

土木計画における 応用空間統計学の可能性

堤 盛人¹・瀬谷 創²

¹正会員 筑波大学准教授 大学院システム情報系 (〒305-8573 つくば市天王台1-1-1)

E-mail: tsutsumi@sk.tsukuba.ac.jp

²学生会員 国立環境研究所 地球環境研究センター (〒305-8506 つくば市小野川16-2)

E-mail: seya.hajime@nies.go.jp

自然科学への応用から生まれた空間統計学(狭義には地球統計学)と地域科学から生まれた空間計量経済学は、これまで独自の発展を経てきたが、近年、社会経済データを用いた研究に後者だけでなく前者も応用されることが増えるなど、相互の交流が盛んになってきている。本稿では、二つの学問の土木計画学分野での実用化と応用の促進に寄与することを目的に、これらの分野における実証研究とそこでの課題について最新の研究動向も踏まえながら整理を行い、土木計画における「応用空間統計学(applied spatial statistics)」の可能性について論じるものである。

Key Words : *applied spatial statistics, spatial econometrics, spatial statistics, application*

1. はじめに

地理空間情報(geo-spatial information)に関するデータは、既に我々の日常の至る所で活用されている。本稿において地理空間情報とは、2007年に成立した地理空間情報活用推進基本法に基づき、『空間上の特定の地点又は区域の位置を示す情報である「位置情報」又は及びそれに関連付けられた情報』を意味することとし、以下、地理空間情報に関するデータを「空間データ」と呼ぶこととする。地理的な意味を持たない局所的な空間、例えば工業計測等が対象とするような空間において用いられるデータと明示的に区別するためには、本来は「地理空間データ」と呼ぶべきであるが、以下、本稿では簡単に「空間データ」と称する。

空間データに関する分析は、広く社会科学全般において極めて重要な位置を占めるようになってきている(例えば、Goodchild et al. (2000)¹⁾)。これは、空間データの入手が従来と比べて格段に容易となっていることが大きい。我が国では、例えば、国土数値情報(国土交通省)において、地価公示、衛星画像分類により作成した土地被覆、パーソントリップ調査のODトリップ等、多種多様な空間データが提供されている。土木計画学でも頻繁に用いられる社会経済データの多くは行政区界と結び付けられ

ているという意味で空間データであり、最近では、プローブカーデータやスマートメーターデータ等の新たな空間データも活用されている。空間データは、非常に多くの分野に関連するため、そのハンドリングや分析モデリングについて、現在までに様々な分野で膨大な知見が蓄積されてきた。

言うまでもなく、古典的な測量学あるいは測地学は、位置データとしての空間データを扱う最も古い学問であり、19世紀以降、確率理論を基礎とした近代統計学を応用して体系化された。

これに対し、地理的な位置情報に関連付けられた自然科学的属性情報を統計学的観点から分析する学問として、地球統計学(geostatistics)と呼ばれる学問が鉱山学などの分野を起源として成立した(Matheron (1963); 間瀬・武田 (2001), pp.14-17²⁾³⁾)。その後、地球統計学は、空間統計学(spatial statistics)の主要な一分野として位置づけられ、学問として洗練の域に達しつつある(Cressie (1993)⁴⁾) (ただし今日でも、地球統計学という名称は標準的に使われている(例えば、Wackemagel (1998)⁵⁾))。

一方、地理的な位置情報に関連付けられた自然科学的属性情報に加えて社会科学的な属性情報も対象とする学問である地理学の分野に目を移すと、統計学的な観点から見た時の空間データの本質は、距離が近い程事物の性

質が似る（あるいは異なる）という「空間的自己相関（spatial autocorrelation）」と、地域の固有性（異質性）（spatial heterogeneity）にあると広く認識されている。

「Tobler (1970)⁶⁾の地理学の第一法則（first law of geography）」として知られる、距離が近い事物がより強く影響しあうという性質は、計量地理学における最も基礎的かつ重要な問題の一つであることが60年代から指摘され（Curry (1966); Cliff and Ord (1975); 奥野編 (1996); Haining (2009)⁷⁾⁻¹⁰⁾）、現在計量地理学を背景とする研究者のテキスト（例えば、Haining (1990); (2003)¹¹⁾⁻¹²⁾）では、空間的自己相関・異質性を考慮したモデリングは、空間データ分析（spatial data analysis）の一部として捉えられている。

他方、地域科学を中心とした分野では、計量地理学の流れを汲みながら、Anselin (1988)¹³⁾やLeSage and Pace (2009)¹⁴⁾に代表される空間計量経済学（spatial econometrics）が地理的な位置情報に関連付けられた社会経済的属性情報を統計学的観点から分析する学問として発展した。Spatial econometricsという呼称は、70年代初頭にベルギーの経済学者であるJean Paelinckが用い始めたとされる（Anselin and Bera (1998)¹⁵⁾）。ちょうど、経済学において、長い間空間概念が捨象され、最近になって空間経済学が発展してきたように（Fujita et al. (1999)¹⁶⁾）、計量経済学の興味の中心は「時間」（時系列）であった。しかしながら近年、空間計量経済学は理論・実証面ともに大きく発展し、数多くの国際誌で特集号が組まれるなど、今や計量経済学の重要なテーマの一つ（メインストリーム）となっているとの指摘もある（Anselin (2010)¹⁷⁾）。

土木計画学においても、いわゆる土地利用モデルを始めとして、当初早くから空間データを利用した研究が活発であったため、佐々木(1984)¹⁸⁾や田中(1984)¹⁹⁾、等、比較的早い時期から空間データに内在する特質とこれに対する統計学的な対処の必要性が認識されていた。例えば奥村ら(1989)²⁰⁾は、筆者らの知る限り、連立方程式型の地域モデルのパラメータ推定に、空間計量経済学の手法を応用した最初の研究の一つである。その後現在までに、空間計量経済モデルを応用した様々な重要かつ興味深い研究が行われている（例えば、塚井ら(2002); 梶谷ら(2004); 大庭ら(2006); 塚井・小林(2007); 大島ら(2009)²¹⁾⁻²⁵⁾）。とりわけ塚井(2005)²⁶⁾は、空間計量経済学に関する、貴重なレビューとなっている。

ここで、学問分野の呼称について、少し議論しておき

たい。本来、「空間統計学」という言葉は、空間データを統計学的に扱う学問、としての意味を持っても良さそうである。事実、塚井(2005)²⁶⁾のレビューは、そのような意図で「空間統計モデルのフロンティア」という呼称を用いていると推察される。筆者らは、空間統計学と空間計量経済学を合わせて「広義の空間統計学」、特に前者のみを指して「狭義の空間統計学」という呼ぶことも多い。しかしながら、次章で詳述するような経緯から、連続な確率場を想定し、連続データのモデリングを扱う学問体系を指して空間統計学・地球統計学と呼び、離散データのモデリングを扱う学問体系を空間計量経済学と称する区別が近年では一般的であるように思われる。これに関してCressie (1993, p.443)⁴⁾は、“From a statistician’s perspective, the distinction is not particularly helpful”と述べている。実際、両者におけるモデリング技法には共通点が多く、空間統計学と空間計量経済学を分類することにさほど利点はないと考えられる。そればかりか、このような区別により、Anselin (1986)²⁷⁾が、“each approach tends to be rather self-contained, with little cross-reference shown in published articles”と述べたような弊害が生まれ、同一のモデルに対し二つの分野で異なる呼称が用いられるといった混乱によるある種の相互参入障壁が存在している。

一方で、本稿4.(2)でも紹介するように、徐々にその参入障壁が低くなりつつあるような状況も生まれている。実際、2011年に開催されたSpatial Econometrics Associationの第5回World Conferenceで、冒頭に招待講演を行ったのは、空間統計学の第一人者であるNoel Cressie教授であった。このような問題意識のもと、本稿の表題では、空間統計学・計量地理学・空間計量経済学の垣根を越えて、応用指向型の空間データ分析を扱う学問分野の総称という意味を込めて、「応用空間統計学（applied spatial statistics）」という呼称を用いることとした。なお、この言葉自体は、既にWaller and Gotway (2004)²⁸⁾などで使用されているものの、必ずしも筆者らと同じような思いで使用されている訳でもなさそうであることを断っておく。

堤・瀬谷(2012)²⁹⁾では、両分野の基礎的なモデリング技法について、最新の研究成果を踏まえながら横断的なレビューを行った。しかしながらそこでは、紙面の都合上、実証研究に関するレビューを割愛せざるを得なかった。そこで本稿では、両分野の手法を用いた実証研究に関するレビューを行い、土木計画学分野での応用空間統計学のさらなる実用化と応用の促進に資することとするものである。

以下第二章では、まず、本稿で扱う空間データの特徴について簡単に説明・考察する。次に第三章では、応用空間統計学の基本的なモデリング技法（地球統計モデルと空間計量経済モデル）を概観する。なお、第二章・第三章の内容の一部は、拙稿：堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾ と重複するが、これは読者の利便性と論文としての一貫性を担保するためであり、ご容赦願いたい（基礎的なモデリング技法の詳細に興味がある読者は、堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾ を参照されたい）。次に、第四章で、地球統計学・空間計量経済学に関連する実証研究についてレビューを行い、残されている課題について論じる。最後に、第五章において、今後の土木計画における実証・応用研究の展望について論じる。

2. 空間データの特徴：空間的自己相関と空間的異質性

(1) 空間データの類型

空間統計学の代表的なテキストであるCressie (1993)⁴⁾, Banerjee et al. (2004a)³⁰⁾ では、空間データを、[1] 地球統計データ (geostatistical data), [2] 地域（格子）データ (areal/lattice data), [3] 点過程データ (point pattern data) の3つに分類している。今、 $s \in \mathcal{R}^d$ が、次元 d （通常 $d = 2$ または 3 ）のユークリッド空間におけるデータの位置であるとし、 $Y(s)$ は、空間的な位置 s におけるランダムな量（多変量）であるとしよう。ここで、 s がインデックス集合内を動くとき、 $\{Y(s); s \in D\}$ は、空間過程 (spatial process), あるいは確率場 (random field) と呼ばれる（厳密には両者は区別され、空間過程は特殊な確率場となる（竹内編 (1989), p.206)³¹⁾）。また、Cressie and Wikle (2011, p.18)³²⁾ 同様、時間軸を導入した時空間過程は、 t が $T \subset \mathcal{R}$ 内を連続的に動くとき、 $\{Y(s; t); s \in D, t \in T\}$ 、離散的に動くとき、 $\{Y_t(s); s \in D, t \in T\}$ と表されると仮定する。[1] の地球統計データは、領域 D が連続 (continuous) で固定された (fixed) 集合である場合の空間データである。ここで、連続というのは、 $Y(s)$ が領域中のいたるところで観測可能であることを意味する。例えば、標高、気温データ等がこれに該当する。土木工学においても、地盤沈下量・地震動等・降雨量・地下水位の推計（例えば、上田ら (1986); 永田・片山 (1991); 宝・岡 (1992); 本多ら (2000)³³⁾⁻³⁶⁾）に対して地球統計学の手法を用いた研究が行われてきた。一方、[2] の地域データは、領域 D が固定されており、いくつかの領域から構成される場合の空間データである。ここで、 $Y(s)$ は、離散的な領域でのみ観測可能である。例えば、ゾーンに集計された社会経済データや、ピクセルを単位とした衛星リモートセ

ンシング画像データ等がこれに該当する。空間計量経済学のモデルは、多くが地域データを対象とするものである。[3] の点過程データとは、 D 自体がランダムな場合の空間データであり、イベントが生起した位置を示す。具体的には、スカラー $Y(s) \equiv 1, \forall s \in D$ と定義できる（例えば、Schabenberger and Gotway (2005)³⁷⁾）。地球統計学のモデルは、現在でも自然科学の分野での適用が中心であるが、社会科学の分野での適用例も着実に増加している（例えば、Nagle (2005); Haining et al. (2010)³⁸⁾⁻³⁹⁾）。

なお、筆者らは[3] の点過程データの分析に経験を有しないため、レビュー対象から外すことをご容赦いただきたい。点過程データの分析については、間瀬ら (1992)⁴⁰⁾, Diggle (2003)⁴¹⁾, 古谷 (2011)⁴²⁾ 等を参照されたい。また、本論文では特に断らない限り、一変量に関する空間過程 $Y(s)$ を想定する。多変量モデルについては、Wackernagel (1998)⁹⁾ に詳しく、実証研究としては歳森 (2002)⁴³⁾ 等がある。さらに、本論文は空間データ分析 (spatial data analysis) に着目するものであり、領域 D 自体の結合・分割等の解析を行う空間解析 (spatial analysis) は対象としない。

以下では、一般的な呼び方に倣い、連続な確率場を想定した地球統計データを扱う「地球統計学」と、離散的な確率場を想定した地域データを扱う「空間計量経済学」という呼称を用いることとする。無論、分野名の定義はここでは重要ではなく、前述の数学的な意味での空間の捉え方の違いに本質的な意味がある。

(2) 空間的自己相関と空間的異質性

空間データ分析においては、地域という空間的な広がりを持った対象を扱うことに起因する特有の問題、具体的には空間的自己相関と空間的異質性からなる空間的影響 (spatial effects) を考慮する必要がある Anselin (1988, p.7)¹³⁾。空間的自己相関は、距離の近い変数が似たような傾向を示すという「正の空間的自己相関」と、距離の近い変数が非常に異なる値を示すという「負の空間的自己相関」に大別される。空間的自己相関は、次のような積率条件で表される (Anselin and Bera (1998)¹⁵⁾）。

$$\text{Cov}(Y_i, Y_j) = E(Y_i Y_j) - E(Y_i) \cdot E(Y_j) \neq 0, \forall i \neq j. \quad (1)$$

ここで、 Y_i と Y_j は地点における観測値を示す。無論、式 (1) が、「空間的な」自己相関であるのは、 s_i, s_j における変数間の相関が 0 でないということに関して、空間的構造 (spatial structure), 空間的相互作用 (spatial interaction), 空間的位置関係 (spatial arrangement) という観点から意

味のある解釈が可能な場合である (Anselin and Bera (1998)¹⁵⁾ . それに対し、空間的異質性とは、単に不均一分散やモデル構造の不安定性 (structural instability) のことを指し、通常の計量経済学の手法で対処可能な場合も多い (Anselin (2001)⁴⁴⁾ . しかしながら、異質性が空間的な構造を持つ場合は、空間的な可変パラメータモデル (例えば、Casetti, (1972); Fotheringham et al. (2002); Gelfand et al. (2003)⁴⁵⁾⁻⁴⁷⁾) 等の専用の技法が必要となる. 実際には、空間的異質性は空間的自己相関と同時に発生し、この場合通常の計量経済学の技法 (例えば、分散不均一の検定) の使用は、誤りにつながる可能性がある (Anselin and Griffith (1988)⁴⁸⁾ . また、クロスセクションでは、空間的自己相関と空間的異質性は見かけ上同一である場合が多く、例えば、回帰分析の残差が正の空間クラスターを形成しているとき、これは、空間的異質性 (グループレベルの分散不均一) とともに空間的自己相関 (空間過程がクラスターを生じさせている) とともに解釈可能である (Anselin (2001)⁴⁴⁾ .

(3) 空間的影響の検定

本節では、空間的影響のうち、空間的自己相関の検定方法について簡単に述べる. 空間的異質性の検定手法については、Anselin (1988)¹³⁾, Arbia (2006, pp.131-134)⁴⁹⁾ 等を参照されたい. 空間的自己相関の検定には、次式に示す Moran's I (Moran (1950)⁵⁰⁾ が用いられることが多い.

$$I = \frac{N}{S} \frac{\mathbf{e}' \mathbf{W} \mathbf{e}}{\mathbf{e}' \mathbf{e}}. \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{W}$ は、 $N \times N$ の空間重み行列 (spatial weight matrix) であり、 s_i と依存関係にある近隣集合を $S_i \subset D$ と定義したとき、 s_i と $s_j \in S_i$ の関係を記述するもので

ある. 地点 (地域) s_i 、 s_j におけるデータに何らかの依存関係があれば、 $\mathbf{W}$ の i, j 要素 w_{ij} は、 $w_{ij} \neq 0$ とされる.

