

# 非斉次ポアソン混合分布モデル： コンクリートの剥離・剥落発生事象への適用

小濱健吾<sup>1</sup>・貝戸清之<sup>2</sup>・小林潔司<sup>3</sup>・福田泰樹<sup>4</sup>

<sup>1</sup>学生会員 京都大学大学院 工学研究科 都市社会工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)

E-mail: obama.kengo.63m@st.kyoto-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>3</sup>フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院 経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

<sup>4</sup>学生会員 大阪大学大学院 工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: t-fukuda@civil.eng.osaka-u.ac.jp

本研究では、床版かぶりコンクリートの剥離・剥落発生過程を数え上げ過程としてモデル化する。その際剥離・剥落発生を要因を時間に定常な要因（時間非依存要因）、時間に非定常な要因（時間依存要因）に区別し、それぞれを考慮したモデルの構築を行う。具体的にはポアソン発生モデルを基に、時間に非定常な剥離・剥落過程を到着率がワイブル分布に従う非斉次ポアソン発生モデルとして定式化したのち、ポアソン発生モデル、非斉次ポアソン発生モデルの両方を考慮した混合分布モデル（非斉次ポアソン混合分布モデル）を定式化する。さらに、実際の高速道路へ適用することで提案したモデルの有効性を実証的に検証する。

**Key Words** : *homogeneous/non-homogeneous Poisson process, mixture model, peeling/falling of concrete, EM algorithm*

## 1. はじめに

近年、社会基盤施設の老朽化に伴い、補修・補強等の対策を要する構造物が急増している。特に、施設の構造安全性への影響は小さくとも、第三者被害の可能性を有するような損傷現象に対しては、早急な対策を講じる必要がある。構造物管理者は、このような損傷現象を未然に防ぐために定期的に目視点検を行い、社会基盤施設の安全確保に努めている。しかし一方で、社会基盤施設の維持管理において、点検費用が占める割合は少なくなく、安全性の確保を前提としながらも、維持管理業務の効率化に配慮した点検・補修のあり方を検討する必要がある。

通常、社会基盤施設に対する目視点検は一定の時間間隔ごとに実施されるために、点検費用は損傷の有無に拘わらず固定的に発生する。一方で、単位期間中に発生する損傷の発見確率は多様に変動する。また、社会基盤施設の点検頻度を増やすほど、損傷箇所に対して迅速かつ予防的な対策を講じることができ、損傷を長時間放置するリスクは小さくなる。これと対照的に、高頻度の点検は点検費用の増加を招き、結果的に維持管理費用が増加してしまう可能性がある。損傷の発生リスクと構造物に対する点検費用とのトレードオフ問題を解くためには、構造物の損傷発生過程をモデル化

することが不可欠である。

一方、構造物の損傷発生過程に対しては、他の劣化事象によりその発生数が増加することが考えられる。そのため、同一の点検間隔を設定しても、構造物の供用年数とともに損傷発生数が多くなる場合も考えられる。さらには、時間の影響が各損傷事象に対してどの程度寄与しているかという問題も生じる。損傷の発生リスクに対して同一のリスク水準で点検を行うためには、各損傷事象に対する時間依存性を視覚化し、その上で供用年数に応じた損傷発生過程のモデル化が必要となる。

本研究では、高速道路の橋梁床版のかぶりコンクリートの剥離・剥落を具体的な対象とする。はじめに、剥離・剥落の発生過程を数え上げ過程としてポアソン過程を適用する。その際、各事象が時間に依存して発生する剥離・剥落過程を到着率がワイブル分布に従い増加するような非斉次ポアソン分布<sup>1),2)</sup>としてモデル化する。さらに、目視点検データにおける各剥離・剥落発生過程の時間依存性を判断するために、時間に定常なポアソン分布、時間依存性のある非斉次ポアソン分布の両方を同時考慮した混合分布モデルとしてモデル化し、目視点検データを用いて非斉次ポアソン混合分布モデルを推計する手法を提示する。以上のモデルを実際の目視点検データに基づいて推計することにより、対象道路区間における床版かぶりコンクリートの剥離・

剥落発生確率を定量的に評価するとともに、剥離・剥落の発生要因に関して統計的考察を加える。

以下、2. で本研究の基本的な考え方を説明する。3. では斉次ポアソン発生モデル、非斉次ポアソン発生モデルを、4. では、以上の二つのモデルを混合した、非斉次ポアソン混合分布モデルを定式化するとともに、実際の目視点検データより非斉次ポアソン混合分布モデルを推計する手法としてEMアルゴリズムを基本としたアルゴリズムを記述する。さらに5. で高速道路の橋梁床版のかぶりコンクリートの剥離・剥落の発生現象を対象とした適用事例を示す。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) 目視点検に基づく統計的劣化予測

社会基盤施設におけるアセットマネジメントを実務とする上では劣化予測や、第三者被害に関するリスクの視覚化が重要な問題となる。本研究で着目する床版かぶりコンクリートの剥離・剥落の要因としては、ひび割れ、塩害や中性化に起因する鉄筋腐食、床版の疲労破壊、施工の不具合（かぶりの不足）等が指摘されている。さらに塩害<sup>3)–5)</sup>や中性化<sup>6)–8)</sup>の発生メカニズムや予測に関する解析的、実験的検討や、疲労破壊メカニズム<sup>9)–11)</sup>に関する力学的検討、具体的には各種の室内試験および実橋調査<sup>12)–15)</sup>が実施されている。一方、目視点検等による点検データは、定期的な巡回、点検により蓄積されておりその数は膨大である。さらに実際に補修時期・工法等に関しては現場で蓄積される点検データを用いて判断されることが多い。統計的劣化予測手法は、これらの点検データから数値上の規則性や性質を見出し、点検データに基づく定量的かつ客観的な知識へと変換する。したがって、統計的劣化予測手法では経験的に得られた目視点検等の劣化情報を十分に活用し、補修時期やリスク管理等の意思決定に関して合理的かつ効率的な解を与えることができる。

統計的劣化予測手法については数多くの研究事例が存在する。例えば、マルコフ劣化ハザードモデル<sup>16)</sup>は目視点検データの健全度情報から、個々の劣化事象における管理限界（期待寿命）を算出する。一方、ポアソン発生モデル<sup>2)</sup>は劣化、損傷事象を取り上げ、その数をポアソン分布により表現することで、損傷事象の発生数を予測することが可能となる。これらのモデルでは、膨大な劣化過程に関する情報を集計し、施設固有の構造・環境条件を説明変数として採用できるため、個々の施設の劣化予測を行うことが可能である。以上のような統計的分析手法を用いて平均的な劣化やその他事象を表現することは可能となるが、単一の確率モデルを用いた場合、あくまで平均的な予測に留まり、施設個々

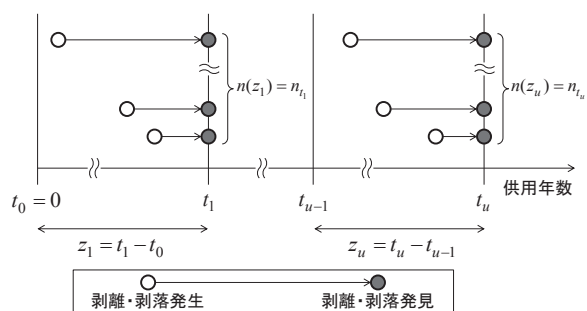


図-1 剥離・剥落の発生過程

を対象としたマイクロレベルの意思決定に対する統計的劣化予測手法の弊害となっている。

そこで、複数の確率分布を考慮したモデルが提案されている。例えば、個々の施設に対して構造条件、環境条件を考慮してもなお存在する劣化要因（異質性）をガンマ分布で表現した混合マルコフ劣化ハザードモデル<sup>22)</sup>、ランダム比例ポアソン発生モデル<sup>23)</sup>などがあげられる。以上のようなモデルを用いることで施設全体を対象とした意思決定から各管理単位を対象としたマイクロレベルの意思決定を可能にするとともに、今まで、実務経験や土木技術者が勘として培ってきたような知識（暗黙知）をより客観的な知識（形式知）へと変換することが可能となる。

本研究で対象とする橋梁床版かぶりコンクリートの剥離・剥落の発生予測に関しては点検時点で発生する剥離・剥落数をポアソン分布で表現したポアソン発生モデルの適用がなされている。ポアソン発生モデルにより、かぶりコンクリートの剥離・剥落に関して各床版の構造条件、環境条件を特性変数として考慮し、任意の点検間隔における剥離・剥落数を予測することが可能となる。一方、剥離・剥落の要因に関しては、以上のような構造条件、環境条件に加え、コンクリートの疲労、鉄筋腐食等の時間によって変化するような要因も内在している。このような場合、点検間隔が同様の場合でも剥離・剥落数が増加するような場合も考えられる。しかしながら、通常の見視点検から剥離・剥落がどちらの要因により発生しているかを判断することは困難である。本研究では、時間に定常な剥離・剥落を（斉次）ポアソン発生モデルで、時間に非定常な剥離・剥落を非斉次ポアソン発生モデルで定式化したのち、以上の発生モデルを混合分布により表現した非斉次ポアソン混合分布モデルとしてモデル化する。

