

# ベンチマーク分析と重点監視部材の抽出

水谷大二郎<sup>1</sup>・金川昌弘<sup>2</sup>・坂井康人<sup>3</sup>・貝戸清之<sup>4</sup>・小林潔司<sup>5</sup>

<sup>1</sup>学生会員 大阪大学大学院 工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)  
E-mail:d-mizutani@civil.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 京都大学大学院 工学研究科社会工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)  
E-mail:masahiro.k@ay2.ecs.kyoto-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 阪神高速道路株式会社 建設事業本部 (〒 590-0075 堺市堺区南花田口町 2-3-20)  
E-mail:yasuhito-sakai@hanshin-exp.co.jp

<sup>4</sup>正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)  
E-mail:kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>5</sup>フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院 経営管理講座 (〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)  
E-mail:kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

劣化の進行が早く、定期的な目視点検では早期発見が困難な部材に対しては、重点監視部材として位置づけ、モニタリング等を利用した常時監視を行う必要がある。しかし、そのような部材の抽出手法に関しては体系化された方法論が存在しないのが実情である。本研究では混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計を用い、部材個々の劣化速度に対するベンチマーク分析に基づく重点監視部材の抽出手法を提案する。具体的には高速道路の高架橋のジョイントを対象とする実証分析を行い、路線別のベンチマーク分析、さらには路線内の個々のジョイントのベンチマーク分析を実施し、モニタリング対象とすべきジョイントの抽出を実施する。

*Key Words : hierarchical Bayesian estimation, mixed Markov hazard model, heterogeneity*

## 1. はじめに

社会基盤施設のアセットマネジメントにおいては、これまで暗黙知によってなされてきた維持管理に関する意思決定プロセスの形式知化を通して、1) 客観的な事実に基づく説明責任と、2) 組織内における効率的な技術継承を果たすことが期待されている<sup>1)</sup>。近年、現場で蓄積された目視点検データを活用する統計的劣化予測手法に関する研究開発が著しい。なかでも、マルコフ劣化ハザードモデル<sup>5)</sup>の開発により、アセットマネジメントの実用化が急速に進展した。さらに、社会基盤施設の劣化予測において、環境条件や構造条件といった代表的な劣化要因を表す説明変数では表現できない、施設グループごとの異質性を考慮した混合マルコフ劣化ハザードモデル<sup>2)</sup>が提案され、社会基盤施設の劣化速度のベンチマーキング評価を行うことが可能となった。

一方で今後の社会基盤施設のマネジメントを見据えた場合、目視点検のみならずセンサー等によるモニタリングの活用も視野に入れる必要がある。モニタリングは特に劣化の進展が著しい少数の施設への適用が現実的であり、すべての施設から均一に情報を取得する目視点検とはその性格が異なる。本研究ではセンサー等によるモニタリングの導入を視野に入れたより柔軟なアセットマネジメントの構築を目指し、管理事務所や地域などのこれまでの目視点検をベースとした施設

グループごとの異質性を考慮しながらも、それぞれの施設グループ内でのさらに小さな施設グループの異質性を評価可能な劣化予測手法を提案する。具体的には、混合マルコフ劣化ハザードモデルにおける施設グループを「施設大グループ」、各施設大グループ内の施設を「施設小グループ」と呼ぶこととし、施設大グループ、施設小グループそれぞれに対し異質性を表すパラメータを設定した多段階混合マルコフ劣化ハザードモデルを階層ベイズ推計する手法を提案する。以下、2. で本研究の基本的な考え方、3. で多段階混合マルコフ劣化ハザードモデルの概要、4. で階層ベイズ推計手法を説明し、5. で高速道路の高架橋のジョイントを対象に実証分析を行い、重点監視部材の抽出を行う。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) 統計的劣化予測と異質性

アセットマネジメントにおける劣化予測を目的として、蓄積された目視点検データから劣化過程の背後に存在する規則性をモデル化する統計的劣化モデルが発展している。特に、目視点検結果のように離散的健全度で規定されるデータは、マルコフ連鎖モデル(マルコフ推移確率)の適用が可能であることが知られており、これまでにマルコフ劣化ハザードモデルをはじめとした数多くの劣化予測モデルが提案され、膨大な社

