

災害リスクの動学的な地域間配分と 防災投資に関する分析

瀬木 俊輔¹・石倉 智樹²・横松 宗太³

¹学生会員 学生会員 京都大学工学研究科都市社会工学専攻 博士後期課程
(〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)

E-mail: segi.shunsuke@kt3.ecs.kyoto-u.ac.jp

²正会員 東京大学特任准教授 工学系研究科社会基盤学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

E-mail: ishikura@csur.t.u-tokyo.ac.jp

³正会員 京都大学准教授 防災研究所巨大災害研究センター (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail: yoko@drs.dpri.kyoto-u.ac.jp

災害リスクに対処する方法には、防災投資と、金融商品を活用した他地域への災害リスクの移転がある。本研究は、災害リスクに晒されている地域と、晒されていない地域の2地域が存在する動学的なマクロ経済モデルを定式化し、これを用いて、以下の二点について分析を行った。一点目は、災害リスクのパレート最適な地域間配分の行われ方および、それが経済にもたらす長期的な効果についての分析である。二点目は、防災投資の効果と災害リスクの他地域への移転の効果の相違点と類似点、および、両者の相互への影響についての分析である。分析の結果、防災投資と災害リスクの移転は、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」を共通して持ち、両者はこの効果について代替的な関係にあることがわかった。

Key Words : *disaster prevention, risk sharing, macroeconomic model, dynamic stochastic general equilibrium*

1. 始めに

災害リスクに晒されている地域が、このリスクに対処する方法の一つは、防災投資を行うことによって、災害発生時の物理的な被害を軽減することである。これは災害リスクに対処するための基本的な手段であるが、この他にも対処の手段は存在する。それは、金融商品を活用して、他地域に災害リスクを移転することである。

例えば、他地域の経済主体に保険料を支払うことによって、災害保険を引き受けてもらえば、災害が生じて地域内の物的な資本が破壊されたとしても、保険を引き受けた経済主体から支払われる保険金によって、資本ストックを短期間で回復させることができる。

災害リスクを他地域に移転することができる金融商品は、災害保険だけではない。Catastrophe Bond、もしくは、Cat Bondと呼ばれる証券を用いることによって、同様のことが可能となる。Cat Bondとは、定められた期間内に災害が発生しなかった場合には、元本に加え、通常の債券よりも高い利子を受け取ることができるが、災害が発生した場合には、元本の一部もしくは全額が没収され

るという機能を持つ債券である。災害リスクに晒されている地域は、Cat Bondを発行して、他地域の投資家から資金を集めておき、災害が発生した場合には、この資金を活用することによって、短期間で災害からの復興を実現することができる。

また、他地域の経済主体が発行する債券を買うことも、災害リスクに対処する手段の一つである。災害が発生したときには、この債権を売ることによって、復興に必要な資金を調達することができる。

いずれにせよ、金融商品を用いた災害リスクの移転には、一般的に、リスクの移転先となる他の地域との経済交流が必要となる。もちろん、同じ地域内でも、住民の嗜好や所有する資産の金額に異質性が存在したり、災害が全ての住民に同質的な被害をもたらすものでなかったりすれば、地域住民の間でリスク配分を行うことも可能である。しかし、地域全体に大規模な被害を及ぼす災害の場合は、このようなリスク配分はあまり期待できないと考えられる。

それでは、災害リスクに晒されている地域と、その他の地域との間の長期的なリスク配分は、どのように行わ

れるのが効率的なのであろうか。また、リスク配分の結果、災害に晒されている地域の長期的なGRPや消費の水準は、他の地域と交流が無い場合と比較して、どのように変化するのであろうか。

経済学の枠組みで自然災害リスクの地域間配分を扱った研究として、例えば小林・横松(2000)¹⁾は災害によって地域家計に同時到着する被害のリスクをパレート効率的に配分する方法として、相互保険とArrow証券を組み合わせた災害保険システムを定式化している。そしてそのような市場を通じて防災投資便益を計測する方法を提案している。また、横松・小林・田中(2001)²⁾では、地域間人口移動が存在する空間経済において、地方自治体が分権的に災害リスクの市場取引や防災投資を行う戦略について分析している。しかし以上の研究は静学的な枠組みにとどまっており、災害リスク政策が長期的な資本蓄積や経済成長に与える影響については検討されていない。

本研究では、災害リスクに晒されている地域と、晒されていない地域の2地域が存在する動学的なマクロ経済モデルを定式化し、この2地域間でパレート最適なリスク配分が行われる状況を分析する。また、防災投資と他地域へのリスク移転が経済に及ぼす長期的な効果には、どのような類似点と相違点があるのか、および、両者は相互にどのような影響を与えるのかについても、このモデルを用いて分析を行う。

以下、2章では、モデルの定式化を行う。3章では、2章で定式化したモデルを数値解析によって分析した結果と考察を述べる。4章では、本研究の結論を述べる。

2. モデル

本研究では、災害リスクに晒された地域（地域1と呼ぶ）と、災害リスクに晒されていない地域（地域2と呼ぶ）が存在する経済を定式化する。

財は両地域の間を移動することができるが、人口の移動は無いものとする。また、資本市場は各地域で閉じているものとする。なお、本研究で定式化する経済は、一財経済であるが、債券を通じた異時点間の貸借が行われるため、財の地域間の移動が分権的にも生じる。

地域2は、地域1を除いた残りの世界と考えることもできる。災害リスクが存在する地域は世界中に存在するが、世界経済の巨視的な規模からみれば、個々の災害の被害は比較的小さく、集計的には災害リスクは存在しないものとして扱っても、それほど問題は無いと考えられるためである。

以下では、地域1と地域2の間で変数やパラメータを区別する必要がある場合には、地域1の変数には X^1 、地域2の変数には X^2 のように添字を付けて表す。

(1) 経済構造の定式化

a) 地域1の経済構造

地域1の人口および技術水準は通時的に一定であるものとし、人口は1に基準化しておく。地域1の労働力は、地域1の人口に一致するものとする。

t 期の期首における地域1の生産資本のストックを K_t^1 、防災資本のストックを G_t^1 と表す。ここで、生産資本とは、生産活動に寄与する通常の資本を意味しており、防災資本とは、災害が生じたときの生産資本の被害を軽減する資本を意味している。

t 期において災害が発生する場合は、期首から生産活動が行われるまでの期間に生じるものとする。災害発生確率は通時的に一定であるものとし、その値を p で表す。

表記を簡潔にするため、災害の生起を表す確率変数 z_t を導入する。 t 期において災害が生じる場合には、 z_t は値1を取り、生じない場合には、 z_t は値0を取るものとする。すなわち、

$$P(z_t = 1) = p \quad (1)$$

$$P(z_t = 0) = 1 - p \quad (2)$$

と表されるものとする。ここで、 $P(z_t = x)$ は、 z_t が値 x を取る確率を表す。

t 期の生産活動が行われるときの、地域1の生産資本と防災資本のストックを、それぞれ $K_{AD,t}^1$ 、 $G_{AD,t}^1$ とする。確率変数 z_t を用いて、 $K_{AD,t}^1$ と $G_{AD,t}^1$ は次のように表されるものとする。

$$K_{AD,t}^1 = K_t^1 - \Psi_K(K_t^1, G_t^1)z_t \quad (3)$$

$$G_{AD,t}^1 = G_t^1 - \Psi_G(K_t^1, G_t^1)z_t \quad (4)$$

ここで、 $\Psi_K(K, G)$ と $\Psi_G(K, G)$ はそれぞれ、災害が生じたときの生産資本と防災資本の被害額を表す関数である。どちらの関数も二回微分可能であるものとする。

また、 $\Psi_K(K, G)$ は G の単調減少関数であるものとする。

地域1が持つ生産技術は、生産資本 K と労働力 N についての生産関数 $F^1(K, N)$ で表されるものとする。

$F^1(K, N)$ は二回微分可能な一次同次の関数とする。生産物は一種類のみであり、消費財としても投資財としても利用可能であるものとする。

生産資本と労働力は、非弾力的に供給されるものとする。よって、 t 期における地域1の地域内総生産（GRP）を Y_t^1 と表すと、

$$Y_t^1 = F^1(K_{AD,t}^1, 1) \quad (5)$$

と表せる。もしくは、関数 $f^1(K)$ を、

$$f^1(K) = F^1(K, 1) \quad (6)$$

と定義すると、

$$Y_t^1 = f^1(K_{AD,t}^1) \quad (7)$$

と表せる。

地域1の生産資本と防災資本の遷移式は、次のように表されるものとする。

$$K_{t+1}^1 = (1 - \delta_K) K_{AD,t}^1 + I_{K,t}^1 \quad (8)$$

$$G_{t+1}^1 = (1 - \delta_G) G_{AD,t}^1 + I_{G,t}^1 \quad (9)$$

ここで、 $I_{K,t}^1$ と $I_{G,t}^1$ はそれぞれ、 t 期における地域1の生産資本への投資と防災資本への投資を表す。 $I_{K,t}^1$ と $I_{G,t}^1$ には非負制約があるものとする。

$$I_{K,t}^1 \geq 0 \quad (10)$$

$$I_{G,t}^1 \geq 0 \quad (11)$$

t 期における地域1の代表的家計の瞬間的効用は、 t 期における地域1の消費 C_t^1 を用いて、 $u(C_t^1)$ と表されるものとする。ここで、関数 $u(C)$ は二階微分可能かつ単調増加な凹関数で、さらに次の性質を満たすものとする。

$$\lim_{C^1 \rightarrow 0} u'(C^1) = \infty \quad (12)$$

$$\lim_{C^1 \rightarrow \infty} u'(C^1) = 0 \quad (13)$$

t 期における地域1の代表的家計の効用は、次の式で表されるものとする。

$$E_t \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(C_\tau^1) \right] \quad (14)$$