### (2) 橋梁の目視点検スキーム

橋梁に対する目視点検は定められた点検間隔により実施される。本研究で対象とする床版かぶりコンクリー

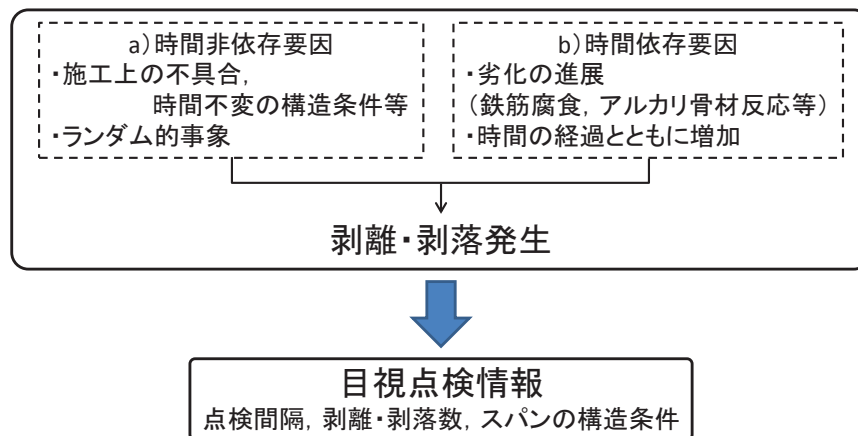


図-2 目視点検の取得情報

トの剥離・剥落は多数ある点検項目の一つである。点検結果として、個々の剥離・剥落に関する情報が点検台帳に記録され、損傷度が判定される。その一方で、剥離・剥落に対する補修行為については、橋梁径間を基本として意思決定がなされる。したがって、剥離・剥落に対する維持管理を行う上では、橋梁スパン単位で生じる剥離・剥落の総数に対する発生過程をモデル化することが重要である。いま、図-1に任意の橋梁スパンを対象とした剥離・剥落の発生過程と目視点検スキームを図示している。

時刻  $t$  は橋梁スパンの供用開始からの経過時間を表す。以下、経過時間のことを「時刻」と呼ぶ。

ここである床版スパンを考える。同スパンの総点検回数は  $u$  とする。さらに供用が開始された時刻を  $t_0$  とし、 $u$  回目の点検が行われた時刻を  $t_u$  とする。ここでは  $t_0, t_1, t_{u-1}, t_u$  に着目する。ある点検時刻から次の点検時刻までの期間を点検間隔  $z$  と定義する。例えば、1 回目の点検間隔  $z_1$  は  $t_1 - t_0$  である。簡単のために、橋梁の点検を通して剥離・剥落が観測されれば、直ちに処理、補修されると考える。目視点検では個々の不具合が発生した時刻を把握することはできない。しかし、時刻  $t_1, t_2, \dots, t_u$  で目視点検を行い点検間隔  $z_1, z_2, \dots, z_u$  の間に発生した剥離・剥落の総数がそれぞれ  $n_{t_1}, n_{t_2}, \dots, n_{t_u}$  個であったという情報のみを床版スパンごとに取得することができる。ここで、コンクリートの剥離・剥落数  $n(z)$  を任意の点検間隔  $z$  ( $0 \leq z < \infty$ ) で離散値をとる確率変数であるとする。このとき、剥離・剥落数  $n(z)$  は到着率を  $\lambda$  ( $\lambda > 0$ ) としたポアソン過程に従うと考えることができる。ポアソン過程は定常性、独立性を有しており、剥離・剥落が発生する確率はどの時間帯でも同じであり、任意の時刻  $t$  に対して無関係であることを仮定している。つまり、ポアソン発生モデルではコンクリートの剥離・剥落数は点検間

隔のみ依存し、橋梁の供用年数や、それまでの剥離・剥落数等に依存しないことを前提としている。

一方で、床版コンクリートの剥離・剥落は内部の鉄筋腐食やアルカリ骨材反応等の劣化進展に起因して増加すると考えられているケースも存在する。このようなケースの場合、ポアソン発生モデルで仮定する時間定常性、独立性は成立しない。例えば、 $t_1, t_u$  のそれぞれの点検間隔  $z_1, z_u$  が同じであっても  $n_{t_u}$  は、 $n_{t_1}$  より増加傾向にある場合が生じる。そこで、本研究では以上のような剥離・剥落発生への到着率  $\lambda$  の時間依存性をワイブル分布で表現した非斉次ポアソン発生モデルを定式化する。

### (3) 目視点検と取得情報

図-2に剥離・剥落の発生過程と目視点検によって取得できる情報を示す。ここで、橋梁床版コンクリートの剥離・剥落過程が a) 非時間依存要因、b) 時間依存要因の二つによって説明されると考える。a) 非時間依存要因とは、構造条件、例えば支間長、平均交通量や施工の不具合など、時間に依存しない条件によってランダムに発生する剥離・剥落過程の要因である。b) 時間依存要因とは、以上の要因に加え、床版コンクリートの供用による劣化進展、例えば鉄筋腐食、アルカリ骨材反応などの工学的な要因である。床版コンクリートの剥離・剥落はこれら a), b) の要因により生じていると考えることができる。しかし、通常の日視点検では、定期的な点検によりこれらの剥離・剥落を発見し、処理を行ったものについて集計するに留まる。各橋梁スパンに生じた剥離・剥落の要因を把握することは、剥離・剥落リスクを考慮した点検間隔の設定や、橋梁スパンの補修時期の決定などの維持管理計画を立案する上で非常に有用な情報となる。もちろん詳細な検査を行うことで、当該の剥離・剥落がどちらの要因に依る

ものであるかということの判別することは可能であるが、膨大な目視点検データに対して一つずつこれらの損傷要因を判別することは非効率的であり、ほぼ不可能である。一方で、劣化事象（例えば遊離石灰や、ひび割れなど）をマルコフ劣化ハザードモデルで、剥離・剥落過程を通常のポアソン発生モデルで表現したポアソン隠れマルコフモデル<sup>24)</sup>の開発により剥離・剥落過程が劣化の進展とともに増加するような現象を表現することも可能であるが、一つの劣化事象に着目した上での剥離・剥落に限定されること、また目視点検による健全度情報に基づいた推定であるため、剥離・剥落発生数の経時的な変化を捉えることはできない。さらに、全ての床板に対して同様の剥離・剥落過程を仮定するため、要因別に区別することは不可能である。そこで本研究では、a) 非時間依存要因、b) 時間依存要因が混在する剥離・剥落過程を時間に定常なポアソン分布（斉次ポアソン分布）、時間に非定常なポアソン分布（非斉次ポアソン分布）の2つの混合分布を考慮した、ポアソン混合分布モデルを定式化し、2種類の要因による剥離・剥落過程の表現を試みる。

### 3. 斉次・非斉次ポアソン発生モデル

#### (1) モデルの定式化

いま、ある径間  $i$  ( $i = 1, \dots, I$ ) に着目する。図-1に示すように、 $u$  回の点検が実施がなされており、0 回目と1 回目の点検間隔が  $z_1 = t_1 - t_0$  と  $u - 1$  回目と  $u$  回目の点検間隔が  $z_u = t_u - t_{u-1}$  を考える。このとき、剥離・剥落数は時間に依存しないと考えると、点検間隔  $z_1, z_u$  の径間  $i$  の剥離・剥落発生数の確率分布  $n(z_1)$  と  $n(z_u)$  は同じポアソン分布に従う。このとき、 $n$  個の剥離・剥落が観測される確率は点検間隔  $z$  にのみ依存する斉次ポアソン分布

$$P_{O1}(n(z)) = n! \lambda_i^n \exp(-\lambda_i z) \quad (1)$$

で表される。ただし、 $\lambda_i$  は、剥離・剥落の要因となると考えられる構造条件や使用・環境条件を表す特性変数ベクトル  $\mathbf{x}_i = (x_{1,i}, \dots, x_{M,i})$  ( $x_{m,i}$  ( $m = 1, \dots, M$ ) は径間  $i$  の  $m$  番目の特性変数の観測値) と未知パラメータベクトル  $\boldsymbol{\beta}_1 = (\beta^1, \dots, \beta^M)$  を用いて、

$$\lambda_i = \lambda(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}_1) = \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}_1') \quad (2)$$

として表される。ここで「 $'$ 」は転置操作を示す。

一方で、劣化の進展により剥離・剥落数が変化する場合、すなわち径間  $i$  の剥離・剥落が時間依存要因により発生している場合を考える。このとき任意の時刻  $t$  に関する到着率を、 $\mu_i = \mu_i(t)$  とする。さらに、局所時間に依存する到着率  $\mu_i(t)$  が  $[0, t]$  で積分可能である

