

使用済み小型家電製品に対する ロバスト在庫計画アプローチ

大窪和明¹・奥村誠²・平聖也³

¹正会員 博士(学術) 東北大学助教 東北アジア研究センター (〒 980-8577 宮城県仙台市青葉区片平 2-1-1 通研 2 号館)
E-mail: okubo@cneas.tohoku.ac.jp

²正会員 博士(工学) 東北大学教授 災害科学国際研究所 (〒 980-8577 宮城県仙台市青葉区片平 2-1-1 通研 2 号館)

³非会員 修士(工学) 三菱倉庫株式会社 (〒 104-0033 東京都中央区新川 1-28-38)

使用済み小型家電製品のリサイクルに関する新しい制度案においては、自治体が回収したものを中間処理業者が受け取り、リサイクルする仕組みが提案されている。この仕組みが円滑に機能するためには、中間処理業者が小型家電製品のリサイクルから事業の継続に十分な利潤を得る必要がある。しかし、小型家電製品の回収量は大きく変動することが知られており、このような利潤を確保することが難しいと考えられる。そこで本研究では、回収量に不確実性がある状況下での中間処理業者の動的在庫問題を考え、頑健性の程度が調節可能なロバスト最適化モデルを提案し、利潤や VaR, CVaR といったリスク指標の性質を明らかにする。その結果、回収量の平均値を用いて最適化した名目値最適化よりも、ロバスト最適化の方が高い利潤が得られる場合があることを示した。さらに中間処理業者の損失を最小にするような頑健性の程度が存在し、回収量に関して最悪ケースを想定することが、必ずしも損失を最小にしないことがわかった。

Key Words : Robust Optimization, Recycling Uncertainty, Inventory

1. はじめに

近年の我が国における環境負荷の低減や金属資源の安定確保に向けた取り組みとして、家電などの使用済み製品に含まれる有用金属の再生利用が注目されている。テレビやエアコンなどの家電4品目については2001年から『特定家庭用機器再商品化法(家電リサイクル法)』が施行され、実績をあげてきた。しかし、使用済みとなった携帯電話やデジタルカメラといった小型家電製品の多くが一般廃棄物として焼却・埋立処分されているのが現状である(図-1)。現在、環境省は小型家電を対象とした新しいリサイクル制度を計画し2014年の法制度化を目指している¹⁾。新制度案では、自治体が回収した使用済み小型家電製品の全量を、契約した中間処理業者が無償で引き取る仕組みが提案されている(図-2)。この仕組みが円滑に機能するためには、中間処理業者が小型家電製品のリサイクルから事業を継続するのに十分な利潤を得る必要がある。しかし、使用済み小型家電製品の回収量は変動しやすく、中間業者が一定の利潤を得ることが困難である。

図-3は2008年度から2010年度までの秋田県における使用済みIT・通信機器の年度ごとの地域別回収量である²⁾。この図から地域間で回収量に大きな差があるだけでなく、経年的にも変動していることがわかる。廃棄物の回収量の変動は多くの研究で指摘されている。例

