ベンチマーク分析に基づく補修効果の事後評価

貝戸清之[1]・小林潔司[2]・福田泰樹[3]

[1]正会員　大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp
[2]フェロー会員　京都大学教授 経営管理大学院 経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp
[3]学生員　大阪大学大学院 工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: t-fukuda@civil.eng.osaka-u.ac.jp

社会基盤施設の老朽化が進展し，その健全性が許容値を下回ることが予測される場合には，適切な時期に適切な補修が実施される．しかし，補修効果に関する事後評価，特に定量的評価がなされるケースは極めて少ない．本研究では，RC 床版を対象として，目視点検データを用いた統計的劣化予測を行い，その予測結果に基づき補修効果を事後的に評価する手法を提案する．具体的には，混合マルコフ劣化ハザードモデルとその階層ベイズ推計を援用し，床版個々に対して補修前後の劣化過程に介在する異質性を考慮した劣化予測を行う．さらに，補修前後の劣化速度に対する相対評価を通して，過去に実施された補修の妥当性を事後評価する．最後に実際の点検データを用いた実証分析を通して提案手法の有効性を検証する．

Key Words : *Bench mark, Mixed Markov hazard model, Visual inspection, Asset management, Effect of repair*

1.　はじめに

社会基盤施設の老朽化が進展し，その健全性が許容値を下回ることが予測される場合には，技術者の工学的判断に基づき，適切な時期に適切な補修が実施されることになる．しかしながら，近年の我が国における経済状況を踏まえると，そのような補修行為に対しても，意思決定プロセスおよび補修効果の事後評価プロセスを視覚化しておくことが重要な工学的課題となることは想像に難くない．社会基盤施設の一部においては，長年に亘る目視点検データと補修履歴が蓄積されている事例が少なくない．さらに近年の統計的劣化予測手法の飛躍的な進展を背景に，施設の個々の劣化予測結果を相対的に比較することで補修優先順位に関する意思決定プロセスを提示する研究事例もある．一方で目視点検データに基づく補修効果の事後評価に関する研究は蓄積されていない．

高速道路の橋梁では，遊離石灰法に基づく RC 床版の目視点検および健全度評価手法が確立しており，膨大なデータが蓄積されている．橋梁の老朽化対策では，実際に目視点検データに基づいて橋梁の健全度評価を行い，適切な時期に適切な工法を選定し，補修を実施する．具体的な RC 床版部に対する老朽化対策としては，床版部分打替えや床版増厚対策，また PC 床版などの高耐久な材料を用いての全面補修などが試行されている．しかし，補修効果に関する事後評価，特に定量的評価がなされた事例は，方法論が確立していないこともあって極めて少ない．また，個別の構造物や部材を対象とした事例はあるものの，本研究のように管理対象とする全ての社会基盤施設を対象に，俯瞰的見地から補修効果の相対評価を行った研究は存在しない．

以上の問題意識のもと，本研究では RC 床版を対象として，目視点検データを用いた統計的劣化予測を行い，その結果に基づき補修効果を事後的に評価するための方法論を提案する．具体的には，はじめに劣化過程に介在する異質性を考慮することが可能な混合マルコフ劣化ハザードモデルを援用した RC 床版の統計的劣化予測を行う．このとき，異質性の評価単位として，**2.** で詳述するように，床版の補修回数に応じた，補修タームを選定する．すなわち，同一床版であっても，補修前後の劣化過程は異なる劣化事象として捉え，補修タームごとに劣化予測を行う．その上で，補修タームごとに予測された劣化速度の相対比較を通して，補修効果を事後的に評価する手法を提案する．以下，**2.** で本研究の基本的な考え方を述べる．**3.** で混合マルコフ劣化ハザードモデルの概要と，**4.** でその階層ベイズ推計手法を述べる．最後に，**5.** で実際の RC 床版に対する目視点検データを用いた実証分析を行う．

2.　本研究の基本的な考え方

(1)　アセットマネジメントと事後評価

実構造物の補修効果に関する研究事例がいくつか蓄積されている．特に補修効果を定量的に評価するため

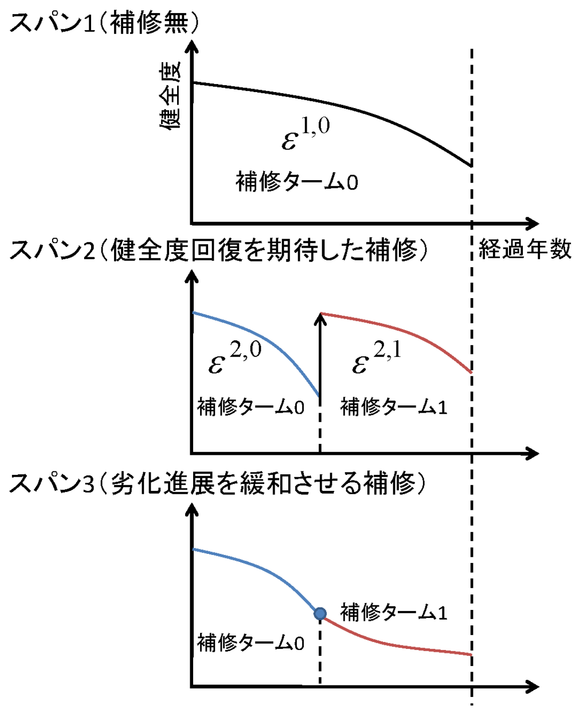
に，補修前後の構造部材が保有する性能（耐荷力等）を計量化して，それらを比較する研究事例が多い．このような力学的な視点から補修効果を定量的かつ精緻に検証する研究は今後も継続的に行うべきであると考えられる．しかし，このようなアプローチは，費用や時間といった様々な実務的制約を受ける．したがって，その適用は自ずと限定的とならざるを得ない．一方で，アセットマネジメントは基本的には全ての構造物を対象とした意思決定を行う必要がある．

目視点検データに基づく統計的劣化予測手法の発展により，アセットマネジメントの実用化が急速に進展している．特にマルコフ劣化ハザードモデルを用いることで対象とする社会基盤施設群の劣化予測が可能となった．さらに混合マルコフ劣化ハザードモデルの開発により，個々の施設の劣化過程に介在する異質性を考慮した劣化予測が実現した．さらに個々の施設の劣化速度の相対評価を通したベンチマーク分析により補修の優先順位に関する意思決定が可能となった．実際に，貝戸等は橋梁 RC 床版に対する補修の優先順位の決定問題を施設間の劣化速度の相対比較により検討している．長年に亘り蓄積された目視点検データ（と場合によっては補修記録）を用いて構造物の劣化過程を注視すれば，補修実績を有する構造物を特定できる．施設間の劣化速度の比較ではなく，補修前後の劣化速度を比較することで補修効果についても同様に劣化速度に着目した評価が可能となる．

アセットマネジメントは単にライフサイクル費用最小化にとどまらない．劣化速度の相対評価に基づくベンチマーク分析を通して，ベストプラクティスの抽出，補修優先順位の妥当性評価，補修効果の事後評価が可能となり，さらにはそれらを糸口に新たな技術開発を行うことができる．例えば，健全度に応じた補修工法の適用マップ（健全度ごとにベストプラクティスとなる補修工法を列挙したもの）を作成できる．新しい補修工法の効果検証に関しても，既存のベストプラクティスと比較することにより計量化することができる．アセットマネジメントがこのような評価システムを包括するようになれば，実務における意思決定のさらなる高度化に資する情報を提供することが可能となる．

(2) 劣化速度と異質性

混合マルコフ劣化ハザードモデルでは，劣化過程に介在する異質性を確率分布で表現する．異質性は，劣化速度を規定するハザード率に内包する特性変数では表現することができない，不可観測要因の影響を任意に設定したグループ単位に対して，1 つのパラメータで表現する．このパラメータを異質性パラメータと呼ぶ．異質性パラメータは施設の劣化特性の異質性を表現するパラメータであり，劣化速度を異質性パラメータとハザード率の積で定義する．



図–1 劣化・補修過程と異質性パラメータ

$$\text{劣化速度（混合ハザード率）} = \text{異質性パラメータ} \times \text{ハザード率} \quad (1)$$

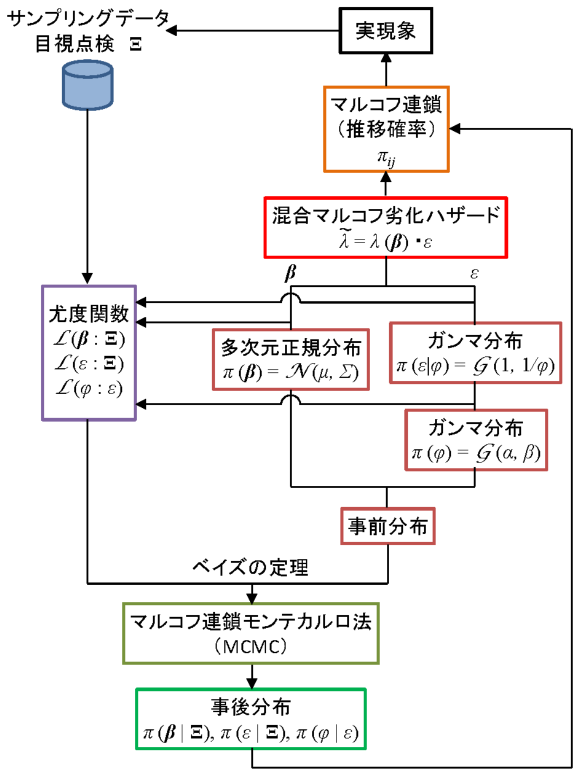
観測可能な劣化要因を特性変数としてモデルに取り込み，その多寡に応じてハザード率が変動する．さらに，ハザード率と実際の劣化過程の相違を異質性パラメータで補正する．ハザード率と異質性パラメータの積で個々の社会基盤施設の劣化速度を表現する．

異質性パラメータは任意に設定した評価単位（劣化環境が均質であると想定される施設群）に対して算出することができる．異質性パラメータの評価単位をどの程度に設定するかは意思決定の目的によって変化する．例えば，RC 床版の補修優先順位の決定を行う場合には，橋梁スパン単位を評価単位として考える．橋梁スパンごとに劣化速度を算出し，それらを相対比較することで補修優先順位を決定することができる．より詳細には床版パネル単位を評価単位として考えることも可能であるが，実務における補修の検討は床版パネル単位ではなく，橋梁スパン単位となることから適切ではない．いずれにせよ，意思決定の目的に合致するように異質性パラメータの評価単位を設定することが重要である．