慣習的に、自身からの影響は 0、すなわち対角行列の要素は 0 とされる (Fujimoto et al. (2011)⁵¹⁾ 参照). さらに、それぞれの行 i に対して、行和が 1 となるように行基準化 (row-normalized) されることが多い (例えば、Fingleton (2009)⁵²⁾ . $S = \sum_i \sum_j w_{ij}$ は基準化定数 (重み

行列の全要素の和) であり、 $\mathbf{e}$ は $N \times 1$ の興味の対象である変数 (あるいは、線形回帰モデルであれば通常最小

二乗 (ordinary least squares (OLS)) 推定における残差) ベクトルである. 相関係数と同様、Moran's I は、 -1 から $+1$ までの値を取り得る. Moran's I の値が 1 に近いことは、正の自己相関の存在を示唆し、逆に -1 に近いとき、負の自己相関の存在を示唆する. Moran's I を標準化すると、漸近的に標準正規分布 $N(0,1)$ に従うため、「与えられた $\mathbf{W}$ の下で空間的自己相関が無い」を帰無仮説とする仮説検定が可能となる. Moran's I は、Pearson の相関係数を空間に拡張したものを見なすことができ、直感的に分かりやすく、かつ計算が比較的容易であるため、広く使用されている. しかしながら、この指標では空間的自己相関の構造を特定化することはできない. 従って Moran's I と共に、対立仮説に特定の依存性を仮定した最尤法に基づく検定法が用いられることが多い. 代表的な検定法として、ワルド検定、尤度比検定、ラグランジェ乗数 (Lagrangean multiplier (LM)) 検定等がある (Anselin (1988)¹³⁾ . 空間的自己相関の検定統計量は他にも、Geary の C 統計量 (Geary (1954)⁵³⁾ , Kelejian-Robinson 統計量 (Kelejian and Robinson (1992)⁵⁴⁾ , 局所的な空間的自己相関の検定 (Local indicators of spatial association (LISA)) に用いる Getis-Ord の G 統計量 (Getis and Ord (1992); Ord and Getis (1995)⁵⁵⁾⁻⁵⁶⁾ や Anselin (1995)⁵⁷⁾ のローカル・モラン統計量、カウントデータのクラスター検出に用いる Rogerson (1999)⁵⁸⁾ の R 統計量など数々のものが提案されている.

3. 応用空間統計学の概観

本章では、応用空間統計学の基本的なモデリング技法の基礎である、地球統計モデルと空間計量経済モデルの二つのモデルを概説する.

(1) 地球統計モデル

a) 地球統計モデリングの基本的な考え方

地球統計データは D を連続的な点の集合とみなすのに対し、地域データでは多くの場合 D を離散的な領域の集合とみなす. これに対応して、両データで用いられるモデリング技法も異なる. 地球統計モデルでは、通常トレンドを除いた誤差項の空間過程が、弱定常性 (weak stationarity) , すなわち $Cov(u(s), u(s+h)) = C(h)$ (ただ

し $h \in \mathbb{R}^d$) を満たすとする. ここで、 $C(h)$ は、共分散関数 (covariance function) あるいはコバリオグラム

(covariogram) と呼ばれ、これは共分散を $\mathbf{h}$ のみの関数として表したものである。 $C(\mathbf{h})$ が長さ $\|\mathbf{h}\|$ のみに依存する (すなわち方位には依存しない) とき、空間過程は等方的 (isotropic) であるといわれる。一方、空間計量経済モデルでは、誤差項の従う空間過程を (自己回帰型や移動平均型等に) 構造化する。その結果として、誤差項の分散は不均一となり、共分散の定常性も (観測値が格子上で得られているといった例外的な場合を除いて) 満たされないこととなる。さらに、地球統計モデルが領域内の任意地点の値の予測 (内挿: spatial prediction/interpolation) を行うことに用いられることが多いのに対して、空間計量経済モデルが予測に用いられることはあまりない (堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾ 参照)。

ところで、統計調査のデータの多くは、離散的なゾーンにおいてのみ入手可能である。この場合においても、盲目的に空間計量経済モデルを適用するのではなく、観測データに連続な空間過程を想定するのが自然か、それとも離散的な空間過程を想定するのが自然かという観点から慎重に判断されるべきである。例えば、人口などのカウントデータや比率データに連続な空間過程を想定することはできないが、離散的なメッシュで得られる気温や標高データには、連続な空間過程を想定して地球統計モデルを適用することは妥当であるといえる (Gelfand et al. (2010, pp.522–523)³⁰⁾)。

b) 基本的な地球統計モデル

地球統計データの代表的モデルである空間過程モデル (spatial process model (SPM)) は、回帰モデル $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$ における誤差項ベクトル $\mathbf{u}$ が従う分散共分散行列を直接構造化するという点に特徴がある。SPM では、分散共分散行列の構造化のために、誤差項が従う分布が弱定常であるという仮定をおく。しかしながら実際の計算においては、共分散関数と逆の関係であり、値の非類似度の測度と解釈されるバリオグラム (variogram) :

$E[u(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - u(\mathbf{s})]^2 = \text{Var}[u(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - u(\mathbf{s})] = 2\gamma(\mathbf{h})$ を用いることが多い。共分散関数とバリオグラムの間には、 $2\gamma(\mathbf{h}) = \text{Var}[u(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - u(\mathbf{s})] = 2[C(\mathbf{0}) - C(\mathbf{h})]$ の関係が成り立つ ($\gamma(\mathbf{h})$ 自体はセミバリオグラムと呼ばれる)。バリオグラムの特徴を示すパラメータは、ナゲット (nugget, τ^2) ・レンジ (range, ϕ) ・シル (sill, σ^2) の3つがある。ナゲットは、観測誤差や、観測地点間より短いところでの微視的な変動を表す。レンジは $u(\mathbf{s})$ と $u(\mathbf{s} + \mathbf{h})$

が相関を持たなくなる最小のラグ $\mathbf{h}$ を意味し、シルはこのときのバリオグラムの値を表す。シルは、空間過程の分散であり、シルからナゲットを引いた値は、パーシャルシル (partial sill) と呼ばれる。また、 $\gamma(\mathbf{h})$ がシルの95%に達する距離は、有効レンジ (effective range) と呼ばれる。バリオグラムの関数形は多数提案されており (例えば、Cressie (1993, pp.61–63)⁴⁾)、実証研究においては、spherical 型、exponential 型、Matérn 型等が用いられることが多い。

今、共分散関数のパラメータベクトルを $\boldsymbol{\xi} = (\sigma^2, \tau^2, \phi)'$ とすると、SPMは次式で与えられる。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}, \mathbf{u} \sim (\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\xi})). \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{Y}$ は Y_i からなる $N \times 1$ の従属変数ベクトル、 $\mathbf{X}$ は $N \times K$ の説明変数行列 (定数項を含む)、 $\boldsymbol{\beta}$ は $K \times 1$ の回帰係数ベクトル、 $\mathbf{0}$ は 0 からなる $N \times 1$ ベクトルであり、分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma} = \sigma^2 \mathbf{H}(\phi) + \tau^2 \mathbf{I}$ の成分 Σ_{ij} は、共分散関数で直接定式化される ($\mathbf{I}$ は $N \times N$ の単位行列)。ここで、推定すべきパラメータは、共分散関数のパラメータ $\boldsymbol{\xi}$ と、回帰係数 $\boldsymbol{\beta}$ である。代表的なパラメータの推定方法には、 $\boldsymbol{\xi}$ を weighted least squares で、 $\boldsymbol{\beta}$ を estimated generalized least squares で推定する方法 (EGLS&WALS 法) (Schabenberger and Gotway (2005)³⁷⁾)、最尤法 (Mardia and Marshall (1984)⁶⁰⁾)、制限付最尤法 (Kitanidis (1983)⁶¹⁾)、ベイズ推定法 (Banerjee et al. (2004a)³⁰⁾、照井 (2011)⁶²⁾) 等がある。このうち EGLS&WALS 法については、Schabenberger and Gotway (2005)³⁷⁾、最尤法については、丸山 (2008)⁶³⁾ で詳しく解説されている。空間的異質性の考慮法としては、回帰係数において弱定常な空間過程を仮定し、空間可変性を認めた spatially varying coefficient model (SVCMM) が存在する (例えば、Banerjee et al. (2004a)³⁰⁾)。

さて、SPM は、空間過程に弱定常性を仮定するため、自然な形で任意地点の値の予測 (内挿) に用いることができる。この任意地点の内挿は、提案者の南アフリカの D.G. Krige にちなんで、クリギング (kriging) と呼ばれる (間瀬 (2010, p.2)⁶⁴⁾)。クリギングによる予測量は、予測誤差分散最小化により合理的に求められ、任意地点の最良線形不偏予測量 (best linear unbiased predictor (BLUP)) を与える。ここでクリギングは、トレンド成分 $\mathbf{X}$ が無い場合 ordinary kriging、トレンド成分がある場合 universal kriging と呼ばれることが多いが、名称は必ずしも統一さ

れているわけではない。Hengl et al. (2004)⁶⁵⁾ は、トレンド成分が経緯度座標のみである場合に universal kriging という呼び名を使い、それ以外のトレンドが存在する場合は、regression kriging と呼ぶことを提案している。しかしながら実際には、両者を区別せずに universal kriging と呼ばれることが多いように思われる。regression kriging による地点 s_0 における値の予測量とクリギング分散と呼ばれる予測誤差の分散 (prediction error variance) は、次式により与えられる。

$$\hat{Y}(s_0) = \mathbf{x}_0' \hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\mathbf{c}}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}), \quad (4)$$

$$\sigma^2(s_0) = \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{0}) - \mathbf{c}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{c} + (\mathbf{x}_0' - \mathbf{X}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{c}) (\mathbf{X}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{x}_0' - \mathbf{X}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{c}).$$

ここで、 $\mathbf{x}_0$ は予測地点における説明変数ベクトル、 $\mathbf{c}$ は、観測値と予測値の共分散ベクトルである。

c) 異方性の考慮

実データを用いた分析においては、バリオグラムの形状が方向によって異なるという異方性 (anisotropy) が観察されることが少なくない。異方性には、レンジのみが方向によって異なり、シルは方位に関係なく一定である幾何学的異方性 (geometric anisotropy) と、レンジは一定であるがシルが異なる帯状異方性 (zonal anisotropy) の 2 種類が一般的に知られている (例えば、Zimmerman (1993)⁶⁶⁾)。このうち幾何学的異方性については、アフィン変換等の座標変換によって比較的簡単に考慮することが可能である。すなわち、

$$\begin{bmatrix} s^* \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ \delta \end{bmatrix}. \quad (5)$$

ここで、 φ は座標系の回転の角度を表すパラメータであり、 δ は、異方性比 (anisotropy ratio) と呼ばれる、2 方向のレンジの比を表すパラメータである。帯状異方性については、バリオグラムが、等方的なバリオグラムと、より大きなシルを持つ方向に関するバリオグラムの和で与えられるという入れ子構造 (nested structure) を想定したモデル化によって対処可能である。しかしながら、このようなモデル化では、空間過程の分散が 0 になってしまう場合があり (Chilès and Delfiner (1999, p.96)⁶⁷⁾)、必ずしも確立された手法とはいえない。従って通常は幾何学的異方性が存在するものとして処理されることが多い。

(2) 空間計量経済モデル

a) 空間計量経済モデリングの基本的な考え方

観測値が N 個のクロスセクションデータにおいては、

の $N \times N$ 分散共分散行列を直接データから求めることはできない。地球統計学のモデル (SPM) では、共分散関数、又はバリオグラムを用いて、分散共分散行列を直接構造化することでこの問題の解決を図っている。一方で、空間計量経済モデルでは、空間過程を構造化することで、この問題に対処することを試みる。前述の空間重み行列は、観測値間の空間的自己相関を構造化するための、便利で簡潔な道具である (LeSage and Pace (2009, p.3)¹⁴⁾)。すなわち、空間計量経済モデルは、 $\mathbf{W}$ を用いることにより、時系列の計量経済モデルの知見を援用したモデル化を可能とした点に大きな特徴がある。しかしながら、時間は過去から未来へ一方に影響が及ぶのに対し、空間では双方向、すなわち相互に影響が及ぶという空間相互作用がある点で本質的な違いがあり、この影響がパラメータ推定を難しくする (Ord (1975)⁶⁸⁾)。

b) 代表的な空間計量経済モデル

空間計量経済学における代表的なモデルは、空間ラグモデル (spatial lag model (SLM)) と空間誤差モデル (spatial error model (SEM)) である。SLM は、次式のように定式化される。

$$\mathbf{Y} = \rho \mathbf{WY} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (6)$$

ここで、 ρ は空間パラメータ、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ は $N \times 1$ の平均 0 の i.i.d. 誤差のベクトルである。式 (6) は、時系列モデルとの対比で、空間自己回帰モデル (spatial autoregressive model) と呼ばれることも多く (LeSage and Pace (2009)¹⁴⁾)、呼称は統一されてはいない (Arbia (2006)⁴⁹⁾ 参照)。SLM は、空間的・社会的な相互作用の結果起こる均衡をモデル化するものである (Brueckner (2003)⁶⁹⁾)。一時点のクロスセクションデータでは、実際に生じた空間的・社会的な相互作用は観測できないが、相互作用の結果至った均衡における相関構造をモデル化することは可能である。SLM において、従属変数の空間ラグ $\mathbf{WY}$ は誤差項と相関を持つため、内生変数として扱わなければならない。従って、内生性を考慮しない OLS による空間パラメータの推定量は一致性を持たず、 $\rho = 0$ でなければ不偏性も満足しない (Anselin (1988)¹³⁾)。

一方、SEM は、誤差項同士の空間的な自己相関関係をモデル化しようとするものであり、経済理論的理由よりは、測定誤差が空間的な意味で系統的に存在する等の、データの問題を処理する目的で用いられることが多い (Anselin (2006)⁷⁰⁾)。Dubin (1988)⁷¹⁾ は、残差の空間的自己相関が生じる理由について、定量化が難しい (不可能

な) 影響の存在を指摘している。代表的な SEM は、空間自己回帰型 (SAR) の誤差項を持つ、次式のモデル (以下、SAR 誤差モデル) である。

$$Y = X\beta + u, u = \lambda Wu + \varepsilon. \quad (7)$$

ここで λ は空間パラメータである。既往研究では、式 (7) 自体を指して (狭義の) SEM と呼ばれることも多い。しかしながら誤差項の空間過程のモデル化手法は他にも多数存在するため、厳密には区別することが望ましい。SAR 誤差モデルにおける u の分散共分散行列は、

$$E(uu') = \sigma_\varepsilon^2 (I - \lambda W)^{-1} (I - \lambda W')^{-1} \text{ で与えられる } (\sigma_\varepsilon^2$$

は ε の誤差分散)。SAR 誤差以外の SEM については、堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾ を参照されたい。

代表的な空間計量経済モデルのパラメータ推定法としては、最尤法 (Ord (1975); Anselin (1988); Lee (2004)^{(68), (13), (72)})、一般化モーメント法 (generalized method of moments (GMM)) (Kelejian and Prucha (1998); (1999)⁽⁷³⁾⁻⁽⁷⁴⁾)、ベイズ推定法 (LeSage and Pace, (1997); Seya et al. (2011)⁽⁷⁵⁾⁻⁽⁷⁶⁾) 等がある (堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾)。最尤法は、誤差項が正規分布に従う限り、最も効率的な推定量を与える。GMM は、誤差項の非正規性に頑健であり、計算負荷が小さいという意味で実用的である。ベイズ推定法は、関数形を特定化すること無しに分散不均一を考慮する目的で用いられることが多い。

また、空間計量経済学の分野の代表的な空間的異質性の考慮法は、回帰係数値を地点・地域毎に与える地理的加重回帰モデル (geographically weighed regression (GWR)) である。GWR については、Fotheringham et al. (2002)⁴⁰⁾ を参照されたい。なお、Islam and Asami (2011)⁷⁷⁾ は、スイッチング回帰モデルを用いて、SLM の空間的な構造変化を考慮している。

c) より一般的な空間計量経済モデル

今、SLM, SEM を特殊系として含む、次のような一般的なモデルを考えよう (Manski モデル, Elhorst (2010a)⁷⁸⁾)。

$$Y = \rho WY + X\beta + WX\gamma + u, u = \lambda Wu + \varepsilon. \quad (8)$$

これらのすべての項を入れた場合、パラメータの識別はできない。式 (8) から WX の項を落とした、SLM と SAR 誤差モデルの組み合わせは、一般化空間 (SAC)

(general spatial autoregressive model with a correlated error term に由来) モデル、あるいは SARAR (spatial autoregressive model with spatial autoregressive disturbances に由来) モデル等と呼ばれる。一方で、 $\lambda = 0$ として Wu の項を落とし、通常の説明変数に加えて従属変数と説明変数の空間ラグを導入したモデルは、空間ダービンモデル (spatial

Durbin model (SDM)) と呼ばれる。SAC モデルと SDM は、入れ子の関係にないため、統計的検定によりどちらのモデル化が望ましいかを判断することが難しい。LeSage and Pace (2009)¹⁴⁾ は、クロスセクション分析において空間計量経済モデルを用いる動機を、次の 5 つに整理し、特に SDM の有用性を指摘している。

- (i) A time dependence motivation
- (ii) An omitted variable motivation
- (iii) A spatial heterogeneity motivation
- (iv) An externalities-based motivation
- (v) A model uncertainty motivation