とすると、

$$\Lambda_i(t) = \int_0^t \mu_i(\tau) d\tau \quad (3)$$

と表現できる。 $\Lambda_i(t)$  は積分区間  $[0, t]$  における平均発生個数を意味することから平均値関数と呼ばれる。式(1)の斉次ポアソン分布においては  $\lambda_i z$  に相当する。

いま、再び図-1に示すように径間  $i$  に対する  $u$  回目の点検で時刻  $t_u$  と  $t_{u-1}$  ( $t_u > t_{u-1}$ ) という2つの局所時点と、点検間隔  $z_u$  ( $z_u = t_u - t_{u-1}$ ) が与えられている場合を考える。このとき、局所時点  $t_u$  における径間  $i$  の剥離・剥落数は、前回点検時点  $t_{u-1}$  と当該期の点検間隔  $z_u = t_u - t_{u-1}$  を用いて  $n(t_{u-1} + z_u)$  により表される。前回点検時点  $t_{u-1}$  で剥離・剥落数が0になっていることを踏まえ、時点  $t_u = t_{u-1} + z_u$  に径間  $i$  で  $n_{t_u}$  個の剥離・剥落が観測される確率を考えると、

$$\begin{aligned} P(n(t_{u-1} + z_u) - n(t_{u-1}) = n_{t_u} | \mu_i(t)) \\ &= \frac{\{\Lambda_i(t_{u-1} + z_u) - \Lambda_i(t_{u-1})\}^{n_{t_u}}}{n_{t_u}!} \\ &\quad \exp\left[-\{\Lambda_i(t_{u-1} + z_u) - \Lambda_i(t_{u-1})\}\right] \\ &= \frac{\left\{\int_{t_{u-1}}^{t_{u-1} + z_u} \mu_i(\tau) d\tau\right\}^{n_{t_u}}}{n_{t_u}!} \\ &\quad \exp\left\{-\int_{t_{u-1}}^{t_{u-1} + z_u} \mu_i(\tau) d\tau\right\} \quad (4) \end{aligned}$$

となり、ポアソン発生モデルを非斉次に拡張した表現となっている。本研究では具体的な  $\mu_i(t)$  として、

$$\begin{aligned} \mu_i(t) &= \mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}_2, t) \\ &= \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}_2') \cdot \alpha t^{\alpha-1} \quad (5) \end{aligned}$$

を与える。 $\alpha$  は時間依存性を表す未知パラメータであり、ワイブル分布における加速度パラメータを表している。 $\alpha$  が1より大きい場合には、時間の経過に伴う剥離・剥落発生数の増加を表現できる。

ここで、 $\mu_i(t)$  の非時間依存成分を  $\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}_2)$  として式(4)を整理すると、

$$\begin{aligned} P_{O2}(n(z_u) = n_{t_u} | \mu_i(t)) \\ &= \frac{(\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}_2) \xi_t)^{n_{t_u}}}{n_{t_u}!} \exp(-\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}_2) \xi_t) \quad (6) \end{aligned}$$

と表現できる。なお、

$$\xi_t = \xi(t_u, z_u, \alpha) = (t_{u-1} + z_u)^\alpha - t_{u-1}^\alpha \quad (7)$$

である。以下、式(6)を非斉次ポアソン発生モデルと呼ぶこととする。式中の  $n_{t_u}$ ,  $z_u$ ,  $t_u$  が既知であり、 $\mu(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}_2)$ ,  $\xi_t$  が未知パラメータとなる。加速度パラメータ  $\alpha$  が加わったことによって、剥離・剥落過程の要因だけでなく、供用期間の経過に伴った到着率の時間依存性を分析することが可能となる。式(4), (6)から明らかのように、加速度パラメータ  $\alpha = 1$  の場合は到着率が時間依存しない定常ポアソン発生モデルに帰着する。

また、供用開始時点  $t_0$  から前回点検時点  $t_{u-1}$  と点検間隔  $z_u$  の経過後に、径間  $i$  で把握することができる剥離・剥落の期待値  $E[n_{t_u} | \mathbf{x}_i, t_u, z_u]$  と分散  $V[n_{t_u} | \mathbf{x}_i, t_u, z_u]$  は、

$$E[n_{t_u} | \mathbf{x}_i, t_u, z_u] = \mu(\mathbf{x}_i, \beta_2) \xi(t_u, z_u, \alpha) \quad (8a)$$

$$V[n_{t_u} | \mathbf{x}_i, t_u, z_u] = \mu(\mathbf{x}_i, \beta_2) \xi(t_u, z_u, \alpha) \quad (8b)$$

と表される。

## (2) 斉次・非斉次ポアソン発生モデルの推計

目視点検の結果、合計  $K$  個の点検サンプル情報が得られたとする。点検サンプル  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) の情報  $\mathbf{e}^k$  を、

$$\mathbf{e}^k = (\bar{n}^k, \bar{z}^k, \bar{t}^k, \bar{\mathbf{x}}_{i(k)}) \quad (9)$$

と表す。ここで、 $\bar{n}^k, \bar{z}^k, \bar{t}^k$  はそれぞれ点検サンプル  $k$  の剥離・剥落数、点検間隔、供用年数であり、 $\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}$  は点検サンプル  $k$  が属する径間の特性変数ベクトルを示す。このとき、時間非依存要因に起因する剥離・剥落過程を表す斉次ポアソン発生モデルに対して、点検サンプル  $k$  の実測値  $\mathbf{e}^k$  が生起する条件付き確率（尤度） $\ell_1(\beta_1 : \mathbf{e}^k)$  は、

$$\ell_1(\beta_1 : \mathbf{e}^k) = \frac{(\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}, \beta_1) \bar{z}^k)^{\bar{n}^k}}{\bar{n}^k!} \cdot \exp(-\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}, \beta_1) \bar{z}^k) \quad (10)$$

一方、時間依存要因に起因する剥離・剥落過程を表す非斉次ポアソン発生モデルに対する尤度  $\ell_2(\beta_2, \alpha : \mathbf{e}^k)$  は、

$$\ell_2(\beta_2, \alpha : \mathbf{e}^k) = \frac{(\mu(\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}, \beta_2) \xi(\bar{z}^k, \bar{t}^k, \alpha))^{\bar{n}^k}}{\bar{n}^k!} \cdot \exp\{-\mu(\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}, \beta_2) \xi(\bar{z}^k, \bar{t}^k, \alpha)\} \quad (11)$$

と表せる。 $I$  個の径間における剥離・剥落の発生が、互いに独立に分布すると仮定すれば、 $K$  個の点検サンプルデータが生じる同時生起確率密度を表す対数尤度関数はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \ln\{\mathcal{L}(\beta_1 : \bar{\mathbf{e}})\} &= \ln \prod_{k=1}^K \ell_1(\beta_1 : \mathbf{e}^k) \\ &= \sum_{k=1}^K \bar{n}^k \ln\{\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}, \beta_1)\} + \sum_{k=1}^K \bar{n}^k \ln \bar{z}^k \\ &\quad - \sum_{k=1}^K \ln \bar{n}^k! - \sum_{k=1}^K \lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}, \beta_1) \bar{z}^k \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \ln\{\mathcal{L}(\beta_2, \alpha : \bar{\mathbf{e}})\} &= \ln \prod_{k=1}^K \ell_2(\beta_2, \alpha : \mathbf{e}^k) \\ &= \sum_{k=1}^K \bar{n}^k \ln\{\mu(\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}, \beta_2)\} + \sum_{k=1}^K \bar{n}^k \ln\{\xi(\bar{z}^k, \bar{t}^k, \alpha)\} \\ &\quad - \sum_{k=1}^K \ln \bar{n}^k! - \sum_{k=1}^K \mu(\bar{\mathbf{x}}_{i(k)}, \beta_2) \xi(\bar{z}^k, \bar{t}^k, \alpha) \end{aligned} \quad (13)$$

と表せる。

## 4. 非斉次ポアソン混合分布モデル

### (1) モデルの定式化

3. では、剥離・剥落の到着過程が時間の経過に伴い増加するような非斉次ポアソン発生モデルを定式化した。実際の剥離・剥落発生過程は、供用年数の長さや施工方法等により、ランダム的事象として発生する剥離・剥落過程と、コンクリートの内部劣化等の工学的な要因に起因して発生するものが存在すると考えられる。しかし、目視点検データから取得することのできる情報は、個々の床板の構造条件・環境条件、点検時点と剥離・剥落個数のみである。本研究では、ランダムな剥離・剥落過程を時間に定常な斉次ポアソン分布、劣化の進行等に伴い時間に依存して発生個数が増加する剥離・剥落過程を非斉次ポアソン分布で表現し、画一的な目視点検データからこれらの分布を同時考慮し、双方に対する劣化過程を表現するポアソン混合分布モデルを定式化する。