(3) 異質性パラメータと補修ターム

補修効果の事後評価を行うためには，異質性パラメータの評価単位を橋梁スパン単位より詳細に設定する必要がある．すなわち，補修履歴を有する同一床版に対して，補修前後で劣化速度の相対評価が可能となるように，異質性パラメータを設定する必要がある．この概念を詳述するために，**図–1** に仮想的な RC 床版の 3 ケースの劣化過程を示す．ケース 1 では点検開始時点から直近の点検時点において補修がなされていない．このような床版に対しては異質性パラメータ ε の設定数は 1 となる．ケース 2 においては目視点検開始時点からある程度時間が経過した段階で，当該床版に対して補修がなされ，その後健全度が回復している．この場合には，補修前と補修後に対して，それぞれ異質性パラメータを設定する．本研究ではこれ以降，補修前の異質性パラメータを ε_α，補修後を ε_β と記述する（ケース 1 の場合には補修は実施されていないので，異質性パラメータを ε_α と記述する）．さらに，補修工法の中には健全度の回復を伴わず，補修後の劣化速度の抑制を目的とするものもある（実際に，本研究で対象とする床版では，舗装の上面に対する補修や防水工等，遊離石灰に対しては直接的に影響を与える工法ではないために健全度の回復を伴わない補修工法も存在する）．ケース 3 はそのような場合を想定している．この場合も補修前と補修後のそれぞれに対して異質性パラメータ ε_α と ε_β を設定し，補修効果についても同様に補修前後の劣化速度の相対比較により評価する．同一構造物に対して，補修直後（供用開始直後や目視点検開始直後も含む）から次の補修直前までを補修タームとして定義し，本研究では補修タームごとに異質性パラメータを設定することとする．なお，**図–1** ではケース 2 と 3 で補修が 1 回実施されている場合を想定した．そのために，各ケースの補修ター数ムは 2 となり，異質性パラメータ数も 2 となる．当然ながら，補修が n 回実施されているような場合には補修ターム数と異質性パラメータ数はともに $n+1$ となる．また，ケース 1 のように補修が実施されていない場合（補修が 0 回の場合）であっても，補修ターム 1，異質性パラメータ 1 と考える．

式 (1) 中のハザード率は補修行為によって変動しない変数が特性変数として採用されることが多い（例えば，**5.** の適用事例で採用される特性変数は，支間長と凍結防止剤散布量）．したがって，補修前後の劣化速度の相対比較は，補修前後の異質性パラメータの相対比較を行うことに等しい．



図–2 階層ベイズ推計の概要

(4) 階層ベイズ推計

異質性パラメータを補修タームに対して設定すると，補修タームによっては目視点検データ（サンプル）が少数しか得られていない場合も存在する．そのような場合には，異質性パラメータを精度よく推計することができない．この問題を解決するために，本研究では混合マルコフ劣化ハザードモデルを階層ベイズモデルで表現し，マルコフ連鎖モンテカルロ法（以下，MCMC 法）による階層ベイズ推計法によって，異質性パラメータを含めた全ての未知パラメータを同時に推計する手法を適用する．推計手法の概要を**図–2** に示す．ベイズ推計においては，未知パラメータを確率変数として扱うために，未知パラメータに対する確率分布（事前分布）を設定する必要がある．ハザード関数に関しては多次元正規分布を，異質性パラメータに関してはガンマ分布を仮定する．さらに，後者については事前分布を規定する母数（ハイパーパラメータ）に関しても超事前分布（ガンマ分布）を導入する．混合マルコフ劣化ハザードモデルは，もともとハザードモデルという確率モデルの中に，異質性パラメータという確率変数を取り入れた混合確率モデルである．さらに，それぞれの未知パラメータを確率変数として定義した上で，事前確率を規定するという，複雑な階層構造となっている．**4.** ではこれを階層ベイズモデルとして定式化する．なお，各未知パラメータに対する事前分布は読者の理

解を助けるために具体的な確率分布を設定しているが，これらはあくまでも暫定的に設定するものである．このような条件の下でベイズ推計，特にMCMC法によって，異質性パラメータを含む全ての未知パラメータをそれぞれの事後分布，あるいはその統計量として算出する．**5.** で詳述するように，本研究では補修前後の異質性パラメータの確率分布を用いて補修効果の検定を行う．このような評価も，異質性パラメータを確率変数として扱うベイズ推計を適用することで達成可能となる．

3. 混合マルコフ劣化ハザードモデル

(1) モデル化の前提条件

カレンダー時刻 s_0 を初期時点とする離散的時間軸 $t=0,1,2,\cdots$ を考え，離散的時間軸上の点を時点と呼び，カレンダー時刻と区別する．単位時間幅を1に基準化する．施設の健全度を I 個の健全度 $i\ (i=1,\cdots,I)$ で表現する．i の値が大きくなるほど，劣化が進展している．時点 t における施設の健全度を状態変数 $h(t)=i\ (i=1,\cdots,I;t=0,1,\cdots)$ を用いて表現する．施設の劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し，離散時間軸上の単位時間間隔における健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する．推移確率は，時点 t における健全度 $h(t)=i$ を与件とし，次の時点 $t+1$ における健全度 $h(t+1)=j(j\geq i)$ が生起する条件付確率

$$\mathrm{Prob}[h(t+1)=j|h(t)=i]=\pi_{ij} \qquad (2)$$

を用いて定義される．このようなマルコフ推移確率 (2) は所与の2つの時点 t, $t+1$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり，当然のことながら，対象とする測定間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので，$\pi_{ij}=0\ (i>j)$ が成立する．また，推移確率の定義より $\sum_{j=i}^{I}\pi_{ij}=1$ が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して，

$$\left.\begin{array}{l}\pi_{ij}\geq 0\ (i,j=1,\cdots,I)\\ \pi_{ij}=0\ (i>j\ \text{の時})\\ \sum_{j=i}^{I}\pi_{ij}=1\end{array}\right\} \qquad (3)$$

が成立しなければならない．健全度 I は，補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり，$\pi_{II}=1$ が成立する．なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には依存しない．マルコフ連鎖モデルでは，健全度が $i-1$ から i に推移した時点に拘わらず，時点 t から時点 $t+1$ の間に推移する確率は時点 t における健全度のみに依存するという性質（マルコフ性）を満足する[11)]．

(2) 混合マルコフ劣化ハザードモデル

混合マルコフ劣化ハザードモデル[2)]の詳細に関しては参考文献に譲るが，ここでは読者の便宜を図るために，同モデルを簡単に紹介しておく．本研究では目視点検データに基づく構造物個々の劣化予測を目的としている．分析の対象とする土木施設を K 個のグループに分割する．さらに，グループ $k\ (k=1,\cdots,K)$ には，合計 L_k 個の要素が存在すると考える．グループ $k\ (k=1,\cdots,K)$ に固有なハザード率の変動特性を表すパラメータ（以下，異質性パラメータと呼ぶ）ε^k を導入する．このとき，グループ k の要素 $l_k\ (l_k=1,\cdots,L_k)$ の健全度 $i\ (i=1,\cdots,I-1)$ のハザード率を，混合ハザード関数

$$\lambda_i^{l_k}=\tilde{\lambda}_i^{l_k}\varepsilon^k$$
$$(i=1,\cdots,I-1;k=1,\cdots,K;l_k=1,\cdots,L_k) \qquad (4)$$

を用いて表す．ここに，$\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ はグループ k の要素 l^k が有する健全度 i の平均的なハザード率（以下，標準ハザード率）である．異質性パラメータ ε^k は，グループ k の標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり，$\varepsilon^k\geq 0$ が成立すると仮定する．異質性パラメータ $\varepsilon^k>1$ であり，かつ ε^k の値が大きくなるほど，当該グループ k に含まれる全ての要素の劣化速度が，標準ハザード率に対して大きいことを表す．式 (4) において，すべてのハザード率に，同一の確率変数 ε^k が含まれることに留意して欲しい．これにより，ある健全度において劣化速度が大きい場合，他の健全度の劣化速度も相対的に大きくなることを表すことができる．いま，異質性パラメータ ε^k が，ガンマ分布 $f(\varepsilon^k:\alpha,\gamma)$

$$f(\varepsilon^k:\alpha,\gamma)=\frac{1}{\gamma^\alpha\Gamma(\alpha)}\left(\varepsilon^k\right)^{\alpha-1}\exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{\gamma}\right) \qquad (5)$$

から抽出された確率標本であると考える．ガンマ分布 $f(\varepsilon^k:\alpha,\gamma)$ の平均は $\alpha\gamma$ で，分散は $\alpha\gamma^2$ である．また，$\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である．さらに，平均1，分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $\bar{g}(\varepsilon^k:\phi)$ は，

$$\bar{g}(\varepsilon^k:\phi)=\frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)}(\varepsilon^k)^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon^k) \qquad (6)$$

と表される．

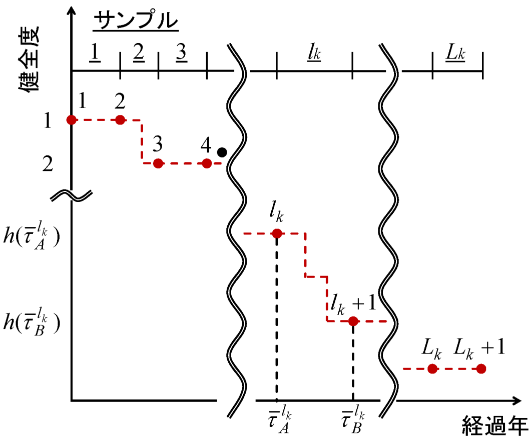
ここで，グループ $k\ (k=1,\cdots,K)$ の異質性パラメータ ε^k の値を $\bar{\varepsilon}^k$ に固定する．このとき，グループ k のある要素 l_k の健全度 i の寿命が $y_i^{l_k}$ 以上となる確率 $\tilde{F}_i(y_i^{l_k})$ は，指数ハザード関数 (4) を用いて

$$\tilde{F}_i(y_i^{l_k})=\exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k}\bar{\varepsilon}^k y_i^{l_k}) \qquad (7)$$

と書き換えることができる．さらに，グループ k の要素 l_k の第1回目の点検時刻 τ_A^{lk} において健全度が i と判定され，次の点検時刻 $\tau_B^{l_k}=\tau_A^{l_k}+z^{l_k}$ においても健全度が i と判定される確率 $\pi_{ii}^{l_k}(z^{l_k}:\bar{\varepsilon}^{l_k})$ は，

$$\pi_{ii}^{k}(z^{l_k}:\bar{\varepsilon}^k)=\exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k}\bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \qquad (8)$$

となる．また，点検時刻 $\tau_A^{l_k}$ と $\tau_B^{l_k}=\tau_A^{l_k}+z^{l_k}$ の間で健全度が i から $j\ (>i)$ に推移するマルコフ推移確率



図–3 目視点検スキームと情報サンプル

$\pi_{ij}^{l_k}(z^{l_k}:\bar{\varepsilon}^{l_k})$ は，式 (4) より，

$$\begin{aligned}\pi_{ij}^{k}(z^{l_k}:\bar{\varepsilon}^{k}) &= \sum_{s=i}^{j}\prod_{m=i,\neq s}^{j-1}\frac{\tilde{\lambda}_m^{l_k}}{\tilde{\lambda}_m^{l_k}-\tilde{\lambda}_s^{l_k}}\exp(-\tilde{\lambda}_s^{l_k}\varepsilon^k z^{l_k}) \\ &= \sum_{s=i}^{j}\psi_{ij}^{s}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l_k})\exp(-\tilde{\lambda}_s^{l_k}\varepsilon^k z^{l_k}) \qquad (9)\end{aligned}$$