(i) は、例えば自治体 i が、 $t-1$ 期に近隣自治体 j がある税の税率を上昇させたという行動を観察した後、 t 期において、同一の税の税率を上昇させる行動をとったとすると、 t 期のクロスセクションデータでは、税率の空間的なクラスターが観察されるといった状況を示す。

(ii) は、除外変数が空間的な自己相関を持ち、かつ導入されている変数 X と相関する場合、 β はバイアスを持つため、この影響を明示的に取り除く動機である。

(iii) は、パネルデータで標準的に導入される地域固有効果の代理変数として、空間的に相関する誤差項を導入するものである。

(iv) は、ある地域 i の出力 Y_i が、同地域 i における属性だけでなく、近隣地域の属性からも影響を受ける「空間的スピルオーバー」をモデル化する動機である。

(v) は、モデルの不確実性の観点から、SLM, SEM より一般的なモデルである SDM の使用を薦めるものである。

しかしながら筆者らの経験上、SDM のような説明変数の空間ラグを含むモデルは、多重共線性の問題に悩まされることが多く、適切な変数選択抜きには、実証研究では必ずしも使いやすいとは言えないのも事実である (例えば、山形ら (2011a)⁷⁹⁾)。

d) 空間ラグを用いた場合の回帰係数の意味解釈

空間計量経済モデルにおいては、空間ラグの導入により、回帰係数の推定値の解釈に注意を要する。すなわち、通常回帰モデルと、SLM や SDM の回帰係数推定値を直接比較することはできない。しかしながらしばしば、この点を考慮しない考察が行われている研究例が散見されるため、ここで SDM を例に整理しておきたい。

m 番目の属性が変化するとき、 Y の限界的な変化は、

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial Y}{\partial x_{1m}} \dots \frac{\partial Y}{\partial x_{Nm}} \right] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Y_1}{\partial x_{1m}} & \dots & \frac{\partial Y_1}{\partial x_{Nm}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Y_N}{\partial x_{1m}} & \dots & \frac{\partial Y_N}{\partial x_{Nm}} \end{bmatrix} \\ &= [I - \rho W]^{-1} \begin{bmatrix} \beta_k & w_{12}\gamma_k & \dots & w_{1N}\gamma_k \\ w_{21}\gamma_k & \beta_k & \dots & w_{2N}\gamma_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1}\gamma_k & w_{N2}\gamma_k & \dots & \beta_k \end{bmatrix}, \quad (9) \end{aligned}$$

によって得られる．ここで， $[I - \rho W]^{-1}$ は，空間乗数 (spatial multiplier) と呼ばれる．Elhorst (2010a)⁷⁸⁾ は，SDM における限界便益の解釈を，次のような簡単な例を用いて示している．今，直線状に並んだ1, 2, 3という3つの地域を想定しよう．地域が隣接しているとき，依存関係があるとすれば，次の空間重み行列が得られる．

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

ここで，次式が成り立つ．

$$[I - \rho W]^{-1} = \frac{1}{1 - \rho^2} \begin{bmatrix} 1 - w_{23}\rho^2 & \rho & \rho^2 w_{23} \\ \rho w_{21} & 1 & \rho w_{23} \\ \rho^2 w_{21} & \rho & 1 - w_{21}\rho^2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

式(9)と，式(11)より，次式が得られる．

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial Y}{\partial x_{1k}} \quad \frac{\partial Y}{\partial x_{2k}} \quad \frac{\partial Y}{\partial x_{3k}} \right] &= \\ \frac{1}{1 - \rho^2} &\begin{bmatrix} (1 - w_{23}\rho^2)\beta_k + (w_{21}\rho)\gamma_k & \rho\beta_k + \gamma_k & (w_{23}\rho^2)\beta_k + (\rho w_{23})\gamma_k \\ (w_{21}\rho)\beta_k + w_{21}\gamma_k & \beta_k + \rho\gamma_k & (w_{23}\rho)\beta_k + w_{23}\gamma_k \\ (w_{21}\rho^2)\beta_k + (w_{21}\rho)\gamma_k & \rho\beta_k + \gamma_k & (1 - w_{21}\rho^2)\beta_k + (w_{23}\rho)\gamma_k \end{bmatrix}. \quad (12) \end{aligned}$$

この式から，SDMにおける限界便益について，次の3つの特徴が分かる．1点目は，ある地域における説明変数の変化が，自地域だけでなく，近隣地域の従属変数にも影響を与える点である．ここで，自地域への影響は直接的影響 (direct effect (DE))，他地域への影響は間接的影響 (indirect effect (IDE)) と呼ばれる (LeSage and Pace (2009)¹⁴⁾)．言うまでもなく，DEは，式(12)右辺の対角項，IDEは，非対角項である．2点目は，式(12)から示唆されるように，DEと，IDEは，地域によって異なるということである．LeSage and Pace (2009)¹⁴⁾ は，DEとIDEの要約統計量を提案しており，Seya et al. (2011)⁷⁶⁾ は，我が国における所得格差分析に適用している．3点目は，

$\gamma_k \neq 0$ のIDEが局所的な影響 (local effects) である一方で，

$\rho \neq 0$ のIDEは大域的な影響 (global effect) であるという

点である．SDMの実証研究への適用は，Gerkman (2011)⁸⁰⁾，Seya et al. (2011)⁷⁶⁾ 等，現時点では非常に限られており，今後研究の蓄積が期待される．

e) 空間重み行列に関わる課題

空間計量経済モデルは W を用いたモデル化を行うため，この W の特定化に結果が依存するという点に本質的な課題がある．しかしながら，現状では正しい空間重み行列の選択に関するガイドラインがほとんど存在しないと指摘されている (Anselin (2002)⁸¹⁾)．Stakhovych and Bijmolt (2008)⁸²⁾ は，重み行列の与え方を，(a) 完全に外生とする，(b) データから決定する，(c) 推定するという3つに分類している．(a) は，地域の境界が接しているか否か (隣接行列) や，距離の逆数等で与える典型的な方法である．(b) には，社会ネットワークや，経済的な距離などで与えるアプローチ (例えば，渡辺・樋口 (2005); Páez et al. (2008); Corrado and Fingleton (2011)⁸³⁻⁸⁵⁾) と，Getis and Aldstadt (2004)⁸⁶⁾ の，ローカル統計量 G に基づき構築する手法などが該当する．(c) としては，Bhattacharjee and Jensen-Butler (2006)⁸⁷⁾ の， W のノンパラメトリック推定が挙げられる．いずれにしろ，空間計量経済モデルにおいて， W の特定化は極めて重要なステップ：“The Biggest Myth: LeSage and Pace (2010)⁸⁸⁾”であり，解析・シミュレーション研究の蓄積と実データを用いた検証の両方が求められている．

f) 空間フィルタリング・アプローチ

W を用いない興味深いアプローチの一つとして，Griffith らは，一連の研究 (例えば，Tiefelsdorf and Griffith (2007)⁸⁹⁾) で，(変換した) 隣接行列の固有値 ($e_1, \dots, e_n$)

を説明変数として導入することで，空間的自己相関を考慮しつつパラメータの OLS 推定を可能とする空間フィルタリング (spatial filtering (SF)) アプローチを提案している．通常の空間計量経済モデルが，空間的自己相関を構造化するという方法をとる一方で，SF は，空間的自己相関を除去した上で，通常の回帰モデルを用いるという方法をとる．SF は，特別な推定方法を必要としないという意味で実用性が高いが，日本語で参照できる説明がほとんどないのが現状である．そこでここで簡単な解説を加えることとしたい．今，次の二つの射影行列を考えよう．

$$M_{(1)} \equiv I - I(I'I)^{-1}I'; M_{(D)} \equiv I - X(X'X)^{-1}X'. \quad (13)$$

ここで、 I は、1 を要素とする $N \times 1$ ベクトルである。次式(14)から得られる固有ベクトル $(e_1, \dots, e_n)_{SEM}$

$$(e_1, \dots, e_n)_{SEM} \equiv \text{evec}[M_{(D)} \frac{1}{2}(W + W')M_{(D)}], \quad (14)$$

は、 W が隣接行列のとき説明変数に直交する。一方で、次式(15)から得られる固有ベクトル $(e_1, \dots, e_n)_{SLM}$

$$(e_1, \dots, e_n)_{SLM} \equiv \text{evec}[M_{(1)} \frac{1}{2}(W + W')M_{(1)}], \quad (15)$$

は、説明変数と相関を持つ可能性がある。今、 E_{SEM}^* と

E_{SLM}^* が、それぞれ $(e_1, \dots, e_n)_{SEM}$ と $(e_1, \dots, e_n)_{SLM}$ の部分集合からなる行列であるとしよう。このとき、

$Y = X\beta + E_{SEM}^*v + \varepsilon$ と $Y = X\beta + E_{SLM}^*v + \varepsilon$ は、それぞれ SEM と SLM のモデル化に対応する (Tiefelsdorf and Griffith (2007)⁸⁹)。

Tiefelsdorf and Griffith (2007)⁸⁹ は、ステップワイズ法による E^* の特定化手法を提案している。そこでの基準には、自由度調整済み決定係数最大化基準とモラン統計量最小化基準があるが、ここでは後者について説明する。

まず、 $(e_1, \dots, e_n)$ の部分集合 E と、その補集合 E^c を定義する。言うまでもなく、 $(e_1, \dots, e_n) = E \cup E^c$ が満

たされる。 E^c が、固有ベクトルの探索集合となる。こ

こから、各ステップ l において、標準化されたモラン統計量 $\min_{e_l \in E^c} [z[I(\hat{\varepsilon}_l)]]$ を最小化する e_l を、 E に追加し、 E^c

から除外する試行を、残差の空間的自己相関がある値未満 (0.1 など) になるまで繰り返し、 E^* を得る。SF は、

残差の空間的自己相関最小化基準で固有値ベクトルを選択するため、実証研究においては、SEM や SPM に比べて、残差の空間的な無相関性が満たされやすい。SF アプローチに関する詳細については、Griffith (2003)⁹⁰、Griffith and Paelinck (2010)⁹¹ に詳しい。

(3) 時空間モデル

本節では、時空間モデルについて簡単な説明を行う。詳細については、Cressie and Wikle (2011)³²、Anselin et al.

(2008)⁹²、堤・瀬谷 (2012)²⁹ のレビュー等を参照されたい。

a) 時空間モデル：地球統計学

地球統計データの時空間モデルに関する理論・実証研究は、大きな発展を見せている。今、連続な時空間過程 $Y(s;t)$ における、時空間過程モデル

$Y(s;t) = \mu(s;t) + u(s;t)$ を考えよう。このモデルにおい

ては、時間と空間の相互作用を、共分散関数を通してどのようにモデル化するかという点が問題となる。Cressie and Huang (1999)⁹³ は、時間と空間の相互作用を考慮した分離不可能 (non-separable) 型の様々な共分散関数を提案している。井上ら (2009)⁹⁴ は、Cressie and Huang (1999)⁹³ の共分散関数の一つを用いたクリギング内挿 (時空間クリギング) により、東京 23 区全体の地価マップを作成し、時空間クリギングの高い予測正確度 (predictive accuracy) を実証的に示している。しかしながら時空間過程モデルでは、確率変数間の自己相関関係を共分散関数で記述するため、時間の前後関係が考慮されず、過去が将来に影響を及ぼすだけでなく、将来も過去に影響を及ぼす構造になっている。このアプローチは、空間予測の正確度の点では優れているが、因果律を考えれば、時間の前後関係を明示的に考慮したアプローチが望ましい場合も多いであろう。

Stroud et al. (2001)⁹⁵ は、時間方向を離散と見た、時空間 $Y_t(s)$ における状態空間モデルを構築し、カルマンフィルタによる実用的なパラメータ推定法を提案している。また、時空間モデルにおいては近年、データ同化 (data assimilation) が重要なトピックのひとつとなっている点を指摘しておきたい (Stroud et al. (2010)⁹⁶)。

b) 時空間モデル：空間計量経済学

時空間確率場 $\{Y_t(s) : s \in D, t \in T\}$ の実現値が、複数の空間的なユニットで時系列的に得られているとき、このデータはパネルデータと呼ばれ、空間計量経済学の分野では、空間データであることを強調して、空間パネル (spatial panel) と呼ばれることが多い (Anselin et al. (2008)⁹²)。パネルデータを用いることで、自由度の上昇 (推定量の効率性の改善)、異質性の考慮、多重共線性の改善等が期待できる (北村 (2005)⁹⁷)。Elhorst (2003)⁹⁸ は、標準的なパネルデータモデルである固定効果モデル、ランダム効果モデル、ランダム係数モデルを、地域データモデルに拡張している。空間パネルにおける SLM は、

$$Y_{it} = \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} Y_{jt} + x'_{it} \beta + \mu_i + \varepsilon_{it}. \quad (15)$$

で与えられる。ここで、 μ_i は時間不変な地域特有の項

であり、これを固定効果とするか、変量効果とするかは、ハウスマン検定で判断する。同様に、空間パネルにおける SEM (SAR 誤差モデル) は、

$$Y_{it} = \mathbf{x}_{it}' \boldsymbol{\beta} + \mu_i + u_{it}, u_{it} = \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} u_{jt} + \varepsilon_{it}. \quad (16)$$

で与えられる。通常のパネルモデル同様、空間パネルモデルの代表的パラメータ方法も、最尤法と GMM であり、それぞれ Elhorst (2003)⁹⁸⁾、Kapoor et al. (2007)⁹⁹⁾ によって推定法が提案されている。Elhorst (2010b)¹⁰⁰⁾ は、近年提案された、いくつかの空間パネルモデルのパラメータ推定手法を RMSE とバイアスの観点から比較し、 N が 500 より大きい場合、計算負荷が小さい GMM が有用な方法になるとしている。以上述べたモデルは、静学的なパネルモデルであるが、時間遅れを考慮した動学的な空間パネルモデルについても、近年盛んに研究が行われている。これらの詳細については、Lee and Yu (2010)¹⁰¹⁾ のレビューを参照されたい。

(4) 地球統計学と空間計量経済学の相違

ここでは、地球統計学と空間計量経済学の相違について、筆者らの私見も交えて簡単に総括したい。

空間計量経済モデルは、分析者が予め設定する重み行列 W を通して空間過程を（自己回帰型等に）モデル化することにより、通常の計量経済学の膨大な知見を援用し、モデル化を行えるという点に利点がある。しかしながら W の特定化の誤りが、分析結果を大きく左右するという点に本質的な限界がある（しかしながら、これに関しては、ノンパラメトリック HAC 推定 (Kelejian and Prucha (2007)¹⁰²⁾) や潜在変数を用いた共分散構造分析等、 W を用いない方法も発達してきている (Folmer and Oud (2008)¹⁰³⁾)。

また、Wall (2004)¹⁰⁴⁾ が指摘する通り、空間過程をモデル化する空間計量経済モデルの方法では、分散共分散行列は間接的に求められ、実際の空間パターン（構造）が想像しづらい。この点においても難があると言わざるを得ない。

しかしながら、前者の課題に関しては、様々なシミュレーション研究により、重み行列の選択に関する知見が積み重ねられつつあり (堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾)。後者の課題に関しても、自己回帰型が大域的な、移動平均や誤差構成要素型が局所的な空間的自己相関を生み出すといった、モデル化が生み出す空間パターンの差異に関する研究も行われているため、意味解釈のしにくさは改善されつつあると考えられる。空間計量経済モデルは、例えば

人口等の連続な空間過程を想定できない社会経済データの分析においては、地球統計モデルに比べて大きな有意性があるといえる。

一方で地球統計モデルは、空間に連続性と定常性を仮定し、分散共分散行列を距離の関数で直接構造化することで、空間パターン（構造）に関する直観的な理解が可能である。例えば、spherical 型の共分散関数を用いた場合、推定されたレンジをそのまま空間的自己相関が無くなる位置と解釈することができるため、実証研究において有用である。しかしながら、定常性の仮定は、かなり強い仮定であるため、特に社会経済データへの適用には問題も多く、未だ少ないのが現状である。この点について、近年の非定常共分散に関する研究 (deformation アプローチや、畳み込みカーネル) (Sampson and Guttorp (1992); Higdon et al. (1999); Darbeheshti and Featherstone (2009)¹⁰⁵⁾⁻¹⁰⁷⁾) は、地球統計データモデルの適用可能性を大きく広げる可能性を秘めており、理論的研究の進展と、実証研究の蓄積が望まれる。

第一章で述べた通り、両分野は、空間という同一の事象を扱っているにも関わらず、互いの文献を参照することは少なく、モデリングにおいても、異なる考え方がとられることが多い。空間データモデリング・応用空間統計学という統合的な観点からみれば、両分野が互いの研究を取り入れながら相互補完的に発展することで、互いの短所を補うようなモデル開発の余地は十分に残されていよう。（例えば、堤ら (2000)¹⁰⁸⁾ 参照）。応用空間統計モデルの詳細について興味のある読者は、塚井 (2005)²⁶⁾、Anselin (2010)¹⁷⁾、Haining et al. (2010)³⁹⁾、堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾ 等のレビューを参照されたい。