社会基盤施設の平均的な劣化性状の評価が可能となっている。その一方で、個々の社会基盤施設のミクロな劣化評価に関する実務的な要望に応えるために、小濱等<sup>2)</sup>は混合マルコフ劣化ハザードモデルを開発した<sup>3),4)</sup>。マルコフ劣化ハザードモデルでは、社会基盤施設の劣化速度の違いを、主要な劣化要因に関して説明変数として説明する。しかし、同一の構造・材料特性、使用条件の下にあるサンプルを集めたとしてもサンプル間で劣化速度は多様に変動する。混合マルコフ劣化ハザードモデルでは、説明変数では記述できない観測不可能な要因に基づく劣化速度の変動を異質性パラメータを用いて表現する。すなわち、個別ハザード率を、異質性パラメータと標準ハザード率を用いて、

$$\begin{aligned} & \text{劣化速度 (個別ハザード率)} \\ & = \text{異質性パラメータ} \times \text{標準ハザード率} \quad (1) \end{aligned}$$

と定義する。異質性パラメータは評価単位となる施設グループ（たとえば、路線単位、構造物単位）ごとに設定される。したがって、100個の社会基盤施設個々の劣化を予測する問題に対して異質性パラメータを設定すると、推計すべき未知パラメータが100個増加することになる。

## (2) ベイズ推計

推計すべき未知パラメータの数が膨大であろうとも、蓄積されているデータ数が十分であれば、精度よくモデルを推計することが可能となる。しかしながら、個々の社会基盤施設に対して蓄積されたデータ数のみを考えた場合、統計的劣化モデルを推計するのに十分なデータ数が蓄積されていないことが多い。ベイズ推計を利用することにより、このようなデータ数の不足を技術者の経験、もしくは全体の傾向により補うことが可能となる。また、近年のMCMC法<sup>10),11)</sup>の発展により、ハザードモデルを効率的にベイズ推計することが可能となっている。実際に、津田等<sup>6)</sup>は劣化状態が故障の有無という2値状態で表されるような施設や機器を対象としたワイブル劣化ハザードモデル<sup>7)</sup>を、貝戸・小林<sup>8)</sup>はマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計する方法を提案している。ベイズ推計の特に優れた点としてデータが新たに蓄積されるごとに、不足を補うために導入された主観的情報の影響が薄まっていき、蓄積されたデータに基づいた劣化現象の評価が可能となることがあげられる。

## (3) ジョイントの路上・路下点検スキーム

本研究で対象とするジョイントに対する点検は路上点検と路下点検に分類できる。路上点検はパトロール車による車上点検を含むが、本研究では車両の通行止めを伴う詳細な目視点検を考える。一方、路下点検は

橋脚天端からジョイントの状態を視認する定期的な目視点検である。路上点検は道路のリフレッシュ工事などの一斉通行止め期間を利用して実施される。一斉通行止めの対象となる路線は劣化がある程度進展していると考えられるが、点検対象となるジョイントの選定はランダムサンプリングであるとみなすことができる。路下点検についても定期的に点検が実施されるため、点検対象となるジョイントの選定はランダムサンプリングであるとみなすことができる。また、路上点検では亀裂、剥離、磨耗、段差、たたき点検、路下点検では異常音、漏水、ボルトの欠損およびゆるみ、と路上点検、路下点検で点検項目は異なるため、二つの点検からは異なる劣化特性が得られる。

1. で述べたように、本研究では、モニタリング対象となる劣化の進展が著しく早い部材を重点管理部材として抽出することを目的としている。そのため、路上点検、路下点検の双方で劣化の進展が早い部材を重点管理部材として抽出する必要がある。

## 3. 多段階混合マルコフ劣化ハザードモデル

### (1) マルコフ連鎖モデル

ジョイントの劣化過程をマルコフ推移確率を用いて表現する。津田等<sup>5)</sup>はマルコフ推移確率をマルコフ劣化ハザードモデルを用いて推計する方法を提案している。ここでは、読者の便宜を図るために、その概要を説明する。2つの時刻間におけるジョイントの状態の不確実な推移状態をマルコフ推移確率で表現する。時刻 $\tau_A$ で観測した健全度を状態変数 $h(\tau_A)$ を用いて表す。時刻 $\tau_A$ で観測した健全度が $i$  ( $i = 1, \dots, J$ )であれば $h(\tau_A) = i$ と表せる。 $i$ の値が大きくなるほど、劣化が進行した状態を表す。状態 $J$ はもっとも劣化した状態を表す。マルコフ推移確率は、時刻 $\tau_A$ で観測された健全度 $h(\tau_A) = i$ を与件とし、将来時点（例えば $\tau_B$ ）において健全度 $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付推移確率として定義される。すなわち、

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] = \pi_{ij} \quad (2)$$

と表せる。このような推移確率を健全度ペア $(i, j)$ に対して求めれば、マルコフ推移確率行列

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{JJ} \end{pmatrix} \quad (3)$$

