

# リンク交通量を用いた最尤推定法による改良型ロジットモデルのパラメータ推定

道下 健二<sup>1</sup>・中山晶一朗<sup>2</sup>・高山 純一<sup>3</sup>

<sup>1</sup>学生会員 金沢大学 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: kenji12m@stu.kanazawa-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 金沢大学 理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp

<sup>3</sup>フェロー 金沢大学 理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: takayama@t.kanazawa-u.ac.jp

本研究の目的は確率的利用者均衡において改良型のロジットモデルを用いた交通量配分計算の性質を解明し、金沢道路ネットワークに適用することにある。また、そのためには改良型ロジットモデルに用いられるパラメータの推定を行う必要がある。そこで、リンク交通量を用いた最尤推定法によるパラメータ推定を行い、経路選択行動を分析するために、交通量配分を行う。交通量配分を行うことで各リンク交通量を予測することが可能となり、それによりネットワークのサービス水準を知ることができる。その配分結果を利用することにより、交通ネットワークの計画や評価を行うことが可能となる。

**Key Words** : *parameter estimation, maximum likelihood estimation*

## 1. はじめに

2006年4月、かつてから計画が練られていた山側環状道路が金沢市に開通した。この山側環状道路は起点を金沢市今町として白山市乾町までをつなぐ道路であり、道路延長は26.4kmで一部を除き4車線で構成されている。山側環状の全線開通により、地形的に分断されている区間(浅野川～小立野・涌波台地～犀川～寺町台地間)の交通アクセスは大幅に改善された。また、都心部における通過交通が山側環状に流出することで、自動車を利用するドライバーにとっては、快適な交通環境(旅行時間の短縮, 交通渋滞問題の緩和, 交通事故の減少)が提供されるのでその開通の影響は大きい。

確率的利用者均衡に用いられる多項ロジットモデル(Multinomial Logit 以下 MNL)は各選択肢の誤差項が互いに独立であることを仮定しているが、一般的なネットワークでは経路間に多くの共有リンクが存在するため、各々のリンクの属性間の相関パターンは複雑となる。MNLをこのようなネットワークに適用するならば、リンクを共有している経路に対して非現実的なほど大きな交通量が負荷される。これがいわゆるIIA特性である。IIA特性を緩和させるモデルとして、MNLを改良したモデル

が考案されている。

本研究の目的は確率的利用者均衡において経路の重複を考慮し、IIA特性を緩和させるモデルとしての改良型のロジットモデルを用いた交通量配分計算の性質を解明し、金沢道路ネットワークに適用することにある。また、そのためには改良型ロジットモデルに用いられるパラメータの推定を行う必要がある。そこで、本研究では山側環状道路開通後の経路選択行動を分析するために、交通量配分を行う。交通量配分を行うことで各リンク交通量を予測することが可能となり、それによりネットワークのサービス水準を知ることができる。そして、その配分結果を利用することにより、交通ネットワークの計画や評価を行うことが可能となる。

## 2. 本研究で用いる計算理論

### (1) Dial のアルゴリズム

通常の定式化された確率配分モデルは経路変数を用いて表現されているため、経路を列挙しなければならない。しかし、大きな交通ネットワークでは経路数が膨大であるため、それらを列挙することは不可能である。そこで、

確率的利用者均衡配分の解法として、Dial は経路の列挙プロセスを用いないロジット関数を用いた有効な方法を示した。このアルゴリズムでは経路を明示的に扱うことなく交通量配分することができるのが大きな特徴である。ロジットモデルとの等価性が確認されたことにより、広く交通量配分で用いられることとなった。

### (2) 経路重複を考慮した改良型ロジットモデル

経路重複を考慮したロジットモデルとは、効用最大化理論に基づく通常のロジットモデルが有する問題点である IIA 特性を緩和させるために効用の確定項などに改良を加えたものであり、Path-size-logit モデル（以下 PSL）、C-logit モデル等が提案されている。