ここで、 β は割引因子を表す。

b) 地域2の経済構造

地域2の経済構造は、災害が生じない他は、地域1とほぼ同じである。

地域2の人口および技術水準は通時的に一定であるものとし、人口は N^2 とする。地域2の労働力は、地域2の人口に一致するものとする。

t 期の期首における地域2の生産資本のストックを K_t^2 と表す。

地域2が持つ生産技術は、生産資本 K と労働力 N についての生産関数 $F^2(K, N)$ で表されるものとする。 $F^2(K, N)$ は二階微分可能な一次同次の関数とする。生産物は地域1と同じものであるとする。

生産資本と労働力は、非弾力的に供給されるものとする。よって、 t 期における地域2のGRPを Y_t^2 と表すと、

$$Y_t^2 = F^2(K_t^2, N^2) \quad (15)$$

と表せる。もしくは、関数 $f^2(K)$ を、

$$f^2(K) = F^2(K, N^2) \quad (16)$$

と定義すると、

$$Y_t^2 = f^2(K_t^2) \quad (17)$$

と表せる。

地域2の生産資本の遷移式は、次のように表されるものとする。

$$K_{t+1}^2 = (1 - \delta_K) K_t^2 + I_{K,t}^2 \quad (18)$$

ここで、 $I_{K,t}^2$ は、 t 期における地域2の生産資本への投資を表す。 $I_{K,t}^2$ には非負制約があるものとする。

$$I_{K,t}^2 \geq 0 \quad (19)$$

t 期における地域2の代表的家計の瞬間的効用は、 t 期における地域2の消費 C_t^2 を用いて、 $u(C_t^2/N^2)$ と表されるものとする。

t 期における地域2の代表的家計の効用は、次の式で表される。

$$E_t \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u \left(\frac{C_\tau^2}{N^2} \right) \right] \quad (20)$$

割引因子 β は両地域で等しいものとする。そうでなければ、パレート最適な資源配分の下では、時間が経過するにつれて、割引因子の小さい地域の消費が0に収束していくことになるためである。

c) 財市場の均衡

生産物は輸送コスト無しで、両地域の間を移動できるものとする。よって、均衡においては次の式が成立する。

$$Y_t^1 + Y_t^2 = C_t^1 + C_t^2 + I_{K,t}^1 + I_{G,t}^1 + I_{K,t}^2 \quad (21)$$

(2) 集権的なリスク配分

パレート最適なリスク配分を求めるため、両地域の経済活動を集権的に操作する社会計画者のパレート問題を定式化する。

0期において社会計画者が解く最適化問題を、次のように定式化する。

$$\max_{\{C_t^1, C_t^2, K_{t+1}^1, G_{t+1}^1, K_{t+1}^2\}_{k=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ u(C_t^1) + \kappa^2 u \left(\frac{C_t^2}{N^2} \right) \right\} \right] \quad (22)$$

$$\text{s. t. (1)-(4), (7)-(11), (17)-(19), (21)}$$

$$K_0^1, G_0^1, K_0^2, z_0 : \text{given}$$

ここで、 $\kappa^2 > 0$ は地域2のパレート荷重を表す定数で

ある（地域1のパレート荷重は1に固定する）．任意のパレート最適ナリスク配分は，ある κ^2 の値の下での最適化問題(22)の解として表すことができる．

最適化問題(22)の解の必要条件を求めめるため， t 期におけるラグランジアン L_t を次のように定式化する．

$$\begin{aligned}
L_t = E_t & \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} \left\{ u(C_{\tau}^1) + \kappa^2 u\left(\frac{C_{\tau}^2}{N^2}\right) \right. \right. \\
& + \Lambda_{\tau} \left[f^1(K_{\tau}^1 - \Psi_{K,\tau} z_{\tau}) + f^2(K_{\tau}^2) \right. \\
& + (1 - \delta_K)(K_{\tau}^1 - \Psi_{K,\tau} z_{\tau}) - K_{\tau+1}^1 \\
& + (1 - \delta_G)(G_{\tau}^1 - \Psi_{G,\tau} z_{\tau}) - G_{\tau+1}^1 \\
& \left. \left. - C_{\tau}^1 - C_{\tau}^2 \right] \right. \\
& + M_{K,\tau}^1 \left[K_{\tau+1}^1 - (1 - \delta_K)(K_{\tau}^1 - \Psi_{K,\tau} z_{\tau}) \right] \\
& + M_{G,\tau}^1 \left[G_{\tau+1}^1 - (1 - \delta_G)(G_{\tau}^1 - \Psi_{G,\tau} z_{\tau}) \right] \\
& \left. \left. + M_{K,\tau}^2 \left[K_{\tau+1}^2 - (1 - \delta_K)K_{\tau}^2 \right] \right] \right] \quad (23)
\end{aligned}$$

ここで， Λ_{τ} ， $M_{K,\tau}^1$ ， $M_{G,\tau}^1$ ， $M_{K,\tau}^2$ はラグランジウ乗数である．また， $\Psi_{K,\tau}$ と $\Psi_{G,\tau}$ はそれぞれ， $\Psi_K(K_{\tau}^1, G_{\tau}^1)$ と $\Psi_G(K_{\tau}^1, G_{\tau}^1)$ の略記である．

L_t を t 期に決定する変数である C_t^1 ， C_t^2 ， K_{t+1}^1 ， G_{t+1}^1 ， K_{t+1}^2 について偏微分することで，一階の必要条件である式(24)-(28)が得られる．

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_t^1} = u'(C_t^1) - \Lambda_t = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_t^2} = \frac{\kappa^2}{N^2} u'\left(\frac{C_t^2}{N^2}\right) - \Lambda_t = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial K_{t+1}^1} = -\Lambda_t + M_{K,t}^1 + \beta E_t \left[\right.$$

$$\begin{aligned}
& \Lambda_{t+1} \left\{ \left(\frac{df^1}{dK}(K_{AD,t+1}^1) + 1 - \delta_K \right) \left(1 - \frac{\partial \Psi_{K,t+1}}{\partial K} z_{t+1} \right) \right. \\
& \left. + (1 - \delta_G) \left(1 - \frac{\partial \Psi_{G,t+1}}{\partial K} z_{t+1} \right) \right\} \\
& - M_{K,t+1}^1 (1 - \delta_K) \left(1 - \frac{\partial \Psi_{K,t+1}}{\partial K} z_{t+1} \right) \\
& \left. - M_{G,t+1}^1 (1 - \delta_G) \left(1 - \frac{\partial \Psi_{G,t+1}}{\partial K} z_{t+1} \right) \right] = 0 \quad (26)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial G_{t+1}^1} = -\Lambda_t + M_{G,t}^1 + \beta E_t \left[\right.$$

$$\begin{aligned}
& \Lambda_{t+1} \left\{ \left(\frac{df^1}{dK}(K_{AD,t+1}^1) + 1 - \delta_K \right) \left(-\frac{\partial \Psi_{K,t+1}}{\partial G} z_{t+1} \right) \right. \\
& \left. + (1 - \delta_G) \left(1 - \frac{\partial \Psi_{G,t+1}}{\partial G} z_{t+1} \right) \right\} \\
& - M_{K,t+1}^1 (1 - \delta_K) \left(-\frac{\partial \Psi_{K,t+1}}{\partial G} z_{t+1} \right) \\
& \left. - M_{G,t+1}^1 (1 - \delta_G) \left(1 - \frac{\partial \Psi_{G,t+1}}{\partial G} z_{t+1} \right) \right] = 0 \quad (27)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial K_{t+1}^2} = -\Lambda_t + M_{K,t}^2 + \beta E_t \left[\right.$$

$$\Lambda_{t+1} \left(\frac{df^2}{dK}(K_{t+1}^2) + 1 - \delta_K \right) \left. \right] = 0 \quad (28)$$

予算制約式(21)と，一階の必要条件である(24) - (28)と，クーン＝タッカー条件(10)，(11)，(19)，(29) - (34)が，最適化問題(22)の解の必要条件である．

$$M_{K,t}^1 \geq 0 \quad (29)$$

$$M_{G,t}^1 \geq 0 \quad (30)$$

$$M_{K,t}^2 \geq 0 \quad (31)$$

$$M_{K,t}^1 \left[K_{t+1}^1 - (1 - \delta_K)(K_t^1 - \Psi_{K,t} z_t) \right] = 0 \quad (32)$$

$$M_{G,t}^1 \left[G_{t+1}^1 - (1 - \delta_G)(G_t^1 - \Psi_{G,t} z_t) \right] = 0 \quad (33)$$

$$M_{K,t}^2 \left[K_{t+1}^2 - (1 - \delta_K)K_t^2 \right] = 0 \quad (34)$$

(3) 分権的なリスク配分

前節では，パレート最適ナリスク配分が満たすべき必要条件を，集権的なパレート問題の解の必要条件として求めた．

本節では，地域1の社会計画者と地域2の社会計画者が，自地域の代表的家計の効用を最大化するように，競争的に行動する枠組みを考える．このような枠組みの下では，Arrow証券と呼ばれる条件付き債券が，全ての不確実性に対して存在しており，かつ，自由に取引が可能であるときに，パレート最適ナ資源配分が分権的に実現されることが知られている³⁾．