一般的に  $H$  次元の成分からなる混合分布では観測データ  $\bar{\mathbf{e}}$  の基礎となる母集団が  $H$  個の部分集合  $\Xi_1, \dots, \Xi_H$  に分割されており、それぞれの部分母集団全体に対する割合（以降、混合比率）が  $\pi_1, \dots, \pi_H$  であるような状況を考える。いま、式 (9) に示すような点検サンプル  $k(1, \dots, K)$  に関する情報ベクトル  $\mathbf{e}^k$  について、斉次ポアソン過程、非斉次ポアソン過程の 2 次元の成分からなるポアソン混合分布を考える。このとき、

$$\begin{aligned} P(n(\bar{z}^k, \bar{t}^k) = \bar{n}^k) \\ = \sum_{h=1}^2 \pi_h P_{Oh}(n(\bar{z}^k, \bar{t}^k) = \bar{n}^k | \theta_h) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、

$$\mathbf{\Pi} = (\pi_1, \pi_2) \quad (15)$$

であり、 $\mathbf{\Pi}$  は混合比率を示す未知パラメータベクトルとする。ただし、 $\sum_h \pi_h = 1$  である。また、3. に示したように、それぞれのポアソン到着率は  $\theta_1 = \beta_1$ 、 $\theta_2 = (\beta_2, \alpha)$  を用いて、 $\lambda_i = \exp(\mathbf{x}_{i(k)} \beta_1)$ 、 $\mu_i(t) = \exp(\mathbf{x}_{i(k)} \beta_2) \cdot \alpha t^{\alpha-1}$  と表わされる。このとき、それぞれの部分集合  $\Xi_h$  での観測データ  $\mathbf{e}^k$  の密度が未知パラメータベクトル  $\theta_h$  を用いて  $P_{Oh}(n(\bar{z}^k, \bar{t}^k) = \bar{n}^k | \theta_h)$  と表現されることを仮定している。以上の仮定のもとで、母集団からの無作為抽出により実観測（目視点検）がなされることになる。したがって、全ての未知パラメータベクトル  $\Theta$  は、混合比率  $\mathbf{\Pi}$  とポアソン到着率の未知パラメータベクトル  $\theta_h$  ( $h = 1, 2$ ) から、

$$\Theta = (\mathbf{\Pi}, \theta_1, \theta_2) \quad (16)$$

で構成される。このとき、 $K$  個の点検サンプルデータが生じる同時生起確率密度を表す対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} & \ln\{\mathcal{L}(\Theta; \bar{e})\} \\ &= \ln \prod_{k=1}^K \left[ \sum_{h=1}^2 \pi_h P_{O_h}(n(\bar{z}^k, \bar{t}^k) = \bar{n}^k | \theta_h) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

と表現することができる。しかし、 $\Pi$  は未知パラメータベクトルである。そのため、分布の混合化の際に背景となる観測データの部分母集団への特定が観測されず、解を陽に解くことが困難となる。

## (2) 完備化操作

点検サンプル情報  $\bar{e}^k$  がどの部分母集団から得られたかに関しては本来測定不可能である。ここでは、仮に点検サンプル情報  $\bar{e}^k$  がどの部分母集団から得られたかを示す情報を、潜在変数ベクトル  $\omega^k = (\omega_1^k, \omega_2^k)$  を用いて表現し、以上の値が確定したと仮定する。ただし、

$$\omega_h^k = \begin{cases} 1 & \text{点検サンプル } k \text{ が } \Xi_h \text{ から得られた} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (18)$$

である。このように考えると前節に述べた各部分母集団  $\Xi_h$  からの観測情報  $\bar{e}^k$  のポアソン分布  $P_{O_h}(n(\bar{z}^k, \bar{t}^k) = \bar{n}^k | \theta_h)$  は、 $\omega_h^k = 1$  が得られたもとの条件付き確率密度と考えることができる。このとき単一観測  $\delta^{k*} = (\bar{e}^k, \omega^k)$  に関する同時確率密度  $p(\delta^{k*} | \Theta)$  は、

$$p(\delta^{k*} | \Theta) = \prod_{h=1}^2 P_{O_h}^{\omega_h^k}(\bar{e}^k | \theta_h) \prod_{h=1}^2 \pi_h^{\omega_h^k} \quad (19)$$

となる。また、点検サンプル情報  $\bar{e}^k$  に関する確率密度  $p(\bar{e}^k | \Theta)$  は、

$$\begin{aligned} p(\bar{e}^k | \Theta) &= \sum_{\omega^k} p(\delta^{k*} | \Theta) \\ &= \sum_{h=1}^2 \pi_h P_{O_h}(\bar{e}^k | \theta_h) \end{aligned} \quad (20)$$

と表される。ここで  $\sum_{\omega^k}$  は、起こりうるすべての  $\omega^k$  に関する和である。

このとき、全点検サンプル  $K$  からの観測情報  $\bar{e} = (\bar{e}^1, \dots, \bar{e}^K)$  と対応する指示確率変数  $\Omega = (\omega^1, \dots, \omega^K)$  から、完全観測情報  $\delta = (\bar{e}, \Omega)$  を定義すると、 $\delta$  の同時確率密度は、

$$\begin{aligned} p(\delta | \Theta) &= \prod_{k=1}^K p(\delta^{k*} | \Theta) \\ &= \prod_{k=1}^K \left( \prod_{h=1}^2 P_{O_h}^{\omega_h^k}(\bar{e}^k | \theta_h) \prod_{h=1}^2 \pi_h^{\omega_h^k} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

と表現することができ、対数尤度 (17) を完全観測情報  $\delta$  に基づいて、

$$\begin{aligned} & \ln\{\mathcal{L}(\Theta; \delta)\} = \ln p(\delta | \Theta) \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{h=1}^2 \omega_h^k \ln P_{O_h}^{\omega_h^k}(\bar{e}^k | \theta_h) + \sum_{k=1}^K \sum_{h=1}^2 \omega_h^k \ln \pi_h \end{aligned}$$

(22)

と書き換えることができる。以上のような操作を完備化 (completion) という。このように潜在変数ベクトル  $\omega^k = (\omega_1^k, \omega_2^k)$  を与件とすることで、各部分母集団の分布における未知パラメータベクトル  $\theta_h$  ( $h = 1, 2$ ) の推計は完備化された対数尤度関数 (22) の最大化問題に帰着する。

点検サンプル情報  $\bar{e}^k$  が与えられた下での条件付き確率  $p(\omega_h^k = 1 | \bar{e}^k)$  を  $\gamma(\omega_h^k)$  と表すことにする。このとき、 $\gamma(\omega_h^k)$  はベイズの定理より、

$$\begin{aligned} \gamma(\omega_h^k) &\equiv p(\omega_h^k = 1 | \bar{e}^k) \\ &= \frac{\pi_h P_{O_h}^{\omega_h^k}(\bar{e}^k | \theta_h)}{\sum_{h=1}^2 \pi_h P_{O_h}^{\omega_h^k}(\bar{e}^k | \theta_h)} \end{aligned} \quad (23)$$

と表せる。この場合、式 (22) 内の  $\omega^k$  はその成分が線形に取り込まれていることに着目すると、 $\omega_h^k$  の条件付き期待値を用いて、対数尤度関数 (22) を表すことができる。

このような完備化操作と、潜在変数の更新を繰り返すことで未知パラメータベクトル  $\theta_h$  の推計値を得ることができる。本研究では、完備化対数尤度関数 (22) を最大とするような未知パラメータベクトル  $\theta_h$  を EM アルゴリズム<sup>25)</sup>を用いて推計する。

## (3) EM アルゴリズム

非斉次ポアソン混合分布モデルが与えられているとき、ポアソン到着率  $\lambda$ 、 $\mu(t)$  に関するパラメータ  $\beta^h$ 、 $\alpha$ 、そして混合比率  $\pi_h$  について尤度関数を最大にすることが目的となる。本研究では EM アルゴリズムを用いて未知パラメータベクトル  $\Theta = (\Pi, \beta^h, \alpha)$  の推計を行う。図-3 に推計の概要を示しているが、以下にその詳細を述べる。

### a) ステップ 1 初期値設定

パラメータ推計値の初期値  $\beta_h^{(0)}$ 、 $\alpha^{(0)}$  を任意に設定する。また、混合比率の初期値  $\Pi^{(0)} = \pi_h^{(0)}$  を設定する。ただし、 $\sum_{h=1}^2 \pi_h = 1$  であるため、 $\pi_2^{(0)} = 1 - \pi_1^{(0)}$  となる。したがってここでは、斉次ポアソン分布の混合比率  $\pi_1$  について推計値を求める。

