

# 計算幾何学的手法を用いた混雑課金領域の 最適設計手法の構築とその適用

高木 良太<sup>1</sup>・円山 琢也<sup>2</sup>・溝上 章志<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 (株) 九電工 (〒815-0081 福岡市南区那の川1-23-35)

<sup>2</sup>正会員 熊本大学准教授 政策創造研究教育センター (〒860-8555 熊本市中央区黒髪2-39-1)

E-mail: takumaru@kumamoto-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 熊本大学教授 大学院自然科学研究科 (〒860-8555 熊本市中央区黒髪2-39-1)

E-mail: smizo@gpo.kumamoto-u.ac.jp

一般的な次善混雑課金政策の方式であるコードン課金およびエリア課金の最適設計を行うための手法はいくつか提案されている。しかし、既存の最適化手法は課金領域の中心位置を含めた最適化を行うことができないため、計算前に人の判断によって課金領域の中心を初期値として設定する必要がある。また、既存の手法では、計算中の領域の形状制御が困難なため、最適解が非現実的な領域になることがある。本研究では、課金領域の形状制御と中心位置の最適化が可能な新たな計算法を構築した。この計算法は、課金領域の表現とその最適化の過程において、計算幾何学的手法を用いている。さらに、遺伝的アルゴリズムとの高い親和性を有した設計となっている。この計算法を実都市ネットワークへ適用し、その計算結果を既存手法による結果と比較を行った。

**Key Words:** *computational geometry, heuristic approach, optimal toll problem, road pricing, second best*

## 1. はじめに

都市における諸問題の多くは時間と空間に依存して変化する。したがって、それら諸問題の解決を意図した政策の設計において、問題の大きさの時空間上での違いに対応して、政策を時空間上で適切に変化させることが求められる。

交通混雑問題も時間と空間に応じて問題が変化する典型例であり、その解決策として混雑課金政策<sup>1)</sup>を検討する際にも、時間と空間を適切に考慮した政策設計が重要となる。混雑課金の基本的な考え方は、最も混雑が激しい時間帯および空間（具体的には道路リンクや地区）に対して高い混雑課金を課し、混雑が発生していない時間帯、空間（地区）には低額の課金を行うか無料とするというものである。

ここで、空間の違いに応じて課金レベルを詳細に変化させることは、技術的には不可能では無くなりつつあるものの、課金制度の分かりにくさ・利用者への受容性が低いという課題は未だ存在するといえる。例えば、道路リンク一本ごとに1円単位での課金レベルの変化を設定することは、技術的に不可能ではないにしても、現実的

な政策とは言いがたいであろう。

以上の背景を踏まえると、いまや古典的な次善混雑課金とも呼ばれるコードン型やエリア型の混雑課金の研究を進めていく価値は少なくないといえる。コードン型方式は、設定された課金領域への流入時にその都度課金がされるのに対して、エリア方式は、対象領域内でのすべての走行に対して1日単位で課金する方式である。どちらも、対象都市圏という空間を、課金領域で分割するという性質を持っている。通常の単一課金領域の政策を考えると、都市空間を、その混雑の発生状況に応じて、課金対象区域と非課金区域の2つに分割するという問題となる。筆者らは、このコードン型やエリア型の混雑課金政策の設計問題に対して、課金レベルだけではなく、最適な課金領域を設計するという問題を構築してきた<sup>2)</sup>。筆者らの研究の特徴は、既存研究が多数なされてきたコードン課金<sup>3,4)</sup>だけではなく、エリア課金も的確に表現できるモデルを構築<sup>5)6)</sup>し、その2つの政策の違いを実証的に示している点にある。

しかし、これらの先行研究でもいくつかの課題が残されており、その解決を本研究は意図している。Sumalee<sup>4)</sup>によってコードン課金の最適設計のために開発された

branch-tree 法は、エリア課金にも高木ら<sup>2)</sup>によって応用されるように、汎用性が比較的高いものとみなされてきた。しかし、この方法は、課金領域の中心の最適化を行うことができないため、計算前に人の判断によって課金領域の中心ノードを指定する必要がある。また、この方法は、計算中の領域の形状制御が困難なため、最適解が非現実的な領域となることがあるという問題がある。具体的には、通常、課金領域は、極端にデコボコしていない凸型の形状となると想定されるが、先行研究<sup>2)</sup>の結果では、いびつな非凸型の課金領域が最適解として算出された例がある。これは、通常では想定できない効果的な課金領域が発見できたとみなすこともできるが、交通需要予測モデルに含まれる誤差や、利用者の課金制度への受容性を考えると、現実的な課金領域の形状制御も可能な計算方法の開発が求められる。

本研究は、コードンおよびエリア課金の最適設計において、課金領域の形状制御と中心位置の最適化が可能な新たな計算法を構築し、その有用性を確認することを主な目的とする。また、この方法を拡張することで、単一課金領域のみではなく、複数課金領域の最適化も行うことが可能な計算法も開発する。そしてこれらの方法を実際の都市圏に適用し、実証的な知見を得ることを目的とする。

本研究では、計算幾何学という空間上の図形の処理を効率的に解く研究分野の方法も参考に、現実的な課金領域の制約を追加した数理的な問題の解法を構築する。本研究における、「現実的な領域」とは詳細は後述するが、凸領域と定義する。

なお、本研究では、結果を先行研究と比較することも意図して、先行研究と同様に静的配分による時間軸を捨象した分析フレームを利用している。ただし、はじめにも述べたように混雑は時間変化するものであり、混雑課金政策の空間上の最適設計だけではなく、時間軸上の最適化も重要である。この点については、別途進められている、例えば時間変換型コードン課金<sup>7)</sup>の研究と本研究の手法を組み合わせることで対応が可能と考えられる。時間軸と空間軸の同時に考慮した最適課金設計問題を最初から考えることは、問題を過度に複雑化し、結果の解釈を困難にする恐れもあるため、本研究のような空間軸を対象を絞った基礎的研究にも、十分な意義があると考えられる。また、本提案手法は、空間領域分割問題とみなせるものであり、交通混雑に対する混雑課金政策の課金領域の設計にとどまらず、様々な都市課題に対応した政策分析にも応用できるであろう。

研究の構成として、2. で基本モデルである課金領域の二段階最適化モデルを示し、3. で計算幾何学的手法を用いた課金領域の新たな表現手法を提案する。4. では遺伝的アルゴリズムをベースとしたモデルの解法を構築す