もちろん，現実には，全ての不確実性に対する条件付き債券は存在しておらず，また，存在したとしても，通

常、その市場は不完全であるため、パレート最適なリスク配分を分権的に実現することは難しい。

本研究で、パレート最適な分権的リスク配分を分析する目的は、分権的リスク配分に関する定性的な性質を見ることである。現実には不完全なリスク配分しか実現できないとしても、その定性的な性質は、パレート最適なリスク配分の性質と、ある程度の共通性を持つと考えられる。また、現実のリスク配分とパレート最適なリスク配分の性質に相違点が存在するのであれば、どのような市場の不完全性により、その相違点が生じたのかを考える手助けとなる。

a) 地域1の社会計画者の問題

地域1は地域2と貸借を行っているものとする。\$t\$ 期の生産活動が行われる直前における、地域1の対外純資産を \$B_t^1\$ で表す。

地域1の地域内の資本は、全て地域1の社会計画者によって所有されるものとする。

\$t\$ 期における地域1の予算制約式は、次のように表されるものとする。

$$Y_t^1 + B_t^1 = C_t^1 + I_{K,t}^1 + I_{G,t}^1 + q_{0,t}A_{0,t}^1 + q_{1,t}A_{1,t}^1 \quad (35)$$

ここで、\$q_{x,t}^1\$ と \$A_{x,t}^1\$ はそれぞれ、\$z_{t+1} = x\$ が実現した場合に効力を持つArrow証券の価格、および、Arrow証券の地域1の購入量（負の値の場合は発行量）を表す。

\$B_{t+1}^1\$ は、\$z_{t+1}\$ の値に応じて次のように決まる。

$$B_{t+1}^1 = \begin{cases} A_{0,t}^1 & (\text{if } z_{t+1} = 0) \\ A_{1,t}^1 & (\text{if } z_{t+1} = 1) \end{cases} \quad (36)$$

0期において地域1の社会計画者が解く最適化問題は、次のように表される。

$$\max_{\{C_t^1, K_{t+1}^1, G_{t+1}^1\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t^1) \right] \quad (37)$$

s. t. (1)-(4), (7)-(11), (35), (36)

$$K_0^1, G_0^1, z_0, B_0^1, \{q_{0,t}, q_{1,t}\}_{t=0}^{\infty} : \text{given}$$

b) 地域2の社会計画者の問題

\$t\$ 期の生産活動が行われる直前における、地域2の対外純資産を \$B_t^2\$ で表す。いま、世界には2つの地域しか存在しないため、\$B_t^2 = -B_t^1\$ が成立する。

地域2の地域内の資本は、全て地域2の社会計画者によって所有されるものとする。

\$t\$ 期における地域2の予算制約式は、次のように表されるものとする。

$$Y_t^2 + B_t^2 = C_t^2 + I_{K,t}^2 + q_{0,t}A_{0,t}^2 + q_{1,t}A_{1,t}^2 \quad (38)$$

\$B_{t+1}^2\$ は、\$z_{t+1}\$ の値に応じて次のように決まる。

$$B_{t+1}^2 = \begin{cases} A_{0,t}^2 & (\text{if } z_{t+1} = 0) \\ A_{1,t}^2 & (\text{if } z_{t+1} = 1) \end{cases} \quad (39)$$

0期において地域2の社会計画者が解く最適化問題は、次のように表される。

$$\max_{\{C_t^2, K_{t+1}^2\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u \left(\frac{C_t^2}{N^2} \right) \right] \quad (40)$$

s. t. (1), (2), (17)-(19), (38), (39)

$$K_0^2, B_0^2 = -B_0^1, \{q_{0,t}, q_{1,t}\}_{t=0}^{\infty} : \text{given}$$

c) Arrow証券の需給均衡

均衡においては、次のArrow証券の需給均衡式が全ての \$t\$ (\$t \geq 0\$) について成立する。

$$A_{0,t}^1 + A_{0,t}^2 = 0 \quad (41)$$

$$A_{1,t}^1 + A_{1,t}^2 = 0 \quad (42)$$

d) Arrow証券の取引と地域間輸出入の関係

\$t\$ 期における地域1と地域2の純輸出をそれぞれ、\$NE_t^1\$、\$NE_t^2\$ で表す。\$NE_t^1\$ と \$NE_t^2\$ はそれぞれ、次のように表される。

$$NE_t^1 = Y_t^1 - C_t^1 - I_{K,t}^1 - I_{G,t}^1 \quad (43)$$

$$NE_t^2 = Y_t^2 - C_t^2 - I_{K,t}^2 \quad (44)$$

これらの式と式(35)、式(38)を比較すると、次の式が成立することがわかる。

$$NE_t^1 = q_{0,t}A_{0,t}^1 + q_{1,t}A_{1,t}^1 - B_t^1 \quad (45)$$

$$NE_t^2 = q_{0,t}A_{0,t}^2 + q_{1,t}A_{1,t}^2 - B_t^2 \quad (46)$$

これらの式と、\$B_t^2 = -B_t^1\$、式(41)、式(42)より、均衡においては次の式が成立する。

$$NE_t^1 + NE_t^2 = 0 \quad (47)$$

e) 集権的な問題の解との関係

本節で定式化した分権的なモデルの市場均衡の下では、パレート最適なリスク配分が実現される。問題(37)と(40)の解の必要条件を求めれば、前節で導いたものと同じ必要条件を導くことができる。

資本ストックおよび確率変数の初期状態 \$K_0^1\$、\$G_0^1\$、\$K_0^2\$、\$z_0\$ が与えられているときの任意のパレート最適なリスク配分は、前節の最適化問題の解としても、本節のモデルの分権的な市場均衡としても表すことができる。無数にあるパレート最適なリスク配分のうちどれが実現されるかは、前節のモデルの場合は \$\kappa^2\$ の値によって決まり、本節のモデルの場合は \$B_0^1 = -B_0^2\$ の値によって決

まる。

ある κ^2 の下で集権的に実現されるパレート最適ナリ
 スク配分が、分権的に実現されるための $B_0^1 = -B_0^2$ を計
 算することが可能である。これは次のようにして行うこ
 とができる。

ある κ^2 の下で、問題(22)の解が求められているものと
 すると、対応する B_0^1 の値は、

$$B_0^1 = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\Lambda_t}{\Lambda_0} (-NE_t^1) \right] \quad (48)$$

と計算できる。ここで、 Λ_t は、式(23)のラグランジアン
 の定式化で導入したラグランジュ乗数である。

また、この B_0^1 の下での分権的な均衡におけるArrow証
 券の価格は、次のように計算できる。

$$q_{0,t} = \beta(1-p) \frac{\Lambda_{t+1}[0]}{\Lambda_t} \quad (49)$$

$$q_{1,t} = \beta p \frac{\Lambda_{t+1}[1]}{\Lambda_t} \quad (50)$$

ここで、 $\Lambda_{t+1}[x]$ は、 z_{t+1} の値が x のときの Λ_{t+1} の値を
 表す。

分権的な市場均衡を計算するのは難しいので、本研究
 は、適当な κ^2 の値の下で集権的な解を計算し、式(48) -
 (50)を用いて、対応する分権的な均衡を計算した。 κ^2 の
 値の設定の方法については、本章の最終節で述べる。

f) 現実の金融商品とArrow証券の対応関係

現実にはArrow証券は存在しないが、特定の金融商品
 を用いることによって、本節で定式化したArrow証券を
 購入（発行）するのと実質的に同じことが可能である。
 以下では、災害が生起する場合に効力を持つArrow証券
 を A_1 、生起しない場合に効力を持つArrow証券を A_0 と
 呼ぶ。

まず、一期間の保険料が π で、災害が生起した場合
 の保険金が Π の災害保険に加入することは、価格 π/Π
 の A_1 を Π 単位購入することに等しい。

次に、一期間の利率が r^c で、災害が生起した場合
 には、元本が全額没収されるタイプのCat Bondを1単位購
 入することは、価格 $1/(1+r^c)$ の A_0 を $1+r^c$ 単位購入す
 ることに等しい。

また、一期間の利率が r で、災害の生起によらず、
 定められた利率と元本を保証する通常の債券を1単位
 購入することは、 A_0 と A_1 を $1+r$ 単位ずつ購入するこ
 とに等しい。

このように、現実にも様々な金融商品を用いること
 によって、Arrow証券を購入（発行）するのと同じことが
 可能となる。もちろん、これは、現実のリスク配分がパ
 レート最適であることを意味するものではない。このこ
 とは、本研究の分権的なモデルの結果を、現実的に解釈
 することを可能にするものである。

g) リスクプレミアムの評価指標

A_1 の購入者は、災害リスクを A_1 の発行者に移転す
 ることができる。本章で定式化した経済では、全ての家計
 は危険回避的な効用関数を持つため、リスクの移転には
 リスクプレミアムが必要となる。すなわち、 A_1 の購入
 に必要な費用は、期待支払額よりも高くなる。本論文で
 は、この2つの金額の比（ A_1 の購入に必要な金額÷期待
 支払額）をリスクプレミアムの評価指標として定義する。

t 期におけるリスクプレミアムの評価指標を考える。

A_1 を1単位購入するのに必要な金額は $q_{1,t}$ 円である。
 一方、 A_1 を1単位購入したときには、確率 p で来期1円の
 支払いを得ることができる。ただし、来期の1円は今期
 の1円とは価値が異なるため、 t 期における通常の債券
 の利率 r_t で割り引くものとする。ここで、 $r_t =$
 $1/(q_{0,t} + q_{1,t}) - 1$ である。

t 期におけるリスクプレミアムの評価指標を RP_t とす
 ると、 RP_t は次のように定義される。

$$\begin{aligned} RP_t &= \frac{q_{1,t}}{p \cdot 1/(1+r_t)} = \frac{q_{1,t}}{p(q_{0,t} + q_{1,t})} \\ &= \frac{\Lambda_{t+1}[1]}{(1-p)\Lambda_{t+1}[0] + p\Lambda_{t+1}[1]} \end{aligned} \quad (51)$$

