

階層ベイズ法によるバネ質点系追従挙動モデル パラメータの時変推定

葛西 誠¹・柴垣 俊²・寺部 慎太郎³

¹正会員 東京理科大学 理工学部 土木工学科 助教 (〒270-8510 千葉県野田市山崎2641)
E-mail: kasai@rs.noda.tus.ac.jp

²非会員 東京理科大学大学院 理工学研究科 土木工学専攻 (〒270-8510 千葉県野田市山崎2641)
E-mail: j7612618@ed.tus.ac.jp

³正会員 東京理科大学 理工学部 土木工学科 准教授 (〒270-8510 千葉県野田市山崎2641)
E-mail: terabe@rs.noda.tus.ac.jp

高速道路単路部のボトルネック現象解明のためには、追従挙動と道路幾何構造との対応付けが必要であるとされる。そのためには、追従挙動モデルパラメータが時間とともに変化する量、すなわち時変パラメータと仮定し推定することが1つの方法としてあり得る。本論文は、追従挙動モデルとしてバネ質点モデルを基本とし、この3種類のパラメータである収束早さ、振動速さおよび希望車間距離を時変パラメータとして推定する方法を述べる。推定法として階層ベイズ法を採用し、動的モンテカルロ法にて求解する。本手法の実装例として、ドライビングシミュレータによる追従挙動データに適用した結果を示しつつ、今後の課題に言及する。

Key Words : bottleneck phenomena, car-following behavior, time-varying model, hierarchical Bayesian model, Markov chain Monte Carlo methods

1. はじめに

高速道路単路部ではサグ部やトンネル部付近を先頭とした自然渋滞がよくみられる。この問題は、こうした箇所が何らかの原因で交通容量が前後より小さくなっているため生じており、これを容量上のボトルネック現象と呼んでいる¹⁾。

ボトルネック現象は未解明であるものの、これまでに概ね合意が得られた解釈は以下のようなものである¹⁾。一見したところ何の障害がなく、例えば集約料金所や交通事故等による車線閉塞等がないにも拘わらず渋滞することは、外的な阻害要因によらず交通流内部から渋滞が自然発生することを意味する。臨界流相当の密度であれば交通流はほぼ追従挙動の累積から成り立っているから、渋滞の原因を探るためには、追従挙動と渋滞先頭箇所の道路構造との関係を明らかにする必要があるとされていた²⁾。

追従挙動と道路幾何構造との関連については、モデル化の際に予め幾何構造をモデルの説明変数に加えることが考えられる。越に始まる一連の取組み¹⁾³⁾⁴⁾は、まさにここに焦点を当てたものである。一方で、この関係については事前に十分に的確な仮説を立てることも困難なこ

とであり、代替案としてはデータオリエンティッドなモデル化も有力な方法と位置付けられる。

しかしながら、基本となる追従挙動モデルを一切用いないことも効率の悪い方法と思われる。追突しにくい等の追従挙動モデルとしての基本性能が一定程度確認されたモデルを用い、幾何構造の影響はパラメータ値の変化として現れると考えるのが良いであろう。

本研究は、そのための第1段階として、バネ質点系モデル⁵⁾のパラメータ値が時々刻々と変動すると仮定した場合のパラメータ値推定法について紹介する。

2. 時変パラメータバネ質点モデルへの拡張

先述のバネ質点系モデル⁵⁾について簡単に性質を整理しておく⁶⁾。

以前より、車間距離(または車頭距離)と相対速度との関係を時系列でプロットしていくと、一般に、スパイラル状の曲線に従うことが知られていた。この性質は、バネに質点が結合され振動する系(調和振動子)の運動と極めて似ていることから、バネの振動の類推として組