これらのモデルは経路間の重複の表現を行っているので、リンクごとの交通量を推計する Dial のアルゴリズムでは、その適用は困難である。そこで、兵藤<sup>1)</sup>や Russo and Vietta は Dial のアルゴリズムに適用可能で、リンク単位で重複経路数に応じた補正を行うことができるモデルとして、それぞれ PSL と C-logit を改良したモデル（以下、DPSL、DC-logit）を作成している。

### (3) 最尤推定法

ネットワーク均衡分析の際のパラメータ推定では、均衡モデルで算出される計算交通量と、実交通量の二乗誤差が最小になるようにパラメータ推定されることが多かった。このような最小二乗法では、各リンクの交通量が独立であることが前提とされている。しかし、実際の交通量はリンク間で独立ではなく、近接するリンクではその相関はかなり高い。そこで、本研究では、最尤推定法を用いてリンク交通量間の相関を考慮したパラメータ推定を行う。

経路選択確率を  $P_k$ 、経路交通量を  $f_k$  とすると、ロジットパラメータ  $\theta$  は (1) 式によって推定される。

$$\max_{\theta} = (P_1)^{f_1} (P_2)^{f_2} (P_3)^{f_3} \dots (P_n)^{f_n} \quad (1)$$

$$P_k = \frac{W[Z \rightarrow s] W[Y \rightarrow Z] \dots W[r \rightarrow A]}{\sum_m W[m \rightarrow s] \sum_m W[m \rightarrow Z] \dots \sum_m W[m \rightarrow A]} \quad (2)$$

ここで、(2)式を用いることで、経路選択肢集合を作ることなくパラメータ推定を行うことが可能である。

## 3. 仮想ネットワークへの適用

式 (3) は PSL モデルの経路選択確率であるが、この式に含まれるロジットパラメータ  $\theta$  と未知パラメータ  $\beta$  を推定する必要がある。パラメータ推定の練習として図

-1 に示す 2x2 格子状ネットワークを考え、DPSL モデルでの推定を行った。

$$P_k = \frac{\exp[-\theta c_k + \beta_{ps} PS_k]}{\sum_{k'} \exp[-\theta c_{k'} + \beta_{ps} PS_{k'}]} \quad (3)$$

$$PS_k = \sum_{a \in A_k} \frac{L_{ij}}{L^{\min}} \times \ln \left[ \frac{1}{M \cdot q_a} \right] \quad (4)$$

$P_k$  :  $k$  番目経路の選択確率,  $c_k$  :  $k$  番目経路の旅行時間,  $\theta$  : ロジットパラメータ,  $\beta_{ps}$  : 未知パラメータ,  $PS_k$  : PS 補正項,  $L_{ij}$  : リンク  $ij$  のリンク長,  $L^{\min}$  : 最短認識経路長,  $M$  : 着ノードへのリンクウェイト関数値,  $q_a$  : 有効リンク選択確率

図-1 は戻りを仮定しないモデルであり、起点を Node1、終点を Node 9 とし、Node1 から Node 9 に対して 10000 台の交通量を流すと仮定する。また、リンク上の数字は自由走行時間を表している。旅行時間は式 (5) に示す BPR 関数を用いて表され、交通量は収束計算を行って与えられる。交通容量はすべてのリンクで 5000 台/h としている。ここで、仮想ネットワークでは実測値が得られないため、 $\theta=0.5$ ,  $\beta=3$  での Dial のアルゴリズムによる計算結果を実測値の代用とし、乱数によって発生

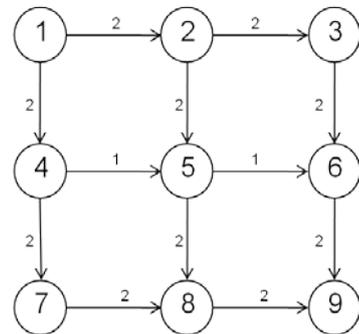


図-1 2x2 格子状ネットワーク

表-1 パラメータ推定結果

	$\theta$	$\beta$
1回目	0.492	2.98
2回目	0.548	3.15
3回目	0.473	2.93
4回目	0.496	3.03
5回目	0.524	2.94
6回目	0.484	2.97
7回目	0.518	3.04
8回目	0.473	2.93
9回目	0.532	3.10
10回目	0.484	3.07
平均	0.502	3.01
真値	0.500	3.00