$(i=1,\cdots,I-1; j=i+1,\cdots,I; k=1,\cdots,K)$

と表すことができる．ただし，$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l_k}=(\tilde{\lambda}_1^{l_k},\cdots,\tilde{\lambda}_{I-1}^{l_k})$ である．また，$\psi_{ij}^{s}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l_k})$ は

$$\psi_{ij}^{s}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l_k})=\prod_{m=i,\neq s}^{j-1}\frac{\tilde{\lambda}_m^{l_k}}{\tilde{\lambda}_m^{l_k}-\tilde{\lambda}_s^{l_k}} \qquad (10)$$

となり，平均的ハザード率のみの関数で表される．また，$\pi_{iI}^{k}(z^k:\bar{\varepsilon}^k)$ に関しては，

$$\pi_{iI}^{k}(z^k:\bar{\varepsilon}^k)=1-\sum_{j=i}^{I-1}\pi_{ij}^{k}(z^k:\bar{\varepsilon}^k) \qquad (11)$$

と表すことができる．

つぎに，パラメータ ε^k がガンマ分布式 (6) に従って分布する場合を考える．まず，健全度 i の寿命が y_i 以上となる確率は生存関数を用いて，

$$\tilde{\pi}_{ii}^{k}(z^k)=\int_0^\infty \pi_{ii}^{l_k}(z^{l_k}:\varepsilon^k)\bar{g}(\varepsilon^k:\phi)d\varepsilon^k \qquad (12)$$

と表すことができる．マルコフ推移確率 $\tilde{\pi}_{ii}^{k}(z^k)$ ハザード率の確率分布を考慮した点検間隔 z^k の平均的なマルコフ推移確率（以下，平均マルコフ推移確率と呼ぶ）を表している．同様に点検間隔 z_k の下で健全度 i から健全度 j へ推移する平均マルコフ推移確率は，

$$\tilde{\pi}_{ij}^{k}(z^k)=\int_0^\infty \pi_{ij}^{l_k}(z^{l_k}:\varepsilon^k)\bar{g}(\varepsilon^k:\phi)d\varepsilon^k \qquad (13)$$

と表される．

(3) 目視点検データとハザード関数

いま，**図–3** に示すように，グループ k $(k=1,\cdots,K)$ に属する床版 l_k $(l_k=1,\cdots,L_K)$ に関して L_k+1 回の目視点検が実施され，L_k 組の目視点検サンプルが獲得された状況を想定する．l_k 回目の目視点検が実施された時点を $\bar{\tau}_A^{l_k}$ と表す．つぎに，時間 $\bar{z}^{l_k}$ が経過した時点 $\bar{\tau}_B^{l_k}=\bar{\tau}_A^{l_k}+\bar{z}^{l_k}$ に，l_k+1 度目の目視点検が実施されたと考える．記号「$\bar{\cdot}$」は実測値であることを表す．すべての径間に対して目視点検が実施されたと考えれば，それぞれの点検情報サンプルには，l_k 回目と l_k+1 回目の目視点検間隔 $\bar{z}^{l_k}$ と，2 回の目視点検を通して評価された健全度 $h(\bar{\tau}_A^{l_k})$，$h(\bar{\tau}_B^{l_k})$ に関する情報が利用可能である．ここで，評価された健全度に基づいて，ダミー変数 $\bar{\delta}_{ij}^{l_k}$ $(i=1,\cdots,I-1, j=i,\cdots,I; k=1,\cdots,K; l_k=1,\cdots,L_k)$ を

$$\bar{\delta}_{ij}^{l_k}=\begin{cases}1 & \bar{h}(\tau_A^{l_k})=i,\bar{h}(\tau_B^{lk})=j \text{ の時}\\ 0 & \text{それ以外の時}\end{cases} \qquad (14)$$

と定義する．さらに，ダミー変数ベクトルを $\bar{\boldsymbol{\delta}}^{lk}=(\bar{\delta}_{11}^{l_k},\cdots,\bar{\delta}_{I-1,I}^{l_k})$，施設の劣化速度に影響を及ぼす施設の構造特性や環境条件を表す特性行ベクトルを $\bar{\boldsymbol{x}}^{l_k}=(\bar{x}_1^{l_k},\cdots,\bar{x}_M^{l_k})$ と表す．ただし，$\bar{x}_m^{l_k}$ $(m=1,\cdots,M)$ はグループ k，点検サンプル l_k の m 番目の説明変数に関する期間 $[\tau_A^{l_k},\tau_B^{l_k})$ における観測値を表す．また，第 1 番目の説明変数は定数項に該当する変数であり，恒等的に $x_1^{l_k}=1$ である．グループ k $(k=1,\cdots,K)$ に属する点検サンプル l_k $(l_k=1,\cdots,L_k)$ が有する情報を $\boldsymbol{\xi}^{l_k}=(\bar{\boldsymbol{\delta}}^{l_k},\bar{z}^{l_k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l_k})$ と表そう．また，目視点検データ全体を $\boldsymbol{\Xi}$ と表す．

さらに，点検サンプル $l_k(l_k=1,\cdots,L_k)$ の期間 $[\tau_A^{l_k},\tau_B^{l_k})$ における劣化過程を混合指数ハザード関数 $\lambda_i^{l_k}=\tilde{\lambda}_i^{l_k}\varepsilon^k$ $(i=1,\cdots,I-1)$ を用いて表現する．健全度 I はマルコフ連鎖の吸収状態であり，$\pi_{II}^{k}=1$ が成立するためにハザード率 $\tilde{\lambda}_I^{l_k}$ は必然的に $\tilde{\lambda}_I^{l_k}=0$ となる．土木施設の劣化過程を特徴づける標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ $(i=1,\cdots,I-1; k=1,\cdots,K)$ は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え，標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ を特性ベクトル $\boldsymbol{x}^{l_k}$ を用いて，

$$\tilde{\lambda}_i^{l_k}=\exp(\boldsymbol{x}^{l_k}\boldsymbol{\beta}_i') \qquad (15)$$

と表す．ただし，$\boldsymbol{\beta}_i=(\beta_{i,1},\cdots,\beta_{i,M})$ は未知パラメータ $\beta_{i,m}$ $(m=1,\cdots,M)$ による行ベクトル，記号「$'$」は転置操作を表す．また，$x_1^{lk}=1$ より，$\beta_{i,1}$ は定数項を表す．

4. 階層ベイズ推計

(1) 階層ベイズ

本研究では平均的なマルコフ推移確率とともに，土木施設が個々に有する劣化の異質性を評価する．任意の土木施設の異質性を評価するためにはその土木施設の目視点検データが必要となるが，一般的には，その

ようなある土木施設に限定した目視点検データのサンプル数は十分に蓄積されていない．このような場合であっても，パラメータに事前分布を仮定するベイズ推計であれば事後分布としてパラメータを推計することが可能である．さらに推計結果の信頼性を事後分布の統計量から評価することも可能である[12)]．特に，本研究で取扱う混合マルコフ劣化ハザードモデルでは異質性パラメータ ε^k に平均 1，分散 $1/\phi$ のガンマ分布を仮定している．これはベイズ推計における事前分布に他ならない．すなわち，混合マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータに事前分布を設定する場合，すでに設定されている事前分布のパラメータ ϕ（ベイズ統計学では超パラメータと呼ばれる）にさらに事前分布を設定することになる．事前分布のパラメータ ϕ に対して設定される事前分布は超事前分布と呼ばれる．事前分布を階層化したそれらのモデルは階層ベイズモデルと総称され，主にマーケティング分析などの分野で研究が進められている[12)]．

一般的なベイズ推計法では，パラメータの事前分布と，観測されたデータを用いて定義される尤度関数を用いて，パラメータの事後分布を推計する．いま，尤度関数を $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}:\boldsymbol{\Xi})$ と表す．$\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon})$ はパラメータベクトルを表す．ここで，$\boldsymbol{\theta}$ が確率変数で，事前確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta})$ に従うと仮定する．目視点検データ $\boldsymbol{\Xi}$ が与件であるときに，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\Xi})$ はベイズの定理より，

$$\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\Xi})=\frac{\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}:\boldsymbol{\Xi})\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\Theta}\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}:\boldsymbol{\Xi})\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} \tag{16}$$

と表すことができる．ただし，Θ はパラメータ空間である．このとき，式 (16) の分母は基準化定数であることから，同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\Xi})$ は

$$\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\Xi})\propto\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}:\boldsymbol{\Xi})\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}) \tag{17}$$

となる．さらに，事前確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta})$ は，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta})&=\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon})\\&=\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta})\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\varepsilon}:\phi)\boldsymbol{\pi}(\phi)\\&=\prod_{i=1}^{I-1}\prod_{k=1}^{K}\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_i)\boldsymbol{\pi}(\varepsilon^k:\phi)\boldsymbol{\pi}(\phi)\end{aligned} \tag{18}$$

と展開され，本研究で扱う混合マルコフ劣化ハザードモデルの異質性パラメータ ε の確率分布とその確率分布のパラメータ ϕ の事前分布が階層構造となっていることがわかる．階層ベイズ推計では，未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon})$ にそれぞれ事前分布を設定し，各パラメータの条件付き事後密度関数を算出する．しかしながら，ハザードモデルの場合，簡単な指数ハザードモデルを用いても，共役事前確率分布が存在しないことが知られている．共役事前確率密度分布が存在しない場合，基準化定数を解析的に求めることは不可能であり，数値解析により多重積分を求めることが必要になる．さらに，多重積分の算出以前に尤度関数と事前分布の解を明示的に示すことができないという問題も存在する．これに対して乱数を利用した数値解析法の一種である MCMC 法の台頭により，基準化定数を算出することなく，効率的に事後分布から乱数を発生させることが可能となってきた．階層ベイズモデルに対しては代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法やメトロポリス・ヘイスティング法（以下，MH 法）を組み合わせて事後分布を算出する階層ベイズ推計が提案されている[13)]．

(2) 事後分布の定式化

いま，パラメータ $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta}_1,\cdots,\boldsymbol{\beta}_{I-1},\phi,\varepsilon^1,\cdots,\varepsilon^K)$ を与件とする．このとき，目視点検データ $\boldsymbol{\Xi}$ が観測される同時生起確率（尤度）$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}:\boldsymbol{\Xi})$ は，

$$\begin{aligned}&\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}:\boldsymbol{\Xi})\\&=\prod_{i=1}^{I-1}\prod_{j=i}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{l_k=1}^{L_k}\left\{\pi_{ij}^k(\bar{z}^{l_k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l_k}:\boldsymbol{\beta},\phi,\varepsilon^k)\right\}^{\bar{\delta}_{ij}^{l_k}}\\&=\prod_{i=1}^{I-1}\prod_{j=i}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{l_k=1}^{L_k}\Big\{\sum_{m=i}^{j}\psi_{ij}^m(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l_k})\exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k}\varepsilon^k\bar{z}^{l_k})\Big\}^{\bar{\delta}_{ij}^{l_k}}\end{aligned} \tag{19}$$