(5) ソフトウェアの開発動向

本節では、本章あるいは次章で紹介するような技法を実際のデータに適用するに当たってのソフトウェアについて概説する。応用空間統計モデルは、特有のパラメータ推定法を要するため、従来はある程度のプログラミング技能が求められた。しかしながら近年では、Matlab, R, SAS, S-Plus, Stata といった標準的な統計パッケージで、比較的容易にモデルのパラメータ推定が可能になってきており (Fischer and Getis (2010)¹⁰⁹⁾)、コマンドライン言語に経験のある研究者にとって、敷居は高くないと考えられる。また、近年では GUI (graphical user interface) を備えた GeoDa や SGeMS といったソフトウェアが開発され、最も普及した GIS ソフトウェアである ArcGIS でも、様々

な空間データ分析機能がサポートされるなど、GISの基礎知識を持つものであれば、比較的容易に応用空間統計モデルを用いることが可能な状況になりつつある。

以下では、地球統計学、空間計量経済学に関する代表的なソフトウェアを概観する。詳細なレビューについては、Fischer and Getis (2010)¹⁰⁹⁾を、特にR言語を用いたものについては、Bivand (2006)¹¹⁰⁾、Bivand et al. (2008)¹¹¹⁾、古谷 (2011)⁴²⁾、R Spatial Projects (<http://geodacenter.asu.edu/r-old>) を参照されたい。

a) ソフトウェア：地球統計学

SPMのパラメータ推定には、特にR言語が有用である。代表的なパッケージは、gstat, geoR, geoRglm, fields, spBayes, RandomFields, vardiag, ramps等があり、実証研究では、gstatやgeoR, spbayesなどが用いられることが多い。geoR, geoRglm, spbayes, rampsでは、パラメータのベイズ推定が可能となっている。

R言語以外では、matlabのmGstat等があり、同じくmatlab言語で記述されたBMELibでは、時空間モデリングが可能である。GUIベースソフトウェアでは、SGeMS (Remy et al. (2009)¹¹²⁾), SAGA (<http://www.saga-gis.org/en/index.html>), variowin (Pannatier (1996)¹¹³⁾), gslib (<http://www.gslib.com/>) 等がある。また、ベイズ推論を行う場合、複雑なモデルでなければ、WinBUGS (<http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/winbugs/contents.shtml>) が有用なことが多い (Banerjee et al. (2004a)³⁰⁾) 。

詳細については、Hengl (2007)¹¹⁴⁾、AI-Geostats (<http://www.ai-geostats.org>) 等を参照されたい。

b) ソフトウェア：空間計量経済学

従来、空間計量経済モデルの推定および検定に最も用いられてきたソフトウェアは、L. Anselin教授らによって開発されたSpaceStatであった。SpaceStatでは、SLM, SEMのパラメータを最尤推定できるとともに、LM・LR検定、正規性の検定 (ジャック・ベラ検定)、不均一分散の検定 (Breusch-Pagan検定) 等の各種検定統計量が利用可能である。SpaceStatは空間計量経済学の発展大きく寄与したが、コマンドラインベースであり、プログラミング言語になじみの無い者には使いにくいというインターフェイス面での課題があった。しかしながら近年、SpaceStatを進化させたGeoDaというソフトウェアが開発されるに至っている。GeoDaはC++言語で記述されたフリーウェアでGUIを備えており、windowsXP環境下で使用可能である。また、GIS機能を備えており、現在最も普及したGISのファイル形式である shapefile を直接読み

込み、そのまま分析に使用できる。さらに、代表的な検定統計量も備えている。GeoDaは、いくつかのバグが修正され、2011年9月現在、OpenGeoDaとして、Windows (XP, Vista, 7), MacOSX, Linux用が公開されている。また現在、GeoDaSpaceと呼ばれるPython言語で記述されたソフトウェアが開発されており、GeoDaSpaceでは、分散不均一を明示的に考慮したHAC推定量 (Kelejian and Prucha (2007)¹⁰²⁾)、説明変数の内生性を考慮したモデルの推定が可能になる予定とされている。詳細については、GeoDaのHP (<http://geodacenter.asu.edu/software>) を参照されたい。

GeoDaと共に、用いられることが多いのが、コマンドラインベースのS-PlusやRである。特にRでは、SEM, SLM, SDM, SAC等の標準的なモデルが、spdepパッケージで推定可能である (Bivand (2002)¹¹⁵⁾)。spdepでは、パラメータ推定法として、最尤法、GMM、二段階最小二乗法が利用できる。また、SF (空間フィルタリング) アプローチにおける固有ベクトルの選択を行う関数も備えている。GWRモデル、HACモデルはそれぞれ、spgwr, sphetパッケージ (Piras (2010)¹¹⁶⁾) で推定可能である。splmパッケージでは、空間パネルモデル (固定効果、変量効果モデル) も推定可能である。

また、Matlabも用いられることが多く、様々な関数が空間計量経済学の研究者のHPで公開されている。J. LeSage教授のspatial econometrics toolboxでは、SEM, SDM, SLM等の標準的なモデルが推定可能であり、パラメータ推定法としてベイズ推定をサポートしている点に特徴がある。また、K. Pace教授も、spatial statistics toolboxにおいていくつかの最尤法に基づく (特に大規模データの) パラメータ推定関数を提供している。D. Lacombe教授 (<http://community.wvu.edu/~djl041/matlab.html>) は、特に重み行列の作成関数や、LM検定等の関数を提供している。P. Elhorst教授は、ダイナミックパネルを含む空間パネルの推定や検定に関する関数を提供している (<http://www.regrooningen.nl/elhorst/software.shtml>) (Elhorst (2011)¹¹⁷⁾)。その他、Stata (Drukker et al. (2001)¹¹⁸⁾) も、実証研究では用いられることが多い。近年では、Pythonを用いた、PySalやGeoDaSpaceの開発が精力的に進められている (Rey and Anselin (2007)¹¹⁹⁾) 。

4. 土木計画に関連する応用空間統計学の実証研究と課題

(1) 実証研究のレビュー方針

地球統計学・空間計量経済学に関連した実証研究は膨大であり、筆者らの限られた力量と紙面の制約から、レビューの対象は、ある程度絞らざるを得ない。本稿では、特に土木計画に関連が深い、ヘドニックアプローチによる不動産価格の分析、地域格差・経済成長・経済集積の分析、交通ネットワークモデル・離散選択モデル・空間相互作用モデルへの適用、視覚化、データ変換への応用に限定することとする。もちろん、重要な実証研究はこれらに留まるものではなく、例えば、空間的な価格競争 (Pinkse et al. (2002); Mobley et al. (2009)¹²⁰⁻¹²¹)、環境クズネッツ曲線の推定 (Maddison (2006)¹²²)、産業連関分析への応用 (Rey (2000)¹²³)、確率的フロンティアモデルへの応用 (瀬谷ら (2011)¹²⁴)、自治体間競争 (Brueckner (1998)¹²⁵)、マーケティング分野への応用 (Bradlow et al. (2005)¹²⁶) 等、様々な興味深いトピックがあることを指摘しておきたい。また、社会ネットワーク分析の分野では、空間計量経済モデルと非常によく似た定式化によって、社会や組織間のネットワークの影響を分析する理論・実証研究が蓄積されている。そこでは、Manski (1993)¹²⁷の議論に基づき、パラメータの識別により重点が置かれている (例えば、Bramoullé et al. (2009); Gibbons and Overman (2011)¹²⁸⁻¹²⁹)。

(2) ヘドニックアプローチによる不動産価格の分析

a) ヘドニックモデルと空間的自己相関

不動産を対象としたヘドニック価格関数の推定において空間的自己相関を考慮する試みは、既に Can (1990, 1992)¹³⁰⁻¹³¹、Dubin (1988, 1992)^{71, 132}によって行われていた。ここで、前者は空間計量経済学の分野のモデルを用いており、後者は地球統計学の分野のモデルを用いている。我が国でも、高塚・樋口 (1996)¹³³は、早い段階から空間計量経済モデルを用いて地価に関する実証分析を行っている。その後、両分野の多くのモデルがヘドニック価格関数の推定に応用され、有用性が確認されている (例えば、空間計量経済学：高塚・樋口 (1996); 堤ら (1998); Kim et al. (2003); Anselin and Le Gallo (2006); Anselin and Lozano-Gracia (2008); Cho et al. (2011)¹³³⁻¹³⁸、地球統計学：Gelfand et al. (2004); 増成 (2005); Valente et al. (2005); 堤ら (2008); Montero and Larraz (2010)¹³⁹⁻¹⁴³)。近年では、「空間ヘドニックアプローチ (spatial hedonic approach)」という言葉も定着しつつある (例えば、Anselin and Lozano-Gracia (2009); Small and Steinmetz (2009); 堤・瀬谷 (2010)¹⁴⁴⁻¹⁴⁶)。

Zietz et al. (2008)¹⁴⁷は、SLM を分位点回帰 (Quantile regression) モデルに適用し、属性が価格に与える影響の価格帯による差異を分析している。Zhu et al. (2011)¹⁴⁸は、画像処理の手法を用いて、SEM において異方性を考慮し、ヘドニックモデルに適用している。Jeanty et al. (2010)¹⁴⁹は、連立方程式型の空間計量経済モデルを構築し、住宅価格と人口の相互作用を分析している。Seya et al. (2010)¹⁵⁰は、地球統計モデルの枠組みで、従属変数、説明変数の欠損データをパラメータとみなし、ベイジアンマルコフ連鎖モンテカルロ法 (Bayesian Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method) を用いて復元する方法論を提示している。Banerjee et al. (2004b)¹⁵¹は、定常過程の重み付き和として、非定常空間過程をモデル化し、SPM に基づくヘドニックモデルを構築している。Fernandez (2011)¹⁵²は、最も標準的な金融モデルの一つである資本資産価格モデル (capital asset pricing model (CAPM)) に、SLM を組み合わせたモデルを構築している。

ヘドニックモデルにおいては、関数形の特定が非常に重要な問題である (中村 (1992)¹⁵³)。Geniaux and Napoléone (2008)¹⁵⁴、瀬谷ら (2011)¹⁵⁵は、それぞれ関数形の非線形性と誤差項の空間的自己相関を考慮した geoadditive model (Kammann and Wand (2003)¹⁵⁶) と呼ばれるセミパラメトリックモデルをヘドニックモデルに適用し、予測精度の改善を示している。McMillen (2010)¹⁵⁷は、SLM のセミパラメトリックモデルへの拡張を試み、ヘドニックモデルへの適用例を示している。Baltagi and Li (2004)¹⁵⁸は、SLM の Box-Cox 変換に関する LM 検定の方法を提示している。

単変量の応用空間統計モデルは、基本的には一座標に一つの観測値が対応する。しかしながら、例えば戸別マンションを考えると、一座標に、複数の戸が対応し、その数は物件によって異なるため、空間的自己相関のモデル化が難しくなるという問題がある。これに対して、Gelfand et al. (2007)¹⁵⁹、Corrado and Fingleton (2011)⁸⁹、山形ら (2011b)¹⁶⁰、Yamagata et al. (2011)¹⁶¹は、それぞれマルチレベルモデルを援用することでこの問題に対処している。ここで、Gelfand et al. (2007)¹⁵⁹は、地球統計モデルを、その他の論文は空間計量経済モデルを用いている。

不動産データは、取引位置が空間的に固定されていないため、前述の空間パネルデータモデル (例えば、Anselin et al. (2008); Elhorst (2010c)^{92, 162}) を適用することが難しい点も問題になる。これに対して Pace et al. (1998)¹⁶³は定点観測でないマンション価格データへの適用が可能

な時空間線形モデル (spatio temporal linear model (STLM)) を提案している。Pace et al. (1998)¹⁶³⁾ のモデルは、連続な時空間 $\{Y(s; t) : s \in D, t \in T\}$ 上でのモデル化が可能であるため、観測値は時間的にも空間的にも定点観測されている必要がない。また、すべての観測値を古い順に並び変え、時空間上の一方向の影響とする (過去からの影響に限定) ことで、尤度関数のヤコビアン項の対数が 0 となり、OLS により回帰係数の一致推定量が得られるという実用上の利点もある。Pace et al. (1998)¹⁶³⁾ のモデルは様々な拡張が加えられ、現在までに様々な地域を対象とした実証研究が行われている (Sun et al. (2005); Nappi-Choulet and Maury (2009); Beamonte et al. (2010); 山形ら (2011a)^{164)-166), 79)})。不動産市場の空間データ分析に関する詳細については、Anselin (1998)¹⁶⁷⁾、Pace et al. (1998)¹⁶⁸⁾ のレビューを参照されたい。

b) 空間ヘドニックモデルと回帰係数推定値の解釈

地球統計モデル、空間計量経済モデルの優劣は一般につけられるものではなく、使用目的によって異なる。例えば、予測・内挿を目的とする場合は、前者のアプローチを用いる方が自然である。また、本項で述べるとおり、社会資本整備の便益評価においても、前者のほうが柔軟な評価につながると考えられる。一方で、前述の通り SEM や SPM 等の誤差項に関するモデルは、経済理論的な理由よりは、測定誤差が空間的な意味で系統的に存在する等のデータの問題を処理する目的で用いられることが多いため、経済学的な意味解釈を行う目的では、SLM の方が有益であると考えられる。例えば、Fingleton and López-Bazo (2006)¹⁶⁹⁾ は、地域成長モデル (β 収束モデル) の文脈で、地域間のスピルオーバー効果をランダムショックとしてモデル化する SEM 型のモデルを用いた実証研究をアドホックと批判している。Small and Steimetz (2009)¹⁴⁵⁾ は、金銭的・技術的外部性の観点から、空間計量経済学分野の SLM を用いたヘドニックモデルに経済学的な解釈を加えている。しかしながら、Small and Steimetz (2009)¹⁴⁵⁾ の意味での金銭的・技術的外部性のどちらが生じているかを判断することは実際には困難であるため、SLM は便益評価において使いづらいという問題もある (堤・瀬谷 (2010))。

(3) 地域格差・経済成長分析、経済集積の分析

a) β - σ 収束

β - σ 収束アプローチは、地域の成長、所得格差に関す

る標準的な分析手法の一つである (例えば、江尻ら (2001)¹⁷⁰⁾)。Rey and Montouri (1999)¹⁷¹⁾ は、近隣地域は似通った成長パターンを示すと考え、 β 収束アプローチに空間計量経済モデルを適用している。同様に、Rey and Dev (2006)¹⁷²⁾ は σ 収束アプローチにおいて空間的自己相関を考慮している。その後、現在までに空間計量経済モデルを β - σ 収束アプローチに適用した膨大な数の実証研究が行われている (例えば、López-Bazo et al. (2004); Vayá et al. (2004); Egger and Pfaffermayr (2006); Fingleton and López-Bazo (2006); Ertur and Koch (2007); Basile (2008); Le Gallo and Dall'erba (2008); Pfaffermayr (2009); Fischer (2011)¹⁷³⁾⁻¹⁸¹⁾)。Abreu et al. (2004)¹⁸²⁾ は、空間計量経済モデルを用いた β - σ 収束アプローチに関するレビュー論文である。

ここで、Fingleton and López-Bazo (2006)¹⁷⁶⁾ は、空間計量経済モデルを用いた経済成長モデルの実証の多くが、空間的自己相関をアドホックな方法で処理していると指摘している。これは、経済理論の根拠なしに、空間的自己相関をランダムショック (SEM) として処理する方法に対する批判である。一方、López-Bazo et al. (2004)¹⁷³⁾、Vayá et al. (2004)¹⁷⁴⁾ は、経済理論モデルから、SDM に類似した実証モデルを導いている。Seya et al. (2011)⁷⁶⁾ は、Vayá et al. (2004)¹⁷⁴⁾ を拡張し、地域の経済的な大きさの差異を考慮するために、非対象の W を用いている (非対称な W では、空間パラメータの取り得る範囲において注意が必要となる (堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾))。同様に、近年の研究では、まず理論モデルを構築し、そこから実証モデルを導く例が多くなっている。Pfaffermayr (2009)¹⁸⁰⁾ は、Egger and Pfaffermayr (2006)¹⁷⁵⁾ の局所的な知識のスピルオーバーモデルは、通常の回帰モデルに説明変数のラグ項を加えた spatial cross-regressive model (SCM) で検証でき、Ertur and Koch (2007)¹⁷⁷⁾ の大域的な知識のスピルオーバーモデルは、SDM で検証できるとしている。これらの差異は、理論モデルの生産関数において、知識のスピルオーバーをどのように定式化するかによって生まれる (Seya et al. (2011)⁷⁶⁾)。

b) 経済集積の分析

中村 (2008)¹⁸³⁾ は、都市、地域における経済集積の様々な測度をレビューしたものであり、ここでは「空間的自己相関に関しては Cliff and Ord (1981)¹⁸⁴⁾ に代表されるように、実は 1980 年代に精力的に議論されてきた。しかしながら、近年、新経済地理学の隆盛によって空間分析を試みる研究者から再び注目を集めるようになってい」と指摘している。Arbia (2001)¹⁸⁵⁾ も同様に、空間的集中

