佐々木邦明, 山本尚央 (1999) 離散連続モデルによる年間観光日数・旅行形態の分析と観光行動の地域差に関する研究. 土木学会論文集 618 (IV-43), 61-70.
 - 51) 山本俊行, 高橋真人 (2008) フォローアップ調査の無回答者を考慮した TFP 調査の施策効果の分析. 土木計画学研究・講演集 38 (CD-ROM).

(2012. 8. 3 受付)

A REVIEW ON DISCRETE-CONTINUOUS MODELS

Daisuke FUKUDA and Makoto CHIKARAISHI

This study presents a comprehensive review on discrete-continuous models. Particularly, we classify discrete-continuous models into (1) structural type models derived from microeconomic theory and (2) reduced-form models which mainly focus on detailed behavior descriptions in terms of data fitting, and sort out the features of these models. Although the model selection may depend on what kind of phenomena we deal with, we generally argue that (1) Kuhn-Tucker modeling approach might be preferable when the first priority of the analysis should be on the consistency with microeconomic theory, (2) reduced-form models might be preferable when we try to develop higher accurate behavioral models or behavioral models with the data potentially having observation bias, (3) a compromise discrete-continuous models between structural and reduced-form models can also be developed.