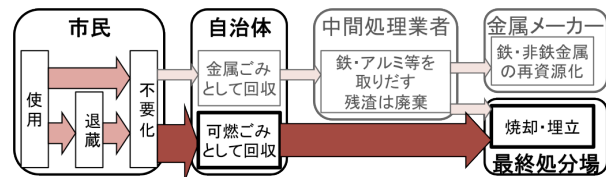


図-1 使用済み小型家電処理の現状

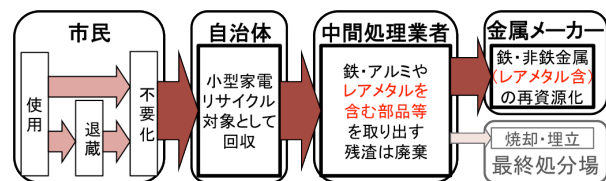


図-2 小型家電リサイクル制度案における処理の流れ

えば、狩野ら³⁾は、小型家電は使用済みとなってから排出されるまでに家庭で退蔵されやすいため、その排出量には不確実性があることを指摘している。Suzukiら⁵⁾は、発展途上国において廃電気・電子製品のリサイクルを導入する際の問題の一つに、採算がとれるだけの十分な量の廃電気・電子製品を集めることができないことを挙げている。実際に2008年から小型家電リサイクルを行っている北九州市とソニー株式会社は、想定していた量に比べて実際の回収量がかなり少なく、経済合理性が成り立たないという課題に直面している⁶⁾。

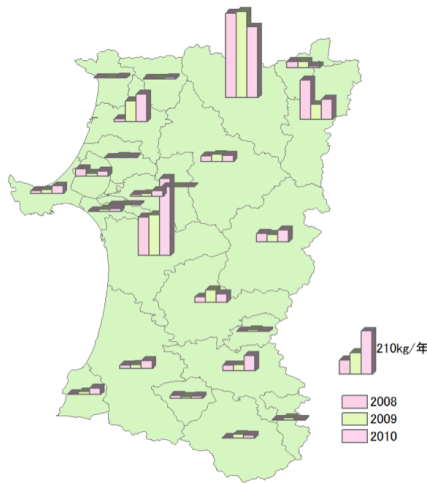


図-3 こでんプロジェクトにおける使用済みIT・通信機器の回収量

そのため、中間処理業者が使用済み小型家電製品のライフサイクルを円滑に進めていく上で、回収量の不確実性に対して頑健な事業計画を立てていく必要がある。

そこで本研究では、回収量に不確実性がある状況下での中間処理業者の動的在庫問題を考え、ロバスト最適化によって行動を決めたときの期待利潤やリスク指標の性質を明らかにする。Soyster⁴⁾によって提案されたロバスト最適化においては起こり得る最悪なケースを想定するため、最適解が過度に保守的になってしまうという問題がある。近年になって Bertsimas⁷⁾, Adida and Perakis^{8), 9)}によって最適解の頑健性を調整可能な枠組みとその解法が開発され、動的な在庫問題に適用され始めている。そこで本研究では、Bertsimasの手法を使用済み小型家電製品の中間処理業者に応用した動的在庫問題を考える。さらに、上述の既存研究では調べられていない VaR(Value at Risk) や CVaR(Conditional VaR) と頑健性の程度との関係を示す。また実データを基にした数値設定を用いて、数値実験を行い、回収量の平均値を用いて名目値最適化した場合と、ロバスト最適化した場合とで利潤、VaR, CVaR の比較分析を行い、ロバスト最適化が優れた目的関数を導くことを示す。

2. モデルの定式化

(1) 状況設定

本研究では図-2中に示される中間処理業者を想定する。すなわち中間処理業者は契約している地方自治体が回収した使用済み小型家電の全量が無償で引き取る。また引き取った小型家電を一時的にストックヤードに在庫として保管し、必要な分を取り出して複数の再生資源を抽出する。さらに抽出した再生資源を金属メーカーに引き渡し、対価として売却収入を得る。また小