を定義できる。マルコフ推移確率(2)は所与の2つの時点 $\tau_A, \tau_B$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり、当然のことながら、対象とする点検間隔が異なれば推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{ij} = 0$  ( $i > j$ )が成立

する．また，推移確率の定義より  $\sum_{j=i}^J \pi_{ij} = 1$  が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して，

$$\left. \begin{aligned} \pi_{ij} &\geq 0 \quad (i, j = 1, \dots, J) \\ \pi_{ij} &= 0 \quad (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=i}^J \pi_{ij} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

が成立しなければならない．状態  $J$  は，補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり， $\pi_{JJ} = 1$  が成立すると考える．なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立して定義される．マルコフ推移確率モデルでは，健全度が  $i-1$  から  $i$  に推移した時刻にかかわらず，点検時刻  $\tau_A$  から点検時刻  $\tau_B$  の間に推移する確率は時刻  $\tau_A$  における健全度のみ依存するという性質（マルコフ性）を満足する．

## (2) 多段階混合マルコフ劣化ハザードモデル

本研究では目視点検データに基づく個々の施設の劣化予測を目的としている．分析の対象とする社会基盤施設を  $K$  個の施設大グループ（評価単位）に分割する． $K$  個に分割された施設大グループ  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) 内の施設をそれぞれ  $M_k$  個の施設小グループ  $m_k$  ( $m_k = 1, \dots, M_k; k = 1, \dots, K$ ) に分割する．施設小グループ  $m_k$  は，合計  $n_{m_k}$  ( $n_{m_k} = 1, \dots, N_{m_k}; m_k = 1, \dots, M_k; k = 1, \dots, K$ ) 個の施設で構成されている．施設大グループ  $k$ ，施設小グループ  $m_k$  それぞれに固有なハザード率の異質性を表すパラメータ  $\varepsilon^k$ ， $\varepsilon^{m_k}$  を導入する．このとき，施設大グループ  $k$  内の施設小グループ  $m_k$  に属する施設  $n_{m_k}$  の健全度  $i$  におけるハザード率を，個別ハザード率

$$\lambda_i^{n_{m_k}} = \tilde{\lambda}_i^{n_{m_k}} \varepsilon^k \varepsilon^{m_k} \quad (5)$$

を用いて表す．ここに  $\tilde{\lambda}_i^{n_{m_k}}$  は施設  $n_{m_k}$  が有する健全度  $i$  の標準ハザード率である． $\varepsilon^k$  はガンマ分布  $\bar{g}(\varepsilon^k : \phi)$  から， $\varepsilon^{m_k}$  はガンマ分布  $\bar{g}(\varepsilon^{m_k} : \phi^k)$  から抽出された確率標本であるとする．

ここで，施設大グループ  $k$  の異質性パラメータ  $\varepsilon^k$  を  $\bar{\varepsilon}^k$  に，施設大グループ  $k$  内の施設小グループ  $m_k$  の異質性パラメータ  $\varepsilon^{m_k}$  を  $\bar{\varepsilon}^{m_k}$  に固定すると，点検間隔を  $z^{n_{m_k}}$  としたときのマルコフ推移確率は，健全度  $i$  から健全度  $i$  に推移する場合，

$$\pi_{ii}(z^{n_{m_k}} : \bar{\varepsilon}^k, \bar{\varepsilon}^{m_k}) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{n_{m_k}} \bar{\varepsilon}^k \bar{\varepsilon}^{m_k} z^{n_{m_k}}) \quad (6)$$

健全度  $i$  から健全度  $j$  ( $j = i+1 : I-1$ ) に推移する場合，

$$\begin{aligned} &\pi_{ij}(z^{n_{m_k}} : \bar{\varepsilon}^k, \bar{\varepsilon}^{m_k}) \\ &= \sum_{s=i}^j \prod_{t=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_t^{n_{m_k}}}{\tilde{\lambda}_t^{n_{m_k}} - \tilde{\lambda}_s^{n_{m_k}}} \exp(-\tilde{\lambda}_s^{n_{m_k}} \bar{\varepsilon}^k \bar{\varepsilon}^{m_k} z^{n_{m_k}}) \\ &= \sum_{s=i}^j \psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{n_{m_k}}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{n_{m_k}} \bar{\varepsilon}^k \bar{\varepsilon}^{m_k} z^{n_{m_k}}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$(i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I)$$