み立てられた追従挙動モデルが次式の通り提案された：

$$\frac{d^2Y}{dt^2} + \alpha \frac{dY}{dt} + \beta Y = \beta Y_c \quad (1)$$

ここに、 Y ：車間距離、 α ：減衰早さ、 β ：振動速さ、 Y_c ：希望車間距離、である。ドライバーの意図する希望車間距離を振動中心として、車間距離が振動する様子を想像するとよい。なお、希望車間距離は追従車速度の3次関数が妥当⁵⁾⁶⁾とされているが、予備的検討によれば推定不可能となり、本論文ではそのように速度の関数とは考えないこととする。

さて、先述の通り、モデル式中のパラメータは α 、 β 、 Y_c の3種類である。これらを明示的に時間によって変動する量（時変パラメータと呼ぶ）として書き直すと、次式のようになる：

$$\frac{d^2Y(t)}{dt^2} + \alpha(t) \frac{dY}{dt} + \beta(t)Y(t) = \beta(t)Y_c(t) \quad (2)$$

なお、このモデルにしたがって、車間距離、相対速度等を時々刻々と計算していく方法としては数値積分法の1種である Euler 法を用いる。すなわち、 $dY(t) = X(t)$ 、 $\mathbf{y}(t) = [Y(t), X(t)]$ とおき式(2)を変形して、

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} Y(t) \\ X(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta(t) & -\alpha(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(t) \\ X(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta(t)Y_c(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta(t) & -\alpha(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta(t)Y_c(t) \end{bmatrix} \quad \text{とおくと}$$

$$\frac{d\mathbf{y}(t)}{dt} = \mathbf{A}(t)\mathbf{y}(t) + \mathbf{p}(t) \quad (4)$$

時間離散間隔を h とすれば、

$$\frac{1}{h}(\mathbf{y}_{t+h} - \mathbf{y}_t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{y}(t) + \mathbf{p}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{y}_{t+h} = \mathbf{y}_t + h(\mathbf{A}_t\mathbf{y}_t + \mathbf{p}_t) \quad (6)$$

これにより次時刻の車間距離等が計算できる。

この段階で、 α 、 β 、 Y_c も時間間隔 h で離散化され、点列 $\{\alpha_i\}$ 、 $\{\beta_i\}$ 、 $\{Y_{c_i}\}$ ($i=1,2,\dots,n$) を得る。

3. 階層ベイズ法の導入

(1) 階層ベイズモデル

追従挙動モデルのパラメータが時変と仮定すると、推定すべきパラメータの数は多くなる。推定すべきパラメ

ータはデータよりも推定すべきパラメータが多い問題、いわゆる識別性のない問題となる。階層ベイズ法はこれに対応可能なモデリングである。

階層ベイズ推定は次に基づき行なわれる⁷⁾：

$$P(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{x}) = \frac{1}{Z} P(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) P(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\omega}) P(\boldsymbol{\omega}) \quad (7)$$

ここに、 \mathbf{x} ：データ分布（取得されたデータ）、 $\boldsymbol{\theta}$ ：推定対象のパラメータ、 $\boldsymbol{\omega}$ ：ハイパーパラメータ、 $P(\boldsymbol{\omega})$ ：ハイパーパラメータ分布、 $P(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\omega})$ ：事前分布、 $P(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta})$ ：データ分布（尤度関数に相当）、 $P(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{x})$ ：事後分布、 Z ：正規化係数。

予め事前の知識をもとに仮定したパラメータの分布、すなわち事前分布 $P(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\omega})$ の下で、実際にデータ $\boldsymbol{\theta}$ が得られる尤度（データ分布という）が定まり、正規化された事後分布 $P(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{x})$ が求まる。階層ベイズでは、さらにパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の分布を特徴付ける統計量（ハイパーパラメータ） $\boldsymbol{\omega}$ の事前分布を設ける。例えば $\boldsymbol{\theta}$ の生起が正規分布に従うと仮定すれば、その正規分布の標準偏差がハイパーパラメータ $\boldsymbol{\omega}$ に対応する。