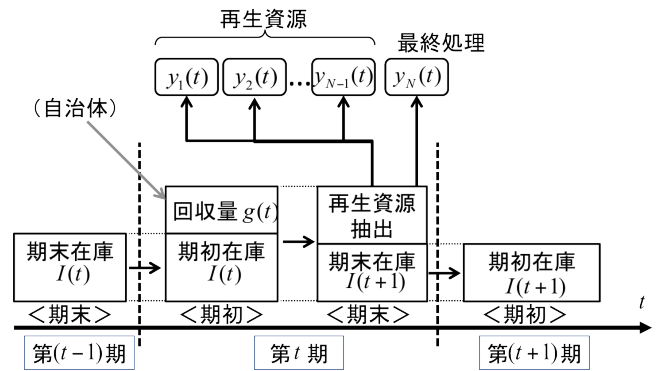


図-4 モデルの枠組み

型家電から再生資源を抽出した後に残ったものは廃棄物として、処理費用を支払って最終処理する。

(2) 名目値最適化モデル

本研究では離散かつ有限の計画期間 $[0, T]$ を考え、モデル中の時間の流れを図示すると図-4のようになる。中間処理業者は T 期間の各 t 期について再生資源 $i \in N$ それぞれの抽出量 $y_i(t)$ と、処理せず次期へ持ち越す小型家電の在庫量 $I(t)$ を決める。また中間処理業者は小型家電の在庫量が正の場合には在庫費用を、在庫量が負の場合には品切れペナルティを支払う。これを在庫・品切れ費用 $W(t)$ とおく。このとき、中間処理業者は使用済み小型家電製品の回収量について、平均的な回収量 \bar{g}_t (名目値) を想定して最適化を行うとし、中間処理業者の名目値最適化モデルとして次のように定式化する。

$$\max_{y, Y, I, W} \sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^N \{p_{i,t} y_{i,t} - C(y_{i,t}) - W_t\} \quad (1)$$

subject to

$$W_t \geq h \left\{ + \sum_{k=0}^t (\bar{g}_k - Y_k) \right\} \quad \forall t \in T \quad (2)$$

$$W_t \geq -s \left\{ I_0 + \sum_{k=0}^t (\bar{g}_k - Y_k) \right\} \quad \forall t \in T \quad (3)$$

$$I_{t+1} - I_t = \bar{g}_t - Y_t \quad \forall t \in T \quad (4)$$

$$0 \leq y_{i,t} \leq s_i Y_t \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (5)$$

$$Y_t = \sum_{i=1}^N y_{i,t} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (6)$$

式(2),(3)中のパラメータの内、 \bar{g}_t は t 期における小型家電回収量の名目値、 h は小型家電の単位当たり保管費用、 s は小型家電の単位当たり品切れペナルティ、 s_i は小型家電中に含まれる再生資源 i の含有率を表す。

目的関数の第1項は再生資源の売却利益、第2項は抽出費用、第3項は在庫・品切れ費用を表す。すなわち、 W_t は、式(2),式(3)で表され、 t 期における在庫量

が正の場合には在庫費用、負の場合には品切れペナルティとなる。式(4)は*t*期から*t*+1期への小型家電在庫量の増減が、*t*期における回収量と各再生資源の抽出量の差に等しいことを表わす。式(5)は小型家電から抽出できる再生資源量の上限を表わす。

(3) ロバスト最適化の導入

使用済み小型家電製品の回収量 g_t が変動する範囲を $g_t \in [\bar{g}_t - \hat{g}_t, \bar{g}_t + \hat{g}_t]$ と仮定する。ただし \hat{g}_t は回収量の変動幅を表わすパラメータである。ここで回収量を基準化した変数

$$z_t = \frac{g_t - \bar{g}_t}{\hat{g}_t} \quad \forall t \in T \quad (7)$$

を考える。ただし $z_t \in [-1, 1]$ である。最も極端なケースが起きた場合は $|z_t| = 1$ となるため、すべての期において極端なケースが続けて起きた場合には、その累計量は図-5中の45度線で表わされる。しかし、このような極端なケースは何度も連続して起きないと考えられるため、最適化計算の際に想定する不確実性の幅を制限するパラメータ Γ_t を考える。これは既存研究^{7), 8), 9)}では Budget of Uncertainty と呼ばれている頑健性の程度を決めるパラメータである。 Γ_t によって不確実性の変動幅を制限したときに、想定される回収量の値 $\hat{g}_t z_t$ は、次の最適化問題を解くことによって得られる。