RP_t は、関数 $\Psi_K(K, G)$ が常に0であれば1となるが、
 一般には、1よりも大きな値を取る。

なお、この指標は、地域2の人口が0で、Arrow証券の
 取引が行われない場合でも計算できる。

(4) 地域2のパレート荷重の設定

地域2のパレート荷重 κ^2 （もしくは、 $B_0^1 = -B_0^2$ ）の
 値は、 B_t^1 の定常分布の平均が0になるように設定した。
 すなわち、長期的な平均値で見ると、両地域ともに、他
 の地域に対して負債を背負っていない状態になるように
 設定を行った。これは、一方の地域がもう一方の地域に
 対して高い負債を負っていると、負債を負った地域の効
 用が、閉鎖経済の場合よりも低下するということが起
 るためである。

3. 数値シミュレーション

2章で定式化したモデルは、動学的確率的最適化問題
 であり、一般的に解析解を導くことはできない。そこで、
 本章では、前章で定式化したモデルを有限要素法により
 分析した結果について述べるとともに、考察を行う。

(1) 関数形およびパラメータの設定

生産関数 $F^1(K, N)$ 、 $F^2(K, N)$ には、どちらも同一の
 コブ=ダグラス型の生産関数を採用した。

$$F^1(K, N) = F^2(K, N) = ZK^\alpha N^{1-\alpha} \quad (52)$$

ここで、 $Z > 0$ 、 $0 < \alpha < 1$ はパラメータである。

効用関数 $u(C)$ には、相対的リスク回避度一定の効用関数を採用した。

$$u(C) = \begin{cases} \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} & (\sigma \neq 1) \\ \ln C & (\sigma = 1) \end{cases} \quad (53)$$

ここで、 $\sigma > 0$ は相対的リスク回避度を表すパラメータである。

災害の被害額を表す関数 $\Psi_k(K, G)$ と $\Psi_G(K, G)$ は、それぞれ次のように設定した。

$$\Psi_k(K, G) = Kd \exp(-\theta G/K) \quad (54)$$

$$\Psi_G(K, G) = Gd \exp(-\theta G/K) \quad (55)$$

すなわち、災害が生じた際には、生産資本も防災資本も、 $d \exp(-\theta G/K)$ の割合が破壊されるものとした。ここで、 $0 \leq d < 1$ は災害の規模を表すパラメータであり、 $\theta \geq 0$ は防災技術の水準を表すパラメータである。

本研究では、表-1に挙げたパラメータは、全ての数値計算で同じ値を用いた。

(2) 資本蓄積経路の分析

問題(22)の最適値関数を、 $W(K_0^1, G_0^1, K_0^2, z_0)$ で表す。このとき、両地域の経済活動を集積的に操作する社会計画者の、 t 期における最適化問題は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \max_{\{C_t^1, K_{t+1}^1, G_{t+1}^1, K_{t+1}^2\}} & u(C_t^1) + \kappa^2 u\left(\frac{C_t^2}{N^2}\right) \\ & + \beta E_t [W(K_{t+1}^1, G_{t+1}^1, K_{t+1}^2, z_{t+1})] \end{aligned} \quad (56)$$

s. t. (1)-(4), (7)-(11), (17)-(19), (21)

K_t^1, G_t^1, K_t^2, z_t : given

内点解を仮定すると、この最適化問題の解は、次の方程式が表す曲線上にある必要がある。

$$\begin{aligned} E \left[\frac{\partial W}{\partial K^1}(K^1, G^1, K^2, z) \right] &= E \left[\frac{\partial W}{\partial G^1}(K^1, G^1, K^2, z) \right] \\ &= E \left[\frac{\partial W}{\partial K^2}(K^1, G^1, K^2, z) \right] \end{aligned} \quad (57)$$

この方程式が表す曲線をBlanced Growth Pass (BGP)と呼ぶことにする。BGPの形状を知るためには、 K_0^1 、 G_0^1 、 K_0^2 を小さい値に設定し、 z_t ($t \geq 0$)の実現値を全て0としてシミュレーションを行い、 (K_t^1, G_t^1, K_t^2) の軌跡を調べればよい。

図-1と図-2は、 $d = 0.5$ 、 $p = 0.005$ 、 $\theta = 18.0$ 、 $N^2 = 1.0$ 、 $K_0^1 = 1.0$ 、 $G_0^1 = 0.0$ 、 $K_0^2 = 1.0$ として、上記のシミュレーションを行ってBGPを求めたものである。

表-1 固定したパラメータの値

σ	α	β	Z	δ_K	δ_G
2.0	0.35	0.99	1.0	0.025	0.005

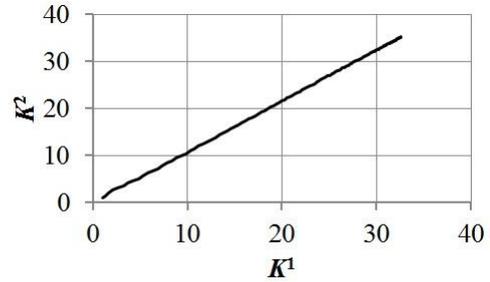


図-1 (K^1, K^2) についてのBGP

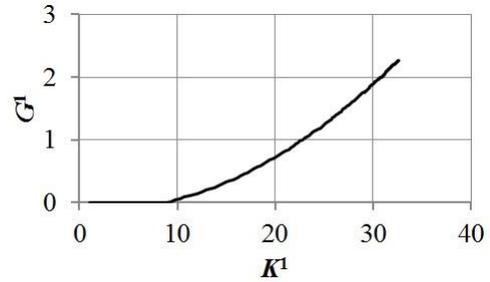


図-2 (K^1, G^1) についてのBGP

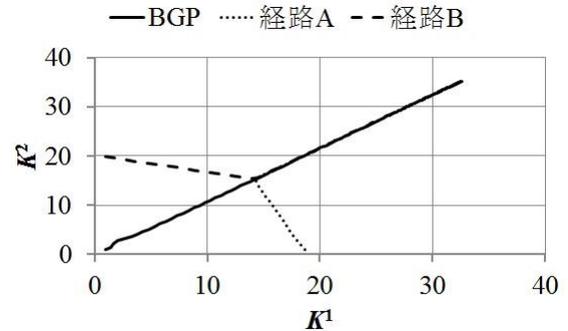


図-3 BGPへの合流

どちらの図も、横軸は K^1 であり、図-1の縦軸は K^2 、図-2の縦軸は G^1 である。

図-2では、 $K_1 \leq 8.4$ の区間では $G_1 = 0.0$ となっているが、これは、この区間においては、任意の $G^1 \geq 0$ について $E[\partial W / \partial G^1] < E[\partial W / \partial K^1]$ となるためである。よって、この区間では式(57)は成立しないが、記述の簡便性のため、図-2のこの区間の曲線もBGPに含めるものとする。

状態変数の組 (K_t^1, G_t^1, K_t^2) がBGP上に無い場合、BGPから見て過大なストックの資本には投資は行われず、過

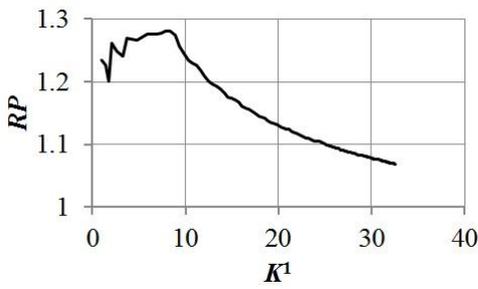


図-4 BGP上のリスクプレミアム

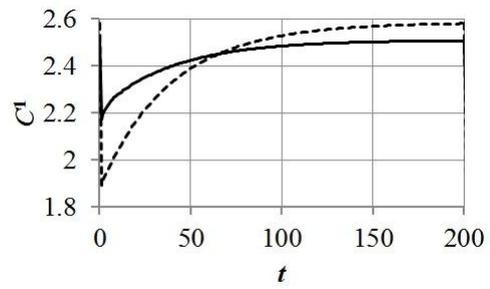


図-7 C_t^1 の時間推移

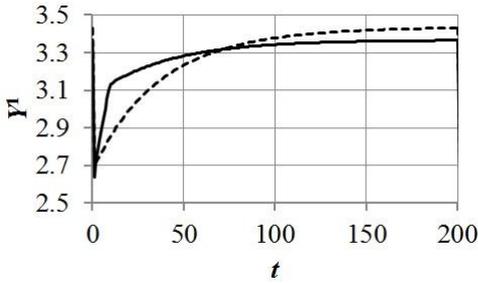


図-5 Y_t^1 の時間推移

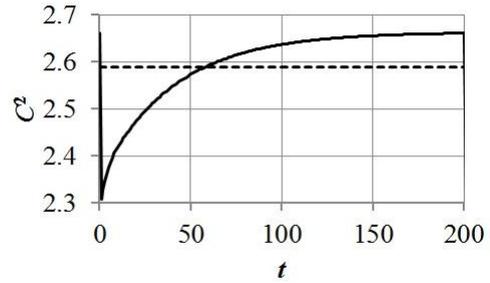


図-8 C_t^2 の時間推移

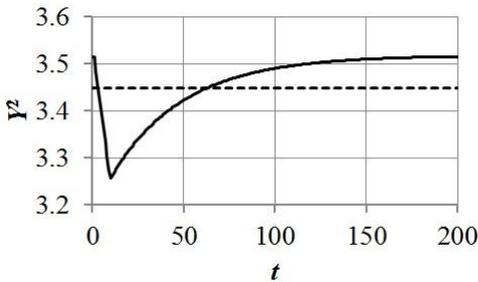


図-6 Y_t^2 の時間推移

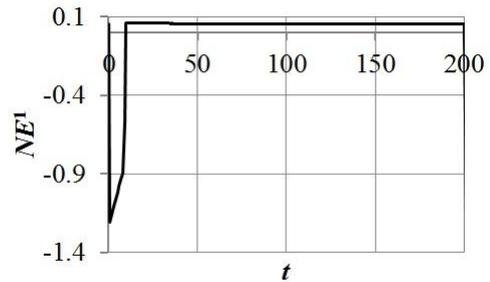


図-9 NE_t^1 の時間推移

小なストックの資本にのみ投資が行われる。このことは、図-3から確認できる。図-3は、パラメータ設定を図-1と同じものとし、 (K_0^1, G_0^1, K_0^2) の値が $(18.6, 0.0, 1.0)$ のときと、 $(1.0, 0.0, 20.0)$ のときに、 $z_t (t \geq 0)$ の実現値を全て0としてシミュレーションを行い、 (K_t^1, K_t^2) の軌跡をプロットしたものである。 (K_0^1, G_0^1, K_0^2) の値が前者である軌跡は経路A、後者である軌跡は経路Bとラベルを付けている。