と表される．ただし，$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{lk}=(\tilde{\lambda}_1^{lk},\cdots,\tilde{\lambda}_{I-1}^{lk})$ である．

また，式 (18) の未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon})$ の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta})$ をそれぞれ以下のように設定する．まず，$\boldsymbol{\beta}_i$ の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_i)$ として多次元正規分布を用いる．すなわち，$\boldsymbol{\beta}_i\sim\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)$ である．ただし，$\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)$ は期待値ベクトルを $\boldsymbol{\mu}_i$，分散共分散行列を $\boldsymbol{\Sigma}_i$ とした M 次元正規分布である．ε^k の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\varepsilon^k|\phi)$ はガンマ分布 (15) としてすでに与えられている．さらに，式 (15) のガンマ分布の制御パラメータ ϕ の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\phi)$ としてガンマ分布 $h(\phi:\alpha_0,\gamma_0)$ を設定する．すなわち，$\varepsilon^k\sim\mathcal{G}(1,1/\phi)$，$\phi\sim\mathcal{G}(\alpha_0,\gamma_0)$ である．

したがって，同時事後確率密度関数は，

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\Xi})\\&\propto\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}:\boldsymbol{\Xi})\prod_{i=1}^{I-1}\prod_{k=1}^{K}\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_i)\boldsymbol{\pi}(\varepsilon^k|\phi)\boldsymbol{\pi}(\phi)\\&\propto\prod_{i=1}^{I-1}\prod_{j=i}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{l_k=1}^{L_k}\Big\{\sum_{m=i}^{j}\psi_{ij}^m(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l_k})\exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k}\bar{\varepsilon}^k\bar{z}^{l_k})\Big\}^{\bar{\delta}_{ij}^{l_k}}\\&\quad\cdot\prod_{i=1}^{I-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\mu}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\mu}_i)'\Big\}\\&\quad\cdot\prod_{k=1}^{K}\frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)}(\varepsilon^k)^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon^k)\\&\quad\cdot\frac{1}{\gamma_0^{\alpha_0}\Gamma(\alpha_0)}\left(\varepsilon^k\right)^{\alpha_0-1}\exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{\gamma_0}\right)\end{aligned} \tag{20}$$

のように定式化することができる．

(3)　同時事後確率密度関数の推計

未知パラメータを推計するためには式 (20) で表される同時事後確率密度関数を求める必要がある．しかしながら，上述したように，同時事後確率密度関数を解析的に求めることはもとより，同時事後確率密度関数から直接サンプリングすることも困難となっている．そこで本研究では代表的な MCMC 法の一つであるギブスサンプリングの考え方に基づき，各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて数値計算により式 (20) の同時事後確率密度関数を算出する．なお，ギブスサンプリングにおける各パラメータの条件付き事後確率密度関数の算出に際しても事後分布から直接サンプリングすることは困難であるために，それぞれに対して MH 法を用いる必要がある．

本節ではまず混合マルコフ劣化ハザードモデルの各パラメータの条件付き事後確率密度関数を利用して同時事後確率密度関数を算出する方法（ギブスサンプリング）について説明する．ギブスサンプリングを実施するために必要な各パラメータの条件付き事後確率密度関数を混合マルコフ劣化ハザードモデルについて導出する．未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ から $\boldsymbol{\beta}_{e_1}(e_1=1,\cdots,I-1)$ を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\beta}^{-e_1}$ と表すことにする．また，同様に未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}$ から $\varepsilon^{e_2}(e_2=1,\cdots,K)$ を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2}$ と表す．このとき，式 (20) より，$\boldsymbol{\beta}^{-e_1},\phi,\boldsymbol{\varepsilon}$，を既知とした時の $\boldsymbol{\beta}_{e_1}$ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_1}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1},\phi,\boldsymbol{\varepsilon},\Xi)$ は，

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_1}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1},\phi,\boldsymbol{\varepsilon},\Xi)\\
&\propto\prod_{i=1}^{e_1}\prod_{j=e_1}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{l_k=1}^{L_k}\Big\{\tilde{\lambda}_{e_1}^{l_k\,\bar{\delta}_{ij}^{l_k}-\bar{\delta}_{ie_1}^{l_k}}\\
&\cdot\sum_{m=i}^{j}\prod_{s=i}^{m-1}\frac{1}{\tilde{\lambda}_s^{l_k}-\tilde{\lambda}_m^{l_k}}\prod_{s=m}^{j-1}\frac{1}{\tilde{\lambda}_{s+1}^{l_k}-\tilde{\lambda}_m^{l_k}}\exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k}\varepsilon^k\bar{z}^{l_k})\Big\}^{\bar{\delta}_{ij}^{l_k}}\\
&\cdot\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_{e_1}-\boldsymbol{\mu}_{e_1})\boldsymbol{\Sigma}_{e_1}^{-1}(\boldsymbol{\beta}_{e_1}-\boldsymbol{\mu}_{e_1})'\Big\}
\end{aligned}
\tag{21}
$$

と表せる．ただし，$\bar{\delta}_{ie_1}^{l_k}$ は，点検サンプル k の事前健全度 $\bar{h}(\tau_A^{l_k})=i$ とサンプリングする際の事前健全度 e_1 が一致した場合に 1 を，そうでない場合に 0 をとるダミー変数である．また，$\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2}$，を既知とした時の ε_{e_2} の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\varepsilon_{e_2}|\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2},\Xi)$ は，

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{\pi}(\varepsilon_{e_2}|\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2},\Xi)\\
&\propto\prod_{i=1}^{I-1}\prod_{j=i}^{I}\prod_{l_{e_2}=1}^{L_{e_2}}\Big\{\sum_{m=i}^{j}\psi_{ij}^{m}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l_{e_2}})\exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_{e_2}}\varepsilon_{e_2}\bar{z}^{l_{e_2}})\Big\}^{\bar{\delta}_{ij}^{l_{e_2}}}\\
&\quad\cdot(\varepsilon_{e_2})^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon_{e_2})
\end{aligned}
\tag{22}
$$

と表せる．さらに，$\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon}$ を既知とした時の ϕ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\phi|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon},\Xi)$ は，

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{\pi}(\phi|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon},\Xi)\\
&\quad\propto\prod_{k=1}^{K}\frac{\phi^{\phi}}{\Gamma(\phi)}(\varepsilon^k)^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon^k)\\
&\quad\cdot\frac{1}{\gamma_0^{\alpha_0}\Gamma(\alpha_0)}\left(\varepsilon^k\right)^{\alpha_0-1}\exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{\gamma_0}\right)
\end{aligned}
\tag{23}
$$

と表すことができる．これらの条件付き確率密度関数を用いて式 (20) の同時事後確率密度関数をギブスサンプリングにより算出する．

ステップ 1　事前分布のパラメータ値 $\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma},\alpha_0,\gamma_0$ を任意に設定する．それらはこれから推計するパラメータの制約となる．本研究では無条件事前分布として分散のパラメータ値を大きく設定することとする．また，未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon})$ の初期値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)}=(\boldsymbol{\beta}^{(0)},\phi^{(0)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)})$ を任意に設定する．初期値の影響はサンプリング数の増加とともに薄れていく．

ステップ 2-1　サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ を次のように発生させる．
$\boldsymbol{\beta}_1^{(n)}$ を $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_1|\boldsymbol{\beta}^{-1\ (n-1)},\phi^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(k-1)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．
$\boldsymbol{\beta}_2^{(n)}$ を $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_2|\boldsymbol{\beta}^{-2\ (n-1)},\phi^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．
$\cdots$
$\boldsymbol{\beta}_{I-1}^{(n)}$ を $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_{I-1}|\boldsymbol{\beta}^{I-1\ (n-1)},\phi^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．

ステップ 2-2　サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ を次のように発生させる．
$\varepsilon_1^{(n)}$ を $\boldsymbol{\pi}(\varepsilon_1|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\phi^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{-1\ (n-1)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．
$\varepsilon_2^{(n)}$ を $\boldsymbol{\pi}(\varepsilon_2|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\phi^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{-2\ (n-1)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．
$\cdots$
$\varepsilon_K^{(n)}$ を $\boldsymbol{\pi}(\varepsilon_K|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\phi^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{-K\ (n-1)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．

ステップ 2-3　サンプリング回数 n の未知パラメータの要素 $\phi^{(n)}$ を $\boldsymbol{\pi}(\phi|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．

ステップ 3　十分大きな $\underline{n}$ に対して $n>\underline{n}$ ならば $\boldsymbol{\theta}^{(n)}=(\boldsymbol{\beta}^{(n)},\phi^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)})$ を記録する．

ステップ 4　$n=\bar{n}$ ならば計算を終了する．$n<\bar{n}$ ならば $n=n+1$ とし**ステップ 2** へ戻る．

以上のギブスサンプリングにおいて，推移核を

$$
\begin{aligned}
&\varnothing(\boldsymbol{\theta}(n-1),\boldsymbol{\theta}(n)|\Xi)\\
&\quad=\prod_{e_1=1}^{I-1}\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1\ (n-1)},\phi^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\Xi)
\end{aligned}
$$

$$\cdot \prod_{e_2=1}^{K} \boldsymbol{\pi}(\varepsilon_{e_2}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2\ (n-1)}, \Xi)$$
$$\cdot \boldsymbol{\pi}(\phi^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \Xi) \tag{24}$$

と定義する．このとき，$\boldsymbol{\theta}(n)$ $(n = 0, 1, \cdots)$ は推移核 $\text{Ø}(\boldsymbol{\theta}(n-1), \boldsymbol{\theta}(n)|\Xi)$ を持つマルコフ連鎖である．さらに，このマルコフ連鎖の定常状態を $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ と表す．十分大きな $\underline{n}$ に対して，このようなマルコフ連鎖が定常状態に達していると考えれば，ギブスサンプリングによる $\boldsymbol{\theta}(n = \underline{n}+1, \underline{n}+2, \cdots, \bar{n})$ のサンプリングは式 (20) に示した同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ からのサンプリングと等しくなる．したがって，ギブスサンプリングによって得られるこれらの標本 $\boldsymbol{\theta}(n = \underline{n}+1, \underline{n}+2, \cdots, \bar{n})$ を用いて，パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \phi, \boldsymbol{\varepsilon})$ の同時事後確率密度関数に関する統計量を計算することも可能となる．

ただし，**ステップ 2** で利用する条件付き事後確率密度関数（式 (21)，(22)，(23)）からは直接にランダムサンプリングすることができない．

(4) 条件付き事後確率密度関数からのサンプリング

直接サンプリングできない条件付き事後確率密度関数（式 (21)，(22)，(23)）からの標本を得るために MH 法を用いる．具体的には $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1\ (n-1)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \Xi)$ に対してランダムウォーク MH 法を，$\boldsymbol{\pi}(\varepsilon_{e_2}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2\ (n-1)}, \Xi)$ と $\boldsymbol{\pi}(\phi^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \Xi)$ に対しては独立 MH 法を，それぞれ適用する．