$$\max_{z_t} \sum_{k=0}^t \hat{g}_k z_k \quad (8)$$

subject to

$$\sum_{k=0}^t z_k \leq \Gamma_t \quad \forall t \in T \quad (9)$$

$$-1 \leq z_k \leq 1 \quad \forall t \in T \quad (10)$$

式(9)中の Budget of Uncertainty を明示的に考えるため、式(8),(9),(10)で定義された最適化問題の双対問題を考えると、

$$\min_{\omega_t, r_{s,t}} \omega_t \Gamma_t + \sum_0^t r_{s,t} \quad (11)$$

subject to

$$\hat{g}_t \leq \omega_t + r_{s,t} \quad \forall s \in [0, t] \quad (12)$$

$$\omega_t \geq 0 \quad (13)$$

$$r_{s,t} \geq 0 \quad \forall s \in [0, t] \quad (14)$$

となる。式(11)の最適値は式(8)の最適値と等しい。ここで式(11)から式(14)で定義される最適化問題から得られる最適解を $\omega_t^* \Gamma_t + \sum_0^t r_{s,t}^*$ とおいたときに、名目値最適化モデルの式(2),(3),(4)に含まれる \bar{g}_t を、 $\omega_t^* \Gamma_t + \sum_{s=0}^t r_{s,t}^*$ で置き換えたものをロバスト最適化モデルと呼ぶ。

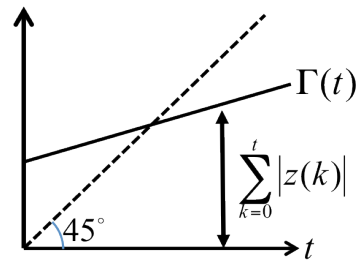


図-5 Γ_t と z_t の考え方

表-1 数値計算の設定

パラメータ	基盤	鉄等	廃棄物
p_i (万円/トン)	36.84	0.50	-0.40
c_i (万円/トン)	18.24	1.00	1.00
r_i	0.28	0.03	1.00

3. 中間処理業者の経済性の分析

(1) 数値設定

3期間3再生資源 ($T = 3, N = 3$) の設定の下で数値解析を行う。具体的には小型家電製品から資源性のある基盤、鉄等を分解し、残りを廃棄物として処分する状況を考える。再生資源ごとに定義されるパラメータの設定は採算性評価¹⁾を参考に表-1のように設定した。他のパラメータ設定は $h = 0.7$ (万円/ton), $s = 14$ (万円/ton) とした。また、全ての t について $\bar{g}_t = 250$ (ton) とし変動幅は $\hat{g}_t = 100$ (トン) とおく。また計画期間の初期値と最終期の在庫量は同じ水準を保持するものとし $I_0 = I_T = 250$ (トン) とした。使用済み小型家電の回収量は平均値 250、標準偏差 100 の正規分布に従ってランダムに発生させ、名目値最適化モデルとロバスト最適化モデルのそれぞれから得られた利潤や VaR, CVaR のシミュレーション結果の比較を行う。

(2) シミュレーションにおける利潤の分布

図-6に、50000回のシミュレーションを行った時のそれぞれのモデルの利潤の分布を示す。図-6から、名目値最適化よりもロバスト最適化の方が狭い範囲に分布していることが分かる。例えばロバスト最適化した時のシミュレーションにおける利潤の最大値が3234.3であるのに対して、名目値最適化では3478.4である。これは、ロバスト最適化では、品切れペナルティを避けるため、より多くの在庫を持つことによって、より多くの在庫費用が掛かるためである。一方、ロバスト最適化した時のシミュレーションにおける利潤の最小値