る。5. では提案手法を用いた計算法の実都市への適用を行い、6. にて成果をまとめる。

## 2. 二段階最適モデル

課金領域と課金レベルの最適化は二段階の最適化問題として定式化される。本章の内容は既存研究<sup>2)</sup>と同様であるが、論文の完結性を高めるために再掲する。

### (1) 上位問題

本研究では、下位問題の利用者均衡条件の制約のもと、以下の式で計算される社会的余剰を最大化する課金領域と課金レベルを設定する問題を考える。

$$\max SW = \sum_n \int_0^{h_n} D_n^{-1}(\omega) d\omega - \sum_a x_a t_a(x_a) \quad (1)$$

ここで、トリップ・チェーン  $n$  に対して、 $D_n^{-1}(\omega)$ : 逆需要関数、 $h_n$ : トリップ・チェーン  $n$  の交通量、リンク  $a$  に対して、 $x_a$ : 交通量、 $t_a(x_a)$ : リンクコスト関数である。

### (2) 下位問題

下位問題ではトリップ・チェーン・ベースの需要変動型利用者均衡配分を行う。そのモデルの等価最適化問題を式(2)に示す。

$$\begin{aligned} \min Z(\mathbf{g}, \mathbf{h}) = & \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega + \sum_n \sum_{m \in M} \tau g_n^m \\ & - \sum_n \int_0^{h_n} D_n^{-1}(\omega) d\omega \\ \text{subject to} & \\ h_n = & \sum_m g_n^m, \quad \forall n, \\ x_a = & \sum_{m,n} \delta_{a,n}^m g_n^m, \quad \forall a, \\ x_a \geq 0, & h_n \geq 0, g_n^m \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $g_n^m$ : トリップ・チェーン  $n$  の経路  $m$  の交通量、 $M$ : 課金領域を通過する経路の集合、 $\tau$ : 課金レベル、 $\delta_{a,n}^m$ : リンク  $a$  がトリップ・チェーン  $n$  の経路  $m$  に含まれているときに1、それ以外は0をとる変数である。

この非加法型のトリップ・チェーン均衡モデルは Maruyama and Harata<sup>5)</sup>, Maruyama and Sumalee<sup>6)</sup>によって構築され、1日単位での課金を行うエリア課金/コードン課金を的確に表現できる利用者均衡配分を可能にしている。モデルの詳細についてはこれらの参考文献を参照されたい。

なお、本研究では、トリップ・チェーン  $n$  の需要関数と逆需要関数として、先行研究<sup>5), 6)</sup>と同様に式(3)を用いた。

$$D_n = D_n^0 \exp \left\{ \rho \left( 1.0 - \frac{c_n}{c_n^0} \right) \right\} \quad (3)$$

ここで、 $c_n$ : 均衡時最小コスト,  $c_n^0$ : 無課金時最小コスト,  $D_n^0$ : 基本(無課金時)需要量,  $\rho$ : 需要価格弾力性パラメータとする。

### 3. 計算幾何学的手法を用いた課金領域の表現

#### (1) 概略

本研究では、課金領域の中心座標とそれを基点とした極座標成分の集合から計算される領域境界線によって、エリア課金やコードン課金の課金領域を表現する手法(以下、提案手法と記述)を提案する。課金領域を座標指定によって定義することで、計算中の中心位置の自由な移動と形状制御を容易に行うことを可能にする。この点が、対象ネットワークのノード・リンクの接続構造のみに(トポロジカルに)着目して課金領域を表す既存手法(branch-tree手法<sup>4,2)</sup>)との違いである。

#### (2) 計算幾何学

空間情報の中から、ある条件を満たすような図形を列挙する問題を幾何学的探索問題という。計算幾何学とは、幾何学的探索時に生じる、初等ユークリッド幾何学の問題を計算機によって効率よく解くためのアルゴリズムの開発を扱う分野である。

提案手法において、幾何学データで表された課金領域を配分計算に反映させるには、その課金領域と対応するようにリンク単位の課金状態を設定しなければならない。この課金リンクの判定において、幾何学的探索問題を解く必要がある。

#### (3) 極座標形式による領域の表現

提案手法は境界線を表すベクトルの集合によって課金領域を表現するが、課金領域を表すデータには境界線の情報を含めない。データ上は課金領域の中心座標と極座標成分のみを保持し、課金領域の境界線はそのデータから間接的に計算を行うようにする。以下に、提案手法における課金領域の定義を示す。

1つの課金領域は、ネットワークの座標系(直交座標系)に対応する中心点 $x, y$ と、それを極とする極座標系に対応する極座標成分の集合 $\mathbf{A} = \{ \mathbf{A}_i \}$ の2つのデータによって定義する。1組の極座標成分 $\mathbf{A}_i$ は動径と偏角を含み、これを $\mathbf{A}_i = (r_i, \theta_i)$ と表現する。 $i$ は要素番号を表し、 $i < |\mathbf{A}|$ となる。GAとの親和性を高めるため、極座標成分の大きさ $|\mathbf{A}|$ はすべての課金領域で共通とし、偏角 $\theta$ は以下の式を用いて設定する。

$$\theta_i = 2\pi \cdot \frac{i}{|\mathbf{A}|}, \quad \forall i = 0, \dots, |\mathbf{A}|-1 \quad (4)$$

これにより、すべての課金領域において、偏角 $\theta$ は円を等分割するように、 $i$ に応じて0から $2\pi$ の範囲で設定される。図-1は、 $|\mathbf{A}|$ を12に設定した状態を表している。領域間で偏角と成分数を共通化することで、データ上から偏角を取り除くことができる。ここで、極座標成分から偏角データを除いた動径のみの配列を $\mathbf{R}$ と定義する。

次に、中心座標と $\mathbf{A}$ から課金領域の境界線を得る。まず、極座標系で表されている $\mathbf{A}_i$ を、以下の式によってネットワークの直交座標系に対応する位置座標 $\mathbf{P}_i$ に変換する(図-2)。

$$\mathbf{P}_i = (x_i, y_i) = (x + r_i \cos \theta_i, y + r_i \sin \theta_i), \quad \forall i \quad (5)$$