図-3の結果は、決定論的な動学的国際モデルにおいて、全ての国の資本の限界生産性が等しくなるように、資本の移動が生じるという結果の拡張となっている。

また、上記のBGPの性質より、図-2は、 K^1 が与えられたときの最適な G^1 の値を与えるグラフと見ることもできる。

次に、BGPに沿って、リスクプレミアムがどのように変化するかを分析する。図-4は、図-1と同一の条件の下で、 (K_t^1, RP_t) をプロットしたものである。図-4より、防災資本への投資が行われない $K^1 \leq 8.4$ の区間では、

K^1 の増加に伴い、リスクプレミアムも増加する傾向があるのに対して、防災投資が行われている区間では、 K^1 の増加に伴い、リスクプレミアムが減少する傾向があることがわかる。これは、図-2から読み取れるように、 $K^1 > 8.4$ の区間におけるBGP上では、 K^1 の増加に伴い、資本の被害率 $d \exp(-\theta G^1 / K^1)$ が減少するためだと考えられる。

この結果より、防災投資が効率的に行われている地域においては、経済が成長するにつれて、リスクプレミアムが低下する傾向が生じうると言える。

(3) 動学的なリスク配分の分析

本節では、三つの分析を行う。一つ目は、動学的なリスク配分がいかに行われるのかについての分析である。二つ目は、災害リスクの大きさが、リスク配分に及ぼす影響についての分析である。三つ目は、地域2の人口、すなわち、災害リスクを引き受ける経済主体の数が、リ

リスク配分に及ぼす影響についての分析である。また、三つ目の分析を通じて、災害リスクの他地域への移転が、地域1の経済に及ぼす長期的な効果について考察を行う。

本節では、特に断らない限り、防災技術 θ が0であり、防災投資が行われない状況を考える。これは、災害リスクへの対処手段としての、他地域へのリスク移転の効果に焦点を当てるためである。

a) 動学的なリスク配分の過程

本項では、動学的なリスク配分がどのように行われるのかを分析するため、各変数が時間経過に伴って、どのように推移するのかを見る。そのためには、 z_t の実現値の適当なパスを定める必要がある。本項では、災害発生確率 p の逆数の間隔で、災害が等間隔に発生する状況を考えることにする。このとき、各変数は最終的に、周期的な動きをするようになる。

図-5から図-9は、 $d=0.5$ 、 $p=0.005$ 、 $\theta=0.0$ 、 $N^2=1.0$ として、 Y_t^1 、 Y_t^2 、 C_t^1 、 C_t^2 、 NE_t^1 の一周期の動きをグラフにしたものである。グラフの実線が各変数の動きを表している。また、 Y_t^1 、 Y_t^2 、 C_t^1 、 C_t^2 のグラフの破線は、地域1と地域2が閉鎖経済であるときの、各変数の対応する動きを表している。災害が発生している時刻は、 $t=1$ である。

まずは、GRPの動きを見る。災害発生直後から $t=10$ までの間、地域1のGRPは急速に回復する一方で、地域2のGRPは低下し続ける。これは、災害により、 (K_t^1, K_t^2) がBGPから外れ、 K_t^1 が過小な状態となるためである。このため、 (K_t^1, K_t^2) がBGPに復帰するまでの間は、地域2の生産資本には投資が行われず、その分だけ多く、地域1の生産資本に投資が行われる。この結果、地域1の生産資本ストックは急速に回復する一方で、地域2の生産資本は減耗により減少し続ける。 (K_t^1, K_t^2) がBGPに復帰した後は、双方の資本に投資が行われるため、両地域のGRPが時間経過とともに増加する。

地域1のGRPは、 $t=72$ 以降、閉鎖経済のときよりも低くなる。逆に、地域2のGRPは、 $t=64$ 以降、閉鎖経済のときよりも高くなる。このことから、直近の災害ショックから十分に長い時間が経過した状況（以降、「平常時」と言う）においては、災害リスクの他地域への移転は、災害リスクに晒された地域の投資を減少させ、その分だけ、リスク移転先の地域への投資を増やすことがわかる。この結果、平常時においては、リスク移転先の地域の生産資本ストックおよびGRPは、閉鎖経済のときよりも増加する。この増加分は、平常時の地域2の消費水準を高めるとともに、災害が生じたときには、地域1の生産資本ストックの急速な回復に使われる。

次に、消費の動きを見る。両地域とも、消費は同様の動きをする。災害ショックにより消費は低下し、その後は時間経過とともに増加し続ける。

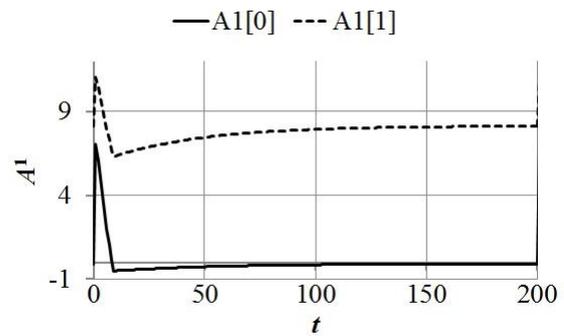


図-10 $A_{0,t}^1$ と $A_{1,t}^1$ の時間推移

閉鎖経済のときと比較すると、地域1の消費は、災害発生後のしばらくの間は高く、それ以降は低くなる。さらに、消費の変動が抑えられている。逆に、地域2の消費は、災害発生後のしばらくの間は低く、それ以降は高くなる。さらに、消費の変動が拡大している。これは、地域1から地域2に災害リスクが移転されていることを意味する。地域1は、平常時の地域2の消費を高める代わりに、災害後のしばらくの間は、地域2に消費の低下を抑えてもらっているのである。

リスク配分の過程についてより詳しく見るため、地域1の純輸出の動きを見る。災害発生直後は、地域2から地域1へ財が移動しており、しばらくすると、今度は、地域1から地域2へ財が移動している。この、地域1から地域2へ財が移動するようになるタイミングは、 (K_t^1, K_t^2) がBGPに復帰するタイミングに等しい。

この地域1の純輸出の動きから、リスク配分の過程を次のようにまとめることができる。災害が生じると、地域2は消費を抑えるとともに、地域2の生産資本への投資をゼロにし、それによって浮いた財を地域1に送る。地域1は地域2から送られた財によって、消費の低下を抑えられ、かつ、生産資本ストックを急速に回復できる。そして、 (K_t^1, K_t^2) がBGPに復帰すると、今度は地域1から地域2へ財が送られるようになるとともに、地域2の生産資本にも投資が行われるようになる。この時点では、地域2の生産資本ストック、GRP、消費は、閉鎖経済のときの水準よりも低くなっているが、やがて、閉鎖経済のときの水準を回復し、その後、それよりも高い水準を実現する。これは、地域1から地域2に送られる財の分だけ、地域2は高い投資と消費を行えるためである。閉鎖経済のときよりも高い生産資本ストックとGRPは、平常時の地域2の消費を高めるとともに、災害が生じたときには、地域1の急速な復興に使われる。また、平常時においては、地域2に送られる財の分だけ、地域1の投資と消費が低くなるため、閉鎖経済のときと比べると、地域1のGRPと消費は低下する。結果として、閉鎖経済のときと比べると、地域1の消費とGRPは変動が抑えられ、地域2

の消費とGRPは変動が大きくなる。

分権的な市場均衡の下では、Arrow証券を通じて、上記のリスク配分の過程が実現される。 $A_{0,t}^1$ と $A_{1,t}^1$ の一周期の動きを図-10に示す。実線が $A_{0,t}^1$ の動きを、破線が $A_{1,t}^1$ の動きを表している。地域1は、災害の発生する直前の段階において、8.1単位の A_1 を購入している。これは、この時点における地域1のGRPの2.4倍にもなる。災害が発生すると、 A_1 が有効になるため、地域1の対外純債権が大きく増加する。地域1はこの対外純債権を減少させることで、地域2から財の輸入を行う。対外純債権の減少が終わるのは、 (K_t^1, K_t^2) がBGPに復帰したときである。それ以降は、 $A_{0,t}^1$ も $A_{1,t}^1$ もゆるやかに増加していく。