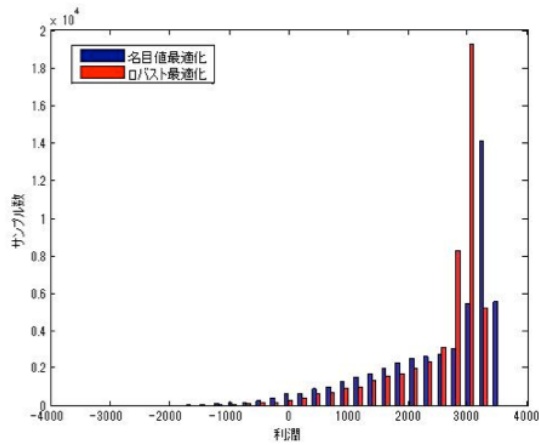


図-6 シミュレーションにおける利潤の分布

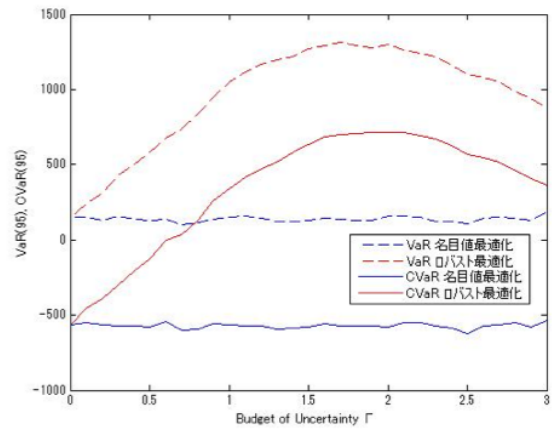


図-8 Γ_t と VaR, CVaR との関係

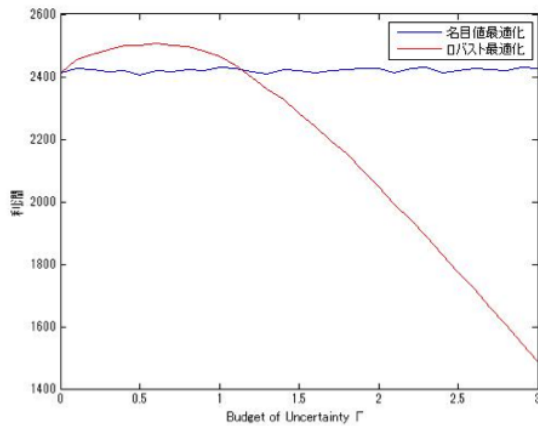


図-7 Γ_t と利潤の平均値との関係

が-2941.1であるのに対して、名目値最適化では-3397.4である。すなわち、ロバスト最適化の方が最悪でも得られる利潤は高い。これはロバスト最適化モデルにおいて中間処理業者は、より多くの在庫を持っていたため、回収量が少なかったときに中間処理業者が被る損失を、より小さくできたためである。

(3) Γ_t と中間処理業者の経済性との関係

中間処理業者が処理計画を立てるとき、不確実な回収量に対してどのような想定を置くかによって、その処理計画は変わってくる。そこで想定する回収量と処理計画との関係を把握しておく必要がある。本研究においてはロバスト最適化における Budget of Uncertainty Γ_t の大きさによって中間処理業者が想定する回収量が決まる。 Γ_t が小さい場合は業者が回収量の名目値に近いと楽観的に想定する状況を表わし、逆に Γ_t が大きい場合は業者が回収量を小さいと悲観的に想定し、不確実

性に対して頑健な行動を取ろうとする状況を表わす。そこで本節では Γ_t と業者の経済性との関係を分析する。

図-7は Γ_t を区間 $[0, T]$ で変化させた場合にシミュレーションから得られた利潤の平均値の変化を表わす。図-7から、ロバスト最適化モデルによる期待利潤の平均値は上に凸の形をしていることが分かる。またロバスト最適化モデルは Γ_t が0.6の時に最大値を取り、1.2までは利潤が名目値最適化モデルより大きい。 Γ_t が約0.6以下の領域で利潤の平均値が増加しているのは、在庫を持つことで品切れペナルティによる利潤の損失が減ったためと考えられる。さらに Γ_t が大きくなり、0.6以上の領域で利潤の平均値が減少するのは、在庫をより多く持とうとして再生資源抽出量が減り、売却利益が減ったためである。