(spatial concentration) に関する研究の多くが、立地ジニ係数等の非空間測度に基づくにとどまっていると指摘し、モランの I 統計量やGetis-Ordの G 統計量の有用性を具体例で示している。Rey and Janikas (2006)¹⁸⁶⁾ は、同様の問題意識のもと、空間的自己相関を考慮した新たなジニ係数とタイル指数を考案し、ソフトウェアとして公開している。Kelejian and Mukerji (2011)¹⁸⁷⁾ は、動的な空間的スピルオーバーに関する2つの指数—[i] ある地域で発生したイベントが、周辺地域にどのように波及するか、[ii] ある地域が、周囲の地域で発生したイベントからどのような影響を受けるか、を考案している。

前述のLISAを用いた、集積の視覚化やホットスポットの統計的検出に関する研究も様々なものが行われている。Guillain and Le Gallo (2010)¹⁸⁸⁾ は、ローカルモラン統計量を用いて、セクター毎の空間的集中の度合いを視覚化している。Rusche et al. (2011)¹⁸⁹⁾ はさらに、Bivariateローカルモランを用いて、セクター間の共集積の分析を行う方法を提示している。Berglund and Karlström (1999)¹⁹⁰⁾ は、重力モデルの残差にOrd and Getis (1995)⁵⁹⁾ の修正 G 統計量を適用し、フロー残差のホットスポットの検出を行っている。

Arbia et al. (2010)¹⁹¹⁾ は、時空間 K 関数法を用いて産業集積のダイナミクスについて分析している。しかしながら、多くの社会経済データはゾーンにおける集計量としてのみ入手可能であることが多いため、実際には K 関数法のような連続空間分析は実行が難しいことが多い (Guillain and Le Gallo (2010)¹⁸⁸⁾)。ただし、中村 (2008)¹⁸³⁾ のように、個票データが利用可能である場合においては、時空間 K 関数法は産業集積のパターン分析に有用な方法と成り得ると考えられる。

(4) 交通ネットワークモデルへの適用

地球統計モデル、空間計量経済モデルは、リンク交通量や、リンク上の速度の簡易推計に用いられることが多い。動的交通量配分 (例えば、Peeta and Ziliaskopoulos (2001)¹⁹²⁾) においては、ネットワークデータの構築や動的ODの取得に多大なコストがかかるため、簡易推計のために、統計モデルに基づく予測を行うことも重要であるといえる。Hackney et al. (2007)¹⁹³⁾ は、道路のリンク速度を、リンク種別、時刻、空間構造の関数として説明する空間回帰モデル (SLM) を構築している。Kamarianakis and Prastacos (2003)¹⁹⁴⁾ は、時空間ARIMAモデル (例えば、Cressie (1993)⁴⁾) を用いて、交通流予測を行い、ARIMAモ

デルに比した予測精度の向上を示している。Wang and Kockelman (2009)¹⁹⁵⁾ は、トラフィックカウンターデータをクリギング外挿 (extrapolation) することにより、交通量を高い正確度で予測することに成功している。Miura (2010)¹⁹⁶⁾ は、2地点間の最短旅行時間の予測にクリギングを適用している。

(5) 多肢離散選択モデルへの適用

離散選択モデルに関連する分野において、多項ロジットモデルのIIA特性の緩和は、重要な研究テーマであった。Schuessler and Axhausen (2007)¹⁹⁷⁾ は、選択結果や意思決定主体の類似性の導入について、詳細にレビューを行っている。そこでは、空間的自己相関の考慮が、一つの方法として紹介されている。

Mohammadian et al. (2005)¹⁹⁸⁾ は、多項ロジットモデルの確定項に、距離の減衰関数として、他主体の行動の結果の観測値を導入することで、選択結果の空間的な自己相関を考慮している。しかしながら、他主体の行動の観測値の条件付きという定式化は、予測の観点からは使用しにくいという問題がある (Robertson et al. (2009)¹⁹⁹⁾)。

Miyamoto et al. (2004)²⁰⁰⁾ は、mixed logit modelのフレームで、効用確定項間の空間的自己相関と、ガンベル分布に従う誤差項の空間的自己相関の両者を考慮し、最尤法に基づくシミュレーションベースのパラメータ推定法を考案している。筆者らの知る限り、Miyamoto et al. (2004)²⁰⁰⁾ の方法は、現時点で最も洗練されたアプローチのひとつである。Smimov and Egan (2011)²⁰¹⁾ は、同様に効用確定項間の空間的自己相関を考慮し、最尤法によるパラメータ推定法を提示している。

一方、近年の計算機の発達により、シミュレーションを用いて、多項プロビットモデルを構築することが容易になりつつある。屋井・中川 (1993)²⁰²⁾ は、多項プロビットモデルにおいて分散共分散行列を構造化した構造化プロビットモデルを提案し、経路選択モデルや目的地選択モデルでの定式化例を示している (重み行列の行基準化は行われていないようである)。Chakir and Parent (2009)²⁰³⁾ は、効用 (彼らの文脈では利潤) の確定項の空間的自己相関を考慮し、パラメータをベイズアンMCMC法に基づいて推定している。

(6) 空間相互作用モデルへの適用

人や物の流動 (フロー) をモデル化したいいわゆる空間的相互作用モデルは、古くは万有引力の法則のアナロジ

一による重力モデルから始まり、その後エントロピー最大化モデルや競合着地モデルへと発展していった。空間相互作用モデルの原点である重力モデルは、フローの観測値がそれぞれ独立であると仮定しており、空間データの性質である空間的自己相関を考慮していない。そのため空間的自己相関が存在する場合においては、パラメータ推定値の信頼性が低下するという問題が生じる。Griffith (2007)²⁰⁴によれば、この問題はCurry (1972)²⁰⁵によって初めて指摘され、その後カナダの通勤フローに関する実証研究を行ったGriffith and Jones (1980)²⁰⁶でもこの問題が指摘されている。このような背景から、フローにおける空間的自己相関を考慮したモデル化に関する研究が近年盛んに行われている。特にLeSage and Pace (2008)²⁰⁷は、空間計量経済学的手法を用いたモデルを提案し、海外の様々な実証研究においてその有用性を示している。

前述の通り、点・面データにおいては、地域間の近接性は $N \times N$ の空間重み行列で表すことができる。LeSage and Pace (2008)²⁰⁷は、フローを発地と着地のペアと考えるのではなく、一つの観測値として捉えるという発想により、空間重み行列を、図1のように構築した。すなわち、ある発地 i から着地 j へのフローが存在するとき、(a) 発地 i 周辺から着地 j へのフロー、(b) 発地 i から着地 j 周辺へのフロー、そして(c) 発地 i 周辺から着地 j 周辺へのフロー、という三つの場合に分けて考える。

しかしながらLeSage and Pace (2008)²⁰⁷のモデルは誤差項に正規分布を仮定した対数正規重力モデルをベースとしている一方で、離散データに対する連続分布の当てはめに関しては古くからFlowerdew and Aitkin (1982)²⁰⁸によって問題点が指摘されている。特に、フロー量がゼロの場合、ゼロの対数は $-\infty$ となるため、適当な小さい正の値（例えば0.05や0.1など）で置き換える必要があり、この値をどのように設定するかによりパラメータ推定値が左

右されてしまうという点は、データセットによっては大きな問題と成り得る。爲季・堤 (2011)²⁰⁹は、代表的な離散分布の一つである負の二項分布を仮定した重力モデルを基に、フロー間の空間的自己相関を考慮したモデルを提案している。負の二項分布は、ポアソン分布を包含するという意味で、一般性を持つ。また、Tsutsumi and Tamesue (印刷中)²¹⁰は、対数正規重力モデルにおいて、内々フローの欠損を、EMアルゴリズムを用いて復元する方法を提示している。そこでは、空間的自己相関を考慮することで、内々フローの復元精度が大幅に改善することが示されている。

LeSage and Pace (2008)²⁰⁷モデルの今後の展開として、二重制約型重力モデルへの拡張が考えられる。このような取り組みとして、SFアプローチの枠組みでは、Griffith (2011)²¹¹があるが、SLMの枠組みではまだ研究例はない。なお、重力モデルの隣接地域による補正は、竹内 (1976)²¹²等、土木計画の分野で70年代から試みられている。空間計量経済モデルの W の特定化において、このような既往研究の知見を援用することもまた、非常に興味深い課題である。

(7) 空間データの視覚化

GISの発達には、データの視覚化 (visualization) による現象の直感的把握に大きく寄与している。例えば、OLS残差をGIS上にマッピングすることで、残差分布のランダム性を直感的に把握できる。ここから、除外変数の可能性について検討することで、複雑な空間モデルの使用を最小限にとどめることができよう。

古谷 (2004)²¹³、大庭ら (2006)²¹⁴、Huang et al. (2010)²¹⁴は、GWRを用いて、ヘドニックモデルを構築し、パラメータの空間分布に関して考察を与えている。特に、Huang et al. (2010)²¹⁴は、GWRを3次元に拡張し、時間軸を明示的に考慮している点で特徴的である。GWRの回帰係数の地理的なマッピングにおいては、その色分けの階級区分が重要となる。これについては、Mennis (2006)²¹⁵が詳細な検討を行っている。

前述の井上ら (2009)⁹⁴は、東京23区の公示地価を、Cressie and Huang (1999)⁹³の共分散関数に基づく時空間クリギングを用いて予測し、70年代からの地価分布図のアニメーションを作成している。同様に、Tsutsumi et al. (2011)²¹⁶は東京都市圏全域を対象とした地価マップの作成を試みている。地価マップの作成においては、予測点における説明変数を如何に取得するかという点が課題と

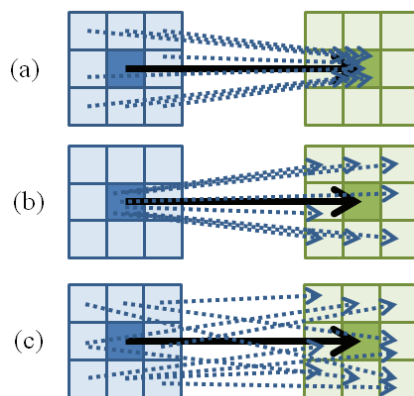


図1 フローデータの空間的自己相関

なる。Tsutsumi et al. (2011)²¹⁶⁾ は、任意地点で容易に取得できる土地利用・アクセシビリティ変数のみを用いているが、（クロスセクションデータを用いていることもあり）、郊外部における過大推計の問題を抱えている。井上ら (2009)⁹⁴⁾ は、説明変数自体をトレンド項なしの ordinary kriging で内挿することで取得している。今後、説明変数の予測における誤差を、errors in variableとして処理する新たなクリギング手法が求められよう。そのような取り組みとして、例えばAnselin and Lozano-Gracia (2008)¹³⁷⁾、Smith et al. (2008)²¹⁷⁾ が参考になる。

Tsutsumi and Seya (2008)²¹⁸⁾ は、鉄道開業前後の地価をクリギング内挿し、それを時系列的に観察することで、アナウンスメント効果の出現と波及について考察している。Páez et al. (1998)²¹⁹⁾ は、ヒートアイランド現象、Alesheikh and Omidvari (2011)²²⁰⁾ は道路交通からの騒音のクリギングによるマッピングを試みている。Kerry et al. (2010)²²¹⁾ は、ポアソン・クリギングと呼ばれるカウントデータに対するクリギング内挿手法を用いて、犯罪率マップの作成を試みている。

視覚化においては、今日でも計算負荷が問題となることが多い。特に、時空間クリギングでは、 $NT \times NT$ の逆行列を計算する必要がある。これに関して近年、空間過程を低次元のベクトルや行列で表現することによる次元削減が、空間統計学の重要なトピックとなっている

(Banerjee et al. (2008); Cressie and Johannesson (2008); Rodrigues and Diggle (2010)²²²⁾⁻²²⁴⁾) 。

また、例えば、東日本大震災での福島第一原子力発電所の被災を受けて、我が国においては現在、信頼できる放射能マップの作成が極めて重要になっている。そこでは、日々集められていくデータを、その時空間解像度や信頼度（精度・正確度）を考慮しながら組み合わせることが求められる。複数のデータソースからの空間データのモデリングについては、Hall (2004)²²⁵⁾、Nguyen (2009)²²⁶⁾ が参考になる。Hiemstra et al. (2008)²²⁷⁾ は、クリギングによる放射能データのリアルタイムマッピングを試みた数少ない例である。

予測値だけでなく、予測における誤差分散（クリギング分散）は、重要な情報である。例えば、観測点配置の再計画等に用いることは有用である（Pucci Jr. and Mura-shige (1987); Atkinson and Lloyd (2007); Hernández and Emery (2009)²²⁸⁾⁻²³⁰⁾) 。

空間データの視覚化については、Haining (2003)¹²⁾ が要領よく、重要な手法をまとめている。

(8) 空間データの変換への応用

観測データが得られている空間単位と実際に興味のある空間単位の乖離の問題は、実証研究において分析者を悩ませる大きな課題の一つであり、必要に応じてデータの変換を行うことが要求される（change of support problem (COSP)）（Gotway and Young (2002)²³¹⁾）。

集計データの変換では、従来、面積按分のような極めて素朴な方法が広く用いられてきた。しかし、第2章で述べたような空間データに内在する空間的自己相関や空間的異質性を考慮することで、より精度の高いデータの単位変換：面補間（areal interpolaton）（Sadahiro (1999)²³²⁾ 参照）が可能となる。

地球統計学の手法を用いた面補間においては、連続的な空間過程から得られる確率変数をゾーンに集計するため、ブロック・クリギングの手法を用いるものが多い（Nagle (2005)³⁸⁾ 参照）。代表的な手法の一つが、Area to point kriging（Kyriakidis (2004)²³³⁾）であり、犯罪マップの作成等に用いられている（Kerry et al. (2010)²²¹⁾）。他にも、地球統計学の手法を応用した面補間法として、Wikle and Berliner (2005)²³⁴⁾、Yoo and Kyriakidis (2006)²³⁵⁾、Gotway and Young (2007)²³¹⁾、Yoo et al. (2010)²³⁶⁾、Murakami and Tsutsumi (2011)²³⁷⁾ がある。Nagle (2005)³⁸⁾ は、社会経済データへの適用を目的として、連続な空間過程を集計する方法について詳細に論じている。

一方、空間計量経済学を応用した面補間法は、筆者らがレビューした範囲では、SLMに基づきある集計単位から別の単位（配分単位）に集計量の変換（面補間）を行う最尤法（EM）アルゴリズムを考案している堤・村上 (2010)²³⁸⁾ のみである。そこでは、集計単位と配分単位のポリゴンをインターセクトした細分単位において空間的自己相関を考慮し、配分単位に集計する方法がとられている。回帰モデルに基づく面補間では、用いられる説明変数により、配分単位の予測値が大きくなばらつきをもつことが多い。空間ラグ項の導入は、このようなばらつきを一定程度スムージングする効果を持つと考えられる。

5. おわりに

前述のように、応用空間統計学の手法を用いて様々な実証研究が行われているが、我が国への適用事例は未だあまり多くないのが実情である。そのような状況の中で、筆者らは我が国でこの分野を志す研究者が増える一助となればと考え、まず、堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾ においては理論

研究を中心にレビューを行い、既存研究を整理した。一方、本稿では実証研究を中心にレビューを行い、最新の研究動向や課題を整理しながら、土木計画学における応用空間統計学の可能性について論じることを試みた。

空間データの分析は、様々な分野に関わるため、分野において用いる用語やモデルの前提等で不一致が見られ、これが新規の研究者や実務者の混乱を招いている側面も見受けられる。一例を挙げれば、前述のSLM（空間ラグモデル）は、空間計量経済学の代表的テキストの中でも、spatial lag model（Anselin and Bera (1998)¹⁵⁾）、mixed regressive spatial autoregressive model（Anselin (1988)¹³⁾）、spatial autoregressive model（SAR）（LeSage and Pace (2009)¹⁴⁾）と様々な呼称を持つ（Arbia (2006, p.110)⁴⁹⁾）。また、SEM（空間誤差モデル）は、空間統計学のテキスト（例えば、Cressie (1993)⁴⁾）では、simultaneous autoregressive model（SAR）と呼称され、conditional autoregressive model（CAR）と比較される形で導入されている（詳しくは、堤・瀬谷 (2012)²⁹⁾）。従って、SARが、空間ラグモデルを表わすのか、空間誤差モデルを表わすのかは、執筆者の背景によって異なる。また、地球統計モデルにおいても、式(3)で示されるモデルは、spatial process model、geostatistical model、kriging等、様々な呼称されている。ゆえに、本稿で用いた呼称が、必ずしも一般的であるとは限らないことに留意されたい。