MH 法自体に新規性はないがそれぞれのサンプリング手法を見通し良く説明するために，本節で説明を加える．MH 法では事後分布（目標分布）からのサンプリングが難しい場合に，これを近似するような分布（提案分布）からサンプリングを行う．これと同時に目標分布と近似分布の差異を修正する．これらの操作を **4.(3)** で示したギブスサンプリングの手順に従い繰返したとき，十分に大きな繰返し回数においてサンプリングされた標本は目標分布からランダムサンプリングされた標本と見なすことができる[13])．

いま，目標分布を $\boldsymbol{\pi}(\dot{\theta}|\dot{\Xi})$ と表す．提案分布の確率密度関数を $\boldsymbol{q}(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)})$ と表す．提案分布は n 回目のサンプリングで事後分布からの標本の候補として $\boldsymbol{q}(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)})$ に従う標本 $\dot{\theta}'$ を発生させる．提案された標本 $\dot{\theta}'$ は目標分布 $\boldsymbol{\pi}(\dot{\theta}|\dot{\Xi})$ からの標本ではないために，その差異を修正するために，確率

$$\alpha(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)}) = \min\left[\frac{\boldsymbol{\pi}(\dot{\theta}'|\dot{\Xi})\boldsymbol{q}(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)})}{\boldsymbol{\pi}(\dot{\theta}^{(n-1)}|\dot{\Xi})\boldsymbol{q}(\dot{\theta}^{(n-1)}|\dot{\theta}')}, 1\right] \tag{25}$$

に従って受容し，$\dot{\theta}^{(n)} = \dot{\theta}'$ とする．また，棄却された場合には $\dot{\theta}^{(n)} = \dot{\theta}^{(n-1)}$ とする．

a) β のサンプリング

このとき，選択する提案分布により様々な MH 法が考案されている．基本的な方法はの一つは，n 回目の候補を

$$\dot{\theta}' = \dot{\theta}^{(n-1)} + \mathcal{N}(0, \boldsymbol{\nu I}) \tag{26}$$

で表されるランダムウォークにより発生させる．なお，$\mathcal{N}(0, \boldsymbol{\nu I})$ は 0 ベクトルを平均，$\boldsymbol{\nu I}$ を分散共分散行列とした多次元正規分布であり，$\boldsymbol{I}$ は単位行列を表す．$\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \cdots)$ はステップ幅を定めるパラメータベクトルである．このとき，提案分布の確率密度 $\boldsymbol{q}$ は $(\dot{\theta}', \dot{\theta}^{(n-1)})$ に関して対称となるために，ランダムウォークにより発生させた候補 $\dot{\theta}'$ は確率

$$\alpha_r(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)}) = \min\left[\frac{\boldsymbol{\pi}(\dot{\theta}'|\dot{\Xi})}{\boldsymbol{\pi}(\dot{\theta}^{(n-1)}|\dot{\Xi})}, 1\right] \tag{27}$$

で受容される．上述したように本研究では条件付き事後確率密度 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1\ (n-1)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \Xi)$ をランダムウォーク MH 法によりサンプリングする．このとき，$\tilde{\theta}' = \boldsymbol{\beta}'_{e_1}$，$\tilde{\theta}^{(n-1)} = \boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n-1)}$ とした式 (26) のランダムウォークより発生される n 回目の候補 $\boldsymbol{\beta}'_{e_1}$ が受容される確率は，

$$\alpha_\beta(\boldsymbol{\beta}'_{e_1}|\boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n-1)}) = \min\left[\frac{\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}'_{e_1}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1\ (n-1)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \Xi)}{\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n-1)}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1\ (n-1)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \Xi)}, 1\right] \tag{28}$$

と定義できる．実際の数値計算では区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $\mathcal{U}(0, 1)$ から，一様乱数 $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$ を発生させ，$\boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n)}$ を以下のルールに従い決定する．

$$\boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n)} = \begin{cases} \boldsymbol{\beta}_{e_1}^{(n-1)} & u > \alpha_\beta \\ \boldsymbol{\beta}'_{e_1} & u \leq \alpha_\beta \end{cases} \tag{29}$$

以上は **4.(3)** で示したギブスサンプリングの**ステップ 2-1** に相当する．

b) ε と ϕ のサンプリング

一方で，事後分布の制約を考慮して提案分布を選択することも考えられる．特に $\boldsymbol{q}(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)}) = \boldsymbol{q}(\dot{\theta}')$ のような確率密度を有する提案分布を用いる方法は独立 MH 法と呼ばれ，広く利用されている．このとき，独立 MH 法の提案分布により発生させた候補 $\dot{\theta}'$ が受容される確率は，

$$\alpha_i(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)}) = \min\left[\frac{\boldsymbol{\pi}(\dot{\theta}'|\dot{\Xi})\boldsymbol{q}(\dot{\theta}^{n-1})}{\boldsymbol{\pi}(\dot{\theta}^{(n-1)}|\dot{\Xi})\boldsymbol{q}(\dot{\theta}')}, 1\right] \tag{30}$$

と定義される．混合マルコフ劣化ハザードモデルにおける条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\varepsilon_{e_2}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2\ (n-1)}, \Xi)$ と $\boldsymbol{\pi}(\phi^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \Xi)$ はともに定義域が 0 以上という制約を有している．本研究ではこれを満たす提案

分布として各パラメータの事前分布 $\mathcal{G}(\omega^{-1},\omega)$，および $\mathcal{G}(\alpha_0,\gamma_0)$ をそれぞれ採用することにする．条件付き事後確率密度関数を式 (30) に対応させてそれぞれ整理する．まず提案分布 $\mathcal{G}(\varepsilon'|\omega^{-1},\omega)$ より発生させた n 回目の候補 ε' が受容される確率は,

$$\begin{aligned}&\alpha_{\varepsilon}(\varepsilon'_{e_2}|\varepsilon_{e_2}^{(n-1)})\\&=\min\Big[\frac{\mathcal{L}(\varepsilon'_{e_2}:\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2\ (n-1)},\boldsymbol{\Xi})}{\mathcal{L}(\varepsilon_{e_2}^{n-1}:\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_2\ (n-1)},\boldsymbol{\Xi})},1\Big]\end{aligned}\tag{31}$$

と表現できる．同様に，提案分布 $\mathcal{G}(\phi'|\alpha_0,\gamma_0)$ より発生させた n 回目の候補 ϕ' が受容される確率は,

$$\alpha_{\phi}(\phi'|\phi^{(n-1)})=\min\Big[\frac{\mathcal{L}(\phi':\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)})}{\mathcal{L}(\phi^{n-1}:\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)})},1\Big]\tag{32}$$

と表現できる．実際の数値計算上での取扱はいずれのパラメータも式 (29) と同様である．以上は **4.(3)** で示したギブスサンプリングの**ステップ 2-2**，**ステップ 2-3** にそれぞれ相当する．

(5) 事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて，パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},\phi,\boldsymbol{\varepsilon})$ に関する統計的性質を分析することができる．MCMC 法を用いた場合，パラメータの事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}—\boldsymbol{\Xi})$ は解析的な関数として表現できない．得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる．いま，MCMC 法により得られた標本を $\boldsymbol{\theta}^{(n)}=(\boldsymbol{\beta}^{(n)},\phi^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)})=(\theta_1^{(n)},\theta_2^{(n)},\cdots,\theta_{K_\theta}^{(n)})$ $(n=1,\cdots,\overline{n})$ と表すこととする．なお，$K_\theta=M(I-1)+K+1$ である．この内，最初の $\underline{n}$ 個の事後分布への収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．その上で，パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M}=\{\underline{n}+1,\cdots,\overline{n})$ と定義する．このとき，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の同時確率分布関数 $G(\boldsymbol{\theta})$ は

$$G(\boldsymbol{\theta})=\frac{\#(\boldsymbol{\theta}^{(n)}\leq\boldsymbol{\theta},n\in\mathcal{M})}{\overline{n}-\underline{n}}\tag{33}$$

と表すことができる．ただし，$\#(\boldsymbol{\theta}^{(n)}\leq\boldsymbol{\theta},n\in\mathcal{M})$ は論理式 $\boldsymbol{\theta}^{(n)}\leq\boldsymbol{\theta},n\in\mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である．また，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}(\boldsymbol{\theta})$，分散・共分散行列 $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}(\boldsymbol{\theta})$ は，それぞれ

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}(\boldsymbol{\theta})&=(\tilde{\zeta}(\theta_1),\cdots,\tilde{\zeta}(\theta_{K_\theta}))'\\&=\Big(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\frac{\theta_1^{(n)}}{\overline{n}-\underline{n}},\cdots,\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\frac{\theta_{K_\theta}^{(n)}}{\overline{n}-\underline{n}}\Big)'\end{aligned}\tag{34a}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}(\boldsymbol{\theta})=\begin{pmatrix}\tilde{\sigma}^2(\theta_1)&\cdots&\tilde{\sigma}(\theta_1\theta_{K_\theta})\\\vdots&\ddots&\vdots\\\tilde{\sigma}(\theta_{K_\theta}\theta_1)&\cdots&\tilde{\sigma}^2(\theta_{K_\theta})\end{pmatrix}\tag{34b}$$

と表される．ただし,

$$\tilde{\sigma}^2(\theta_{k_\theta})=\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\frac{\{\theta_{k_\theta}^{(n)}-\tilde{\zeta}(\theta_{k_\theta})\}^2}{\overline{n}-\underline{n}}\tag{35a}$$

$$\begin{aligned}&\tilde{\sigma}(\theta_{k_\theta}\theta_{l_\theta})\\&=\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\frac{\{\theta_{k_\theta}^{(n)}-\tilde{\zeta}(\theta_{k_\theta})\}\{\theta_{l_\theta}^{(n)}-\tilde{\zeta}(\theta_{l_\theta})\}}{\overline{n}-\underline{n}}\end{aligned}\tag{35b}$$

である．また，ギブスサンプリングによる標本を用いて，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の信用区間を定義できる．$100(1-2\kappa)\%$ 信用区間は，標本順序統計量 $(\underline{\theta}_{k_\theta}^{\kappa},\overline{\theta}_{k_\theta}^{\kappa})$ $(k_\theta=1,\cdots,K_\theta)$

$$\begin{aligned}\underline{\theta}_{k_\theta}^{\kappa}&=\arg\max_{\theta_{k_\theta}^{*}}\\&\left\{\frac{\#(\theta_{k_\theta}^{(n)}\leq\theta_{k_\theta}^{*},n\in\mathcal{M})}{\overline{n}-\underline{n}}\leq\kappa\right\}\end{aligned}\tag{36a}$$

$$\begin{aligned}\overline{\theta}_{k_\theta}^{\kappa}&=\arg\min_{\theta_{k_\theta}^{**}}\\&\left\{\frac{\#(\theta_{k_\theta}^{(n)}\geq\theta_{k_\theta}^{**},n\in\mathcal{M})}{\overline{n}-\underline{n}}\leq\varepsilon\right\}\end{aligned}\tag{36b}$$

を用いて $\underline{\theta}_{k_\theta}^{\kappa}<\theta_{k_\theta}<\overline{\theta}_{k_\theta}^{\kappa}$ と定義できる．