本項の最後に、災害ショックによりリスクプレミアムがどのように変化したのかを述べておく。本項で分析したケースのように、 θ が0で、防災投資が行われていない状況においては、災害ショックによりリスクプレミアムは低下した。しかし、防災投資が行われている状況においては、災害ショックによりリスクプレミアムは増加した。これは、図-4でも見たように、防災投資が行われていない状況においては、生産資本ストックが高いほどリスクプレミアムが増加するのに対して、防災投資が行われている状況においては、生産資本ストックが高いほど、防災資本ストックも増加して被害率が低下し、リスクプレミアムが減少するためだと考えられる。

b) 災害リスクの大きさのリスク配分への影響

本項では、災害リスクの大きさ、すなわち、災害規模 d と、災害発生確率 p の大きさが、地域間のリスク配分に及ぼす影響について分析する。

地域1が災害リスクをどれだけ地域2に移転しているかは、 $q_{1,t}A_{1,t}^1$ の大きさを評価できる。この値は、現実における損害保険の保険料に相当するものである。そこで、まずは、この値の定常分布の期待値と、災害リスクの大きさの関係について見る。

図-11は、 $p = 0.005$ 、 $\theta = 0.0$ 、 $N^2 = 1.0$ として、 d の値と $q_{0,t}A_{0,t}^1$ および $q_{1,t}A_{1,t}^1$ の期待値の関係をグラフにしたものである。実線が $q_{0,t}A_{0,t}^1$ の期待値を、破線が $q_{1,t}A_{1,t}^1$ の期待値を表している。 d ではなく、 p を変化させた場合も、図-11と同様の傾向が観察される。このことから、災害リスクが高い地域ほど、長期的に見れば、他地域に災害リスクを多く移転することがわかる。

なお、 $q_{0,t}A_{0,t}^1$ の期待値のグラフは、 $q_{1,t}A_{1,t}^1$ の期待値のグラフと逆の動きをしているが、このような傾向は、他のパラメータを変化させた場合にも観察できる。このことから、地域1は平常時において、 A_0 を発行して集めた資金を、 A_1 の購入に使っていることがわかる。

次に、リスク配分の結果、地域1が地域2に送る財の量がそのように変化するかを分析するために、 NE_t^1 の

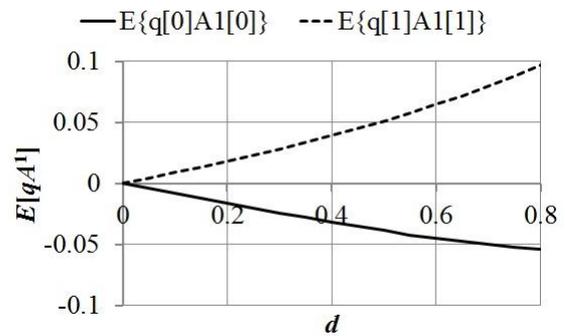


図-11 $q_{0,t}A_{0,t}^1$ と $q_{1,t}A_{1,t}^1$ の期待値と d の関係

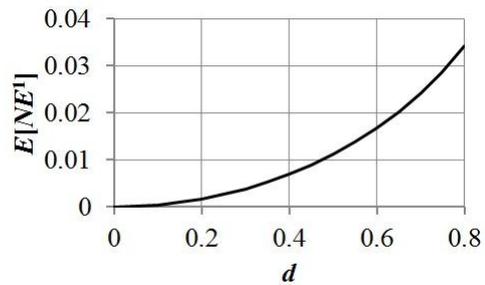


図-12 NE_t^1 の期待値と d の関係

定常分布の期待値と、災害リスクの大きさの関係について見る。

図-12は、図-11と同じパラメータ設定の下で、 d の値と NE_t^1 の期待値の関係をグラフにしたものである。 p を変化させた場合も、図-12と同様の傾向が観察される。この図より、災害リスクが高い地域ほど、長期的に見れば、他地域に多くの財を輸出することがわかる。また、この結果、地域2の消費とGRPの期待値が高くなることを確認している。

最後に、災害リスクの大きさとその他の変数の期待値の関係について述べる。

地域1の消費とGRPの期待値は、災害リスクが高くなるほど減少した。これは自然な結果であると言える。

災害リスクとリスクプレミアムの期待値の関係については、はっきりとした傾向はつかめなかった。防災投資が行われていない状況においては、災害規模が増加する場合には、リスクプレミアムの期待値は増加した。しかし、災害発生確率が増加する場合には、リスクプレミアムの期待値は減少した。また、防災投資が行われている状況においては、災害規模が増加した場合にも、災害発生確率が増加した場合にも、リスクプレミアムの期待値が減少した。

c) 地域2の人口のリスク配分への影響

本項では、地域2の人口、すなわち、地域1の災害リスクを引き受ける経済主体の数が、地域間のリスク配分に及ぼす影響について分析する。また、これを通じて、災害

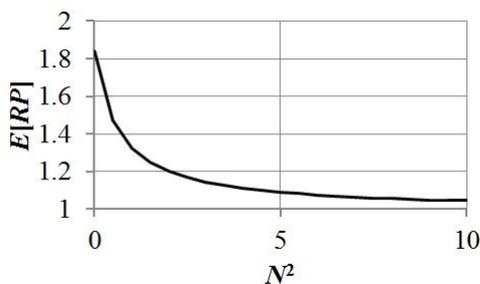


図-13 RP_t の期待値と N^2 の関係

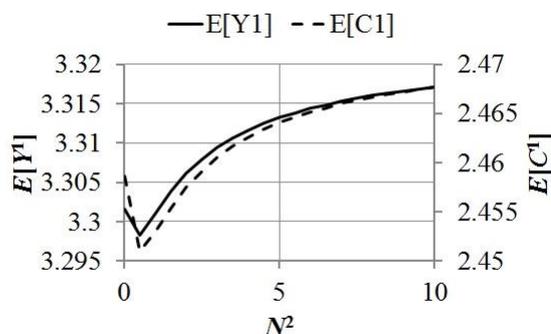


図-16 Y_t^1 と C_t^1 の期待値と N^2 の関係

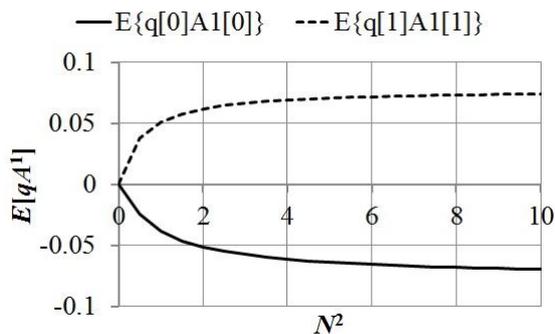


図-14 $q_{0,t}A_{0,t}^1$ と $q_{1,t}A_{1,t}^1$ の期待値と N^2 の関係

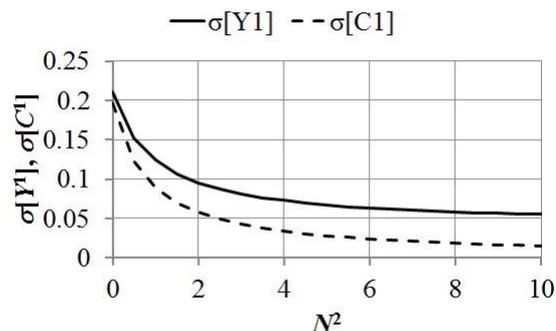


図-17 Y_t^1 と C_t^1 の標準偏差と N^2 の関係

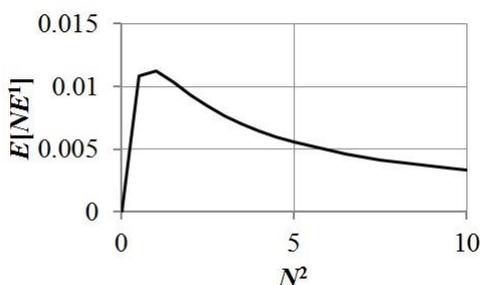


図-15 NE_t^1 の期待値と N^2 の関係

リスクの他地域への移転が、地域1の経済に与える長期的な効果について考察する。

図-13は、 $d=0.5$ 、 $p=0.005$ 、 $\theta=0.0$ として、 N^2 の値と RP_t の期待値の関係をグラフにしたものである。また、図-14は、図-13と同じパラメータ設定の下で、 N^2 の値と $q_{0,t}A_{0,t}^1$ および $q_{1,t}A_{1,t}^1$ の期待値の関係をグラフにしたものである。図-13と図-14より、地域2の人口、すなわち、災害リスクを引き受ける経済主体の数が増えるほど、長期的にみると、リスクプレミアムが低下し、地域1は、より多くの災害リスクを他地域に移転することがわかる。

図-15と図-16はそれぞれ、図-13と同じパラメータ設定の下で、 N^2 の値と NE_t^1 の期待値の関係をグラフにしたものと、 N^2 の値と Y_t^1 および C_t^1 の期待値の関係をグラフにしたものである。図-15と図-16のグラフは、単調な変化をしておらず、極大値もしくは極小値を持っている。

これは、地域2の人口が増えると、リスクプレミアムが低下することにより、地域1の資本ストック形成に代替効果と所得効果が働くためだと考えられる。代替効果は、リスクプレミアムの低下により、資本ストック形成よりも、Arrow証券の購入に多くの財が向かう効果である。所得効果は、実質所得の増加により、資本ストック形成も増加する効果である。地域2の人口が少ないときには、代替効果が強く働き、地域2の人口が多くなると、所得効果が強く働くようになるため、図-15と図-16のようなグラフが得られたと考えられる。よって、災害リスクを引き受ける経済主体の数が増えるとき、災害リスクに晒された地域の長期的なGRPや消費が増えるのか、それとも減るのか、はっきりしたことは言えない。