一方で、複数の分野の基本的な考え方や特徴とその本質を数学的に理解し、分野を超えてそれらを俯瞰することで、新たな研究テーマが生まれる好機にもなり得る。一頃盛んであった「逆問題」の研究はその良い例であり、拙稿の瀬谷ら (2008)²⁹⁾ やそのもとになっている堤ら (2000)¹⁰⁸⁾ などは、そうした問題意識から始めた研究である。

ところで、柏谷 (1996, p.31)²⁴⁰⁾ は、土木計画学の意義について、「土木計画学というフィールドを我々があえて主張する場合には公共土木事業における社会的意識決定に関するさまざまな事象の分析が主な研究対象であると言えるのではないだろうか。」と述べている。本稿では、筆者らの力量不足から、土木計画学という実用指向の学問分野に身を置きながら応用空間統計学の研究に取り組むことの意義を十分論じることができなかったが、拙稿の堤・瀬谷 (2010)¹⁴⁰⁾ は、まさに公共土木事業の評価への応用空間統計学の適用という問題意識に基づくものである。第4章で議論したとおり、これまでも土木計画に関連した数多くの研究が展開しているが、未だ取り組む

べき課題が多く残されているのも事実である。例えば、土地利用モデルあるいは応用都市経済 (CUE) モデルのような大規模な計量モデルにおいて空間データをどのように扱うかは、依然として残されている大きな課題の一つである（堤 (1997)²⁴¹⁾）。このように、土木計画学の視点から応用空間統計学に関する独自の研究テーマを発掘する余地は大きい。

土木計画学の分野には、GISや統計・最適化理論、プログラム言語に精通した多数の研究者がおり、空間データ分析についても研究者の層が非常に厚い。このような利点を活かしながら、本稿が土木計画における応用空間統計学の実用化と応用の促進に少しでも貢献することを願う次第である。

謝辞：初めに、本講演の機会をいただいた、土木計画学研究委員会に謝意を表したい。

筆者らの応用空間統計学の研究は、堤が博士課程在学中に東京大学教授の清水英範先生に指導を受けたことに始まる。またその時、現・東北大学教授（当時広島大学）の奥村誠先生から空間計量経済学について紹介を受け、その後、清水先生から地球統計学について紹介を受けたことが、今日に至る研究に直接繋がっている。さらに、現・広島大学准教授の塚井誠人先生が平成16年度土木計画学研究・発表会において「空間統計モデルのフロンティア」と題する招待講演をされたことが、筆者らが応用空間統計学の研究を再開するきっかけとなった。これらの先生方、さらには東北大学教授の安藤朝夫先生を始めとする何人もの先生方から、絶えず、研究会や学会等において有益な意見を賜わり、現在も研究者仲間として大いに刺激を受けている。筆者の二人が現在所属する筑波大学では、特に教授の石田東生先生・吉田あつし先生から有益な助言を賜る機会が多い。また、堤が所属していた東京大学においては、現・政策研究大学院大学特別教授の森地茂先生から示唆に富む助言を賜った。さらに、瀬谷が所属する国立環境研究所の山形与志樹様からも、共同研究を通じて多くの助言・協力を賜っている。

紙面の都合でその他の全員のお名前を挙げる事が出来ないことをお許し願いつつ、これら多くの方々に対し、この場を借りて心から感謝とお礼の言葉を申し上げたい。

参考文献

- 1) Goodchild, M.F., Anselin, L., Appelbaum, R.P., and Harthorn, B.H. : Toward spatially integrated social science, *International Regional Science Review*, Vol.23, No.2, pp.139-159, 2000.
- 2) Matheron, G. : Principles of geostatistics, *Economic Geology*, Vol.58, No.8, pp.1246-1266, 1963.
- 3) 間瀬茂, 武田純 : 空間データモデリング, 共立出版, 2001.

- 4) Cressie, N.A.C. : *Statistics for Spatial Data, Revised Edition*, New York, Wiley, 1993.
- 5) Wackemagel, H. : *Multivariate Geostatistics: An Introduction with Applications, 2nd ed.*, Berlin, Springer-Verlag, 1998, (地球統計学研究会訳編, 青木謙治監訳: 地球統計学, 森北出版, 2003.) .
- 6) Tobler, W. : A computer movie simulating urban growth in the Detroit region, *Economic Geography*, Vol.46, No.2, pp.234-240, 1970.
- 7) Curry, L. : A note on spatial association, *The Professional Geographer*, Vol.18, No.2, pp.97-99, 1966.
- 8) Cliff, A.D., and Ord, J.K. : Model building and the analysis of spatial pattern in human geography, *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, Vol.37, No.3, pp.297-348, 1975.
- 9) 奥野隆史編: 都市と交通の空間分析, 大明堂, 1996.
- 10) Haining, R.P. : Spatial autocorrelation and the quantitative revolution, *Geographical Analysis*, Vol.41, No.4, 364-374, 2009.
- 11) Haining, R.P. : *Spatial Data Analysis in the Social and Environmental Sciences*, Cambridge, Cambridge University Press, 1990.
- 12) Haining, R.P. : *Spatial Data Analysis: Theory and Practice*, Cambridge, Cambridge University Press, 2003.
- 13) Anselin, L. : *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Dordrecht, Kluwer, 1988.
- 14) LeSage, J.P., and Pace, R.K. : *Introduction to Spatial Econometrics*, Boca Raton, Chapman & Hall/CRC, 2009.
- 15) Anselin, L., and Bera, A.K. : Spatial dependence in linear regression models with an introduction to spatial econometrics, *Handbook of Applied Economic Statistics* (eds. Ullah, A., and Giles, D.E.), pp.237-289, New York, Marcel Dekker, 1998.
- 16) Fujita, M., Krugman, P. and Venables, A.J. : *The Spatial Economy: Cities, Regions and International Trade*, Cambridge, MIT Press, 1999, (小出博之訳: 空間経済学—都市・地域・国際貿易の新しい分析, 東洋経済新報社, 2000.) .
- 17) Anselin, L. : Thirty years of spatial econometrics, *Papers in Regional Science*, Vol.89, No.1, pp.3-25, 2010.
- 18) 佐々木公明: モデル推定に関する計量経済学的課題, 第18回土木計画学シンポジウム「都市の土地利用モデル」, 土木学会土木計画学研究委員会, pp.121-124, 1984.
- 19) 田中和子: 都市地理学における土地利用の空間分析, 第18回土木計画学シンポジウム「都市の土地利用モデル」, 土木学会土木計画学研究委員会, pp.101-109, 1984.
- 20) 奥村誠, 足立康史, 吉川和広: 空間相互作用をとりいれた地域モデルの推定法, 土木計画学研究・論文集, Vol.7, pp.115-122, 1989.
- 21) 塚井誠人, 江尻良, 奥村誠, 小林潔司: 社会資本の生産性とスピルオーバー効果, 土木学会論文集, No.716/IV-57, pp.53-67, 2002.
- 22) 梶谷義雄, 多々納裕一, 岡田憲夫, 松田曜子: 時空間統計モデルを用いた人口分布変動に基づく災害復興過程の分析, 土木学会論文集, No.772/IV-65, pp.143-151, 2004.
- 23) 大庭哲治, 柄谷友香, 中川大, 青山吉隆: 京町家集積の近隣外部効果に関する研究, 土木学会論文集 D, Vol.62, No.2, pp.227-238, 2006.
- 24) 塚井誠人, 小林潔司: 長期記憶性を考慮した社会資本の生産性測定, 土木学会論文集 D, Vol.63, No.3, pp.255-274, 2007.
- 25) 大島英幹, 古谷知之, 福井弘道: 国際航空路線開設自由化の地域内総生産・炭素排出量への影響分析, 運輸政策研究, Vol.12, No.2, pp.26-32, 2009.
- 26) 塚井誠人: 空間統計モデルのフロンティア, 土木計画学研究・論文集, Vol.22, No.2, pp.1-13, 2005.
- 27) Anselin, L. : Some further notes on spatial models and regional science, *Journal of Regional Science*, Vol.26, No.4, pp.799-802, 1986.
- 28) Waller, L.A., Gotway, C.A. : *Applied Spatial Statistics for Public Health Data*, New York, Wiley, 2004.
- 29) 堤盛人, 瀬谷創: 応用空間統計学の二つの潮流: 空間統計学と空間計量経済学, 統計数理 (特集「時空間統計解析: 新たな分野横断的展開」), Vol.60, No.1, 登載決定, 2012.
- 30) Banerjee, S., Carlin, B.P., and Gelfand, A.E. : *Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data*, Boca Raton, Chapman & Hall/CRC, 2004a.
- 31) 竹内啓編集代表: 統計学辞典, 東洋経済新報社, 1989.
- 32) Cressie, N.A.C., and Wikle, C.K. : *Statistics for Spatio-Temporal Data*, New York, Wiley, 2011.
- 33) 上田貴夫, 本城勇介, 波田野敬, 坂口修司: 造成工事における残留沈下量の平面的予測および誤差, 土と基礎, Vol.34, No.6, pp.51-58, 1986.
- 34) 永田茂, 片山恒雄: 確率論的手法を用いた地震動強度分布の推定, 生産研究, Vol.43, No.9, 1991.
- 35) 宝馨, 岡明夫: 回帰分析及び kriging による確率雨量の地域総合化, 土木学会論文集, No.456/II-21, pp.1-10, 1992.
- 36) 本多眞, 菊地宏吉, 鈴木哲也, 水戸義忠: ダム周辺地下水位変動の時空間解析のための時空間 Cokriging の開発と適用, 土木学会論文集, No.659/III-52, pp.283-295, 2000.
- 37) Schabenberger, O., and Gotway, C.A. : *Statistical Methods for Spatial Data Analysis*, Boca Raton, Chapman & Hall/CRC, 2005.
- 38) Nagle, N. : Continuous field statistical methods for spatial analysis in the social sciences, Dissertation, University of California, Santa Barbara, 2005.
- 39) Haining, R.P., Kerry, R., and Oliver, M.A. : Geography, spatial data analysis, and geostatistics: an overview, *Geographical Analysis*, Vol.42, No.1, pp.7-31, 2010.
- 40) 間瀬茂, 尾形良彦, 種村正美: 点配置データの統計一理論と応用の現状一, 数学, Vol.44, No.3, pp.193-204, 1992.
- 41) Diggle, P.J. : *Statistical Analysis of Spatial Point Patterns, 2nd edition*, London, Arnold, 2003.
- 42) 古谷知之: R による空間データの統計分析, 朝倉書店, 2011.
- 43) 歳森敦: 空間効果型自己回帰モデルの多変量化と地域医療分析への適用, 日本建築学会計画系論文集, No.554, pp.153-158, 2002.
- 44) Anselin, L. : Spatial econometrics, *A Companion to Theoretical Econometrics* (eds. Baltagi, B.), pp.310-330, Oxford, Blackwell, 2001.
- 45) Casetti, E. : Generating models by the expansion method: applications to geographic research, *Geographical Analysis*, Vol.4, No.1, pp.81-91, 1972.
- 46) Fotheringham, A.S., Brunsdon, C., and Charlton, M.E. : *Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationships*, Chichester, Wiley, 2002.
- 47) Gelfand, A.E., Kim, H.-J., Simans, C.F., and Banerjee, S. : Spatial modeling with spatially varying coefficient processes, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.98, No.462, pp.387-396, 2003.
- 48) Anselin, L., and Griffith D.A. : Do spatial effects really matter in regression analysis?, *Papers of the Regional Science Association*, Vol.65, No.1, pp.11-34, 1988.
- 49) Arbia, G. : *Spatial Econometrics: Statistical Foundations and Applications to Regional Growth Convergence*, New York, Springer, 2006.
- 50) Moran, P.A. : A test for the serial dependence of residuals, *Biometrika*,

- Vol.37, pp.178–181, 1950.
- 51) Fujimoto, K., Chou, C.-P., and Valente, T.W. : The network autocorrelation model using two-mode data: Affiliation exposure and potential bias in the autocorrelation parameter, *Social Networks*, Vol.33, No.3, pp.231–243, 2011.
 - 52) Fingleton, B. : Spatial autoregression, *Geographical Analysis*, Vol.41, No.4, pp.385–391, 2009.
 - 53) Geary, R.C. : The contiguity ratio and statistical mapping, *The Incorporated Statistician*, Vol.5, No.3, pp.115–145, 1954.
 - 54) Kelejian, H.H., and Robinson, D.P. : Spatial autocorrelation: A new computationally simple test with an application to per capita county police expenditures, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.22, No.3, pp.317–331, 1992.
 - 55) Getis, A., and Ord, J.K. : The analysis of spatial association by use of distance statistics, *Geographical Analysis*, Vol.24, No.3, pp.189–199, 1992.
 - 56) Ord, J.K. and Getis, A. : Local spatial autocorrelation Statistics: Distributional issues and an application, *Geographical Analysis*, Vol. 27, No.4, pp.286–306, 1995.
 - 57) Anselin, L. : Local indicators of spatial association–LISA, *Geographical Analysis*, Vol.27, No.2, pp.93–115, 1995.
 - 58) Rogerson, P.A. : The detection of clusters using a spatial version of the chi-square goodness-of-fit statistic, *Geographical Analysis*, Vol.31 No.2, pp.130–147, 1999.
 - 59) Gelfand, A.E., Diggle, P.J., Fuentes, M., and Guttorp, P., eds. : *Handbook of Spatial Statistics*, Boca Raton, Chapman & Hall/CRC, 2010.
 - 60) Mardia, K.V., and Marshall, R.J. : Maximum likelihood estimation of models for residual covariance in spatial regression, *Biometrika*, Vol.71, No.1, pp.135–146, 1984.
 - 61) Kitanidis, P.K. : Statistical estimation of polynomial generalized covariance functions and hydrological applications, *Water Resources Research*, Vol.19, No.4, pp.909–921, 1983.
 - 62) 照井伸彦 : 空間統計におけるベイズ推論, 繁榊算男, 岸野洋久, 大森裕浩編 : ベイズ統計分析ハンドブック, 第20章, pp.613–640, 2011.
 - 63) 丸山祐造 : 空間統計学入門, 村山祐司, 柴崎亮介編 : GISの理論, 朝倉書店, 2008.
 - 64) 間瀬茂 : 地球統計学とクリギング法, オーム社, 2010.
 - 65) Hengl, T., Heuvelink, G.B.M., and Stein, A. : A generic framework for spatial prediction of soil variables based on regression-kriging, *Geoderma*, Vol.120, No.1-2, pp.75–93, 2004.
 - 66) Zimmerman, D.L. : Another look at anisotropy in geostatistics, *Mathematical Geology*, Vol.25, No.4, pp.453–470, 1993.
 - 67) Chiles, J.P., and Delfiner, P. : *Geostatistics, Modeling Spatial Uncertainty*, Wiley, New York, 1999.
 - 68) Ord, J.K. : Estimation methods for models of spatial interaction, *Journal of American Statistical Association*, Vol.79, No.349, pp.120–126, 1975.
 - 69) Brueckner, J.K. : Strategic interaction among governments: An overview of empirical studies, *International Regional Science Review*, Vol.26, No.2, pp.175–188, 2003.
 - 70) Anselin, L. : Spatial econometrics, *Palgrave. Handbook of Econometrics: Volume 1* (eds. Mills, T.C. and Patterson, K.), pp.901–969, Palgrave Macmillan, Basingstoke, 2006.
 - 71) Dubin, R.A. : Estimation of regression coefficient in the presence of spatially autocorrelated error terms, *The Review of Economics and Statistics*, Vol.70, No.3, pp.466–474, 1988.
 - 72) Lee, L.F. : Asymptotic distributions of quasi-maximum likelihood estimators for spatial autoregressive models, *Econometrica*, Vol.72, No.6, pp.1899–1925, 2004.
 - 73) Kelejian, H.H., and Prucha, I.R. : A generalized spatial two-stage least squares procedure for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances, *Journal of Real Estate Economics*, Vol.17, No.1, pp.99–121, 1998.
 - 74) Kelejian, H.H., and Prucha, I.R. : A generalized moments estimator for the autoregressive parameter in a spatial model, *International Economic Review*, Vol.40, No.2, pp.509–533, 1999.
 - 75) LeSage, J.P. : Bayesian estimation of spatial autoregressive models, *International Regional Science Review*, Vol.20, No.1, pp.113–131, 1997.
 - 76) Seya, H., Tsutsumi, M., and Yamagata, Y. : Income convergence in Japan: A Bayesian spatial Durbin model approach, *Economic Modelling*, in print, 2011.
 - 77) Islam, K.S., and Asami, Y. : Addressing structural instability in housing market segmentation of the used houses of Tokyo, Japan, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, Vol.21, pp.33–42, 2011.
 - 78) Elhorst, J.P. : Applied spatial econometrics: Raising the bar, *Spatial Economic Analysis*, Vol.5, No.1, pp.9–28, 2010a.
 - 79) 山形与志樹, 村上大輔, 瀬谷創, 堤盛人, 川口有一郎 : 環境性能評価が不動産価格に与える影響の時空間波及分析, ジャレフ・ジャーナル (不動産ファイナンス・不動産経済学研究), No.5, 登載決定, 2011a.
 - 80) Gerkman, L. : Empirical spatial econometric modeling of small scale neighbourhood, *Journal of Geographical Systems*, in print, 2011.
 - 81) Anselin L. : Under the food: Issues in the specification and interpretation of spatial regression models, *Agricultural Economics*, Vol.27, No.3, pp.247–267, 2002.
 - 82) Stakhovych, S., and Bijmolt, T.H.A. : Specification of spatial models: A simulation study on weights matrices, *Papers in Regional Science*, Vol.88, No.2, pp.389–408, 2008.
 - 83) 渡辺理, 樋口洋一郎 : ネットワーク自己相関分析 : モバイル IT システム利用行動における連携利用パターンへの把握と活用に関する考察, 情報処理学会論文誌, Vol.46, No.5, pp.1222–1232, 2005.
 - 84) Páez A, Scott D.M., and Volz, E. : Weight matrices for social influence analysis: An investigation of measurement errors and their effect on model identification and estimation quality, *Social Networks*, Vol.30, No.4, pp.309–317, 2008.
 - 85) Corrado, L., and Fingleton, B. : Where is the economics in spatial econometrics?, *Journal of Regional Science*, in print, 2011.
 - 86) Getis, A., and Aldstadt, J. : Constructing the spatial weights matrix using a local statistic, *Geographical Analysis*, Vol.36, No.2, pp.90–104, 2004.
 - 87) Bhattacharjee, A., and Jensen-Butler, C. Estimation of spatial weights matrix, with an application to diffusion in housing demand, Working Paper, School of Economics and Finance, University of St.Andrews, UK, 2006.
 - 88) LeSage, J.P., and Pace, R.K. : The biggest myth in spatial econometric, 2010, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1725503>
 - 89) Tiefelsdorf, M., and Griffith, D. : Semiparametric filtering of spatial autocorrelation: The eigenvector approach, *Environment and Planning A*, Vol.39, No.5, pp.1193–1221, 2007.
 - 90) Griffith, D.A. : *Spatial Autocorrelation and Spatial Filtering: Gaining Understanding Through Theory and Scientific Visualization*, Berlin, Springer-Verlag, 2003.
 - 91) Griffith, D.A., and Paelinck, J.H.P. : *Non-standard Spatial Statistics and Spatial Econometrics*, Berlin, Springer-Verlag, 2010.
 - 92) Anselin L., Le Gallo, J., and Jayet, H. : Spatial panel econometrics, *The Econometrics of Panel Data, Fundamentals and Recent Developments in Theory and Practice, 3rd Edition* (eds. Matyas, L., and Sevestre, P.), pp.627–662, Dordrecht, Kluwer, 2008.