MCMC 法では，初期パラメータ値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ が不変分布である事後分布からの標本である保証はない．ギブスサンプリングで発生させた $\overline{n}$ 個のサンプルの内，最初の $\underline{n}$ 個の標本 $\boldsymbol{\theta}^{(n)}$ $(n=1,\cdots,\underline{n})$ を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える．その上で，第 $\underline{n}+1$ 回以降の標本をとりあげる．$\underline{n}+1$ 以降の標本が，不変分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法[7]を用いて仮説検定を試みる．

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

遊離石灰法に着目した床版の損傷度判定は，高速道路では旧日本道路公団から用いられており，豊富なデータが蓄積されている．しかし，遊離石灰法の判定結果に基づいて統計分析を行い，床版の劣化要因の抽出や劣化過程の記述を行った実績はない．そこで本研究では，橋梁主版部に対する目視点検データを用いて，混合マルコフ劣化ハザードモデル，および各床版の補修タームに対応した異質性パラメータの推計を行った．適用橋梁と目視点検結果の概要を**表–1** に示す．総橋梁数は

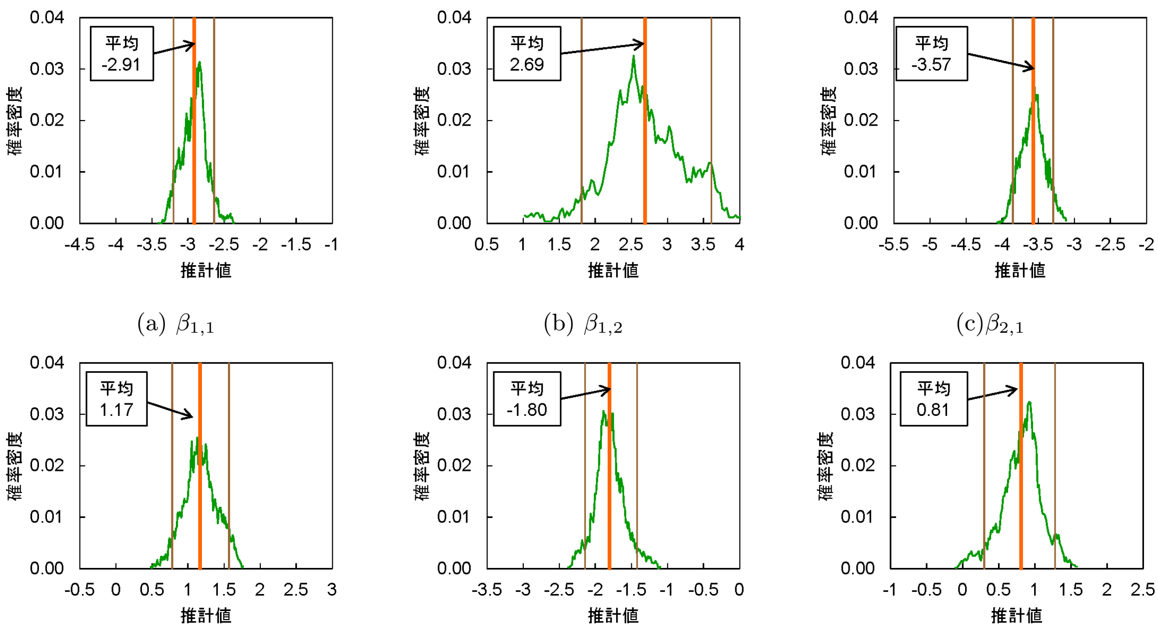
表–1 目視点検結果の概要

総橋梁数	151				
供用開始年	1974〜1993				
総スパン数	748				
総サンプル数	5207				
健全度ごとの	1(OK)	2(I)	3(II)	4(III)	5(IV)
サンプル数	1048	2607	488	1007	57

表–2 パラメータの推計結果

事後分布 統計量	健全度	定数項 $\beta_{i,0}$	支間長 $\beta_{i,1}$	凍結防止剤 散布量 $\beta_{i,2}$	標準 ハザード率 λ_i	健全度 期待寿命 $1/\lambda_i$
平均値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	1	-2.91 (-3.20, -2.65) -1.34	2.69 (1.81, 3.61) 0.15	-	0.13	7.46
平均値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	2	-3.57 (-3.84, -3.29) -0.29	-	1.17 (0.78, 1.57) 0.28	0.063	15.97
平均値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	3	-1.80 (-2.14, -1.41) 0.21	-	0.81 (0.30, 1.28) -1.83	0.29	3.50
平均値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	4	-7.02 (-8.07, -5.90) 0.44	-	3.05 (1.82, 4.23) -0.35	0.0081	123.76
平均値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	ϕ	2.93 (2.87, 2.99) -0.01				
対数尤度	-696.7					
AIC	1,411					

標準ハザード率の算出に際しては各特性変数の平均値を用いた.



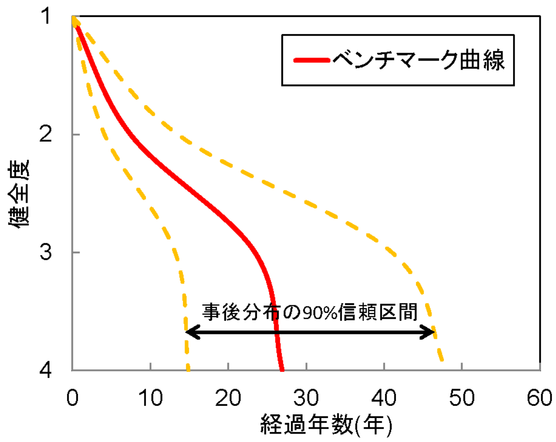
(a) $\beta_{1,1}$ (b) $\beta_{1,2}$ (c)$\beta_{2,1}$

(d) $\beta_{2,3}$ (e) $\beta_{3,1}$ (f) $\beta_{3,3}$

図–4 事後分布

151 橋であり，それらの橋梁は 1974 年から 1993 年にかけて供用が開始されたものである．また取得された目視点検データはスパン単位で集計されており，総スパン数は 748 スパンである．なお，各スパンの識別が可能であることから，同一橋梁，スパンの点検履歴を把握することができる．これらにより得られた目視点検データの総サンプル数は 5,207 サンプルである．これらのサンプルを遊離石灰法に基づき判定すると健全度 1 から順にサンプル数は 1,048，2,607，488，1,007，57 となり，健全度 5 に達するサンプル数が極端に少ないことがわかる．この理由としてはスパン単位の判定基準において，健全度 4 と 5 では健全性に大きな差があるため，通常健全度 5 に到達する以前に補修されるか，局部の劣化事象では健全度 5 と判定されないといったことがあげられる．

目視点検を通して取得できる点検サンプルは，1 サンプルにつき遊離石灰法による 2 組の健全度，その点検間隔，特性変数という情報を含んでいる．今回候補とした特性変数は，1) 支間長，2) 凍結防止剤散布量，3) 連続径間数，4) 最大有効幅員，5) 橋面積，6) 斜角最小



図–5　事後分布による期待劣化曲線の 90%信頼区間

角，7) 床版支間，8) 床版厚，9) 主桁高，10) 主桁間隔，11) 主桁本数，の 11 個である．なお，これ以降の分析では，以上の定量的な全変数のデータをそれぞれの最大値が 1 となるように基準化した．

(2)　推計結果

混合マルコフ劣化ハザードモデルを目視点検データを用いて推計する．既述したように，健全度は 5 段階で評価されており，健全度 5 の状態を除く合計 4 つの健全度に対して混合マルコフ劣化ハザードモデルを定義できる．各健全度に応じた劣化速度を表す混合ハザード率の特性変数の候補として **6.(1)** の 11 個の変数を組み合わせ，ハザード率の推計を行った．その中で符号条件を満足し，かつ $\beta_{i,m}$ が不変分布へ収束しないという帰無仮説が有意水準 95%で棄却される Geweke 検定量の臨界値 1.96 を下回る変数を採用した．さらにこのとき，多変数を考慮したそれぞれのモデルに対してモデルと実データのあてはまり具合を評価するために，情報量基準 AIC の算出を行い，AIC が最小となるモデルを最適モデルとして選定した．

以上の手順に従い階層ベイズ法により混合マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ β，ϕ の事後分布を推計した．**表–2** には未知パラメータ $\hat{\beta}$，$\hat{\phi}$ の推計値として事後分布の期待値と，下限 5%，上限 5%，および Geweke 検定統計量を併せて記載している．さらには各パラメータの事後分布の期待値と式 (15) より算出した各健全度での標準ハザード率 λ_i と期待寿命 $1/\lambda_i$ を示す．健全度 4 の期待寿命は 123.76 年となっており，極めて長い．この理由に関しては **5.(1)** で述べた通りであるが，健全度 5 のサンプル数が相対的に少ないことがあげられる．また，実際に補修が検討される健全度としては健全度 4 が妥当であるという判断から，以後の分析では床版の実質的な期待寿命は健全度 4 への到達年数であると考える．**表–2** に示したように，最適モデルにおいては，支間長 x_2 が健全度 1 の劣化過程に対して，凍結防止剤散布量 x_3 が健全度 2 以降の劣化過程に対して，それぞれ影響を及ぼしていることが読み取れる．これらのパラメータの事後分布を**図–4** に示す．なお，図中の太縦線は期待値を，細縦線は 90%信頼区間を表す．いずれも期待値付近に卓越したピークを確認できる．以上を視覚的に理解するために，**図–5** には期待劣化パスとその 90%信頼域を示す．ベイズ推計を用いることで，推計結果（劣化パス）に対する信頼性についても議論が可能となる．

表–3　異質性パラメータの数

異質性パラメータ総数	823
補修ターム $t=0$	748
補修ターム $t=1$	75

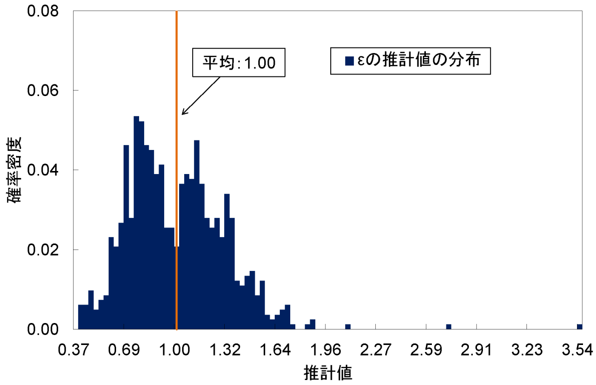
(3)　異質性を考慮した劣化過程

表–3 に設定した異質性パラメータ総数を示す．総スパン数が 748 であるので，補修前と補修なしを想定した補修ターム $t=0$ の総数は同数の 748 である．一方で，補修後の補修ターム $t=1$ の総数は 75 である．なお，対象床版の中には複数回補修が実施されているケースが含まれることに留意されたい．