また、増える場合も減る場合も、その変化量は小さいものである。実際、図-13のパラメータ設定の下で、 N^2 を0.0から10.0まで増加させても、 Y_t^1 および C_t^1 の期待値は、それぞれ0.47%、0.37%しか増加しない。ただし、地域1のGRPと消費の定常分布の標準偏差については、地域2の人口の増加に伴い、単調に減少する。これは、図-17から確認できる。図-17は、図-13と同じパラメータ設定の下で、 N^2 の値と Y_t^1 および C_t^1 の標準偏差の関係をグラフにしたものである。この結果より、災害リスクの他地域への移転が、地域1の経済に与える主な効果は、災害によるGRPと消費の変動を抑えることであるとと言える。また、これに伴うGRPと消費の期待値の

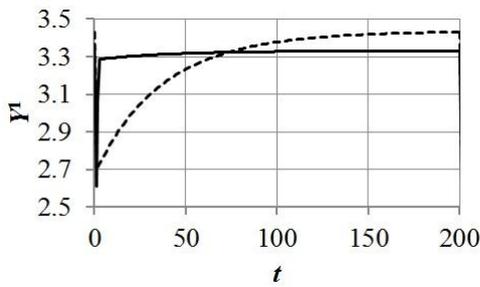


図-18 $N^2 = 100.0$ のときの Y_t^1 の時間推移

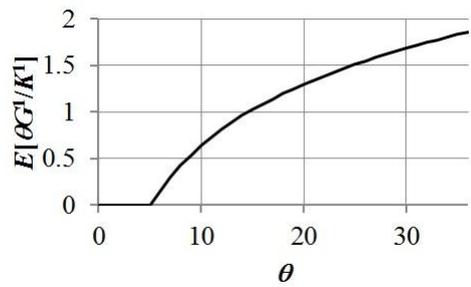


図-20 $\theta G_t^1 / K_t^1$ の期待値と θ の関係

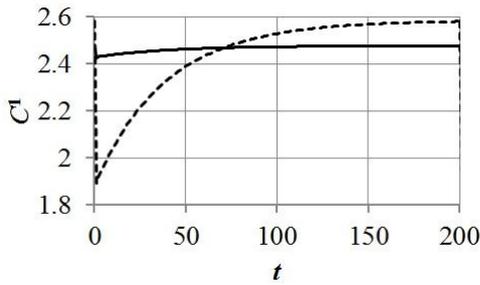


図-19 $N^2 = 100.0$ のときの C_t^1 の時間推移

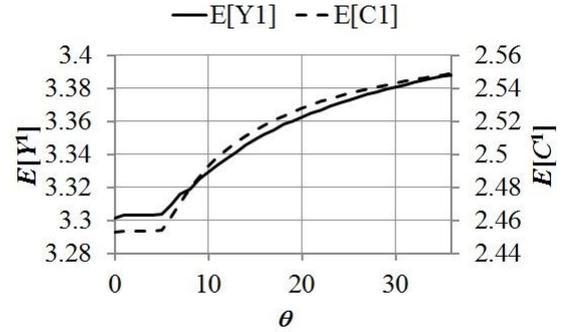


図-21 Y_t^1 と C_t^1 の期待値と θ の関係

変化は、副産物のようなものに過ぎないと言える。

なお、地域2の人口によらず、a)項の議論は成立する。図-18と図-19は、 N^2 の値のみを100.0に変え、図-5と図-7を書き直したものである。この条件の下では、災害が生じると、地域1のGRPは、災害前の92.0%の水準まで1期間で回復する。また、地域1の消費は、災害が生じてもほとんど変化しない。しかし、平常時において、地域1のGRPや消費が、閉鎖経済のときの水準を下回っているのは、 $N^2 = 1.0$ のときと同じである。

(4) 防災投資とリスク移転の効果の違いと両者の相互への影響

本節では、防災投資と他地域へのリスク移転が経済に及ぼす長期的な効果の違いおよび、両者の相互への影響について分析する。

リスク移転の効果については、既に前節で確認した。そこで、防災投資が経済に及ぼす長期的な効果について確認し、リスク移転の効果との比較を行う。そのために、防災技術 θ の大きさが、経済の各変数に与える影響を見る。

図-20は、 $d = 0.5$ 、 $p = 0.005$ 、 $N^2 = 1.0$ として、 θ の値と $\theta G_t^1 / K_t^1$ の期待値の関係をグラフにしたものである。ここで、 $\theta G_t^1 / K_t^1$ の期待値を見るのは、この値が大きいほど、災害が生じたときの資本の被害率である $d \exp(-\theta G^1 / K^1)$ は減少するためである。以降、 $\theta G_t^1 / K_t^1$ の値を防災機能水準と呼ぶ。

図-20より、 θ が5.0以上のときは、防災技術が向上す

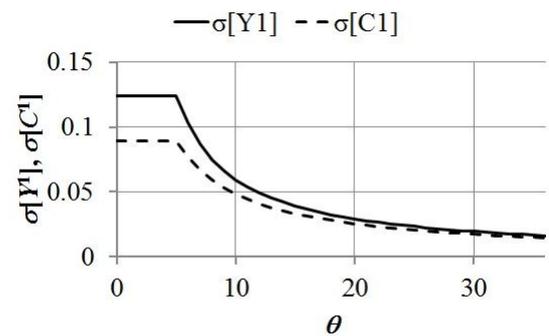


図-22 Y_t^1 と C_t^1 の標準偏差と θ の関係

るにつれて、防災機能水準の期待値が増加することがわかる。

図-21と図-22はそれぞれ、図-20と同じパラメータ設定の下で、 θ の値と Y_t^1 および C_t^1 の期待値の関係をグラフにしたものと、 θ の値と Y_t^1 および C_t^1 の標準偏差の関係をグラフにしたものである。これらのグラフより、防災技術が向上して、防災機能水準の期待値が増加するほど、地域1のGRPと消費の期待値が増加し、標準偏差は減少することがわかる。このことから、防災投資は、リスク移転が持つ「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」に加えて、「長期的なGRPと消費を増加させる効果」があることがわかる。これは、防災投資には、防災資本を蓄積することによって、災害による生産資本の被害を軽減し、これによって、生産資本への投資の期待収益率を高める効果があるためである。すなわち、防災投

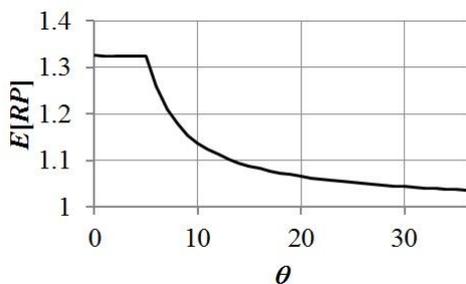


図-23 RP_t の期待値と θ の関係

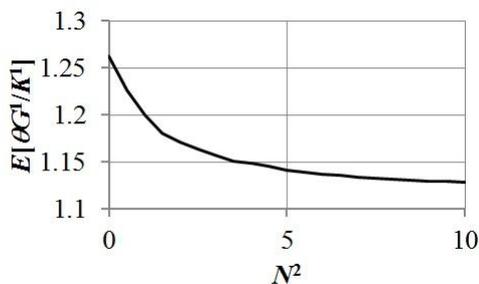


図-25 $\theta G_t^1 / K_t^1$ の期待値と N^2 の関係

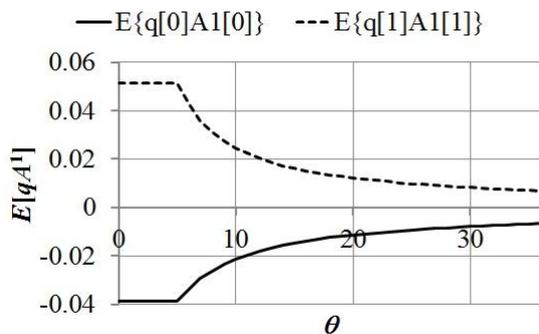


図-24 $q_{0,t} A_{0,t}^1$ と $q_{1,t} A_{1,t}^1$ の期待値と θ の関係

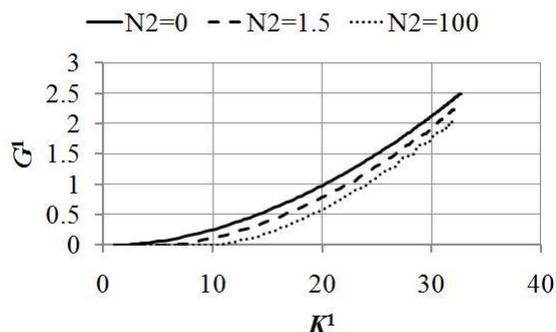


図-26 N^2 の変化に伴う (K^1, G^1) についてのBGPの変化

資は、間接的に地域の生産性を高めているのである。その結果、GRPの長期的な水準が増加し、消費の長期的な水準も増加する。一方で、リスク移転には、生産資本の期待収益率を高める効果はないため、GRPや消費の長期的な水準を増加させる効果は働かないのである。

防災投資とリスク移転の効果の違いについて考察したので、次は、両者が相互に及ぼす影響について分析する。

まずは、防災投資がリスク移転に及ぼす影響を分析する。図-23と図-24はそれぞれ、図-20と同じパラメータ設定の下で、 θ の値と RP_t の期待値の関係をグラフにしたものと、 θ の値と $q_{0,t} A_{0,t}^1$ および $q_{1,t} A_{1,t}^1$ の期待値の関係をグラフにしたものである。図-23と図-24より、長期的に見ると、防災技術が高い地域ほどリスクプレミアムは低く、かつ、リスク移転は少なくなることがわかる。