これを時変パラメータのバネ質点系モデルに適用する。

(2) 事前分布

先述のとおり、事前の知識として、振動の減衰早さを示す $\{\alpha_i\}$ 、振動速さを示すパラメータ $\{\beta_i\}$ 、希望車間距離 $\{Y_{c_i}\}$ の滑らかな変動を仮定する。 Δ^2 を2階差分の演算子とすれば、事前分布 $P(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\omega})$ は、

$$P(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\omega}) = \prod_{i=3}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left\{-\frac{(\Delta^2\alpha_i)^2}{2\sigma_2^2}\right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3^2}} \exp\left\{-\frac{(\Delta^2\beta_i)^2}{2\sigma_3^2}\right\} \\ \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4^2}} \exp\left\{-\frac{(\Delta^2Y_{c_i})^2}{2\sigma_4^2}\right\} \quad (8)$$

ただし、 $\sigma_2^2, \sigma_3^2, \sigma_4^2$ はハイパーパラメータである。

2階差分が0に近いほど、より滑らかであることを意味し、滑らかであるほど高い確率で生起すると仮定していることとなる。なお、 $\boldsymbol{\theta}$ は推定すべきパラメータであり、次のように書ける：

$$\boldsymbol{\theta} = (\hat{Y}_1, \hat{Y}_2, \dots, \hat{Y}_n, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, \\ Y_{c_1}, Y_{c_2}, \dots, Y_{c_n}) \quad (9)$$

(3) データ分布

古典的なベイズ推定の文脈では、尤度関数に相当する。事前の知識として、パラメータが滑らかであることを仮定し、その仮定の下で、実測のデータが得られる尤もらしさを表現する項である。

具体的には、実測の車間距離と推定車間距離とのスキ

ランタイム毎の乖離が小さいほど、高い確率で生起する、と考えていることとなる。次式の通り定義する：

$$P(\theta | \mathbf{x}) = \prod_{i=3}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left\{-\frac{(\hat{Y}_i - Y_i)^2}{2\sigma_1^2}\right\} \quad (10)$$

ここに、観測データ $\mathbf{x} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 。 σ_1^2 はハイパーパラメータである。

(4) 推定方法としての動的モンテカルロ法

事前分布とデータ分布との積で定義される事後分布を最大となるような、パラメータの組を探索する。この推定には、動的モンテカルロ法の1種であるメトロポリス・ヘイスティング法が利用可能である⁹⁾。

詳細は書籍⁹⁾を参照されたいが、おおよそ次の通りに要約できる：1)初期値を与えて、乱数を発生させ、パラメータ値を変化させる、2)与えられたパラメータ値を基に、事後確率を計算する。3)1つ前の計算ステップの事後確率との比が、ある値(0~1の一様乱数を参照する)より大きいとき、そのパラメータ値を採用し次ステップへ進む。なお、2)では事後確率を得る1回の計算に対して、式(6)に基づく1走行分の追従シミュレーション計算が必要であることが特色である。

4. 実装例

(1) 使用データ

基本的には伏屋ら⁹⁾による実験と同一の方法にて行なわれる。本田技研工業(株)製ドライビングシミュレータにて取得された追従挙動データを用いる。実験コースは高速道路のサグ部を模した2車線の単路である。先行車および追従車(被験者が運転する)は走行車線を走行する。進路変更を防ぐため追越車線には一定車間距離で複数の車両を走行させる。先行車は定速走行の後一旦減速し、しばらくの後加速し巡航に戻る簡単なシナリオである。被験者はこの状況の下、特段の指示なく走行する。

本実験では複数の被験者、および複数の先行車走行パターンにおけるデータを取得しているが、本稿では、あくまで提案の推定法が機能するかを確認することを目的としているため、1人の1回走行分のデータに対して推定を行なってみよう。なお被験者は当時大学院生、運転歴3年以上の男性である。