次に図-8に Γ_t とリスク指標 VaR(95), CVaR(95) の関係を表わす(ただし VaR と CVaR については参考文献¹⁰⁾を参照)。図-8からロバスト最適化の VaR(95)・CVaR(95) は上に凸の形をしており、それぞれ、 $\Gamma_t = 1.8, 2.0$ 付近で最大値を取ることが分かった。すなわち、最悪なケースを想定し、 $\Gamma_t = 3$ に設定したとしても、損失は必ずしも最小になるとはいえない。ここで CVaR の最大値をもたらす Γ_t と図-8でのロバスト最適化モデルの期待利潤の最大値をとる Γ_t との間には、次の命題が成立する。

命題1: CVaR を最大化する Γ_t と利潤の期待値を最大化する Γ_t は必ずしも一致しない。

証明: 付録参照

また図-9に Γ_t と総廃棄物量との関係を示す。図-9から、ロバスト最適化の総廃棄物量は下に凸の形をしていることが分かる。総廃棄物量は Γ_t が1.2の時に最小値を取る。これは Γ_t が小さい場合、将来の回収量の変動に備えて抽出量を減らし、在庫量を増やそうとするため、廃棄物の量も減少する。また、 Γ_t が1.2よりも

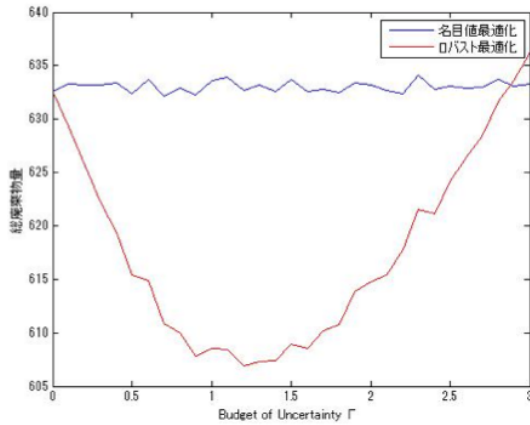


図-9 Γ_t と総廃棄物量との関係

大きくなったときに廃棄物量が増えいくのは、在庫量がさらに多くなると計画期間の最後に残る在庫量が増えるためである。このときに在庫量の終端条件よりも多くの在庫が残った場合には、超えた分を廃棄物として処理されるため、廃棄物量は増加していくと考えられる。

4. おわりに

本研究では、頑健性の程度を調整可能な小型家電製品の間処理業者の動的在庫問題を考え、回収量の不確実性に対してロバスト最適化を行った場合の中間業者の利潤や VaR, CVaR の性質を明らかにした。その結果、次の3点が明らかになった。

- 中間処理業者が想定する頑健性の程度によっては、回収量の平均値を用いて最適化した名目値最適化モデルよりも、ロバスト最適化の方が高い利潤が得られる場合があることを示した。
- 中間処理業者が回収量に関して最悪ケースを想定することが、必ずしも損失を最小にしないことがわかった。
- ロバスト最適化を考えることによって、リサイクルされない廃棄物の量が少なくなる。

現在、多くの研究で用いられている最悪ケースを考えるロバスト最適化が過度に保守的である解をもたらすのに対して、本研究では頑健性を調整可能な枠組みを提案し、期待利潤の最大化やリスクの最小化といった目的に応じて頑健性の程度を調整可能であることを示した。しかし、ロバスト最適化においては、将来の回収量の減少に備えて在庫を増やすため、有用資源の抽出量が少なくなってしまう。これは、より多くの有用資源を抽出する上で問題であり、今後は回収量の不確実