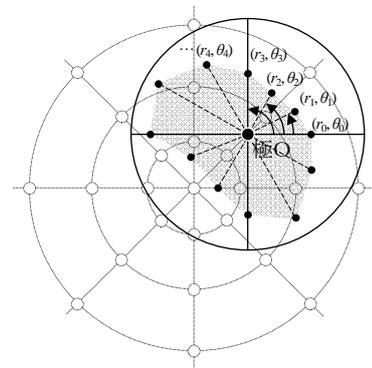


図-1 極座標成分

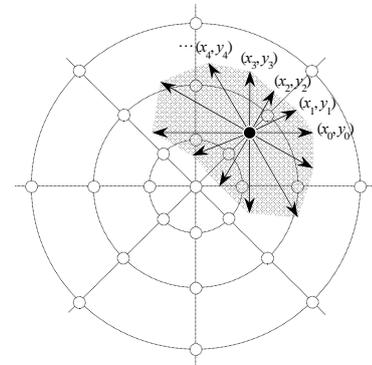


図-2 直交座標系への変換

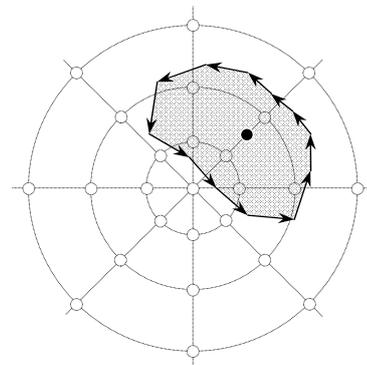


図-3 課金領域の境界線

この位置座標の集合を  $\mathbf{P} = \{ \mathbf{P}_i \}$  と表現する. 次に,  $\mathbf{P}$  から, 境界ベクトルの集合  $\mathbf{B} = \{ \mathbf{B}_i \}$  を次式によって計算する.

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i, \quad \forall i \quad (6)$$

ここで,  $\mathbf{B}_i$  の始点を  $\mathbf{P}_i$  としてベクトルを描画すると,  $\mathbf{B}$  は課金領域の境界線を表す (図-3). 境界ベクトル  $\mathbf{B}_i$  の始点と終点は, それぞれ  $\mathbf{B}_{i-1}$  の終点  $\mathbf{P}_i$  と  $\mathbf{B}_{i+1}$  の始点  $\mathbf{P}_{i+1}$  に接続されるので, 境界ベクトル集合  $\mathbf{B}$  によって表される境界線は常に閉じた状態が維持できる. 課金領域は境界ベクトル集合  $\mathbf{B}$  に囲まれた領域に対応する. 後述する課金リンクの判定は  $\mathbf{B}$  に対して行う.

#### (4) 課金リンクの判定

##### a) 点の多角形に対する内外判定 (点位置決定問題)

課金リンクの判定は, 幾何学的探索問題における線分交差判定問題と点位置決定問題の組み合わせに相当する. 後者の問題を効率的に解く手法として鉛直線算法<sup>8)</sup>がある. これは, 判定対象の点を端点とする十分に長い鉛直線を仮定し, 多角形の各辺との交点の個数を数えて, その数が奇数であれば点はその多角形の内部に存在し, 偶数であれば外部に存在すると判定する方法である.

##### b) エリア課金における課金リンクの判定

設定された課金領域の内部に存在するリンクと, 課金領域の境界線と交差するリンクを課金リンクに設定すると, エリア課金を表現することができる. 具体的には, 鉛直線算法によってリンクの両端ノードが課金領域 (の境界線) の内部に存在するか否かを判定する. 2つの両端ノードのうち最低1つが課金領域内部に存在した場合, そのリンクは課金リンクと判定できる.

##### c) 流入時コードン課金における課金リンクの判定

流入時コードン課金では, 課金領域の境界と交差するリンクのうち, 始点が課金領域外, 終点が課金領域内のリンクのみを課金リンクに設定する.

### 4. 解法

#### (1) アプローチ

2章で定式化した二段階最適モデルの下位問題は狭義凸関数であるため, 部分線形化法などの非線形計画法の手法が利用できる. しかし, 上位問題を含めたモデル全体では多峰性の非線形問題となるため, 非線形計画法で用いられる一般的な解法の適用は難しい. そこで本研究では, 遺伝的アルゴリズム (以下, GA) をベースとしたメタヒューリスティックな手法を解法に用いる. なお, 解法の基本的フローは, 高木ら<sup>2)</sup>と同一としている.

#### (2) 染色体による課金領域の表現

提案手法において, 課金領域はその位置や形状によらず, 中心座標を表す  $x, y$  の2変数 (大きさが2の配列) と, 大きさが固定された動径の配列  $\mathbf{R}$  によって定義される. 固定長であるこれらのデータはGAとの親和性が高く, そのまま染色体として扱うことができる (図-4). ただし, 中心座標と動径はそれぞれ独立した遺伝子配列として扱い, GAオペレーターがそれぞれの配列を独立して操作する. 本稿では, 中心座標を表す遺伝子を位置染色体, 動径の配列を表す遺伝子を形状染色体と呼ぶ.

中心座標を表す遺伝子配列 (位置染色体)

$x$	$y$
-----	-----

形状を表す遺伝子配列  $\mathbf{R}$  (形状染色体)

$r_0$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$\dots$	$r_{ \mathbf{A} -2}$	$r_{ \mathbf{A} -1}$
-------	-------	-------	-------	-------	---------	----------------------	----------------------

図-4 染色体による課金領域の表現

#### (3) 基本オペレーターの実装

##### a) 初期値生成

初期値生成オペレーターでは個体群の大きさ  $|\mathbf{P}|$  に応じた初期個体群を生成する. GA で一般的に用いられる方法と同様に, 一様乱数によって無作為に決定された位置や大きさを持った課金領域を生成する. 実装の簡単化のため, 初期の領域の形状はすべて円としている.

##### b) 評価

個体集合  $\mathbf{P}$  から個体を1つずつ取り出し, それから得られるリンクの課金状態を二段階最適化モデルの下位問題 (2.2 参照) に入力して利用者均衡配分を行う. 下位問題を解く (配分計算を収束させる) ことで, ネットワークの交通量が決定する. これにより上位問題の目的関数である社会的余剰を算出し, それを個体の適合度として設定する.

##### c) 選択 (淘汰)

選択オペレーターでは個体群  $\mathbf{P}$  の中から次の世代に継承させる個体を選び出す. ここでは, 適合度の高い個体を優先的に残すことを目的としている. 選択手法は既に複数提案されており, 本研究では一般的なランキング型の選択手法を採用する.

##### d) 交叉

交叉オペレーターはGAの主要な操作の1つである. 個体群  $\mathbf{P}$  の中から2つの個体を取り出し, 互いの遺伝子を実験的に設定した区間で組み替える. この操作を行うことで, 2つの個体の特性を併せ持つ新しい2つの個体が得られる.