健全度  $i$  から健全度  $I$  に推移する場合，

$$\pi_{iI}(z^{n_{m_k}} : \bar{\varepsilon}^k, \bar{\varepsilon}^{m_k}) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{ij}(z^{n_{m_k}} : \bar{\varepsilon}^k, \bar{\varepsilon}^{m_k}) \quad (8)$$

と表せる．ただし， $\tilde{\lambda}^{n_{m_k}} = (\tilde{\lambda}_1^{n_{m_k}}, \dots, \tilde{\lambda}_{I-1}^{n_{m_k}})$  である．また， $\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{n_{m_k}})$  は，

$$\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{n_{m_k}}) = \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{n_{m_k}}}{\tilde{\lambda}_m^{n_{m_k}} - \tilde{\lambda}_s^{n_{m_k}}} \quad (9)$$

である．

## (3) 目視点検データとハザード率

いま，施設大グループ  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) 内の施設小グループ  $m_k$  ( $m_k = 1, \dots, M_k$ ) に属する施設  $n_{m_k}$  ( $n_{m_k} = 1, \dots, N_{m_k}$ ) に関して 2 回の目視点検が実施されたとする．目視点検が実施されたカレンダー時刻を  $(\tau_A^{n_{m_k}}, \tau_B^{n_{m_k}})$  と表す．ただし， $\tau_A^{n_{m_k}}$  は第 1 回の目視点検時刻であり， $\tau_B^{n_{m_k}}$  は第 2 回目の目視点検が実施されたカレンダー時刻である．施設  $n_{m_k}$  の点検サンプルには，第 1 回目の目視点検から第 2 回目の目視点検が実施された時刻までの期間長  $\bar{z}^{n_{m_k}}$  と，これら 2 回の目視点検で観測された施設の健全度  $\bar{h}(\tau_A^{n_{m_k}})$ ， $\bar{h}(\tau_B^{n_{m_k}})$  に関する情報が記載されている．記号「 $\bar{\quad}$ 」は，実測値であることを意味している．点検時点における健全度に基づいて，ダミー変数  $\bar{\delta}_{ij}^{n_{m_k}}$  ( $i = 1, \dots, I-1, j = i, \dots, I; k = 1, \dots, K; m_k = 1, \dots, M_k; n_{m_k} = 1, \dots, N_{m_k}$ ) を

$$\bar{\delta}_{ij}^{n_{m_k}} = \begin{cases} 1 & \bar{h}(\tau_A^{n_{m_k}}) = i, \bar{h}(\tau_B^{n_{m_k}}) = j \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (10)$$

と定義する．さらに，ダミー変数ベクトルを  $\bar{\delta}^{n_{m_k}} = (\bar{\delta}_{11}^{n_{m_k}}, \dots, \bar{\delta}_{I-1, I}^{n_{m_k}})$ ，施設の劣化速度に影響を及ぼす施設の構造特性や環境条件を表す特性行ベクトルを  $\bar{x}^{n_{m_k}} = (\bar{x}_1^{n_{m_k}}, \dots, \bar{x}_M^{n_{m_k}})$  と表す．ただし， $\bar{x}_f^{n_{m_k}}$  ( $f = 1, \dots, F$ ) は施設  $n_{m_k}$  の点検サンプルの  $f$  番目の説明変数に関する期間  $[\tau_A^{n_{m_k}}, \tau_B^{n_{m_k}})$  における観測値を表す．また，第 1 番目の説明変数は定数項に該当する変数であり，恒等的に  $x_1^{n_{m_k}} = 1$  である．施設  $n_{m_k}$  の点検サンプルが有する情報を  $\xi^{n_{m_k}} = (\bar{\delta}^{n_{m_k}}, \bar{z}^{n_{m_k}}, \bar{x}^{n_{m_k}})$  と表す．また，目視点検データ全体を  $\Xi$  と表す．

さらに，施設  $n_{m_k}$  の点検サンプルの期間  $[\tau_A^{n_{m_k}}, \tau_B^{n_{m_k}})$  における劣化過程を個別ハザード率  $\lambda_i^{n_{m_k}} = \tilde{\lambda}_i^{n_{m_k}} \varepsilon^k$  ( $i = 1, \dots, I-1$ ) を用いて表現する．健全度  $I$  はマルコフ連鎖の吸収状態であり， $\pi_{II} = 1$  が成立するためにハザード率  $\tilde{\lambda}_I^{n_{m_k}}$  は必然的に  $\tilde{\lambda}_I^{n_{m_k}} = 0$  となる．社会基盤施設の劣化過程を特徴づける標準ハザード率  $\tilde{\lambda}_i^{n_{m_k}}$  は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え，標準ハザード率  $\tilde{\lambda}_i^{n_{m_k}}$  を特性ベクトル