させた 10 セットの交通量データから  $\theta$  を推定する。

$$t_a(x_a) = t_a^0 \left\{ 1 + 0.15 \left( \frac{x_a}{c_a} \right)^4 \right\} \quad (5)$$

$t_a^0$  = リンク  $a$  の自由走行時間,  $x_a$  = リンク  $a$  の交通量,  
 $c_a$  = リンク  $a$  の交通容量

推定結果は表-1 に示す通りとなった。  $\theta$  は真値 0.5 に対して平均は 0.502,  $\beta$  真値 3 に対して平均は 3.01 と真値に近い値を得ることができた。

#### 4. 金沢市道路ネットワーク概要

使用する OD 交通量データは、平日における朝 7:00～8:00 のデータであり、ノード数は 258, リンク数は 637 である。リンク旅行時間は BPR 関数によって表される。自由走行時間はリンクの距離を制限速度で除した値を用いる。交通容量は平成 17 年度道路交通センサス一般交通量調査箇所別基本表に示されていた交通量を混雑度で除した値を用いる。

平成 17 年度道路交通センサス一般交通量調査箇所別基本表だけでは表示されないリンクも多いので、全てのリンクに対してデータをそろえることができない。

そこで、センサスに表示されない区間の交通容量は小

松<sup>3)</sup>が仮定したように車線数を参考に設定した。また、リンク距離は金沢市の住宅地図から算出した。

#### 5. 金沢市道路ネットワークへの適用結果

これまでに示したように、金沢市道路ネットワークにおいて推定計算プログラムを実行し、通常の Dial のアルゴリズム、Dial 組み込み型 Path-size-logit(DPSL)モデル、Dial 組み込み型 C-logit(DC-logit)モデルのロジットパラメータ  $\theta$  と補正項のパラメータ  $\beta$  を推定する。ここで、一般的な Dial のアルゴリズムの有効経路の条件は PPA である。MPA では有効経路の条件が厳しいため、経路選択が不自然になる場合があり、実際に交通流が流れないリンクも多数存在してしまうため、PPA を有効経路の条件として用いることとする。

まず通常の Dial のアルゴリズムでの推定結果は  $\theta=0.20$  となった。ここで、図-2 に MNL での推計を行った結果と観測値との相関を示す。改良型ロジットモデルである DPSL モデル、DC-logit モデルでの推計結果は DPSL モデルが  $\theta=0.22$ ,  $\beta=0.1$ , DC-logit モデルが  $\theta=0.19$ ,  $\beta=0.2$  となった。

どのモデルも、観測交通量と推計交通量は特に大きく乖離する部分も少なく、相関係数も 0.85 以上なので、相関が見られると判断できる。

また、比較として最小二乗法を用いた推計を行った結

表-2 車線数から仮定した交通容量の値

交通容量	車線
100	1車線
400	狭い2車線
500	2車線
800	狭い4車線
1000	4車線
1500	4車線の主要幹線

表-3 推定結果 (MNL)

	推定結果
$\theta$	0.2
決定係数	0.72268
相関係数	0.85011

表-4 推定結果(改良型ロジットモデル)

	DC	DPSL
$\theta$	0.19	0.22
$\beta$	0.2	0.1
決定係数	0.72317	0.72322
相関係数	0.85039	0.850423

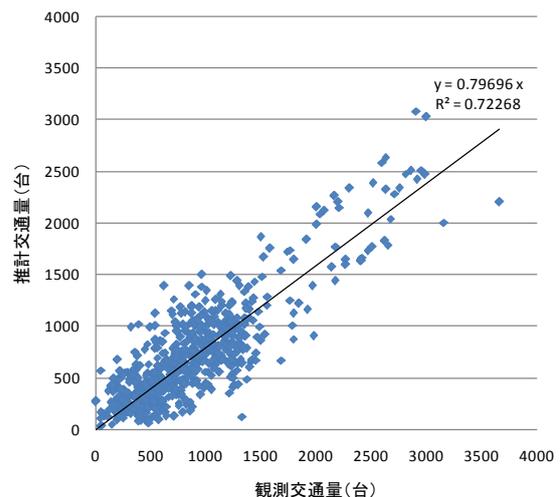


図-2 金沢市道路ネットワークにおける相関図  
 ( $\theta=0.20$ , 最尤法, MNL)