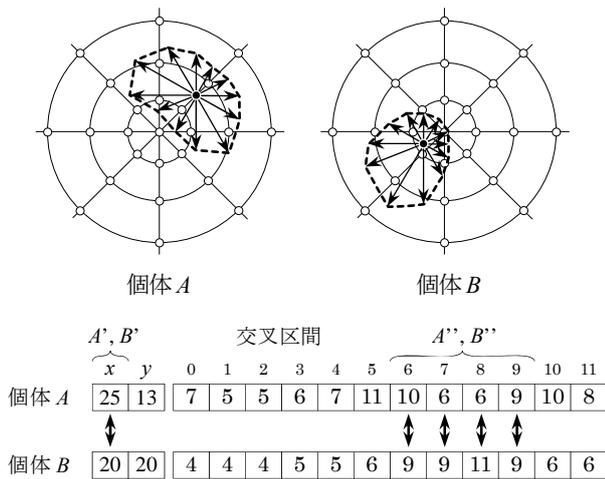


図-5 交叉対象の2個体

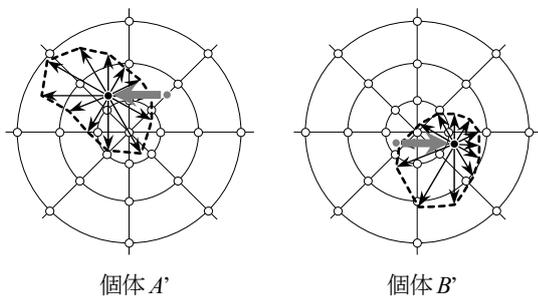


図-6 位置染色体を交叉した結果

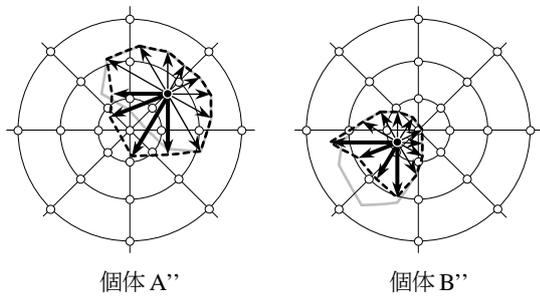


図-7 形状染色体を交叉した結果

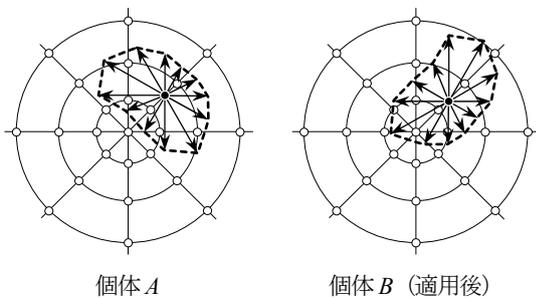


図-8 突然変異オペレーションの例

1 度のオペレーションにつき、位置染色体と形状染色体のどちらか一方を組み替えの対象にする。図-5 に示す個体 A と B に交叉を適用した場合の例を次に示す。図-6 の個体は位置染色体の x 座標を示す遺伝子を交換することで生成された個体である。元の個体と比較すると、個体 A' は左側へ、個体 B' は右側へ移動している。すなわち、位置染色体の交叉は、形状を保ったまま領域を平行移動することに相当する。

図-7 は形状染色体の 6 番目から 9 番目の遺伝子(動径)を交換することで生成された個体である。図中の灰色の実線は元の形状を示している。領域の左下部分(太線ベクトル部分)が互いに入れ替わっていることがわかる。

### e) 突然変異

GA における突然変異オペレーターは通常、低い頻度で染色体の遺伝子を変えず、解を大きく変化させる。本研究では遺伝子の変更を完全に無作為とせず、元の個体の性質をある程度継承した範囲で行うものとする。これは、無作為な領域操作によって現実性の低い解が生成されることを防ぐためである。

1 度の突然変異につき、位置染色体と形状染色体のいずれかの染色体を操作する。位置染色体に対する操作の場合、中心位置を無作為に変更する。一方、形状染色体に対する操作の場合、領域の回転を行うことで課金領域を変化させる。回転操作を用いた理由は、それによって、現実性の低い解の生成を回避しながら局所解からの脱出に十分な変化量を領域に与えることができるためである。図-8 の例では、個体 A の領域を時計回りに 90 度回転させることで新たな個体 B を得ている。この操作は、 $|A|=12$  である図の設定(偏角の差が  $30^\circ$ )においては、すべての要素を要素番号が小さいほうへ 3 つ分シフトさせることを行うことができる。

### (4) 探索効率化のための追加オペレーター

本研究では探索効率の向上を目的として、基本的な GA オペレーターに加え、拡張・縮小、移動、平準化の 3 つの独自オペレーターを導入する。これらは基本オペレーターの実効フローに追加する形で実行する(図-9)。な

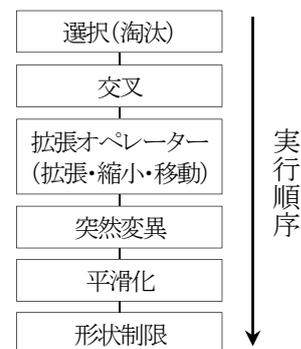


図-9 GA オペレーターの実行順序

お、追加オペレーターにおける領域操作は、後述するネットワークの「区画」の大きさを基準に行う。

### a) 「区画」の定義

分析で用いるネットワークは、それぞれ縮尺や道路密度が異なる。密度については、ネットワークの都市中心部に相当する部分と郊外では大きく異なることも多い。従って、ネットワーク構造や課金領域の位置、大きさ次第で実際の課金リンクの集合に変化を与えるために必要な課金領域の操作量は異なるため、探索効率の向上のためには状況に応じて操作量を動的に決定する仕組みが必要となる。本研究では、操作量の基準として、リンクで囲まれた領域（以下、区画と呼ぶ）の大きさを使用する。ここで、区画の大きさは、区画の重心からすべての区画外周上のノードまでの距離を平均し、それを2倍した値の利用を提案する(図-10)。