性によって生じる損失を抑えつつ、より多くの有効資源を回収できるような仕組みを考えていく必要がある。

謝辞： 本研究は科学研究費補助金 若手研究 (B) 研究課題番号 24760405 の助成を受けたものである。

付録 I 命題 1 の証明

ロバスト最適化モデルの目的関数を、計画期間を通じて実現した回収量のシナリオ g と、設定した Budget of Uncertainty の水準 Γ_t を用いて $\pi(g, \Gamma_t)$ とおく。回収量のシナリオ g の確率密度関数を $p(g)$ と置いたときに、中間処理業者の期待利潤は、

$$E[\pi(g, \Gamma_t)] = \int \pi(g, \Gamma_t) p(g) dg \quad (I.1)$$

と置く。期待利潤を最大化する Γ_t の必要条件は、この式を用いて、

$$\frac{\partial E[\pi(g, \Gamma_t)]}{\partial \Gamma_t} = 0 \quad (I.2)$$

CVaR は、

$$\phi_\beta = (1 - \beta)^{-1} \int_{\pi(g, \Gamma_t) \leq \alpha_\beta} \pi(g, \Gamma_t) p(g) dg \quad (I.3)$$

となる。式 (I.3) より、

$$\phi_\beta = (1 - \beta)^{-1} \int \pi(g, \Gamma_t) p(g) dg - (1 - \beta)^{-1} \int_{\pi(g, \Gamma_t) > \alpha_\beta} \pi(g, \Gamma_t) p(g) dg \quad (I.4)$$

となる。したがって、式 (I.4) の第 1 項は式 (I.1) と等しい。したがって、式 (I.4) を最大化する Γ_t が満たすべき必要条件は、

$$\frac{\partial \phi_\beta}{\partial \Gamma_t} = (1 - \beta)^{-1} \frac{\partial E[\pi(g, \Gamma_t)]}{\partial \Gamma_t} - (1 - \beta)^{-1} \frac{\partial}{\partial \Gamma_t} \int_{\pi(g, \Gamma_t) > \alpha_\beta} \pi(g, \Gamma_t) p(g) dg \quad (I.5)$$

である。期待利潤を最大化する Γ_t の値 (式 (I.2) を満たす Γ_t) においては、第 1 項はゼロであるが、第 2 項は必ずしもゼロでない。したがって、期待利潤を最大化する Γ_t とリスクを最小化する Γ_t は必ずしも一致しないことが示された。

参考文献

- 1) 環境省, 経済産業省: 使用済小型家電からのレアメタルの回収及び適正処理に関する研究会とりまとめ, 2011/4.
- 2) こでんリサイクル HP: こでんプロジェクト品目別年間回収量, http://www.coden.jp/project/item_result.html
- 3) 狩野真吾, 白鳥寿一, 中村崇: 使用済み小型電気・電子機器の回収量試験と回収量評価, *Journal of MMIJ*, Vol. 125, pp.547-554, 2009.
- 4) Soyster, A. L.: Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming, *Operations Research*, Vol.21, pp. 1154-1157, 2006.

- 5) Suzuki, M. Subramanian, L. Watanabe, T. Hasegawa, H.: The Application of the International Resource Recycling System (IRRS) to encouragement of Electric Waste Recycling- the Case of Fuji Xerox, *Electronics and the Environment*, 2008.
- 6) 環境省九州地方環境事務所, 経済産業省九州経済産業局: 九州地域における小型家電等のレアメタルリサイクル可能性調査 報告概要, 2010.3.16.
- 7) Bertsimas, D. Thiele, A.: A Robust Optimization Approach to Inventory Theory, *Operations Research*, Vol.54, pp. 150-168, 2006.
- 8) Adida, E. Perakis, G.: A robust optimization approach to dynamic pricing and inventory control with no backorders, *Mathematical Programming*, Vol. 107, pp.97-129, 2006.
- 9) Adida, E. Perakis, G.: Dynamic pricing and inventory control: robust vs. stochastic uncertainty models ? computational study, *Annals of Operations Research*, Vol. 181, pp.125-157, 2010.
- 10) Rockafellar, R. Uryasev, S.: Conditional value-at-risk for general loss distribution, *Journal of Banking and Finance*, Vol.26, pp. 1443-1471, 2002.

(2012. 8. 3 受付)