- 93) Cressie, N.A.C., and Huang, H.C. : Classes of nonseparable, spatio-temporal stationary covariance functions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.94, No.448, pp.1330–1340, 1999.
- 94) 井上亮, 清水英範, 吉田雄太郎, 李勇鶴 : 時空間クリギングによる東京 23 区・全用途地域を対象とした公示地価の分布と変遷の視覚化, *GIS—理論と応用*, Vol.17, No.1, pp.13–24, 2009.
- 95) Stroud, J.R., Müller, P., and Sansó, B. : Dynamic models for spatiotemporal data, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, Vol.63, No.4, pp.673–689, 2001.
- 96) Stroud, J.R., Stein, M.L., Lesht, B.M., Schwab, D.J., and Beletsky, D. : An ensemble Kalman filter and smoother for satellite data assimilation, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.105, No.491, pp.978–990, 2010.
- 97) 北村行伸 : パネルデータ分析, 岩波書店, 2005.
- 98) Elhorst, J.P. : Specification and estimation of spatial panel data models, *International Regional Science Review*, Vol.26, No.3, pp.244–268, 2003.
- 99) Kapoor, M., Kelejian, H.H., and Prucha, I.R. : Panel data models with spatially correlated error components, *Journal of Econometrics*, Vol.140, No.1, pp.97–130, 2007.
- 100) Elhorst, J.P. : Dynamic panels with endogenous interaction effects when T is small, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.40, No.5, pp.272–282, 2010b.
- 101) Lee, L.F., and Yu, J. : Some recent developments in spatial panel data models, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.40, No.5, pp.255–271, 2010.
- 102) Kelejian, H.H., and Prucha, I.R. : HAC estimation in a spatial framework, *Journal of Econometrics*, Vol.140, No.1, pp. 131–154, 2007.
- 103) Folmer, H., and Oud, J. : How to get rid of W: A latent variables approach to modelling spatially lagged variables, *Environment and Planning A*, Vol.40, No.10, pp.2526–2538, 2008.
- 104) Wall, M.M. : A close look at the spatial structure implied by the CAR and SAR models, *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol.121, No.2, pp.311–324, 2004.
- 105) Sampson, P.D., and Guttorp, P. : Nonparametric estimation of nonstationary spatial covariance structure, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.87, No.417, pp.108–119, 1992.
- 106) Higdon, D.M., Swall, J., and Kem, J. : Non-stationary spatial modeling, *Bayesian Statistics 6* (eds. Bernardo, J.M., Berger, J.O., David, A.P., and Smith, A.F.M.), pp.761–768, Oxford, Oxford University Press, 1999.
- 107) Darbeheshti, N., and Featherstone, W.E. : Non-stationary covariance function modelling in 2D least-squares collocation, *Journal of Geodesy*, Vol.83, No.6, pp.495–508, 2009.
- 108) 堤盛人, 清水英範, 井出裕史 : 誤差要素モデルに基づく Kriging を用いた空間内挿, *応用力学論文集*, Vol.3, pp.125–132, 2000.
- 109) Fischer, M.M., and Getis, A. : *Handbook of Applied Spatial Analysis: Software Tools, Methods and Applications*, Berlin, Springer-Verlag, 2010.
- 110) Bivand, R. : Implementing spatial data analysis software tools in R, *Geographical Analysis*, Vol.38, No.1, pp.23–40, 2006.
- 111) Bivand, R.S., Pebesma, E.J., and Gómez-Rubio, V. : *Applied Spatial Data Analysis with R*, New York, Springer, 2008.
- 112) Remy, N., Boucher, A., and Wu, J. : *Applied Geostatistics with SGeMS*, Cambridge, Cambridge University Press, 2009.
- 113) Pannatier, Y. : *VARIOWIN: Software for Spatial Data Analysis in 2D*, New York, Springer, 1996.
- 114) Hengl, T. : A practical guide to geostatistical mapping of environmental variables, Scientific and Technical Research series, EUR 22904 EN, Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 2007.
- 115) Bivand, R. : Spatial econometrics functions in R: Classes and methods, *Journal of Geographical Systems*, Vol.4, No.4, pp.405–421, 2002.
- 116) Piras, G. : sphet: Spatial models with heteroskedastic innovations in R, *Journal of Statistical Software*, Vol.35, No.1, 2010.
- 117) Elhorst, J.P. : MATLAB software for spatial panels, 2011, Available at <http://www.regioningen.nl/elhorst/doc/Matlab-paper.pdf>
- 118) Drukker, D.M., Prucha, I.R., and Raciborski, R. : A command for estimating spatial-autoregressive models with spatial-autoregressive disturbances and additional endogenous variables, *The Stata Journal*, Vol.1, No.1, pp.1–13, 2001.
- 119) Rey, S.J., and Anselin, L. : PySAL: A Python library of spatial analytical methods, *The Review of Regional Studies*, Vol.37, No.1, pp.5–27, 2007.
- 120) Pinkse, J., Slade, M.E., and Brett, C. : Spatial price competition: A semi-parametric approach, *Econometrica*, Vol.70, No.3, pp.1111–1153, 2002.
- 121) Mobley, L.R., Frech, H.E., and Anselin, L. : Spatial interaction, spatial multipliers and hospital competition, *International Journal of the Economics of Business*, Vol.16, No.1, pp.1–17, 2009.
- 122) Maddison, D. : Environmental Kuznets curves: A spatial econometric approach, *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol.51, No.2, pp.218–230, 2006.
- 123) Rey, S.J. : Integrated regional econometric+input-output modeling: Issues and opportunities, *Papers in Regional Science*, Vol.79, No.3, pp.271–292, 2000.
- 124) 瀬谷創, 堤盛人, 山形与志樹 : 空間パネルを用いた確率的フロンティアモデルのパラメータ推定, *応用地域学会, 第 25 回研究発表大会*, 富山大学, 12 月 3 日–4 日, 2011, 発表予定.
- 125) Brueckner, J.K. : Testing for strategic interaction among local governments: The case of growth controls, *Journal of Urban Economics*, Vol.44, No.3, pp.438–467, 1998.
- 126) Bradlow, E., Bronnenberg, B., Russell, G., Arora, N., Bell, D., Duvvuri, S., Hofstede, F., Sismeiro, C., Thomadsen, R., and Yang, S. : Spatial models in marketing, *Marketing Letters*, Vol.16, No.3, pp.267–678, 2005.
- 127) Manski, C.F. : Identification of endogenous social effects: The reflection problem, *The Review of Economic Studies*, Vol.60, No.3, pp.531–542, 1993.
- 128) Bramoullé, Y., Djebbari, H., and Fortin, B. : Identification of peer effects through social networks, *Journal of Econometrics*, Vol.150, No.1, pp.41–55, 2009.
- 129) Gibbons, S., and Overman, H.G. : Mostly pointless spatial econometrics?, *SERC Discussion Papers 0061*, 2011.
- 130) Can, A. : The measurement of neighborhood dynamics in urban house prices, *Economic Geography*, Vol.66, No.3, pp.254–272, 1990.
- 131) Can, A. : Specification and estimation of hedonic housing price models, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.22, No.3, pp.453–474, 1992.
- 132) Dubin, R.A. : Spatial autocorrelation and neighborhood quality, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.22, No.3, pp.432–452, 1992.
- 133) 高塚創, 樋口洋一郎 : 空間的自己相関分析手法を用いた地価の空間的連関に関する統計的検証, *地域学研究*, Vol.26, No.1, pp.139–153, 1996.
- 134) 堤盛人, 清水英範, 福本潤也, 井出裕史 : 誤差項に空間的自己相関が存在する回帰モデルのパラメータ推定法に関する考察, *土木計画学研究・論文集*, Vol.15, pp.49–56, 1998.

- 135) Kim, C.W., Phipps, T.T., and Anselin, L. : Measuring the benefits of air quality improvement: A spatial hedonic approach, *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol.45, No.1, pp.24–39, 2003.
- 136) Anselin, L., and Le Gallo, J. : Interpolation of air quality measures in hedonic house price models: Spatial aspects, *Spatial Economic Analysis*, Vol.1, No.1, pp.31–52, 2006.
- 137) Anselin, L., and Lozano-Gracia, N. : Errors in variables and spatial effects in hedonic house price models of ambient air quality, *Empirical Economics*, Vol.34, No.1, pp.5–34, 2008.
- 138) Cho, S-H., Lambert, D.M., Kim, S.G., Roberts, R.K., and Park, W.M.: Relationship between value of open space and distance from housing locations within a community, *Journal of Geographical Systems*, in print, 2011.
- 139) Gelfand, A.E., Ecker, M.D., Knight, J.R., and Simans, C.F. : The dynamics of location in home price, *Journal of Real Estate and Financial Economics*, Vol.29, No.2, pp.149–166, 2004.
- 140) 増成敬三 : Kriging による公示地価の分析, 計算機統計学, Vol.18, No.2, pp.107–122, 2005.
- 141) Valente, J. Wu, S., Gelfand, A., and Simans, C.F. : Apartment rent prediction using spatial modeling, *Journal of Real Estate Research*, Vol.27, No.1, pp.105–136, 2005.
- 142) 堤盛人, 吉田靖, 瀬谷創, 川口有一郎 : MCMC 法によるデータ欠損問題と空間的相関を考慮した不動産賃料予測モデル: 東京 23 区における賃貸マンション市場の実証分析, ジャレフ・ジャーナル (不動産ファイナンス・不動産経済学研究), Vol.3, pp.1–13, 2008.
- 143) Montero, J.M., and Laraz, B. : Estimating housing prices: A proposal with spatially correlated data, *International Advances in Economic Research*, Vol.16, No.1, pp.39–51, 2010.
- 144) Anselin, L., and Lozano-Gracia, N. : Spatial hedonic models, *Palgrave Handbook of Econometrics Volume 2: Applied Econometrics*, (eds. Mills, T.C., and Patterson, K.), pp. 1213–1250, Basingstoke, Palgrave Macmillan, 2009.
- 145) Small, K.A., and Steimetz, S.S.C. : Spatial hedonics and the willingness to pay for residential amenities, Working Paper No. 05-06-31, Economics Department, University of California at Irvine, 2009.
- 146) 堤盛人, 瀬谷創 : 便益計測への空間ヘドニック・アプローチの適用, 土木学会論文集 D, Vol.66, No.2, pp.178–196, 2010.
- 147) Zietz, J., Zietz, E.N., and Simans, G.S. : Determinant of housing prices: a quantile regression approach, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol.37, No.4, pp.317–333, 2008.
- 148) Zhu, B., Füss, R., and Rottke, N.B. : The predictive power of anisotropic spatial correlation modeling in housing prices, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol.42, No.4, pp.542–565, 2011.
- 149) Jeanty, P.W., Partridge, M., and Irwin, E. : Estimation of a spatial simultaneous equation model of population migration and housing price dynamics, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.40, No.5, pp.343–352, 2010.
- 150) Seya, H., and Tsutsumi, M. : Spatial hierarchical Bayesian model for missing data imputation, presented at the Forth World Conference of the Spatial Econometrics Association, Courtyard Magnificent Mile Downtown Chicago Hotel, Chicago, Illinois, USA, 9–12, 2010.
- 151) Banerjee, S., Gelfand, A.E., Knight, J.R. Simans, C.F. : Weighted sum of stationary process, *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.22, No.2, pp.206–213, 2004b.
- 152) Fernandez, V. : Spatial linkages in international financial markets, *Quantitative Finance*, Vol.11, No.2, pp.237–245, 2011.
- 153) 中村良平 : ヘドニック・アプローチにおける実証分析の諸問題, 土木学会論文集, Vol.449/IV-17, pp.57–66, 1992.
- 154) Geniaux, G., and Napoléone, C. : Semi-parametric tools for spatial hedonic models: An introduction to mixed geographically weighted regression and geoadditive models, *Hedonic Methods in Housing Markets* (eds. Baranzini, A., Ramirez, J., Schaefer, C., and Thalmann, P.), pp.101–128, Berlin, Springer-Verlag, 2008.
- 155) 瀬谷創, 堤盛人, 吉田靖, 川口有一郎 : 空間的自己相関を考慮した不動産賃料の空間予測モデルに関する実証比較分析, ジャレフ・ジャーナル (不動産ファイナンス・不動産経済学研究), No.5, 登載決定, 2011.
- 156) Kammann, E.E., and Wand, M.P. : Geoadditive models, *Journal of the Royal Statistical Society: Series C*, Vol.52, No.1, pp.1–18, 2003.
- 157) McMillen, D.P. : Issues in spatial data analysis, *Journal of Regional Science*, Vol.50, No.1, pp. 119–141, 2010.
- 158) Baltagi, B.H., and Li, D. : Testing for linear and log-linear models against Box-Cox alternatives with spatial lag dependence, *Advances in Econometrics, Volume 18: Spatial and Spatiotemporal Econometrics* (eds. LeSage, J.P. and Pace, R.K.), pp.35–74, Elsevier Science, Oxford.
- 159) Gelfand, A.E., Banerjee, S., Simans, C.F., Tu, Y., and Ong, S.E. : Multi-level modeling using spatial processes: Application to the Singapore housing market, *Computational Statistics & Data Analysis*, Vol.51, No.7, pp.3567–3579, 2007.
- 160) 山形与志樹, 村上大輔, 瀬谷創, 堤盛人 : 環境・災害リスク指標とマンション価格のマルチレベルモデルによる空間計量経済分析, 土木計画学研究・講演集, Vol.43, CD-ROM, 2011b.
- 161) Yamagata, Y., Seya, H., Murakami, D., and Tsutsumi, M. : Hedonic analysis of environmental factors and disaster risk using a multi-level spatial econometric model, presented at the Vth conference of the Spatial Econometrics Association, Toulouse, July, 6–8, 2011.
- 162) Elhorst, J.P. : Spatial panel data models, *Handbook of Applied Spatial Analysis* (eds. Fischer, M.M., and Getis, A.), pp.377–407, Berlin, Springer-Verlag, 2010c.
- 163) Pace, R.K., Barry, R., Clapp, J.M., and Rodriguez, M. : Spatiotemporal autoregressive models of neighborhood effects, *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol.17, No.1, pp.15–33, 1998.
- 164) Sun, A., Tu, Y., and Yu, S-M. : A spatio-temporal autoregressive models for multi-unit residential market analysis, *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol.31, No.2, pp.155–187, 2005.
- 165) Nappi-Choulet, I., and Maury, T. : A spatiotemporal autoregressive price index for the Paris office property market, *Real Estate Economics*, Vol.37, No.2, pp.305–340, 2009.
- 166) Beamonte, A., Gargallo, P., and Salvador, M. : Analysis of housing price by means of STAR models with neighborhood effects: A Bayesian approach, *Journal of Geographical Systems*, Vol.12, No.2, pp.227–240, 2010.
- 167) Anselin, L. : GIS research infrastructure for spatial analysis of real estate markets, *Journal of Housing Research*, Vol.9, No.1, pp.113–133, 1998.
- 168) Pace, R.K., Barry, R., and Simans, C.F. : Spatial statistics and real estate, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 17, No.1, pp.5–13, 1998.
- 169) Fingleton, B., and López-Bazo, E. : Empirical growth models with spatial effects, *Papers in Regional Science*, Vol.85, No.2, pp.177–198, 2006.
- 170) 江尻良, 奥村誠, 小林潔司 : 社会資本の生産性と経済成長 : 研究展望, 土木学会論文集, No.688/IV-53, pp.75–87, 2001.
- 171) Rey, S.J., and Montouri, B.D. : US regional income convergence: A spatial econometrics perspective, *Regional Studies*, Vol.33, No.2,