### b) 探索範囲に応じた個体群のグループ分け

本研究独自の設定として、エリート個体を除いた個体集団を2つのグループA,Bに分け、それぞれに異なるパラメータを設定したオペレーションを適用するという戦

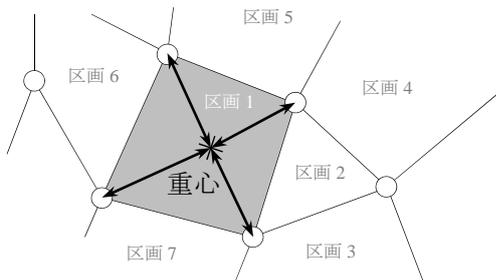


図-10 区画とその大きさ

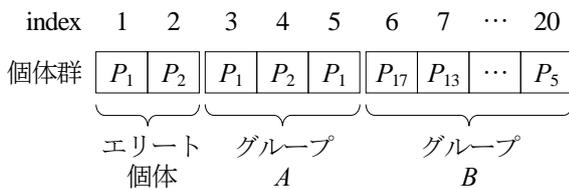


図-11 個体群のグループ分け

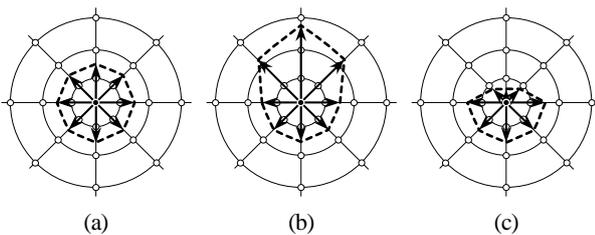


図-12 拡張・縮小オペレーションの例

略を導入する。グループAには、エリート個体の複製を格納し、近傍探索に特化した課金領域の操作を行う。グループBには、確率的な選択手法(4.3c参照)によって選択された個体を格納し、大域探索に特化した操作を行う。これらの操作量は区画を基準に決定する。この戦略には、局所解からの脱出を突然変異のみに依存しないことで、局所解が多い場合においてもGAの探索を安定させる狙いがある。図-11は、エリート個体数を2、グループAの大きさを3、グループBの大きさを15に設定したときの個体群を示している。

### c) 拡張・縮小

拡張・縮小オペレーターでは、課金領域の一部を広げる、もしくは狭める操作を行う。このオペレーターは、主に近傍解に対する探索効率の向上を目的とする。操作は、領域内の区画の大きさの情報を参照し、実質的な課金領域(課金リンク集合)に変化が生じる程度の操作量で行う。また、境界線がリンクと2度交差する現実性の低い解の生成を避けるため、1つの着目した要素(動径)のみを操作せず、その周囲の動径を段階的に操作する。

図-12で示す個体Aに対してオペレーターを適用した例を示す。個体A'は、個体Aの領域の一部分を拡張することで生成される。また、個体A''は個体Aの領域の一部分を縮小することで生成される。なお、いずれも3番目の成分を操作対象、影響範囲を1に設定したときの例である。操作対象や影響範囲の決定は、通常のGAオペレーターと同様に無作為に決定する。以下に具体的な処理手順を示す。

#### [アルゴリズム1]

- Step 1: 一様乱数にて操作対象の要素番号  $i$  を 0 から  $|A|-1$  の範囲(整数値)で無作為に設定する。さらに、操作が影響する範囲  $S$  を、1 から  $|A|/2$  の範囲で決定する。
- Step 2: 課金領域の内部に存在する区画をすべて抽出し、区画の大きさの平均値  $D_n$  を算出する。
- Step 3:  $D_n$  を基準に領域操作量  $D$  を決定する。個体がグループAに属しているとき、 $0.5D_n < D < 1.5D_n$  の範囲で無作為に設定する。個体がグループBに属しているとき、 $1.0D_n < D < 4.0D_n$  の範囲で無作為に決定する。
- Step 4: 拡張あるいは縮小を行うかを無作為に決定する。縮小を行う場合、 $D$  に  $-D$  を代入する。
- Step 5: 動径  $r_i$  に  $r_i + D$  の値を代入する。さらに、式(15)に従い、 $r_i$  周囲の動径  $r_j$  に対しても操作を行う。ここで便宜上、変数  $T = S + 1$  を定義する。 $j$  の範囲は  $(i - T) \leq j \leq (i + T)$ ,  $j \neq i$  とする。 $r_j$  の操作量は  $r_i$  を 100% とした場合、 $j$  と  $i$  の差が増加するに従いリニアに減少し、差が  $T$  に達した時点で 0% (操作なし) となる。

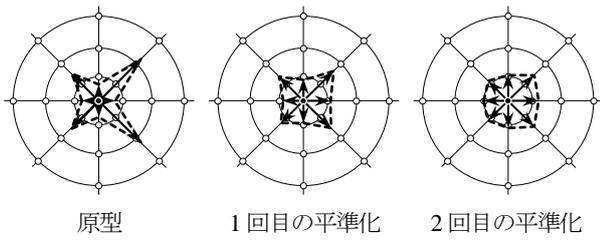


図-13 平準化アルゴリズムによる凹多角形の凸多角形への近似

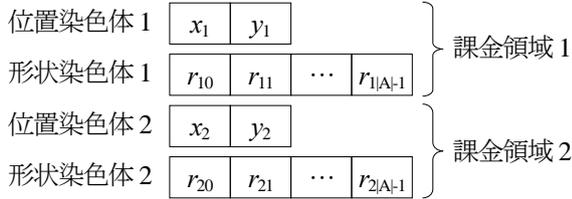


図-14 2つの課金領域を設定した個体

$$r_j = r_j + D \frac{T - |j - i|}{S} \quad (7)$$

d) 移動

移動オペレーターは、課金領域の中心座標を変更し、形状を保持しながら課金領域を動かす操作を行う。これはすなわち、領域の平行移動に相当する。移動量は領域内の区画の大きさの情報を基に決定する。以下に具体的な処理手順を示す。

[アルゴリズム 2]

- Step 1: 一様乱数にて方位角  $\theta$  ( $0 \sim 360^\circ$ ) を無作為に決定する。
- Step 2: 課金領域の内部に存在する区画を抽出し、区画の大きさの平均値を算出する。この値を  $D_n$  とする。
- Step 3:  $D_n$  を基準に移動量  $D$  を、 $0.5D_n < D < 1.5D_n$  の範囲で一様乱数にて無作為に設定する。
- Step 4: 中心位置を方位角  $\theta$  の方向に  $D$  離れた場所に設定する。

e) 平準化

平準化オペレーターは、形状遺伝子の値を平均化し、領域形状の起伏を抑える。このオペレーターは他の GA オペレーターによって、形状が過剰に複雑になることを防ぐことを目的とする。また、課金領域の形状制限 (4.6 参照) のための代替的手段として用いる。以下に具体的な処理手順を示す。

[アルゴリズム 3]

- Step 1: 動径  $\mathbf{R}$  を  $\mathbf{R}^*$  に複製する。  $i$  に 1 を代入する。
- Step 2:  $p$  に  $i - 1$ ,  $n$  に  $i + 1$  を代入する。このとき、 $p$  が  $-1$  の場合、 $p$  に  $|A| - 1$  を代入する。  $n \geq |A|$  の場合は  $n$  に 0 を代入する。
- Step 3: 動径  $r_i$  を隣り合う動径  $r_p, r_n$  で平均化する。なお、