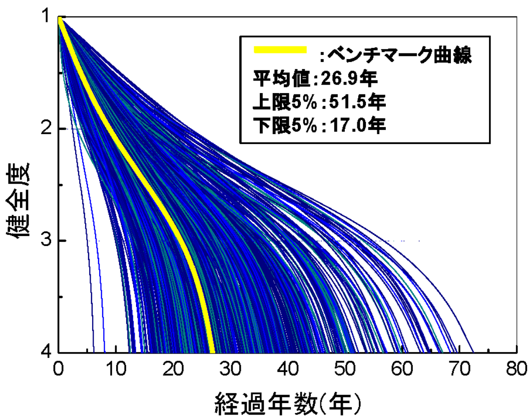
はじめに，総数 823 の異質性パラメータの事後分布の期待値から作成した分布を**図–6** に示す．分布の期待値は 1.00 であった．異質性パラメータの事前分布の特性が反映されていることがわかる．つぎに，全異質性パラメータ（総数 823）を用いて期待劣化パスを算出した．での劣化曲線を求めた．これらの期待劣化パスを一括して**図–7** に示す．このとき期待寿命の平均値は 26.9 年であった．また，下限 5%は 17.0 年，上限 5%は 51.5 年となっており，RC 床版の期待寿命には大きな差異が存在することがわかる．さらに，**図–8** は補修前の補修ターム $t=0$ と補修後の補修ターム $t=1$ のそれぞれに属する異質性パラメータに対して平均値（補修前：1.201，補修後：1.058）を算出し，改めて期待劣化パスを算出したものである．全体的な傾向として補修により期待劣化パスが長寿命化している（補修効果がある）ことがわかる．

(4)　劣化速度の相対評価

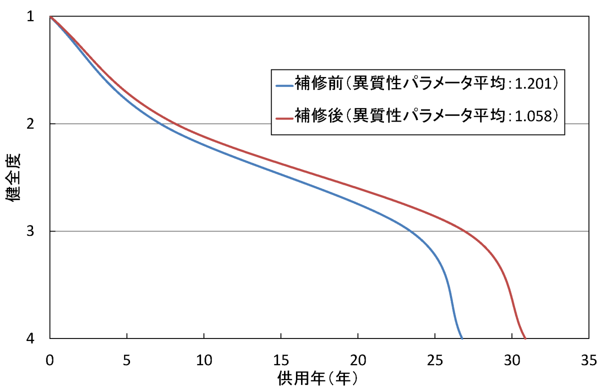
標準ハザード率と異質性パラメータの推計値を用いることにより，RC 床版を補修ターム単位で相対評価するとともに，重点的にモニタリングすべき RC 床版（重点管理集合）を抽出する方法論が提案されている．**図–9** は，健全度 3 における標準ハザード率の推定値 $\tilde{\lambda}_3^k$ と異質性パラメータ $\tilde{\varepsilon}^{k,t}$ の関係を示している．標



図–6 異質性パラメータ ε の分布

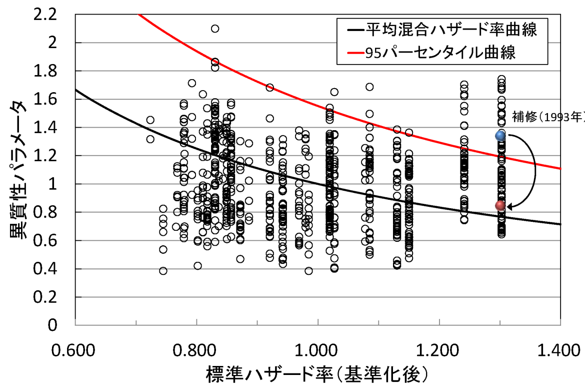


図–7 異質性を考慮した RC 床版の期待劣化パス

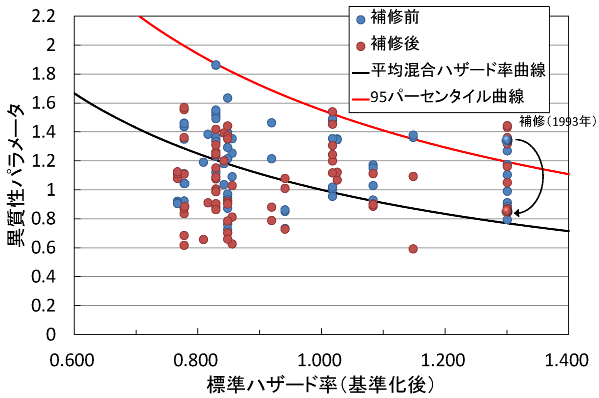


図–8 補修前後の期待劣化パスの比較

準ハザード率の全サンプル平均値（平均標準ハザード率）は $(AVE(\hat{\tilde{\lambda}}_3)=0.286)$ である．**図–9** の横軸は，各スパンの標準ハザード率を平均標準ハザード率で基準化した値 $\hat{\tilde{\lambda}}_3/AVE(\hat{\tilde{\lambda}}_3)$ を示している．式 (2) に示す通り，補修ターム t に対応するスパン k の劣化速度（混合指数ハザード率）の推定値 $\hat{\lambda}^{k,t}$ は，標準ハザード率 $\hat{\tilde{\lambda}}_i^k$ と異質性パラメータ $\hat{\varepsilon}^{k,t}$ の積で定義される．異質性



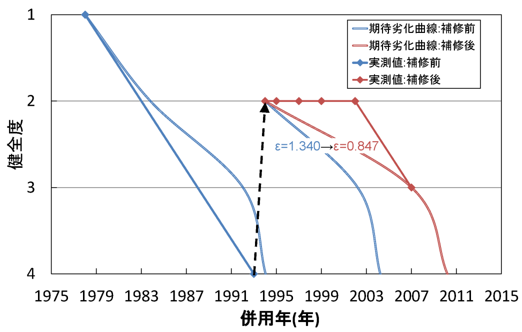
図–9 ハザード率の相対評価



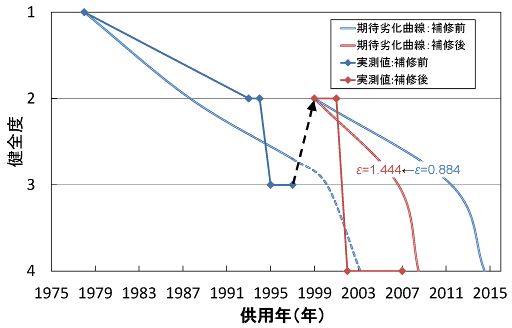
図–10 ハザード率の相対評価（補修されたスパンのみ）

パラメータの平均値が $AVE(\hat{\varepsilon})=1.00$ より，平均混合ハザード率は，$AVE(\hat{\lambda}_i)=AVE(\hat{\tilde{\lambda}}_i)\times AVE(\hat{\varepsilon})=0.286\times 1.00=0.286$ と定義される．**図–9** には，サンプルの標準ハザード率の平均値と異質性パラメータの積が 0.286 となる曲線（黒線）を示している．この曲線より上方に位置する RC 床版は，混合ハザード率（劣化速度）が平均より大きい（速い）ことを示しており，下に位置する RC 床版は比較的劣化速度が遅く寿命が長いと判断できる．さらに同図には標準ハザード率と異質性パラメータの積の 95 パーセンタイル曲線も併せて示している．95 パーセンタイル曲線より上方に位置する RC 床版が重点管理集合に位置することになる．本適用事例では，管理水準として 95%を取り上げているが，このような管理水準は管理者が対象部材数や予算などによって自ら決定すべき項目であることは述べるまでもない．

つぎに補修履歴を有する橋梁スパンのみに着目し，再び標準ハザード率と異質性パラメータの関係を**図–10** にまとめる．図中の青色プロットは補修前ターム，赤色プロットは補修後タームである．同図を俯瞰的に見ると，補修後タームを表す赤色プロットの方が下方に位置する傾向にあることが理解できる．当然ながら，赤色と



図–11 異質性パラメータ減少の例 (スパン A)



図–12 異質性パラメータ増加の例 (スパン B)

青色のプロットは 1 対 1 に対応しており，橋梁スパンの識別番号からその対応関係を把握することができる．図が煩雑になるために，全ての対応関係を列挙することは避けるが，同図中には床版（スパン A）の事例を記載している．スパン A は 1993 年に一度補修が実施されている．スパン A は補修前 $(t = 0)$ には 95 パーセンタイル曲線の上方に位置しており重点的にモニタリングすべきスパンとして抽出されるような，劣化の進展が早いスパンであった．1993 年に補修が実施されたことにより，劣化速度は平均混合ハザード率程度まで減少している．スパン A は補修により異質性パラメータ（劣化速度）が減少し，補修効果が得られたと推察できる．なお，補修前後において標準ハザード率は変化しない．そのため，補修前後の劣化速度は異質性パラメータにのみ依存する．**図–11** にはスパン A でこれまで蓄積された目視点検結果（菱形，実線）と推計結果より算出した補修前後の期待劣化曲線（二重線）を示す．図中では補修前 $(t = 0)$ を青，補修後 $(t = 1)$ を赤でそれぞれ示しているが，いずれのタームでも目視点検結果と期待劣化曲線は概ね一致している．また，スパン A では 1993 年に実施された補修により，健全度が 4 から 2 へと回復しているとともに異質性パラメータが減少し劣化速度が抑制されていることが確認できる．

一方で，補修効果が得られない場合も存在する．一例として，スパン B の目視点検結果と補修前後の期待劣化曲線を**図–12** に示す．1997 年に補修が実施されたことにより，健全度が 3 から 2 へ回復しているものの，異質性パラメータが増加し劣化の進展が補修前と比較して早まっていることが確認できる．このように補修ターム t ごとに異質性パラメータを推計し相対比較することにより，補修が劣化速度に及ぼす影響をスパンごとに評価可能であることがわかる．

(5) 補修効果の検定

本研究では階層ベイズ推計により混合マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータを推計している．したがって補修が実施された任意の床版 k に対する補修前後の異質性パラメータ ε_α^k と ε_β^k に関する事後分布が得られる．ここでは補修前後の異質性パラメータの事後分布に対する統計的検定を通して，補修効果を検証する．具体的な検定手法としては，Wilcoxon の符号付順位和検定（以下，Wilcoxon 検定）を用いる．Wilcoxon 検定は 2 群間のデータの差異に対するノンパラメトリック検定手法である．いま，床版 k に対する補修前後の異質性パラメータのそれぞれのデータ集合を Φ_α，Φ_β とする．このとき帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 は

$$
\begin{aligned}
H_0 \quad &: \Phi_\alpha = \Phi_\beta \\
H_1 \quad &: \Phi_\alpha \neq \Phi_\beta
\end{aligned}
$$