### b) ステップ 2 (Eステップ) 条件付き期待値の算出

現在のパラメータベクトル  $\theta_1^{(v)} = \beta_1^{(v)}$ 、 $\theta_2^{(v)} = (\beta_2^{(v)}, \alpha^{(v)})$ 、 $\pi_1^{(v)}$  を使って、 $K$  個の潜在変数ベクトル ( $\Omega = (\omega^1, \dots, \omega^K)$ ) の条件付き期待値  $\gamma^{(v)}(\omega_1^k)$  を次式より計算する。

$$\begin{aligned} \gamma^{(v)}(\omega_1^k) &\equiv p^{(v)}(\omega_1^k = 1 | \bar{e}^k) \\ &= \frac{\pi_1^{(v)} P_{O_1}^{\omega_1^k}(\bar{e}^k | \theta_1^{(v)})}{\sum_{h=1}^2 \pi_h^{(v)} P_{O_h}^{\omega_h^k}(\bar{e}^k | \theta_h^{(v)})} \end{aligned} \quad (24)$$



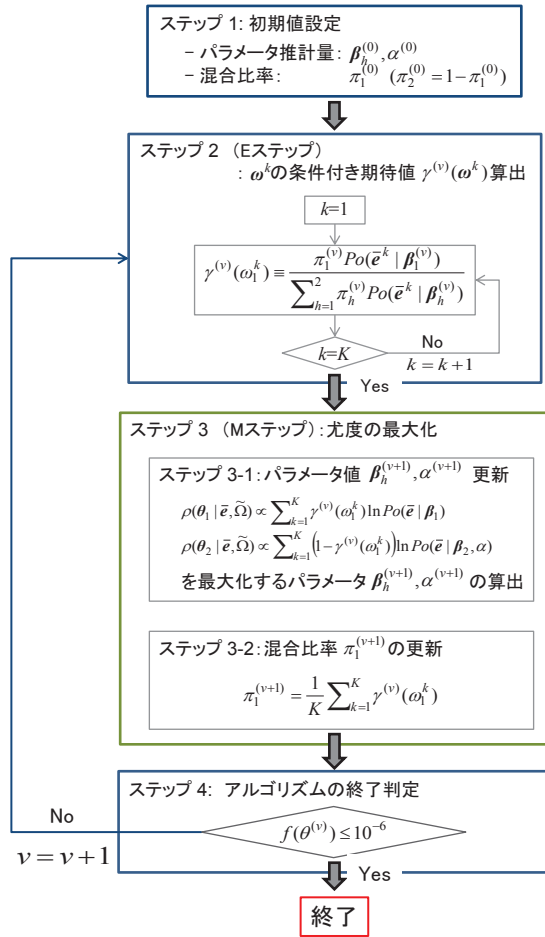


図-3 推計のフロー

### c) ステップ 3-1 (M ステップ) パラメータ値更新

潜在変数ベクトル  $\omega^k$  の現在の条件付き期待値  $\gamma(\omega_1^k)^{(v)}$  を用いて、式 (22) を最大化するようなパラメータベクトル  $\theta_1^{(v+1)} = \beta_1^{(v+1)}, \theta_2^{(v+1)} = (\beta_2^{(v+1)}, \alpha^{(v+1)})$  を求め、更新する。このとき、式 (22) において、ポアソン混合分布それぞれの到着率  $\lambda, \mu(t)$  は互いに独立であるので、これらのパラメータベクトル  $\theta_1 = \beta_1, \theta_2 = (\beta_2, \alpha)$  に関する完備化対数尤度関数  $\rho(\theta_1 | \bar{e}, \Omega), \rho(\theta_2 | \bar{e}, \Omega)$  は

$$\rho(\theta_1 | \bar{e}, \Omega) \propto \sum_{k=1}^K \gamma^{(v)}(\omega_1^k) \ln Po_1(\bar{e}^k | \beta_1) \quad (25)$$

$$\rho(\theta_2 | \bar{e}, \Omega) \propto \sum_{k=1}^K (1 - \gamma^{(v)}(\omega_1^k)) \ln Po_2(\bar{e}^k | \beta_2, \alpha) \quad (26)$$

と表せる。M ステップでは、以上の完備化対数尤度関数 (25), (26) を最大にするようなパラメータベクトル  $\theta_1 = \beta_1^{(v+1)}, \theta_2^{(v+1)} = (\beta_2^{(v+1)}, \alpha)$  を求める。これらの

パラメータベクトルの最尤推定量は、

$$\frac{\partial \rho(\theta_h | \bar{e}, \Omega)}{\partial \theta_h} = 0 \quad (h = 1, 2) \quad (27)$$

を同時に満足するようなパラメータベクトル  $\theta_h^{(v+1)}$  として与えられる。

### d) ステップ 3-2 (M ステップ) 混合比率の更新

ステップ 2 で得られた  $\omega^k$  の条件付き期待値  $\gamma^{(v)}(\omega_1^k)$ 、ステップ 3-1 で得られた斉次、非斉次ポアソン過程到着率におけるパラメータベクトル更新値  $\theta_1^{(v+1)} = \beta_1^{(v+1)}, \theta_2^{(v+1)} = (\beta_2^{(v+1)}, \alpha^{(v+1)})$  を用いて、混合比率  $\pi_1^{(v+1)}$  の更新値を求める。このとき、式 (22) において混合比率は、他の到着率のパラメータと独立であるから、混合比率  $\pi_1^{(v+1)}$  に関して、式 (22) を最大化すればよい。以上より、混合比率  $\pi_1^{(v+1)}$  の最尤推定量は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho(\pi_1 | \bar{e}, \Omega, \theta^{(v+1)})}{\partial \pi_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow \sum_{k=1}^K \left( \frac{\gamma^{(v)}(\omega_1^k)}{\pi_1} - \frac{\gamma^{(v)}(\omega_2^k)}{\pi_2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

となる。ここで、 $\sum_{h=1}^2 \gamma^{(v)}(\omega_h^k) = 1, \sum_{h=1}^2 \pi_h = 1$  が成立していることにより、 $\pi_1^{(v+1)}$  に関するパラメータ更新式を具体的に、

$$\pi_1^{(v+1)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \gamma^{(v)}(\omega_1^k) \quad (29)$$

として得られる。

### e) ステップ 4 アルゴリズムの終了判定

以上のステップで求めた、未知パラメータベクトル  $\theta^{(v)} = (\theta_1^{(v+1)}, \theta_2^{(v+1)})$  を用いて、終了判定式を

$$f(\theta^{(v)}) = \ln \{ \mathcal{L}(\theta^{(v)} : \tilde{\delta}^{(v)}) \} - \ln \{ \mathcal{L}(\theta^{(v-1)} : \tilde{\delta}^{(v-1)}) \} \quad (30)$$

とする。  $f(\theta^{(v)}) \leq 10^{-6}$  の場合アルゴリズムを終了し、 $\theta^{(v)} = (\theta_1^{(v+1)}, \theta_2^{(v+1)})$ 、混合比率  $\Pi^{(v+1)} = (\pi_1^{(v+1)}, \pi_2^{(v+1)})$  を記録する。そうでない場合  $v = v + 1$  とし、ステップ 2 へ戻る。

## 5. 適用事例

### (1) 適用事例の概要とデータの 1 次分析

本研究で提案したモデルを、西日本高速道路株式会社が管理する高速道路の RC 床版かぶりコンクリートへ適用する。適用路線と目視点検データの概要を表-1 に示す。当該路線に橋梁は 486 橋存在し、それらは 1974 年から 2005 年にかけて供用が開始されている。したがって、最も古い橋梁は 2012 年時点で供用開始から 38 年が経過していることとなる。平均供用年数は供用開始からの経過年のデータ平均であり、16.8 年となっている。また橋梁 1 橋は、複数の径間から構成されている。今回の場合は総径間数は 2,659 径間であり、それぞれに対

表-1 目視点検データの概要

供用年	1974~2005
平均供用年数	16.83
総橋梁数	486
総径間数	2,659
総点検サンプル数	3,949
剥離・剥落総数	11,194
剥離・剥落数サンプル平均	2.83