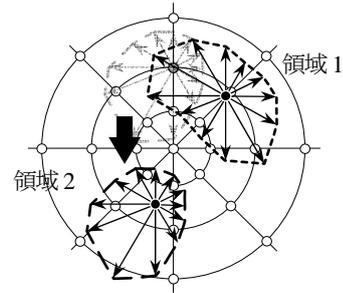


図-15 個体の衝突の回避

単純平均では効果が強すぎるため、以下の式のとおり加重平均をとる。

$$r_i = 0.25(r_p^* + 2r_i^* + r_n^*) \quad (8)$$

Step 4:  $i$  に 1 を加える。  $i < |A|$  であれば Step 2 に戻る。

(5) 課金領域の形状制限の適用

本研究では領域が凸であることを現実性の高い領域の条件の 1 つとする。そこで、提案手法による最適化モードの 1 つとして、課金領域の形状を凸多角形に制限した条件下で課金領域の最適設計を行うことを考える。

凸多角形の条件に適合する領域のみを生成可能な GA オペレーター的设计は難しいため、本研究では、オペレーターを経由して生成された凹形状の課金領域を凸多角形化する方法を採用することにする。凹多角形の凸多角形化は、凹多角形に対する平準化アルゴリズムの繰り返し適用によって行う (図-13)。ただし、変換によって元の形状が大きく失われることで、個体間の差異 (多様性) が小さくなる問題が発生する。そこで、本研究ではアルゴリズムの適用を 1 回に限定し、凹多角形であるが凸多角形に近い領域形状を認めることで、解の多様性とその現実性 (分かりやすさ) のバランスを重視する方針とする。

(6) 複数課金領域への拡張と衝突の回避

提案手法は、個体に 2 つ以上の染色体 (位置染色体と形状染色体) を追加することで、複数の課金領域を表現できる (図-14)。この場合においても、基本的に単一課金領域の場合と同様の GA オペレーターを用いることができる。しかし、計算過程において、課金領域同士の衝突 (重なり) が生じることがある。衝突が発生した場合、課金リンク上では単一の課金領域と区別がつかなくなるため、実際に複数課金領域の最適化を行うには衝突回避の仕組みを必要とする。本来、染色体の設計レベルでこの現象を回避できる仕組みであることが望ましいが、提案手法の性質上それは困難である。従って本研究では、衝突を検出した場合に、優先順位の低い領域を衝突が生じない

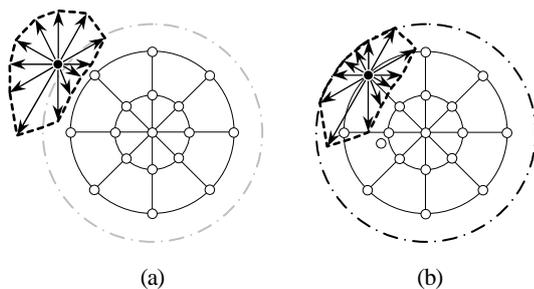


図-16 移動制限区域の設定と個体の補正

地点まで移動させるという方法によって衝突回避を行う(図-15)。また、移動によって衝突が回避できない場合、課金領域の衝突部分の縮小を行う。

### (7) 個体の移動制限区域の設定

GA オペレーターの適用後、課金領域がネットワークの外(ノードやリンクが存在しない領域)に移動することがある。この状態にある個体は形状に関わらず課金リンクがゼロとなるため、実質的には意味を持たないデータとなる。これらの存在は、交叉オペレーターを介して他の正常な個体を同様な状態へ導くことがあり、結果として計算効率の低下を招く原因となる。

本研究は、ネットワークの全体を囲むように線引きを行い(図-16a)、個体の移動制限範囲を設けることによって、前述のような個体の発生を阻止する。GA オペレーターの適用後、課金領域の中心が制限範囲外にあれば、その点から最も近いノードまで領域の中心を移動する。移動後、課金領域の一部がなお制限範囲を超えている場合は、領域の形状を制限範囲内に収まるように調整する(図-16b)。これは、拡張プロセスによって領域が無制限に拡大することを防ぐためである。なお、この調整によって課金領域が原型から大きく歪むことを避けるため、移動制限範囲とネットワークの間には一定の空間を確保する。

### (8) 課金レベルの最適化

課金レベルの最適化は、GAによる最適化の対象には含まず、別のプロセスとして行う。高木ら<sup>2)</sup>と同様に、1つ

表-1 GA パラメータ

個体数	20
エリート選択数	1
グループ A サイズ	5
計算世代	最大 300
動径配列 $R$ の大きさ	16
交叉率	0.3
突然変異率	0.2
拡張・縮小率	0.3
移動率	0.2
平準化率	0.06

の課金領域に対して課金レベルを少しずつ変化させながら均衡配分計算を行い、適合度が最も高くなる部分を最適な課金レベルとする。本研究では50円刻みで課金レベルを変化させる。

## 5. 実都市ネットワークへの適用

### (1) 既存手法との比較

#### a) 計算条件の設定

宇都宮都市圏に対して提案手法を用いた計算法の適用を行った。宇都宮ネットワークはゾーン数 118, リンク数 1,345, ノード数 626 で構成されている。平成4年度宇都宮都市圏 PT(パーソン・トリップ)調査のデータを利用し、既存研究<sup>6, 3)</sup>と入力条件を同一にして、比較分析ができるように設定している。まず、既存手法との比較のため形状制限は行わない設定とする。

社会的余剰の上昇率は、無課金時の余剰(約  $1.3770 \times 10^9$  円)を0%とし、Maruyama and Sumalee<sup>6)</sup>において人の手によって設定されたエリア・コードン課金領域における余剰(約  $1.3780 \times 10^9$  円)を100%として算出している。計算時に使用した代表的なパラメータを表-1に示す。

#### b) エリア課金の最適化

図-17は最適化によって得られた結果の1つである。青色の線で囲まれた部分は最適エリア課金領域、赤色のリンクは課金リンクを示す。社会的余剰は約  $1.37856 \times 10^9$  円となり、上昇率は約156%であった。課金リンク数は410、最適課金レベルは200円となっている。課金領域の中心は都市中心部から北東に位置しているが、都市中心部も課金領域に含まれている。最適領域が都市中心部から偏った領域となった主な要因として、モデルの交通量が日単位の表現であるためにネットワーク中心部の混雑率が現実よりも低いことが考えられる。なお、この結果以外に、ほぼ同水準の社会的余剰を示す結果が複数得られており、本稿で掲載している結果はその中で最も社会的余剰が高い解である。