表-5 推定結果(最小二乗法)

	推定結果
$\theta$	0.4
決定係数	0.72534
相関係数	0.85167

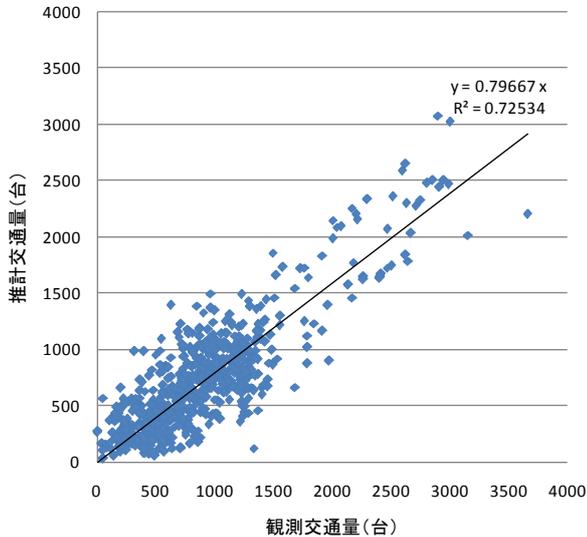


図-3 金沢市道路ネットワークにおける相関図  
( $\theta=0.40$ , 最小二乗法, MNL)

果を図-3 に示す。最小二乗法による推定結果は  $\theta=0.40$  となった。最小二乗法の方が相関係数が大きく、最尤推定法の方が近似線の式は  $y=x$  に近いという結果が得られたが、その差はわずかで、大きな違いは見られなかった。

図-2、図-3 を見ると、推計値は観測値よりも過小推計されている。こちらはパラメータ  $\theta$  の設定よりも収束率を 0.1 から 0.01 に厳しくするなど、収束計算の条件を変化させることによって解消されると考えられる。また、改良型ロジットモデルを用いることで、若干ではあるが相関は向上することが示された。

## 6. おわりに

本研究では Dial のアルゴリズムに経路重複を考慮した改良モデルを組み込んだモデルのパラメータを推定するプログラムを構築し、構築したプログラムを仮想ネットワークと金沢市道路ネットワークに適用した。また、得られた推定結果を用いて配分計算を行い、推定されたパラメータの有意性を検討した。有意性については、仮想格子状ネットワークと金沢市道路ネットワークにおける推定計算プログラムの適用結果は、比較的良好であると考えられるが、いくつか課題があげられる。

まず、今回使用したモデル(DC-logit, DPSL)は経路長(旅行時間)の重複率を表すため、最短経路(旅行時間)を経路の代表値としている。そのため、本来ならばすべての OD ペアに対して、OD に対する最短経路を求めるべきだが、計算プログラムが複雑になることと、計算時間が膨大になることから、発生ノードから一番遠いノードまでの最短認識経路(旅行時間)を経路の代表値とした。そのため、補正項の影響が過小になってしまったということも考えられる。

次に、補正項に用いられるリンク通過経路数も、ある規範を満たした経路を選択肢と考えた場合のロジット型確率配分モデルによるものであるため、実際の通過経路数とは異なる。

今後これら問題を解決することで、金沢市道路ネットワークでの配分計算の精度はさらに上昇すると考えられる。

## 参考文献

- 1) 兵藤哲郎：大型貨物車走行経路のモデル分析，テクニカルレポート，  
[http://www2.kaiyodai.ac.jp/press/h1805\\_shiryo.html](http://www2.kaiyodai.ac.jp/press/h1805_shiryo.html)，2006.
- 2) 社団法人土木学会：交通ネットワークの均衡分析—最新の理論と解法—，土木学会，1998.
- 3) 小松良幸：「交通需要の不確実性を考慮した準動的配分モデルに関する研究」，金沢大学，平成 19 年度修士学位論文，2007