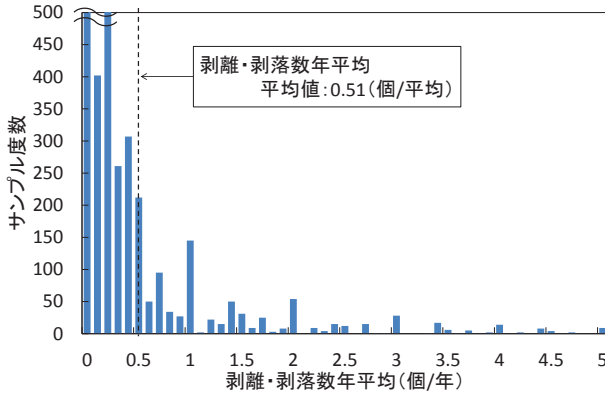


図-4 剥離・剥落数年平均の度数分布

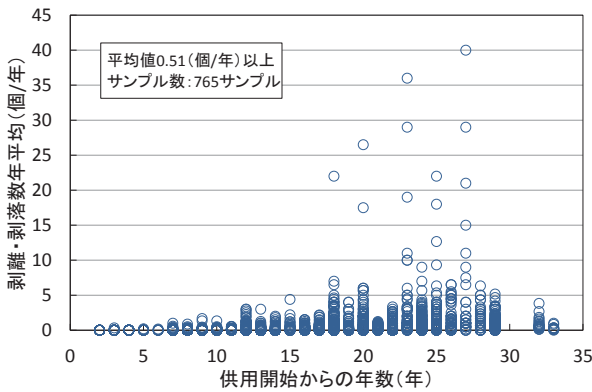


図-5 剥離・剥落数年平均と供用年数の関係

して目視点検の評価がなされている。今回利用した総点検サンプルは3,949サンプルであり、径間によっては2回以上の目視点検が実施されていることになる。目視点検を通して観測された剥離・剥落は総数で11,194個であった。同表には、剥離・剥落総数を総サンプル数で除した平均剥離・剥落数も併せて示している。なお、剥離・剥落総数に関しては極めて微小なコンクリートの浮きやハンマーでたたき落としたものも計上されている。

次に、全3,949サンプルに対して剥離・剥落数を前回点検時からの経過年数で除した値（剥離・剥落数年平均）を求めた。結果の度数分布を図-4に示す。剥離・剥落数年平均の全サンプル平均値は0.51（個/年）であ

る。剥離・剥落数最大となる区間では、その年平均は40（個/年）であった。また、サンプル平均値0.51（個/年）以下のサンプルは3,184サンプル、サンプル平均値よりも多いものは765サンプルであり、双方の剥離・剥落過程には異なる要素が存在すると考えられる。さらに、図-5に剥離・剥落数年平均と供用開始からの年数との関係を示すが、剥離・剥落数年平均は供用開始からの年数が長いほど大きい傾向にある。しかし、前述の通りサンプル平均値0.51（個/年）以上のサンプルは765サンプルであり、全てのサンプルに対して以上の傾向が読み取れるわけではない。例えば同図の供用年数30年以降に注目すると剥離・剥落数年平均は10以下となっている。目視点検を通して獲得できる点検サンプルは、式(9)に示したように径間ごとの剥離・剥落の発生総数 $n^k$ 、点検間隔 $\Delta^k$ 、特性変数 $x_i(k)$ という情報を含む。これらの点検サンプルを用いて、ポアソン発生モデルにより特性変数 $x_i(k)$ を考慮した剥離・剥落過程のモデル化を行うことは可能である。しかし、ポアソン発生モデルにより推計した剥離・剥落到着率は時間に定常であり、剥離・剥落発生数は点検間隔 $\Delta^k$ のみに依存することとなる。以上のモデルにより剥離・剥落の発生過程に影響を及ぼす要因を特定し、最適点検間隔等の評価を行うことは、維持管理計画を立案する上で有用な情報となるが、図-5のような剥離・剥落過程を十分に表現することはできず、例えば一律に点検間隔を設定した場合でも剥離・剥落数は増加する可能性を含んでいる。そのためには、剥離・剥落過程に対して特性変数 $x_i(k)$ を考慮したうえで、時間に依存して増加する要素を含んだ確率モデルで剥離・剥落過程をモデル化することが重要な課題となる。本研究では、橋梁床版かぶりコンクリートの剥離・剥落の発生過程に影響を及ぼすと考えられる7つの特性変数を採用した。具体的には、支間長、橋面積、床版厚、交通量、大型車交通量、斜角最小角、主桁間隔である。

## (2) 非斉次ポアソン混合分布モデルの推計結果

床版かぶりコンクリートの剥離・剥落の発生過程を表現する非斉次ポアソン混合分布モデルを点検サンプル情報に基づいて推計する。5.(1)で設定した7つの特性変数に関して、それぞれが剥離・剥落過程に及ぼす影響度をモデル推計を通して確認する。このとき、径間 $i$ に関して特性変数を $m$ 個考慮したポアソン到着率は具体的に、

$$\lambda_i = \exp(\beta_1^1 + \beta_2^1 x_{2,i} + \dots + \beta_M^1 x_{M,i}) \quad (31a)$$

$$\mu_i(t) = \exp(\beta_1^2 + \beta_2^2 x_{2,i} + \dots + \beta_M^2 x_{M,i}) \alpha t^{\alpha-1} \quad (31b)$$



表-2 非斉次ポアソン混合分布モデルの推計結果

	定数項 $\beta_1^h$	支間長 $\beta_2^h$	加速度パラメータ $\alpha$	混合比率 $\pi_h$
$\beta_m^1$ 推計値	-2.576	0.665	-	0.694
$t$ 値	(-55.33)	(2.810)		
$\beta_m^2$ 推計値	-5.579	2.517	2.568	0.306
$t$ 値	(-53.76)	(21.66)	(83.27)	
AIC	22,852			
AIC <sub>1</sub> AIC <sub>2</sub>	35,360 26,092			

と定義できる。式中の  $\beta_1^h$  は定数項である。考慮した特性変数は、 $x_{m,i}$  で表され、それぞれの特性変数の剥離・剥落の発生過程への寄与を  $\beta_m^h$  で表す。 $\beta_m^1$ 、 $\beta_m^2$  はそれぞれ斉次ポアソン、非斉次ポアソン発生モデル（以降、斉次型、非斉次型と呼ぶ）におけるパラメータである。

非斉次ポアソン混合分布モデルの推計結果を表-2に示す。同表は、特性変数の影響を考慮した、コンクリート床版の剥離・剥落の発生過程に対する最終的な最適モデルである。支間長 ( $\beta_2^h$ ) に着目すると、 $\beta_2^1 = 0.666$ 、 $\beta_2^2 = 2.517$  となっている。これは剥離・剥落過程に対する支間長の寄与度を表す指標である。対象とした橋梁群においては、床版かぶりコンクリートの剥離・剥落過程に対して特性変数として、支間長が採用された。さらに、時間依存性を表す加速度パラメータの推計値は 2.568 となっており、時間の経過とともに剥離・剥落の発生頻度が高くなっていくことを示している。なお、時間依存性を考慮しない場合（斉次型）は加速度パラメータ  $\alpha$  が 1 となる。また、同表の括弧内ではモデルに対する各推計パラメータの説明力を表す  $t$  値を記載する。いずれのパラメータも  $t$  値の絶対値が 1.96 以上であり、剥離・剥落過程に対する説明力があるといえる。

特性変数の異なる複数のモデルの優劣を評価するために、赤池情報量基準 AIC を用いた。AIC の算定式は、

$$AIC = -2 \ln(\mathcal{L}) + 2k \quad (32)$$

である。いずれの特性変数を採用すべきかは、符号条件と AIC を用いて判断する。具体的には、前者  $\beta_2^h$  の符号は正となっている。これはすなわち径間が長くなるほど、剥離・剥落の発生頻度が高くなる（到着率が大きくなる）ことを意味しており、実務的経験等と整合的である。ここで、 $\mathcal{L}$  は対数尤度、 $k$  は自由パラメータの数を表す。特性変数を複数個組み合わせ合わせた場合も AIC によるモデルの比較が可能であり、AIC が最小となる推計モデルを最適モデルとして選定した。さらに斉次型、非斉次型のみポアソン発生モデルで推計を行った場合の AIC を同表にそれぞれ AIC<sub>1</sub>、AIC<sub>2</sub> として示す。このとき、いずれの AIC よりも、非斉次ポアソン混合分布モデルの AIC が低下していることから、剥離・剥落過程に対する説明力が強いことがわかる。以上のよ

うな統計分析を実施することで、剥離・剥落過程を推計できるのみならず、対象構造物群において、どのような要因が剥離・剥落の発生過程に有意な影響を及ぼすのか、さらには有意な影響を及ぼすと判定された要因の影響の強さを定量的に評価することが可能となる。

さらに、非斉次ポアソン混合分布モデルの推計では、剥離・剥落発生過程の違いを、混合比率により表現することが可能となる。剥離・剥落発生過程の違いを、斉次ポアソン過程の混合比率  $\pi_1$  を用いて算出し、また非斉次ポアソン過程に対しては  $\sum_{h=1}^2 \pi_h = 1$  より、 $\pi_2 = 1 - \pi_1$  を用いて算出できる。斉次・非斉次ポアソンモデルの混合比率  $\pi_1$ 、 $\pi_2$  を同表に示す。混合比率  $\pi_h$  は、点検サンプル情報に対してそれぞれの剥離・剥落発生過程 ( $h=1$ : 斉次ポアソン過程、 $h=2$ : 非斉次ポアソン発生過程) が説明する度合いを示す値であり、例えば  $\pi_1$  に着目すると、0.694 となっている。これは約 69.4% のサンプルが斉次型ポアソン過程で説明できることを示している。