(2) 推定

時間離散間隔は0.5秒、推定に用いる範囲は先行車の減速に伴って大きな速度変動が生じているところとし、40秒間とする。この設定は暫定的であり、推定に要する

時間等を勘案して経験的に定めたものである。

パラメータの初期値は次の通りとする。減衰早さ α_i および振動速さ β_i は、それぞれ $0.1 - 0.01 < \alpha_i < 0.1 + 0.01$ 、 $0.2 - 0.01 < \beta_i < 0.2 + 0.01$ の値域内で一様乱数に従い設定する。希望車間距離 Y_{c_i} は、0.5秒後の実測車間距離を与えておく。すなわち $Y_{c_i} = Y_{i+1}$ とする。

ハイパーパラメータの初期状態として表-1上段の通り定め、以降先述のメトロポリス・ヘイスティング法に従って1,000,000回の繰り返し計算の後、得られたハイパーパラメータを表-1下段に示す。また図-1に実測の車間距離に対する推定車間距離、および希望車間距離を示す。また、図-2は推定された減衰早さおよび振動速さである。

図-1を見ると、推定車間距離が極めて良く実測車間距離に接近している。以前の推定方法であるシンプレックス法では、実測車間距離と推定車間距離の中等誤差は5m程度⁹⁾であるので、驚くほど高い精度に思える。

表-1 ハイパーパラメータ初期値と推定値

ハイパーパラメータ	σ_1 [m]	σ_2 [s ⁻¹]	σ_3 [s ²]	σ_4 [m]
初期値	7.50	1.50	5.50	1.50
推定値	0.397	4.15×10^2	3.40	2.83×10^2

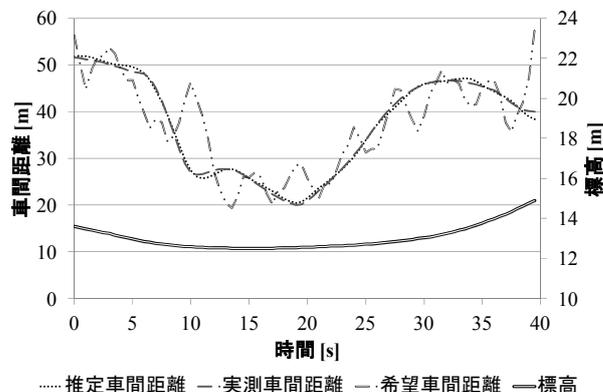


図-1 実測車間距離に対する推定車間距離

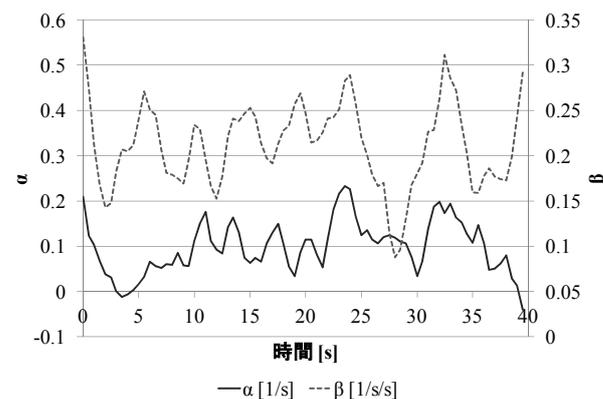


図-2 推定された時変追従挙動パラメータ

しかし、これは注意が必要と思われる。本論文では「希望車間距離」は速度の3次関数とは設定しておらず、この点が従来のモデル⁹⁾とは異なる。希望車間距離は結局何によって規定されるのかの問題は先送りされている。

図-2によれば、事前分布設定時のねらい通り、時間に沿って滑らかに変化していることがまず確認できる。次いで、パラメータ値の解釈をしよう。着目すべきは2箇所あると思われる。1)減衰早さが負となる約3~5秒、2)振動速さが比較的小さくなる25~30秒である。1)に関して、減衰早さが負であることは振動しながら発散傾向にあることを意味し、長期的には不安定な追従に相当すると思われる。また2)は、比較的ゆっくりと希望車間距離に対して収束することを意味するから、緩慢な追従と言えるかもしれない。このように、時変パラメータとして推定することで、追従の性質が時々刻々と変化する様子がわかる。