と定義される．データ集合 Φ_α と Φ_β については補修前後の異質性パラメータのそれぞれの事後分布からランダムサンプリングを実施することで作成する．本研究ではサンプリング数を 1,000 とした．ただし，補修前後の異質性パラメータは MCMC 法において同一のシミュレーション時点で生成された標本ペアを選定しなければならない．取り出した異質性パラメータの標本ペアに対して，$d^i = \varepsilon_\beta^{k,i} - \varepsilon_\alpha^{k,i}$ $(i = 1, \cdots, 1,000)$ を計算する．つぎに，その絶対値 $|d_i|$ に関して 0 を除いた順位 R_i を小さい順につける．ただし，同じ数値は同順位として，それらが占めるべき順位の平均値を割り付ける．d_i を正の群 D^+，負の群 D^- に分けて順位和 ΣD^+ と ΣD^- を計算し，

$$
T = \min\{\Sigma D^+, \Sigma D^-\} \tag{37}
$$

を得る．標本ペアのサンプリング数が $m > 20$ の場合，順位和 T の期待値と分散から検定統計量 Z 値を算出できる．ここで順位和 T の期待値と分散は

$$
E(T) = \frac{m(m+1)}{4} \tag{38}
$$

$$V(T) = \frac{m(m+1)(2m+1)}{24} \tag{39}$$

で表され，検定統計量 Z 値は

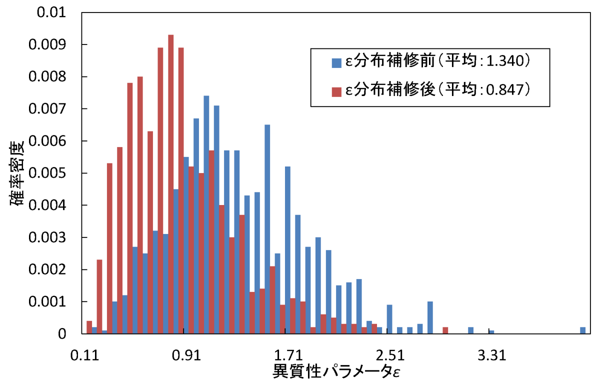
$$Z = \frac{T - E(T)}{\sqrt{V(T)}} \tag{40}$$

と定義できる．さらに，

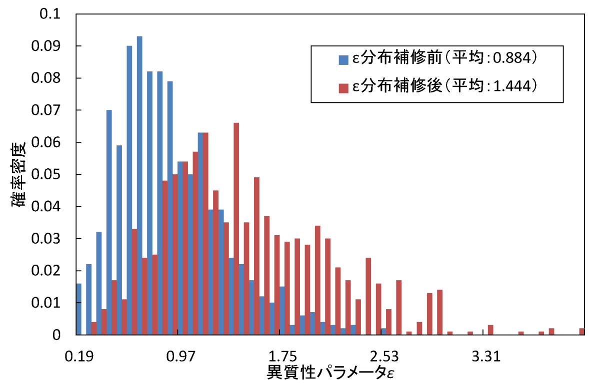
$$H_1{:}\Phi_\alpha \neq \Phi_\beta (\text{両　側}) \Rightarrow |Z| > Z(a/2)$$
$$H_1{:}\Phi_\alpha < \Phi_\beta (\text{右片側}) \Rightarrow Z > Z(a)$$
$$H_1{:}\Phi_\alpha > \Phi_\beta (\text{左片側}) \Rightarrow Z < -Z(a)$$

であれば，有意水準 a で H_0 を棄却する．このとき $a = 0.05$ で帰無仮説を棄却する $Z(a)$ は 1.96 以上である．

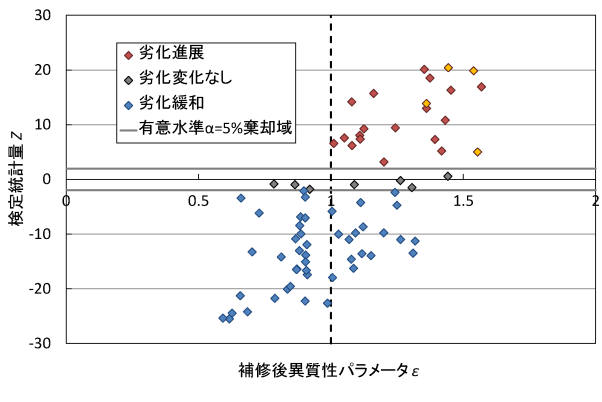
図–11 と**図–12** で示したスパン A，B に関して，実際にサンプリングされた異質性パラメータの分布を**図–13**，**図–14** に示す．検定統計量 Z はそれぞれ-19.57，20.41 であり，帰無仮説は棄却される．さらに片側検定の結果より，スパン A は補修後に劣化速度が低下し，スパン B は劣化速度が増加したと判断できる．このことは両図からも判断することができる．



図–13　補修前後の異質性パラメータの分布（スパン A）

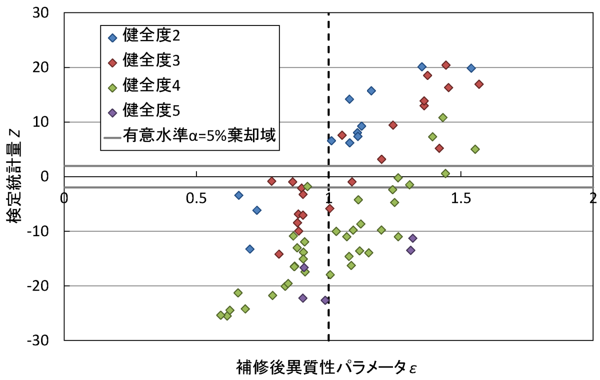


図–14　補修前後の異質性パラメータの分布（スパン B）



図–15　検定統計量と補修後の異質性パラメータの関係

図–15 には，補修が行われた 75 スパンの補修後の異質性パラメータ値と検定統計量 Z との関係を示す．灰色の線は有意水準 $a = 0.05$ における検定統計量 $Z(a = 0.05) = 1.96$ を表す．この線で囲まれた領域に位置する橋梁スパンでは，補修前後の異質性パラメータに変化が生じていない，すなわち補修効果が有意に表れていないと考えられる．$Z < -1.96$ の領域に属する橋梁スパン（青色）は，補修後の劣化速度が低下したスパン（良い方向に補修効果が得られた）を意味する．一方で，$Z > 1.96$ の領域に属する橋梁スパン（赤色）は，補修後の劣化速度が増加したスパン（悪い方向に補修効果が得られた）を意味している．さらに，劣化が進展したスパンの中で，**図–10** の 95%タイル曲線の上側に位置するスパンを黄色で示す．また，同図に対して，補修実施時点における健全度との関係を改めて**図–16** に整理する．図中の青色は補修実施時点で健全度が 2 であった床版，赤色は健全度 3 であった床版，緑色は健全度 4 であった床版を示している．これより，健全度 2 や 3 のときに補修を実施するよりも，健全度 4 で補修を実施した方が補修効果が高いことが読み取れる．この要因としては，健全度によって異なる補修工法が適用された可能性を指摘できる．健全度 2 や健全度 3 で表される床版の劣化状態は比較的軽微なものであり，実施される補修も小規模であることが推測される．一方で健全度 4 で実施される補修は大規模かつ構造的な変化を伴うものが多いと考えられる．本研究で対象とした床版群に対して実施された補修に関するデータベースには補修工法は含まれていなかったために，これらの考察を本研究内で検証することはできない．今後，新たに実施される補修に関してその工法をデータベースとして蓄積したうえで改めて検証する必要がある．しかしながら，これまで蓄積されてきた目視点検データと補修時期という限られた情報のみを利用して，劣化速度の変化という視点から補修について議論可能な情報を提供している点に本研究の実務的有用性を見出すことができる．



図–16 健全度ごとの異質性パラメータの変化

6. おわりに

本研究ではRC床版の補修前と補修後の劣化速度の相対比較により，補修効果を定量的に事後評価するための方法論を提示した．具体的には，補修前後の劣化速度の変動を異質性パラメータで表現するとともに，異質性を考慮した劣化予測が可能な混合マルコフ劣化ハザードモデルを目視点検データを用いて階層ベイズ推計するための方法論を示した．さらに補修効果を検定するための手法を示した．最後に実際の目視点検データを用いた実証分析により，提案手法の妥当性を実証的に分析した．

参考文献

1) 小林潔司：土木工学における実践的研究：課題と方法，土木技術者実践論文集，No.1，pp.143-155，2010.
2) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.
3) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82, 2005.
4) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
5) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
6) Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
7) 貝戸清之，小林潔司，加藤俊昌，生田紀子：道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク，土木学会論文集F，Vol.63，No.1，pp.16-34，2007.
8) 起塚亮輔，貝戸清之，伊藤哲男，西川秀：目視点検データに基づく橋梁床版のかぶりコンクリートの剥離・剥落に関する統計分析，コンクリート工学年次論文集，日本コンクリート工学協会，Vol.32，No.2，pp.1441-1446，2010.
9) 貝戸清之，山本浩司，小濱健吾，岡田貢一，小林潔司：ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用，土木学会論文集F，Vol.64，No.2，pp.115-129，2008
10) 青木一也，小田宏一，児玉英二，貝戸清之，小林潔司：ロジックモデルを用いた舗装長寿命化のベンチマーキング評価，土木技術者実践論文集，Vol.1，pp.40-52，2010.3
11) 森村英典，高橋幸雄：マルコフ解析，日科技連，1979.
12) 阿部誠，近藤文代：マーケティングの科学–POSデータの解析–，朝倉書店，2005.
13) 伊庭幸人，種村正美，大森裕浩，和合肇，佐藤整尚，高橋明彦：計算統計II　マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.
14) 加藤絵万，川端雄一郎，岩波光保，横田弘：港湾RC構造物の確率論に基づく保有性能評価の試行，土木学会論文集E2，Vol.67，No.1，pp.150-159，2011.
15) 仁平達也，渡辺忠明，滝本和志，笹谷輝勝，土屋智史，原夏生，谷村幸裕，岡本大：損傷履歴を考慮した修復部材の性能評価に関する一考察，土木学会論文集E，Vol.65，No.4，pp.490-507，2009.
16) 中村俊一，鈴木恵太：腐食した橋梁用ケーブルの補修効果に関する研究，土木学会論文集F，Vol.66，No.3，pp.402-411，2010.
17) 鬼束俊一，瀬下雄一，中川貴之，堤智明，岩波光保：塩害劣化した鉄筋コンクリートに対する補修効果の定量評価に関する研究，土木学会論文集E，Vol.62，No.4，pp.832-843，2006.
18) 加藤佳孝，伊代田岳史，西村次男，魚本健人：ひび割れを有するコンクリートに適用した表面被覆材の力学性能と耐久性能評価，土木学会論文集，No.781/V-66，pp.88-99，2005.

(2012．5．7 受付)

POST EVALUATION OF REPAIR EFFECT BASED ON RELATIVE DETERIORATION SPEED

Kiyoyuki KAITO, Kiyoshi KOBAYASHI and Taiki FUKUDA

In case it is expected that the infrastructures deterioration evolves, and the soundness falls below the permissible value, an appropriate time and repair are executed. However, the case that the ex-post valuation concerning repair effect, especially the quantitative evaluation, is extremely few. Moreover, in the light of economic situation in our country in recent years, it is likely to become important technological problem to visualize the decision making process for such a repair. For infrastructures, the visual inspection data and repair data are accumulated over many years, and by using these, if the effect of the repair executed in the past is evaluated after the fact, it is thought that it possible to become one effective policy to the visualization of the decision making . In the study, for the RC slab, the statistical deterioration prediction using the visual inspection data is executed, and based on the result, the technique for evaluating the effect of the repair is proposed.