$\mathbf{x}^{n_{m_k}}$  を用いて,

$$\tilde{\lambda}_i^{n_{m_k}} = \exp(\mathbf{x}^{n_{m_k}} \boldsymbol{\beta}'_i) \quad (11)$$

と表す。ただし,  $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,M})$  は未知パラメータ  $\beta_{i,f}$  ( $f = 1, \dots, F$ ) による行ベクトル, 記号「 $'$ 」は転置操作を表す。また,  $x_1^{l_k} = 1$  より,  $\beta_{i,1}$  は定数項を表す。

#### 4. 階層ベイズ推計

##### (1) 階層ベイズ

任意の社会基盤施設の異質性を評価するためには当該施設の目視点検データが必要となるが, 一般的には, 特定の施設に限定した目視点検データは十分に蓄積されていない。このような場合であっても, 本研究で提案する混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いれば, 同一施設グループ (同じ評価単位) の目視点検データを蓄積することにより, 施設の平均的な劣化過程と, 着目する施設の劣化特性を分析することが可能となる<sup>9)</sup>。特に, 本研究で取扱う混合マルコフ劣化ハザードモデルでは施設大グループの異質性パラメータ  $\varepsilon^k$  が平均 1, 分散  $1/\phi$  のガンマ分布, 施設小グループの異質性パラメータ  $\varepsilon^{m_k}$  が平均 1, 分散  $1/\phi^k$  のガンマ分布でそれぞれ表される事前分布に従うことを仮定している。さらに, 階層ベイズ推計では, 異質性パラメータの分散パラメータ  $\phi, \phi^k$  (ハイパーパラメータ) に関して事前分布を設定する。事前分布を階層化したこれらのモデルは階層ベイズモデルと総称され, 主にマーケティング分析などの分野で研究が進められている<sup>9)</sup>。本研究でも混合マルコフ劣化ハザードモデルを階層ベイズモデルを用いて推計することとする。

一般的なベイズ推計手法では, パラメータの事前分布と, 観測情報に基づいて定義される尤度関数を用いて, パラメータの事後分布を推計する。いま, 尤度関数を  $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta} : \Xi)$  と表す。 $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \phi, \varepsilon, \phi', \varepsilon')$  はパラメータベクトルを表す。ここに,  $\varepsilon'$  は施設小グループの異質性パラメータであり  $\varepsilon' = (\varepsilon^{1_1}, \dots, \varepsilon^{M_1}, \varepsilon^{1_2}, \dots, \varepsilon^{M_K})$ ,  $\phi'$  は  $\varepsilon'$  の事前分布の分散パラメータであり  $\phi' = (\phi^1, \dots, \phi^K)$  である。ここで,  $\boldsymbol{\theta}$  が確率変数で, 事前確率密度関数  $\pi(\boldsymbol{\theta})$  に従うと仮定する。目視点検データ  $\Xi$  が与件であるときに, 未知パラメータベクトル  $\boldsymbol{\theta}$  の同時事後確率密度関数  $\pi(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$  はベイズの定理より,

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|\Xi) = \frac{\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta} : \Xi)\pi(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\Theta} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta} : \Xi)\pi(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} \quad (12)$$

と表すことができる。ただし,  $\Theta$  はパラメータ空間である。このとき, 式 (12) の分母は基準化定数であることから, 同時事後確率密度関数  $\pi(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$  は

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|\Xi) \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta} : \Xi)\pi(\boldsymbol{\theta}) \quad (13)$$

となる。さらに, 事前確率密度関数  $\pi(\boldsymbol{\theta})$  は,

$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\theta}) &= \pi(\boldsymbol{\beta}, \phi, \varepsilon, \phi', \varepsilon') \\ &= \pi(\boldsymbol{\beta})\pi(\varepsilon : \phi)\pi(\phi)\pi(\varepsilon' : \phi')\pi(\phi') \\ &= \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{k=1}^K \prod_{m_k=1}^{M_k} \pi(\boldsymbol{\beta}_i)\pi(\varepsilon^k : \phi)\pi(\phi)\pi(\varepsilon^{m_k} : \phi^k)\pi(\phi^k) \end{aligned} \quad (14)$$