本来は、幾何構造とこれら推定パラメータ値との関係を議論しなければならないが、解析追従挙動データセット数の補充も必要であり、将来の取組みと位置付ける。なお、ここでは最適化の文脈で動的モンテカルロ法を用いているため、最終回のパラメータ値を推定値としてそのまま示している。通常、推定値としては動的モンテカルロ法に基づいてパラメータ値のサンプリングを行ない平均値を求めるが、その扱いをしていないことを注記しておく。

5. おわりに

追従挙動モデルと道路幾何構造との対応を議論するためには、パラメータ値が時間とともに変化する量、すなわち時変パラメータと仮定することが有力であり、追従挙動パラメータの変動と、幾何構造との関係が明らかになると期待される。しかし推定すべきパラメータ数がデータ個数より多い問題となるため、これに対応可能な階層ベイズ推定を適用する方法を1例として示した。

もちろん、本研究の段階では、いくつかの解決すべき重要な課題が残されている。

1つには、階層ベイズ推定を適用する方法そのものが他にもあり得ることである。特に、既往の知識をモデリングに用いることができる事前分布の設計方法は他にも

多様な可能性がある。例えば、本稿では、「追従挙動モデルパラメータ値は滑らかに変動する」仮定を事前分布として導入したが、幾何構造を表す変数(例えば縦断勾配変化率)を直接事前分布に導入することもあり得る。

また、仮に本論文のように滑らかなパラメータ値の変動を仮定するとしても、道路幾何構造との対応をどのように解析するかは別の重要な課題である。

いま1つは、推定技術に関わることである。本例題では0.5秒間隔の40秒間のデータという短い時間の解析に留まっている。これはマシンパワーおよびプログラム実装上の工夫の余地があることに由来している。

いずれにしても、追従挙動モデルのパラメータが時間とともに変化すると仮定した推定は、他に類を見ないのである。今後道路幾何構造と追従挙動との関係を明確にでき、ボトルネック現象の要因を特定できる可能性があることは意義深いものと考えられる。

参考文献

- 1) 越正毅: 高速道路のボトルネック容量, 土木学会論文集, No.371/IV-5, pp.1-7, 1986.
- 2) 大口敬: 高速道路単路部渋滞発生解析—追従挙動モデルの整理と今後の展望—, 土木学会論文集, No.660/IV-49, pp.39-51, 2000.
- 3) 邢健, 越正毅: 高速道路のサグにおける渋滞現象と車両追従挙動の研究, 土木学会論文集, No.506/IV-26, pp.45-55, 1995.
- 4) 尾崎晴男: 車両の追従挙動とサグ部の隘路現象, 東京大学博士(工学)論文, 1994.
- 5) 葛西誠, 内山久雄, 野中康弘: スパイラル曲線として表現される車両追従挙動のモデル化, 土木学会論文集 D, Vol.63, No.1, pp.65-75, 2007.
- 6) 葛西誠, 野中康弘, 内山久雄: スパイラル曲線として表現される車両追従挙動モデルの交通流再現性の検証, 土木学会論文集 D, Vol.65, No.3, pp.211-224, 2009.
- 7) 石黒真木夫, 松本隆, 乾敏郎, 田邊國士: 統計科学のフロンティア 4 階層ベイズモデルとその周辺, 岩波書店, 2004.
- 8) 伊庭幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦: 統計科学のフロンティア 12 計算統計II, 岩波書店, 2005.
- 9) 伏屋和晃, 葛西誠, 寺部慎太郎: ドライビングシミュレータを用いた高速道路サグ部の追従挙動解析に向けた実験設計, 土木計画学研究・講演集, Vol.44, 7pages, 2011.

(2012. 8. 3 受付)

CALIBRATION OF CAR-FOLLOWING MODEL DESCRIBED AS SPRING-MASS SYSTEM BY HIERARCHICAL BAYESIAN METHODS

Makoto KASAI, Shun SHIBAGAKI and Shintaro TERABE