- pp.143–156, 1999.
- 172) Rey, S.J., and Dev, B. : σ -convergence in the presence of spatial effects, *Papers in Regional Science*, Vol.85, No.2, pp.217–234, 2006.
 - 173) López-Bazo, E., Vayá, E., Artis, M. : Regional externalities and growth: Evidence from European regions, *Journal of Regional Science*, Vol.44, No.1, pp.43–73, 2004.
 - 174) Vayá E., López-Bazo, E., Moreno, R., and Surinach, J. : Growth and externalities across economies: An empirical analysis using spatial econometrics, *Advances in Spatial Econometrics: Methodology, Tools and Applications* (eds. Anselin, L., Florax, R.J.G.M., and Rey, S.J.), pp.433–455, Berlin, Springer-Verlag, 2004.
 - 175) Egger, P., and Pfaffermayr, M. : Spatial convergence, *Papers in Regional Science*, Vol.85, No.2, pp.199–215, 2006.
 - 176) Fingleton, B., and López-Bazo, E. : Empirical growth models with spatial effects, *Papers in Regional Science*, Vol.85, No.2, pp.177–198, 2006.
 - 177) Ertur, C., and Koch, W. : Growth, technological interdependence and spatial externalities: Theory and evidence, *Journal of Applied Econometrics*, Vol.22, No.6, pp.1023–1062, 2007.
 - 178) Basile, R. : Regional economic growth in Europe: A semiparametric spatial dependence approach, *Papers in Regional Science*, Vol.87, No.4, pp.527–544, 2008.
 - 179) Le Gallo, J., and Dall'érba, S. : Spatial and sectoral productivity convergence between European regions, 1975–2000, *Papers in Regional Science*, Vol.87, No.4, pp.505–525, 2008.
 - 180) Pfaffermayr, M. : Conditional β - and σ -convergence in space: A maximum likelihood approach, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.39, No.1, pp.63–78, 2009.
 - 181) Fischer, M.M. : A spatial Mankiw-Romer-Weil model: theory and evidence, *The Annals of Regional Science*, Vol.47, No.2, pp.419–436, 2011.
 - 182) Abreu, M., de Groot, H.L.F., and Florax, R.J.G.M. : Space and growth: A survey of empirical evidence and methods, *Région et Développement*, Vol.21, pp.12–43, 2004.
 - 183) 中村良平 (2008) : 都市・地域における経済集積の測度 (上), 岡山大学経済学会雑誌, Vol.39, No.4, pp.99–121.
 - 184) Cliff, A., and Ord, J.K. : *Spatial Processes: Methods and Applications*, London, Pion, 1981.
 - 185) Arbia, G. : The role of spatial effects in the empirical analysis of regional concentration, *Journal of Geographical Systems*, Vol.3, No.3, pp.271–281, 2001.
 - 186) Rey, S.J., and M.V. Janikas : STARS: Space-time analysis of regional systems, *Geographical Analysis*, Vol. 38, No.1, pp.67–84, 2006.
 - 187) Kelejian, H.H., and Mukerji, P. : Important dynamic indices in spatial models, *Papers in Regional Science*, in print, 2011.
 - 188) Guillaín, R., and Le Gallo, J. : Agglomeration and dispersion of economic activities in and around Paris: an exploratory spatial data analysis, *Environment and Planning B*, Vol.37, No.6, pp.961–981, 2010.
 - 189) Rusche, K., Kies, U., and Schulte, A. : Measuring spatial co-agglomeration patterns by extending ESDA techniques, *Jahrbuch für Regionalwissenschaft*, Vol.31, No.1, pp.11–25, 2011.
 - 190) Berglund, S. and Karlström, A. : Identifying local spatial association in flow data, *Journal of Geographical Systems*, Vol.1, No.3, pp.219–236, 1999.
 - 191) Arbia, G., Espa, G., Giuliani, D., and Mazzitelli, A. : Detecting the existence of space-time clustering of firms, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.40, No.5, pp.311–323, 2010.
 - 192) Peeta, S. and Ziliaskopoulos, A.K. : Foundations of dynamic traffic assignment: The past, the present and the future, *Networks and Spatial Economics*, Vol.1, No.3–4, pp. 233–265.
 - 193) Hackney, J.K., Bernard, M., Bindra, S., and Axhausen, K.W. : Predicting road system speeds using spatial structure variables and network characteristics, *Journal of Geographical Systems*, Vol.9, No.4, pp.397–417, 2007.
 - 194) Karamianakis, Y., and Prastacos, P. : Forecasting traffic flow conditions in an urban network: Comparison of multivariate and univariate approaches, *Transportation Research Record-Journal of the Transportation Research Board*, No.1857, pp.74–84, 2003.
 - 195) Wang, X., and Kockelman, K. : Forecasting network data: Spatial interpolation of traffic counts using Texas data, *Transportation Research Record*, No. 2105, pp.100–108, 2009.
 - 196) Miura, H. : A study of travel time prediction using universal kriging, *Top*, Vol.18, No.1, pp. 257–270, 2010.
 - 197) Schuessler, N. and Axhausen, K.W. : Recent developments regarding similarities in transport modeling, presented at the 7th Swiss Transport Research Conference, 2007, <http://e-collection.library.ethz.ch/eserv/eth:30231/eth-30231-01.pdf>
 - 198) Mohammadian, A. K., Haider, M., and Kanaroglou, P.S. : Incorporating spatial dependencies in random parameter discrete choice models, paper presented at the 84th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, D.C., January 2005.
 - 199) Robertson, R.D., Nelson, G.C., and De Pinto, A. : Investigating the predictive capabilities of discrete choice models in the presence of spatial effects, *Papers in Regional Science*, Vol.88, No.2, pp.327–344, 2009.
 - 200) Miyamoto, K., Vichiensan, V., Shimomura, N., and Paez, A. : Discrete choice model with structuralized spatial effects for location analysis, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol.1898, pp.183–190, 2004.
 - 201) Smimov, O.A., and Egan, K.J. : Spatial random utility model with an application to recreation demand, *Economic Modelling*, in print, 2011.
 - 202) 屋井鉄雄, 中川隆広 : 構造化プロビットモデルの発展性, 土木計画学研究・論文集, Vol.13, pp.563–570, 1993.
 - 203) Chakir, R., and Parent, O. : Determinants of land use changes: A spatial multinomial probit approach, *Papers in Regional Science*, Vol.88, No.2, pp. 327–344, 2009.
 - 204) Griffith, D.A. : Spatial structure and spatial interaction: 25 years later, *The Review of Regional Studies*, Vol.37, No.1, pp.28–38, 2007.
 - 205) Curry, L. : A spatial analysis of gravity flows, *Regional Studies*, Vol.6, No.2, pp.137–147, 1972.
 - 206) Griffith, D.A., and Jones, K.G. : Explorations into the relationship between spatial structure and spatial interaction, *Environment and Planning A*, Vol.12, No.2, pp.187–201, 1980.
 - 207) LeSage, J.P., and Pace, R.K. : Spatial econometric modeling of origin-destination flows, *Journal of Regional Science*, Vol.48, No.5, pp.941–967, 2008.
 - 208) Flowerdew, R., and Aitkin, M. : A method of fitting the gravity model based on the Poisson distribution, *Journal of Regional Science*, Vol.22, No.2, pp.191–202, 1982.
 - 209) 爲季和樹, 堤盛人 : フロー間の空間的相関を考慮した負の二項重力モデル, 土木計画学研究・講演集, Vol.43, (CD-ROM 講演番号 : 344), 2011.
 - 210) Tsutsumi, M., and Tamesue, K. : Intraregional flow problem in spatial econometric model for origin-destination flows, *Environment and Planning B*, forthcoming.
 - 211) Griffith, D.A. : Visualizing analytical spatial autocorrelation components latent in spatial interaction data: An eigenvector spatial filter approach, *Computers, Environment and Urban Systems*, Vol.35, No.2, pp.140–149, 2011.

- 212) 竹内伝史：歩行者空間の住区内における分布解析，土木学会論文報告集，Vol.226，pp.45–55，1976.
- 213) 古谷知之：ベイズ地理的加重回帰モデルの地価モデル推定への適用，都市計画論文集，Vol.39，No.3，pp.787–792，2004.
- 214) Huang, B., Wu, B., and Barry, M. : Geographically and temporally weighted regression for modeling spatio-temporal variation in house prices, *International Journal of Geographical Information Science*, Vol.24, No.3, pp.383–401, 2010.
- 215) Mennis, J. : Mapping the results of geographically weighted regression, *The Cartographic Journal*, Vol.43, No.2, pp.171–179.
- 216) Tsutsumi, M., Shimada, A., and Murakami, D. : Land price maps of Tokyo metropolitan area, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, Vol.21, pp.193–202, 2011.
- 217) Smith, B.J., Yan, J., and Cowles, M.K. : Unified geostatistical modeling for data fusion and spatial heteroskedasticity with R Package Ramps, *Journal of Statistical Software*, Vol.25, No.10, 2008.
- 218) Tsutsumi, M., and Seya, H. : Measuring the impact of large-scale transportation project on land price using spatial statistical models, *Paper in Regional Science*, Vol.87, No.3, pp.385–401, 2008.
- 219) Páez, A., 内田敬，宮本和明：Urbanization and the urban heat island effect from a spatial descriptive approach，都市計画論文集，Vol.33，pp.67–72，1998.
- 220) Alesheikh, A.A., and Omidvari, M. : Application of gis in urban traffic noise pollution, *International Journal of Occupational Hygiene*, Vol.2, No.2, pp.87–92, 2011.
- 221) Kerry, R., Goovaerts, P., Haining, R.P., and Ceccato, V. : Applying geostatistical analysis to crime data : Car-related thefts in the Baltic States, *Geographical Analysis*, Vol.42, No.1, pp.53–77.
- 222) Banerjee, S., Gelfand, A.E., Finley, A.O., and Sang, H. : Gaussian predictive process models for large spatial data sets, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, Vol.70, No.4, pp.825–848, 2008.
- 223) Cressie, N.A.C., and Johannesson, G. : Fixed rank kriging for very large spatial data sets, *Journal of the Royal Statistical Society B*, Vol.70, No.1, pp.209–226, 2008.
- 224) Rodrigues, A., and Diggle, P.J. : A class of convolution-based models for spatio-temporal processes with non-separable covariance structure, *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol.37, No.4, pp.553–567, 2010.
- 225) Hall, D.L. : Mathematical Techniques in Multisensor Data Fusion, Artech House, Inc., Norwood, MA, USA, 2004.
- 226) Nguyen, H. : Spatial statistical data fusion for remote sensing applications, UCLA Statistics Dissertations, 2009. <http://theses.stat.ucla.edu/abstract.php?dissertation=104>
- 227) Hiemstra, P.H., Pebesma, E.J., Twenhöfel, C.J.W., and Heuvelink, G.B.M. : Automatic real-time interpolation of radiation hazards: a prototype and system architecture considerations, *International Journal of Spatial Data Infrastructures Research*, Vol.3, pp.58–72, 2008.
- 228) Pucci Jr., A.A., and Murashige, J.A.E. : Applications of universal kriging to an aquifer study in New Jersey, *Ground Water*, Vol.25, No.6, pp.672–678, 1987.
- 229) Atkinson, P.M., and Lloyd, C.D. : Non-stationary variogram models for geostatistical sampling optimisation: An empirical investigation using elevation data, *Computers & Geosciences*, Vol.33, No.10, pp.1285–1300, 2007.
- 230) Hernández, J., and Emery, X. : A geostatistical approach to optimize sampling designs for local forest inventories, *Canadian Journal of Forest Research*, Vol.39, No.8, pp.1465–1474, 2009.
- 231) Gotway, C.A., and Young, L.J. : Combining incompatible spatial data, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.97, No.458, pp.632–648, 2002.
- 232) Sadahiro, Y. : Accuracy of areal interpolation: A comparison of alternative methods, *Journal of Geographical Systems*, Vol.1, No.4, pp.323–346, 1999.
- 233) Kyriakidis, P.C. : A geostatistical framework for area-to-point spatial interpolation, *Geographical Analysis*, Vol.36, No.3, pp.259–289, 2004.
- 234) Wikle, C.K., and Berliner, L.M. : Combining information across spatial scales, *Technometrics*, Vol.47, No.1, pp.80–91, 2005.
- 235) Yoo, E.-H., and Kyriakidis P.C. : Area-to-point kriging with inequality-type data, *Journal of Geographical Systems*, Vol.8, No.4, pp.357–390, 2006.
- 236) Yoo, E.-H., Kyriakidis, P.C., and Tobler, W. : Reconstructing population density surfaces from areal data: A comparison of Tobler's pycnophylactic interpolation method and area-to-point kriging, *Geographical Analysis*, Vol.42, No.1, pp.78–98, 2010.
- 237) Murakami, D., and Tsutsumi, M. : A new areal interpolation method based on spatial statistics, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, Vol.21, pp.230–239, 2011.
- 238) 堤盛人，村上大輔：市町村合併による統計データの集計単位変更に対する空間計量経済モデルを用いた面補間法，応用地域学研究，Vol.15，pp.23–35，2010.
- 239) 瀬谷創，堤盛人，井上亮，石田東生，岡本直久：移動平均モデルに基づく時空間内挿，応用地域学研究，Vol.13，pp.47–57，2008.
- 240) 柏谷増男：土木計画学研究30年の成果と展望，第30回土木計画学シンポジウム 新しい国づくり・街づくりをめざして（土木学会 土木計画学研究委員会編），pp.31–38，土木学会，1996.
- 241) 堤盛人：一般均衡理論による計測便益の統計的性質，森杉壽芳編著：社会資本整備の便益評価—一般均衡理論によるアプローチ，pp.63–70，勁草書房，1997.

(2011. 9. 30 受付)

PERSPECTIVE ON APPLIED SPATIAL STATISTICS: FOCUSING ON THE APPLICATION TO INFRASTRUCTURE PLANNING

Morito TSUTSUMI and Hajime SEYA

Applied spatial statistics mainly involves the application of spatial statistical and spatial econometric techniques, and it is an excellent tool for modeling geospatial data. Spatial statistics, which includes elements of geostatistics, originated from mining engineering, and spatial econometrics originated from regional science. The recent advancements in the field of geographic information systems (GIS) have provided researchers and practitioners access to detailed spatial datasets and have allowed them to apply the abovementioned techniques to socioeconomic data. However, to the best of our knowledge, there are no significant reviews on the empirical application of these techniques. Hence, the purpose of this study was to review literatures on the empirical application, especially in infrastructure planning. This paper also discusses the future direction of applied spatial statistics in detail.