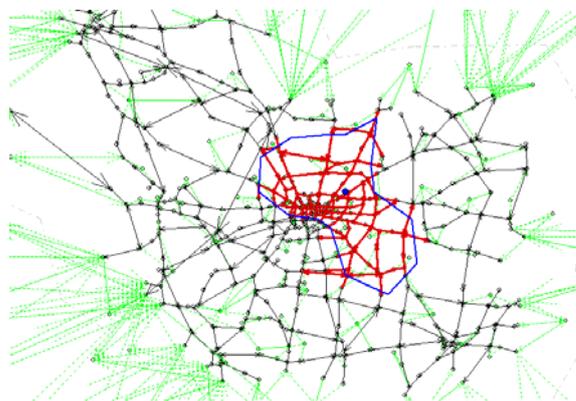


図-17 エリア課金領域の最適解の1つ

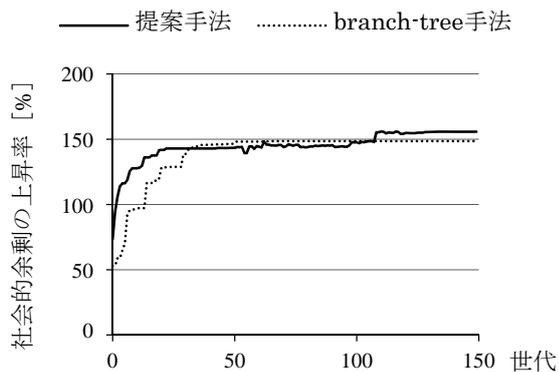


図-18 社会的余剰の推移（エリア課金）

同条件で branch-tree 手法を用いた最適化<sup>2)</sup>では社会的余剰の上昇率は約 150%であった。提案手法においてもそれと同水準の値が得られていることから、提案手法はエリア課金において必要十分な探索能力を有しているといえる。

GA の計算世代と社会的余剰の関係を図-18 に示す。ここで、1 世代に要する計算時間は両手法ともほぼ同一である。社会的余剰の最終値は同水準であるが、提案手法は大域探索に適した特性を持つことから、計算初期における上昇率が大きい。さらに世代を進めることで社会的余剰は上昇する可能性はあるが、先行研究における経験から余剰がこれより大幅に上昇する可能性は低いと予想される。

### c) コードン課金の最適化

図-19 は最適化によって得られた結果の 1 つである。青色の線で囲まれた部分は最適コードン課金領域（コードン・ライン）、赤色のリンクは課金リンクを示す。社会的余剰は約  $1.37908 \times 10^9$  円となり、上昇率は約 208%であった。課金リンク数は 30、最適課金レベルは 100 円である。最適領域はエリア課金と類似しているが、最適課金レベルはエリア課金よりも低い。

同条件で branch-tree 手法を用いた最適化<sup>2)</sup>では、社会的余剰の上昇率は約 220%であり、提案手法による結果はそれより低めである。これは、コードン課金において高い社会的余剰を示す解が非常に複雑な形状であるためである。提案手法はその仕様上、表現可能な形状に制限があることから、それらの最適解に到達できなかつたと判断できる。しかしながら、明示的に形状制限を行わない状態においても、現実性の高い解が得られる点は提案手法の利点の 1 つといえる。

GA 世代と社会的余剰の関係を図-20 に示す。計算初期において提案手法の社会的余剰の上昇率が大きい点はエリア課金の場合と同様である。

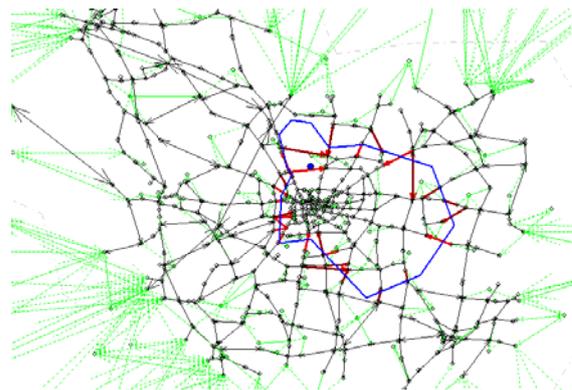


図-19 コードン課金領域の最適解の 1 つ

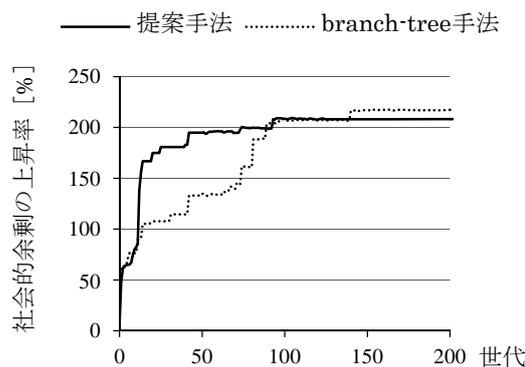


図-20 社会的余剰の推移（コードン課金）

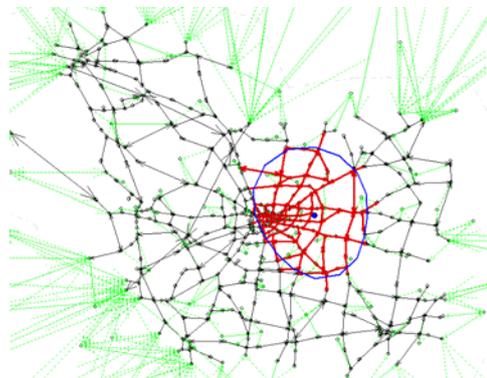


図-21 形状制限を設けたエリア課金の最適領域

### (2) 形状制限を設けた最適化

課金領域に凸形状への制限（4章(5)参照）を適用して最適化を行った。図-21 はエリア課金、図-22 はコードン課金における結果である。社会的余剰の上昇率はエリア課金で約  $1.37832 \times 10^9$  円（上昇率 132%）、コードン課金で約  $1.37851 \times 10^9$  円（上昇率 151%）となり、最適課金レベルは共に 200 円という結果が得られた。制限を設けない条件下の解と比較して形状の起伏が抑えられた現実性の高い解が得られた一方で、余剰の上昇率は減少した。