と展開される。階層ベイズ推計では, 未知パラメータ  $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \phi, \varepsilon, \phi', \varepsilon')$  にそれぞれ事前分布を設定し, 各パラメータの条件付き事後確率密度関数を算出する。しかしながら, ハザードモデルの場合, 簡単な指数ハザードモデルを用いても, 共役事前分布が存在しないことが知られている。共役事前分布が存在しない場合, 基準化定数を解析的に求めることは不可能であり, 数値解析により多重積分を求めることが必要になる。さらに, 多重積分の算出以前に尤度関数と事前分布の解を明示的に示すことができないという問題も存在する。これに対して乱数を利用した数値解析法の一つである MCMC 法の台頭により, 基準化定数を算出することなく, 効率的に事後分布から乱数を発生させることが可能となってきた。階層ベイズモデルに対しては代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法やメトロポリス・ヘイスティング法 (以下, MH 法) を組み合わせる事後分布を算出する階層ベイズ推計が提案されている<sup>11)</sup>。

##### (2) 事後分布の定式化

いま, パラメータ  $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{I-1}, \phi, \varepsilon^1, \dots, \varepsilon^K, \phi^1, \dots, \phi^K, \varepsilon^{1_1}, \dots, \varepsilon^{M_K})$  を与件とする。このとき, 目視点検データ  $\Xi$  が観測される同時生起確率 (尤度)  $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta} : \Xi)$  は,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta} : \Xi) &= \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{m_k=1}^{M_k} \prod_{n_{m_k}=1}^{N_{m_k}} \left\{ \pi_{ij}(\bar{z}^{n_{m_k}}, \bar{\mathbf{x}}^{n_{m_k}} : \boldsymbol{\beta}, \phi, \varepsilon^k, \phi^k, \varepsilon^{m_k}) \right\}^{\delta_{ij}^{n_{m_k}}} \\ &= \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{m_k=1}^{M_k} \prod_{n_{m_k}=1}^{N_{m_k}} \left\{ \sum_{m=i}^j \psi_{ij}^m(\tilde{\lambda}^{n_{m_k}}) \exp(-\tilde{\lambda}_m^{n_{m_k}} \varepsilon^k \varepsilon^{m_k} \bar{z}^{n_{m_k}}) \right\}^{\delta_{ij}^{n_{m_k}}} \end{aligned} \quad (15)$$

と表される。ただし,  $\tilde{\lambda}^{l_k} = (\tilde{\lambda}_1^{n_{m_k}}, \dots, \tilde{\lambda}_{I-1}^{n_{m_k}})$  である。

また, 式 (14) の未知パラメータ  $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \phi, \varepsilon, \phi', \varepsilon')$  の事前確率密度関数  $\pi(\boldsymbol{\theta})$  をそれぞれ以下のように設定する。まず,  $\boldsymbol{\beta}_i$  の事前確率密度関数  $\pi(\boldsymbol{\beta}_i)$  として多次元正規分布を用いる。すなわち,  $\boldsymbol{\beta}_i \sim \mathcal{N}_M(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$  である。ただし,  $\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$  は期待値ベクトルを  $\boldsymbol{\mu}_i$ ,

分散共分散行列を  $\Sigma_i$  とした  $M$  次元正規分布である． $\varepsilon^k$ ,  $\varepsilon^{m_k}$  の事前確率密度関数  $\pi(\varepsilon^k : \phi)$ ,  $\pi(\varepsilon^{m_k} : \phi^k)$  はガンマ分布であり，ガンマ分布の制御パラメータ  $\phi$ ,  $\phi^k$  の事前確率密度関数  $\pi(\phi)$ ,  $\pi(\phi^k)$  としてガンマ分布  $h(\phi : \alpha_0, \gamma_0)$ ,  $h(\phi^k : \alpha_0^k, \gamma_0^k)$  を設定する．すなわち， $\varepsilon^k \sim \mathcal{G}(\phi, 1/\phi)$ ,  $\phi \sim \mathcal{G}(\alpha_0, \gamma_0)$ ,  $\varepsilon^{m_k} \sim \mathcal{G}(\phi^k, 1/\phi^k)$ ,  $\phi^k \sim \mathcal{G}(\alpha_0^k, \gamma_0^k)$  である．