### (3) 非斉次ポアソン混合分布モデルの分析結果

#### a) ポアソン発生モデル

表-2 の推計結果を用いて、時間に定常な剥離・剥落過程、すなわち斉次ポアソン発生モデルを具体的に記述する。最適モデルのポアソン到着率は、

$$\lambda_i = \exp(-2.576 + 0.665x_{2,i}) \quad (33)$$

として与えられる。式 (1) に基づきポアソン分布を算出する。径間  $i$  において、前回点検時点から  $z$  年後に剥離・剥落が  $N$  個以上発生する確率（分布関数）は、

$$P_1(n(z) \geq N) = 1 - \sum_{n=1}^{N-1} P_{o1}(n(z) = n) \quad (34)$$

と定義できる。式 (34) の分布関数に基づいて、累積剥離・剥落確率を算出する。特性変数とした支間長 ( $x_{2,i}$ ) は最小で 3.5(m)、最大で 212.5(m) であり、図-6 には最大と最小の場合の累積確率を示している。発生個数は 5 個以上 ( $N = 5$ ) と設定し、累積確率が 50% を超える点（点線部）に着目する。点線部は、剥離・剥落が 5 個以上発生する事象が 50% の確率で生じるときの経

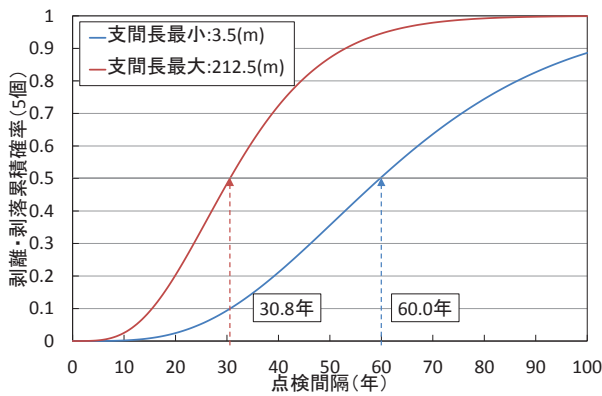


図-6 剥離・剥落数を5個以上とした時の累積発生確率

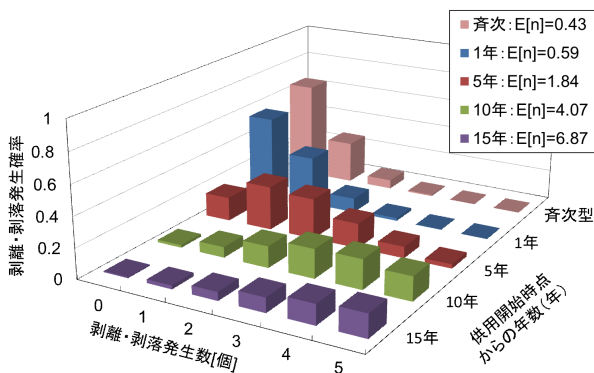


図-7 剥離・剥落のポアソン分布と前回点検時点（5年経過時，標準条件：支間長 39.0[m]）

過年数であり，最小では 60.0 年，最大では 30.8 年と，最大で 29.2 年の差が現れることが読み取れる．以上の累積確率から，剥離・剥落数を何個，何%で許容するかを設定することにより，剥離・剥落発生リスクを考慮した点検間隔の設定が可能になる．

### b) 非斉次ポアソン発生モデル

つぎに表-2 の推計結果から，時間に依存した剥離・剥落過程（非斉次型）を具体的に記述する．最適モデルのポアソン到着率は，

$$\begin{aligned} \mu_i(t) &= \exp(\beta_1^2 + \beta_2^2 x_{2,i}) \alpha t^{\alpha-1} \\ &= \exp(-5.579 + 2.517 x_{2,i}) \times 2.568 t^{1.568} \quad (35) \end{aligned}$$

として与えられる．式(6)に基づき非斉次ポアソン分布を算出する．a) より明らかなように，特性変数を設定することにより，様々な床版を対象とした剥離・剥落過程のモデル化が可能である．しかし，ここでは標準的な床版として，支間長が 39.0m(サンプルの平均値)の RC 床版に着目する（以下，標準条件と称する）．図-7 には，標準条件で 5 年間 ( $z=5$ ) に発生する剥離・剥落の個数の確率分布（ポアソン分布）と供用開始から前回点検時点までの時間  $t_u$  の関係を示している．斉次

型では剥離・剥落数 0 個をピークとして分布が形成されているが，非斉次型では前回点検時点が供用開始から 1 年 ( $t_1=1$ )，5 年 ( $t_2=5$ )，10 年 ( $t_3=10$ )，15 年 ( $t_4=15$ ) と増すことで，前回点検からの経過時間が同じ 5 年 ( $z=5$ ) であってもピークとなる剥離・剥落数は増加していく．なお，剥離・剥落数の期待値  $E[n]$  を同図に示しているが同様の傾向を見て取ることができる．これは加速度パラメータ  $\alpha$  の効果に他ならない．

推計結果を用いて，分布関数を算出する．径間  $i$  において，前回点検時点  $t$  年から  $z$  年後に剥離・剥落が  $N$  個以上発生する確率（分布関数）は，

$$\begin{aligned} P_2(n(z) \geq N) &= 1 - \sum_{n=1}^{N-1} P_{O_2}(n(z) = n) \quad (36) \end{aligned}$$

と定義できる．式(36)の分布関数に基づいて，図-8 には縦軸に前回点検時点，横軸に前回点検時点からの経過時間（点検間隔）を設定し，発生個数別に累積発生確率を等高線図として示している．(a) は発生個数を 5 個以上，(b) は発生個数を 15 個以上としたときの累積確率である．前回点検時点が 0 年，すなわち供用開始時点であった場合に剥離・剥落数が 5 個以上になる確率が 50%に到達するのは，約 12 年であるのに対して，前回点検時点が 15 年であった場合に剥離・剥落数が 5 個以上になる確率が 50%に到達するのは 3.6 年である．また同様に，供用開始後に剥離・剥落数が 15 個以上となる確率が 50%に到達するのは約 19 年に対して，前回点検時点が 15 年であった場合は 9.0 年となる．このように，供用開始からの時間経過により，剥離・剥落数の累積確率 50%に到達するまでの期間が大きく変化することがわかる．

つぎに，剥離・剥落数の累積発生確率が同一である場合に着目する．いずれの等高線も，右下から左上への曲線を示している．仮に管理指標として一定の剥離・剥落数を設定したうえで点検間隔を決定する場合には，供用開始からの時間経過（前回点検時点の増加）とともに点検間隔を短く設定しなくてはならないことを意味している．このように，加速度パラメータ  $\alpha$  として時間依存性を考慮することにより，供用開始からの経過時間に応じた点検間隔の設定を議論することが可能になる．

### c) 条件付き期待値の推計

a), b) では，到着率が時間に定常な斉次型ポアソンモデル，時間に依存して到着率が増加する非斉次型ポアソンモデルの推計を行った．さらに，各橋梁，スパンの剥離・剥落発生過程に対してどちらの要素が大きく影響しているかを判断できれば，それぞれの場合に合った剥離・剥落の発生過程別の維持管理計画を立案す