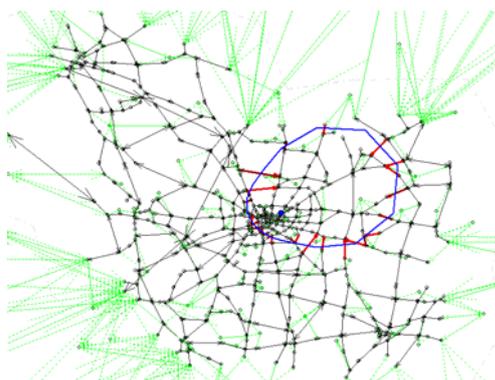


図-22 形状制限を設けたコードン課金の最適領域

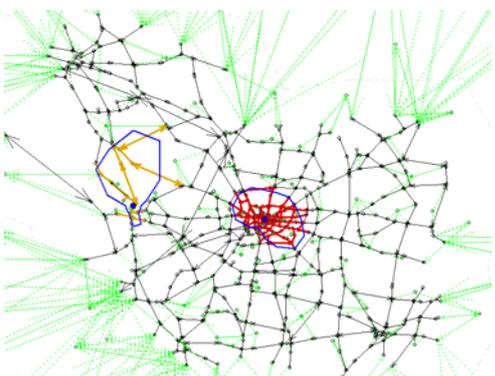


図-23 複数課金領域のエリア課金の最適領域

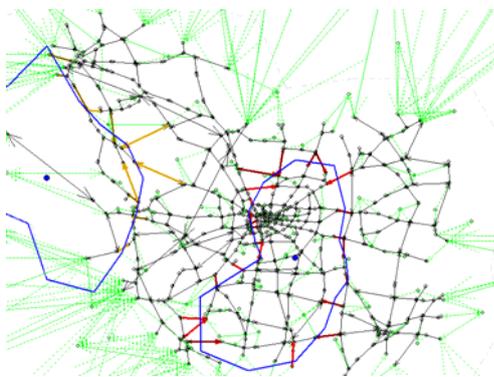


図-24 複数課金領域のコードン課金の最適領域

(3)

### 複数課金領域の最適化

衝突回避処理(4章(6)参照)を実装し、複数課金領域における最適化を実行した。図-23はエリア課金、図-24はコードン課金において、2つの領域を設定して最適計算を行った結果である。赤色のリンクは第1課金領域の課金リンク、黄色のリンクは第2課金領域の課金リンクである。社会的余剰は、エリア課金が $1.37878 \times 10^9$ 円(上昇率178%)、コードン課金が約 $1.37930 \times 10^9$ 円(上昇率230%)となり、それぞれの単一課金領域より高い上昇率を示した。最適課金レベルはエリア課金が250円、コードン課金が100円となった。両課金方式ともに、都市中心部の課金に加え、外側の混雑が激しい一部分に対して

第二の課金領域が設定された。第1課金領域の位置と形状は単一課金領域設定時の解とは相違しているが、これは複数解の存在による影響の可能性が高い。

## 6.おわりに

本研究の成果を以下にまとめる。まず、計算法の開発として、

(1) 形状制御が可能で、課金領域の中心位置の最適化も考慮した、コードン課金とエリア課金の最適領域の計算法を開発した。

(2) 提案法の拡張によって複数課金領域の最適化を行う手法を開発した。

次に、その適用計算から以下のことを示した。

(3) 課金領域の形状制御を行うことで、現実的な領域形状の範囲内での最適設計による社会的余剰向上の計算例を示した。

(4) 実都市において、2つの領域を設定して行った最適設計の結果、単一課金領域時よりも社会的余剰が上昇する例を示した。

なお、提案手法はその構造上、表現できる領域形状に制限があることから精密な最適化には向いていない部分がある。これは、特にコードン課金の最適化において顕著になることが確認されている。今後の課題としてbranch-tree手法と組み合わせることで最適化の精度を向上させることが挙げられる。

また、本研究は静的配分の枠組みでの課金領域の計算法の提案であり、最適設計された課金領域が動的な交通流に及ぼす影響や、その領域が最適解として設定されるに至った要因等に関する考察は行っていない。今後は、既存の手法や提案手法、さらには実験用の単純なネットワークを活用することで、混雑課金に関する一般的な特性の解明を試みたい。

## 参考文献

- 1) de Palma, A. and Lindsey, R.: Traffic congestion pricing methodologies and technologies, *Transportation Research Part C*, Vol. 19, Issue 6, pp. 1377-1399, 2011.
- 2) 高木良太, 円山琢也, 溝上章志: エリア課金の最適設計問題: 課金領域・レベルの決定アルゴリズムの構築と適用, 土木学会論文集D3(土木計画学), Vol.67, No. 5 (土木計画学研究・論文集 第28巻), I\_1233-I\_1242, 2011.
- 3) Zhang, X. and Yang, H.: The optimal cordon-based network congestion pricing problem, *Transportation Research Part B*, Vol.38, Issue 6, pp.517-537, 2004.
- 4) Sumalee, A.: Optimal road user charging cordon design: a heuristic optimization approach, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol.19, No.5, pp.377-392, 2004.
- 5) Maruyama, T. and Harata, N.: Difference between area-based and cordon-based congestion pricing: Investigation by trip-chain-based network equilibrium model with non-additive path costs, *Transportation Research Record*, No.1964, pp.1-8, 2006.
- 6) Maruyama, T. and Sumalee, A.: Efficiency and equity comparison of cordon- and area-based road pricing schemes using a trip-chain equilibrium model, *Transportation Research Part A*, Vol.41, Issue 7, pp.655-671, 2007.
- 7) Kristoffersson, I.: Impacts of time-varying cordon pricing: Validation and application of mesoscopic model for Stockholm, *Transport Policy*, in press. doi: 10.1016/j.tranpol.2011.06.006.
- 8) 村山祐司, 柴崎亮介: GISの理論, 朝倉書店, p.72, 2008.

(2012. 5. 7 受付)

## INCORPORATING COMPUTATIONAL GEOMETRY INTO OPTIMAL NETWORK CONGESTION PRICING DESIGN PROBLEM: ALGORITHM DEVELOPMENT AND APPLICATIONS

Ryota TAKAKI, Takuya MARUYAMA and Shoshi MIZOKAMI

Several methods have been proposed to optimize two typical road-pricing schemes: cordon-based and area-based pricing. However, existing methods are unable to optimize the location of center point of charging boundary. Thus, it is necessary to set the location of center by human judgment before the computation. In addition, these methods sometimes generate unrealistic optimal charging boundaries because it is difficult to control the shape of the charging boundary. This study proposes an algorithm framework that can optimize charging boundary including the location of center point and capable control the shape of the boundary. The algorithm applies computational geometry to represent and optimize charging boundary and is compatible with the genetic algorithm. This model is applied to real-world network and results are compared with existing method.