したがって，同時事後確率密度関数は，

$$\begin{aligned} & \pi(\theta | \Xi) \\ & \propto \mathcal{L}(\theta : \Xi) \\ & \cdot \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{k=1}^K \prod_{m_k=1}^{M_k} \pi(\beta_i) \pi(\varepsilon^k : \phi) \pi(\phi) \pi(\varepsilon^{m_k} : \phi^k) \pi(\phi^k) \\ & \propto \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{m_k=1}^{M_k} \prod_{n_{m_k}=1}^{N_{m_k}} \left\{ \sum_{m=i}^j \psi_{ij}^m (\tilde{\lambda}^{n_{m_k}}) \exp(-\tilde{\lambda}_m^{n_{m_k}} \varepsilon^k \varepsilon^{m_k} z^{n_{m_k}}) \right\}^{\delta_{ij}^{n_{m_k}}} \\ & \cdot \prod_{i=1}^{I-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta_i - \mu_i) \Sigma_i^{-1} (\beta_i - \mu_i)' \right\} \\ & \cdot \prod_{k=1}^K \frac{\phi^k}{\Gamma(\phi^k)} (\varepsilon^k)^{\phi^k - 1} \exp(-\phi^k \varepsilon^k) \\ & \cdot \frac{1}{\gamma_0^{\alpha_0} \Gamma(\alpha_0)} \phi^{\alpha_0 - 1} \exp\left(-\frac{\phi}{\gamma_0}\right) \\ & \cdot \prod_{k=1}^K \prod_{m_k=1}^{M_k} \frac{(\phi^k)^{\phi^k}}{\Gamma(\phi^k)} (\varepsilon^{m_k})^{\phi^k - 1} \exp(-\phi^k \varepsilon^{m_k}) \\ & \cdot \prod_{k=1}^K \frac{1}{(\gamma_0^k)^{\alpha_0^k} \Gamma(\alpha_0^k)} (\phi^k)^{\alpha_0^k - 1} \exp\left(-\frac{\phi^k}{\gamma_0^k}\right) \quad (16) \end{aligned}$$

のように定式化することができる．

### (3) 同時事後確率密度関数の推計

未知パラメータを推計するためには式 (16) で表される同時事後確率密度関数を求める必要がある．しかしながら，同時事後確率密度関数を解析的に求めることはもとより，同時事後確率密度関数から直接サンプリングすることも困難となっている．そこで本研究では代表的な MCMC 法の 1 つであるギブスサンプリングの考えに基づき，各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて数値計算により式 (16) の同時事後確率密度関数を算出する．なお，ギブスサンプリングにおける各パラメータの条件付き事後確率密度関数の算出に際しても事後分布から直接サンプリングすることは困難であるために，それぞれに対して MH 法を用いて推計した．また，事後分布に関する統計量として Geweke 検定統計量を用いて不変分布への収束性を検定した．

表-1 異質性パラメータ  $\varepsilon$   
(a) 路上点検データ (b) 路下点検データ

路線	$\varepsilon$	路線	$\varepsilon$
A	0.12	A	0.85
B	3.25	B	1.73
C	0.11	C	0.95
D	0.34	D	1.63
E	0.87	E	1.53
F	1.32	F	0.61

## 5. 適用事例

### (1) 適用事例の概要

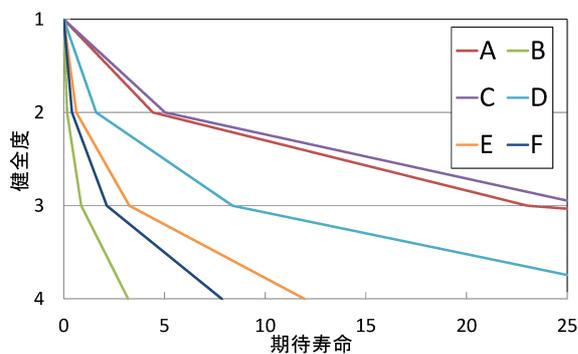
上述の多段階混合マルコフ劣化ハザードモデルを高速道路の高架橋のジョイントに対する目視点検データに適用し，階層ベイズ推計した．適用データでは，ジョイントの健全度が 4 段階で評価されているため，健全度 4 の状態を除く合計 3 つの健全度に対して，多段階混合マルコフ劣化ハザードモデルを定義することができる．3.(2) における，施設グループとして路線を，施設小グループとして個々のジョイントを設定した．路上点検データ (6 路線, 693 ジョイント, 730 サンプル)，路下点検データ (6 路線, 4,264 ジョイント, 11,452 サンプル) のそれぞれに対し，多段階混合マルコフ劣化ハザードモデルを適用しパラメータ  $\beta$  および異質性パラメータ  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon'$  を推計した．なお，説明変数として，ジョイント種別，表層舗装種別，大型車交通量の 3 つを選択した．路上点検データ，路下点検データの両方が獲得されている 595 ジョイントにおいて，推計した異質性パラメータ  $\varepsilon$  を比較することによる重点監視部材の抽出方法を以下で述べる．