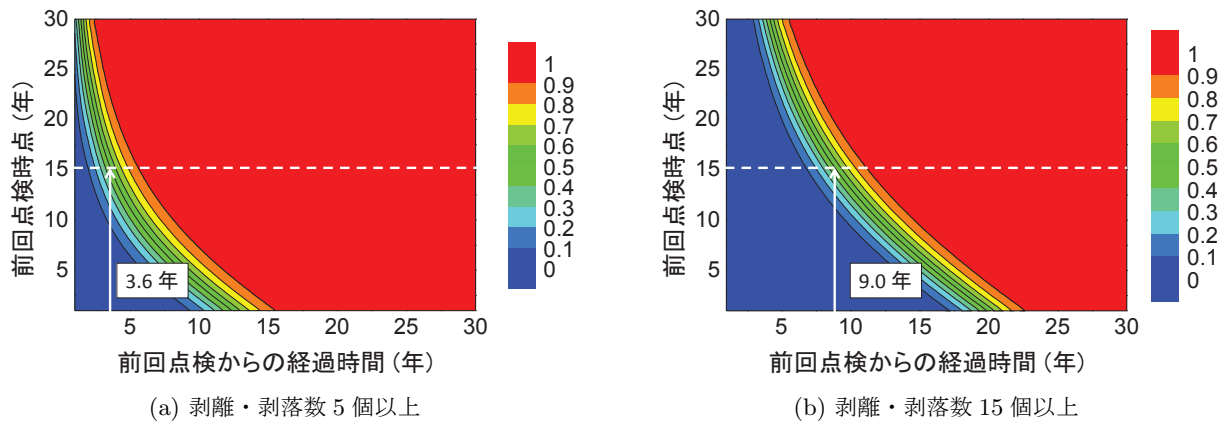


図-8 剥離・剥落数別の累積発生確率

ることが可能となる。

図-9の棒グラフに、前回点検時点が供用開始から8年、さらに前回点検時点から4年が経過した床版スパン、つまり供用開始から12年経過したものに対する剥離・剥落数の点検サンプルの分布を示す。非斉次ポアソン混合分布モデルを推計することにより点検サンプル $k$ が斉次、非斉次のどちらの部分母集団から得られたかを示す確率変数 $\omega_h^k$ を条件付き期待値 $\hat{\omega}_h^k$ で表現することが可能となる。このときの $\hat{\omega}_h^k$ の値により斉次型、非斉次型に分布を分類する。このとき斉次型の点検サンプルの平均剥離・剥落数は1.56個であり非斉次型の点検サンプルの平均剥離・剥落数は4.39個となった。さらに青、赤の曲線でモデルから推計した斉次型、非斉次型それぞれのポアソン分布を示す。このとき平均は0.35個、2.58個となっている。このように非斉次ポアソン混合分布モデルを用いて点検サンプル毎に負担率を推計することで、斉次型、非斉次型の二つのポアソン分布で点検サンプルを説明することが可能となる。また以上のように各床版スパンの特性変数と、供用年数、点検間隔を考慮することでそれぞれの床版に対するポアソン分布を定義することが出来る。

## 6. おわりに

本研究では、既存の目視点検データを用いて、橋梁床版かぶりコンクリートの剥離・剥落過程のモデル化を行った。具体的には剥離・剥落過程を、到着過程が時間に定常な斉次型ポアソン発生モデル、および、到着過程が時間に依存して増加する非斉次ポアソン発生モデルの両方を考慮できるような非斉次ポアソン混合分布モデルとして定式化し、目視点検で得られた剥離・剥落に関する検査データが、時間依存・非依存のどちらの要因により発生しているかを判断することを可能とし、剥離・剥落に影響を及ぼす発生要因の特定を行っ

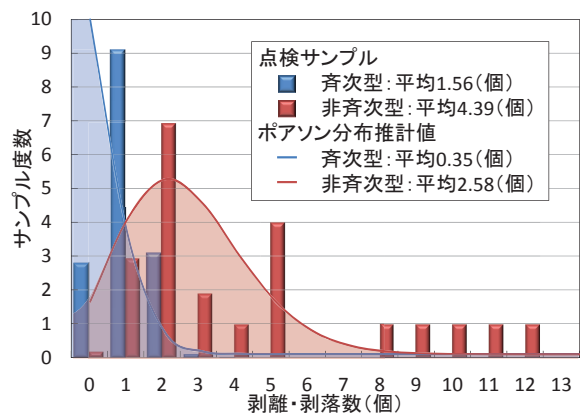


図-9 負担率と剥離・剥落数年平均

た。同時に、同モデルにより、剥離・剥落の発生予測を実施し、各条件下における剥離・剥落の発生確率を評価した。本研究で提案したような統計分析を実施することで目視点検データ上では判断できないような剥離・剥落過程の時間依存性に関する知見を得ることができ、それぞれの床版スパンに応じた点検間隔、補修等の維持管理計画の立案が可能となる。以下に得られた主な知見を整理する。今回対象とした道路区間においては、床版の劣化に影響を及ぼす要因として、支間長が影響することがわかった。さらに、非斉次ポアソン発生モデルでは、時間依存性を表す加速度パラメータを考慮することにより、剥離・剥落過程の非斉次性を表現することが可能となった。例えば支間長を平均の39.0(m)、前回点検時点の供用年数を5年、点検間隔を5年とすると、斉次型ポアソンモデルでは期待値が0.43(個)に対し、非斉次ポアソンモデルでは1.84個と推計された。

今後の検討として、以下のような課題が残されている。本研究で提案した非斉次ポアソン混合分布モデルを用いて、床版かぶりコンクリートの剥離・剥落に関する発生リスクを表現することが可能であり、本モデ

ルを用いたリスクマネジメント手法を提案することが必要である。リスクマネジメントのための評価指標を定式化し、また、コンクリートの剥離・剥落発生確率に基づいて、点検業務に関わる期待費用を算定することで、所与のリスク管理水準の下で期待費用を最小にするような望ましい点検政策を求めることが可能となる。

#### 参考文献

- 1) McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
- 2) 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- 3) 堤知明, 松島学, 村上祐政, 関博: 腐食ひび割れの発生機構に関する研究, 土木学会論文集, No.532/V-30, pp.159-166, 1996.
- 4) 松島学, 中川貴之, 堤智明: 塩害を受けた既設構造物の劣化予測に関する研究, 土木学会論文集, No.679/VI-51, pp.93-100, 2001.
- 5) 中川裕之, 田中大博, 横田優, 松島学: 塩水を用いた乾湿繰返し促進腐食実験によるひび割れモードとひび割れ発生時の腐食量, 土木学会論文集 E, Vol.64, No.1, pp.110-121, 2008.
- 6) 大賀宏行, 長瀧重義: 促進試験によるコンクリートの中性化深さの予測と評価, 土木学会論文集, No.390/V-8, pp.225-233, 1988.
- 7) 佐伯竜彦, 大賀宏行, 長龍重義: コンクリートの中性化機構解明, 土木学会論文集, No.413/V-12, pp.99-108, 1990.
- 8) 魚本健人, 高田良平: コンクリートの中性化速度に及ぼす要因, 土木学会論文集, No.442/V-17, pp.109-118, 1992.
- 9) 前田幸雄, 松井繁之: 鉄筋コンクリート床版の押抜きせん断耐荷力の評価式, 土木学会論文集, No.348/V-1, pp.133-141, 1984.
- 10) 松井繁之, 前田幸雄: 道路橋 RC の劣化度判定法の一提案, 土木学会論文集, No.374/I-6, pp.419-426, 1986.
- 11) 阪神高速道路公団: 道路橋 RC 床版のひび割れ損傷と耐久性, 1991.
- 12) 石橋忠良, 古谷時春, 浜崎直行, 鈴木博人: 高架橋等からのコンクリート片剥落に関する調査研究, 土木学会論文集, No.711/V-56, pp.125-134, 2002.
- 13) 曾我部正道, 谷村幸裕, 松橋宏治, 宇野国和: 鉄道高架橋の RC 高欄の変状調査とその劣化予測, コンクリート工学, Vol.47, No.8, pp.16-24, 2009.
- 14) 轟俊太郎, 曾我部正道, 谷村幸裕, 松橋宏治: 鉄筋腐食によるかぶりコンクリート剥落の実態調査, コンクリート工学年次論文集, Vol.32, No.1, pp.1103-1108, 2010.
- 15) 松本光矢, 曾我部正道, 轟俊太郎, 谷村幸裕: 内的塩害と中性化の複合劣化を対象とした劣化予測に関する検討, コンクリート工学年次論文集, Vol.32, No.2, pp.1423-1428, 2010.
- 16) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 17) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 18) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 19) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 20) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 21) 貝戸清之, 山本浩司, 小濱健吾, 岡田貢一, 小林潔司: ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル: 大規模情報システムへの適用, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.115-129, 2008.
- 22) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 23) 貝戸清之, 起塚亮輔, 伊藤哲男, 橋爪謙治, 出口宗浩: 床版かぶりコンクリートの剥離・剥落発生リスクと最適点検政策, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.1, pp.11-27, 2012.
- 24) Le Thanh NAM, 貝戸清之, 小林潔司, 起塚亮輔: ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.
- 25) Dempster, A. P., (1980), N. M. Laird, and D B. Rubin (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society, B* 39(1), 1-38.
- 26) Fisher, R. A.: The negative binomial distribution, *Annals of Eugenics*, Vol.11, pp.182-187, 1941.
- 27) 磯田和男, 大野豊: 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990.
- 28) 東京大学教養学部統計学教室編: 統計学入門, 東京大学出版会, 1991.
- 29) Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: Regression-based tests for overdispersion in the Poisson model, *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp.347-34, 1990.
- 30) Maher, M.J. and Summersgill, I.: A comparative methodology for the fitting predictive accident models, *Accident Analysis & Prevention*, Vol.28, pp.281-296, 1996.
- 31) Lawless, J.F.: Negative binomial and mixed Poisson regression, *Canadian Journal of Statistics*, Vol.15, pp.209-225, 1987.
- 32) Piegorsch, W.W.: Maximum likelihood estimation for the negative binomial dispersion parameter, *Biometrika*, Vol.46, pp.863-867, 1990.
- 33) 前野昌弘, 三國彰: 解析統計, 日本実業出版社, 2000.
- 34) 西日本高速道路株式会社: 保全点検要領 (構造物編), 2006.

(2012.8.3 受付)