### (2) 期待劣化パス

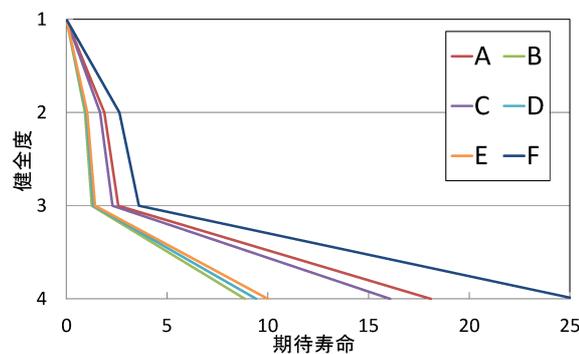
表-1 に各路線の異質性パラメータ  $\varepsilon$  の推計結果を示す．推計された異質性パラメータ  $\varepsilon$  とパラメータ  $\varepsilon'$  を用いて路線ごとにハザード率 (標準ハザード率  $\times \beta$ ) を算出することにより，ジョイントごとの期待劣化パスを描くことができる．算出した路線ごとの期待劣化パス (説明変数: 鋼製ジョイント, 排水性舗装, 平均大型車交通量) を図-1 に示す．路上点検データ，路下点検データともに路線 B における劣化の進展が早いことが見て取れ，路線 B の期待寿命は，路上点検データで 3.20 年，路下点検データで 8.86 年である．

### (3) 重点監視部材の抽出

図-2 に路上点検データ，路下点検データがともに獲得されている 595 ジョイントの異質性パラメータ  $\varepsilon \varepsilon'$  をプロットした．なお， $\varepsilon \varepsilon'$  は施設大グループ (路線) の異質性パラメータ  $\varepsilon$  と，施設小グループ (個々のジョイント) の異質性パラメータ  $\varepsilon'$  の積である．また，図-2



(a) 路上点検データ



(b) 路下点検データ

図-1 期待劣化パス

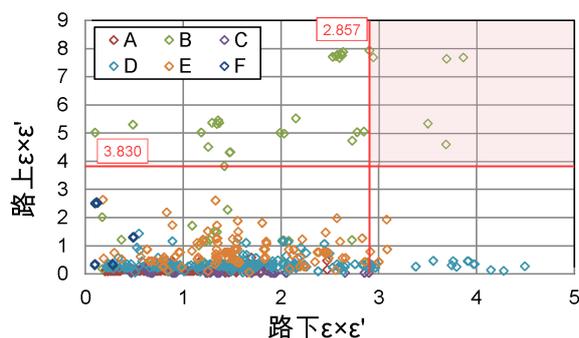


図-2 異質性パラメータ比較

に赤色で示した直線は、路上点検データ、路下点検データそれぞれにおける異質性パラメータ  $\epsilon\epsilon'$  の値の上位5%を示している。路上点検データと路下点検データ両方において上位5%に入る部分（淡赤色で示した部分）にある5ジョイントを重点監視部材として抽出することができる。

## 6. おわりに

本研究では、階層的に異質性パラメータを設定した多段階混合マルコフ劣化ハザードモデルを階層ベイズ推計することにより、マクロな視点（路線単位）からの劣化過程の把握とミクロな視点（ジョイント単位）からの劣化過程の把握を同時に行う手法を提案した。また、路上点検データと路下点検データのように、同一の社会基盤施設に対して異なった視点から点検がなされている場合の重点監視部材の抽出方法も併せて提案した。一方、今後の課題として、1) 本研究で抽出された重点監視部材に対するモニタリング手法の確立、2) 本研究で算出した期待劣化パスを用いてのライフサイクル費用を最小とする補修・取替え時期の決定方法の確立、をあげることができる。

## 参考文献

- 1) 小林潔司：土木工学における実践的研究：課題と方法，土木技術者実践論文集，No.1，pp.143-155，2010.
- 2) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.
- 3) 青木一也，小田宏一，児玉英二，貝戸清之，小林潔司：ロジックモデルを用いた舗装長寿命化のベンチマーキング評価，土木技術者実践論文集，土木学会，Vol.1，pp.40-52，2010.
- 4) 森悠，藤原栄吾，貝戸清之，小林潔司，橋本拓己：相対評価モデルを用いた舗装構造の劣化診断，土木学会論文集 E1，Vol.67，No.2，pp.91-110，2011.
- 5) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.
- 6) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集 F，Vol.62，No.3，pp.473-491，2006.
- 7) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005.
- 8) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.
- 9) 阿部誠，近藤文代：マーケティングの科学-POSデータの解析-，朝倉書店，2005.
- 10) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.
- 11) 伊庭幸人：計算統計学のフロンティア - 計算統計 II，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.

(? 受付)