防災技術が高くなるほどリスクプレミアムの期待値が低下するのは、防災機能水準が増加し、被害率が低下するためだと考えられる。また、防災技術が高くなるほど、 $q_{1,t} A_{1,t}^1$ の期待値が減少するのは、リスク移転が受け持っていた「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」の一部を、防災投資が受け持つようになるためである。そのため、防災技術を無限に高くしていくと、最終的に $q_{1,t} A_{1,t}^1$ の期待値は0に収束する。

次に、リスク移転が防災投資に及ぼす影響を分析する。

図-25は、 $d=0.5$ 、 $p=0.005$ 、 $\theta=18.0$ として、 N^2 の値と $\theta G_t^1 / K_t^1$ の期待値の関係をグラフにしたものである。この図より、地域1の災害リスクを引き受ける経

済主体の数が多くほど、長期的な防災機能水準が減少することがわかる。一方で、前節で見たように、地域2の人口が大きいほど $q_{1,t} A_{1,t}^1$ の期待値は増加する。これは、防災投資が受け持っていた「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」の一部を、リスク移転が受け持つようになるためである。

このように、防災投資とリスク移転は、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」に関して代替的な関係にある。

しかし、「長期的なGRPと消費を増加させる効果」については、防災投資のみが受け持つため、地域2の人口を無限に増やしても、防災投資は0にはならない。この点についてより詳しく見るために、2節でも用いた (K^1, G^1) についてのBGPのグラフを使う。

図-26は、 $d=0.8$ 、 $p=0.003125$ 、 $\theta=18.0$ として、 N^2 が0.0、1.5、100.0のそれぞれの場合について、 (K^1, G^1) についてのBGPを描いたものである。図-26より、地域2の人口が多いほど、BGPが下方にシフトすることを確認できる。これは既に考察したように、防災投資が受け持っていた「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」の一部を、リスク移転が受け持つようになるためである。

地域2の人口が増加するにつれて、BGPは下方にシフトしにくくなっていき、最終的には、図-26の $N^2=100.0$ のときのBGPの形状に収束する。これは、地域2

の人口が増加するにつれて、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」のより多くの部分が、リスク移転によって受け持たれていくようになり、最終的に、その全てがリスク移転によって受け持たれるようになると、変化が見られなくなるためである。収束したBGPは、「長期的なGRPと消費を増加させる効果」のみを考慮したときの、 K^1 が与えられたときの最適な G^1 を表すグラフと見なすことができる。

図-26の各BGPに沿って、リスクプレミアムがどのように変化するかを見ると、上記の結果を異なる視点から見るができる。図-27は、図-4を描いたのと同様に、図-26の各BGPに沿った、 (K^1, RP) の関係をプロットしたものである。図-27より、次のように言うことができる。リスクプレミアムが1のときには、最適な防災投資の水準は、「長期的なGRPと消費を増加させる効果」のみを考慮すれば決定できる。しかし、リスクプレミアムが1よりも大きいときには、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」も考慮しなければ、最適な防災投資の水準を決めることはできない。そして、リスクプレミアムが大きいほど、災害によるGRPと消費の変動を抑えるために、最適な防災投資の水準は高くなる。

なお、 $d=0.8$ 、 $p=0.003125$ 、 $\theta=18.0$ 、 $N^2=100.0$ のときのBGPと、 $d=0.0025$ 、 $p=1.0$ 、 $\theta=18.0$ 、 $N^2=0.0$ のときのBGPを比較すると、興味深いことがわかる。どちらのケースも、 K^1 と G^1 の値が等しければ、災害が生じたときの資本の被害額の期待値である $pd(K^1+G^1)\exp(-\theta G^1/K^1)$ の値は等しくなることに注意されたい。図-28が、両ケースのBGPを描いたものであり、破線が前者のBGPを、実線が後者のBGPを表している。図-28より、両者の形状は非常に近いことがわかる。

図-28の結果より、災害の被害額の期待値のみを考慮した防災投資計画は、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」を無視した防災投資計画に近いものとなり、最適なものとはならないと言える。そして、最適な防災投資計画との乖離は、リスクプレミアムが大きいほど大きくなる。

現実には、リスクプレミアムが1の損害保険やCat Bondは存在していないことから、災害の被害額の期待値のみを考慮した防災投資計画は、不適切なものだと言える。付録では、上記のことを解析的に示す。

4. 終わりに

本研究は、災害リスクに晒されている地域と、晒されていない地域の2地域が存在する動学的なマクロ経済モデルを定式化し、これを用いて、以下の二点について分

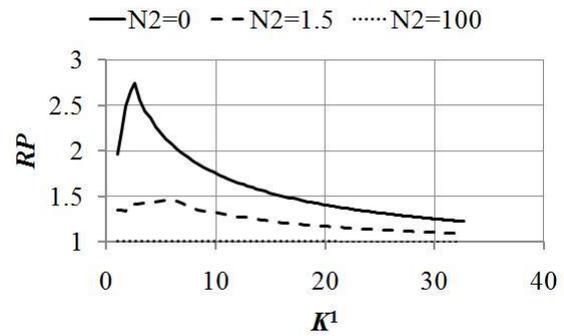


図-27 N^2 の変化に伴うBGP上のリスクプレミアムの変化

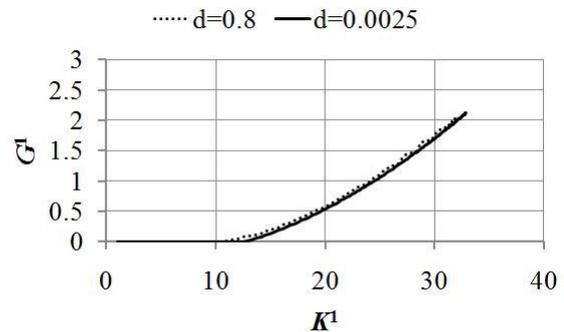


図-28 2つのBGPの比較

析を行った。一点目は、災害リスクのパレート最適な地域間配分の行われ方および、それが経済にもたらす長期的な効果についての分析である。二点目は、防災投資の効果と災害リスクの他地域への移転の効果の相違点と類似点、および、両者の相互への影響についての分析である。

分析の結果、以下のことが明らかになった。災害リスクの移転は、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」を持つ。一方、防災投資はその効果に加えて、「長期的なGRPと消費を増加させる効果」を持つ。そして、両者は、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」について代替的な関係にある。リスクプレミアムが1よりも大きい状況においては、最適な防災投資水準を決めるためには、この「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」を考慮することが必要であり、災害の被害額の期待値のみを考慮した防災投資計画のように、この効果を無視することは、最適な水準よりも過小な防災投資を行うことにつながる。

特に、現実の状況を鑑みると、災害のリスクプレミアムは1よりも大きく、また、多くの家計は、損害保険やCat Bondなどの金融商品に簡単にアクセスできるわけではないことから、防災投資には、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」の多くを受け持つ重要な役割が

あると考えられる。

本研究に残された課題としては、数値解析によって計算されたリスクプレミアムの値が、現実の値と比べて小さいという問題がある。この原因の一つとしては、災害リスクを移転するための金融商品の市場が、現実においては不完全であることが考えられるが、それが全ての原因ではないと考えられる。なぜなら、図-13でも見たように、地域2の人口が0、すなわち、災害リスクを引き受ける経済主体が存在しない状況においても、リスクプレミアムの期待値は2を下回っているためである。図-13で想定されている災害は、地域の生産資本の半分を破壊するようなものであることを考えると、これはかなり小さい数値である。

本研究のモデルから計算されるリスクプレミアムの値が小さいことは、経済学の分野でEquity Premium Puzzleと呼ばれる問題と本質は等しいと考えられる⁴⁾。これは、単純なRBCモデルでは、現実の株式の投資収益率と債券の金利の差を説明できないという問題である。この問題を解消する方法としては、モデルに投資の調整コストを導入する方法や、消費の低下を嫌うような家計の選好 (habit persistence) を仮定する方法などが知られている。これらの方法を用いれば、本研究のモデルでも、現実の値に近いリスクプレミアムを出すことが可能だと思われる。また、この他にも、地域間の産業構造に連関性を持たせる (地域1が生産する中間財を用いて、地域2が最終生産物を生産するなど) ことで、リスクプレミアムの値を高くすることができる可能性がある。

本研究でも見たように、リスクプレミアムの大きさは、防災投資の水準を決定する際に、「災害によるGRPと消費の変動を抑える効果」をどれだけ重視すべきかを決める重要な値であることから、現実のリスクプレミアムをうまく説明できるモデルの開発が望まれる。

付録 最適な防災投資の水準とリスクプレミアムの関係についての解析的な分析

この付録では、本文中では数値解析の結果のみを用いて考察した、最適な防災投資の水準とリスクプレミアムの関係について、解析的な分析を行う。

まず、リスクプレミアムが持つ意味を考える。式(51)を変形すると、

$$RP_t = \frac{1}{p + (1-p)\Lambda_{t+1}[0]/\Lambda_{t+1}[1]} \quad (\text{A1})$$

となる。これより、 RP_t が1であるとは、

$$\Lambda_{t+1}[0] = \Lambda_{t+1}[1] \quad (\text{A2})$$

が成立することを意味する。式(24)と式(25)より、式(A2)

は、次の式(A3)と(A4)がともに成立することを意味する。

$$u'(C_{t+1}^1[0]) = u'(C_{t+1}^1[1]) \quad (\text{A3})$$

$$u'\left(\frac{C_{t+1}^2[0]}{N^2}\right) = u'\left(\frac{C_{t+1}^2[1]}{N^2}\right) \quad (\text{A4})$$

ここで、 $C_{t+1}^i[x]$ は、 $z_{t+1} = x$ のときの C_{t+1}^i の値を表す。すなわち、 RP_t が1であるとは、 $t+1$ 期の各地域の消費の限界効用が、災害の生起によらず変化しないことを意味する。災害が生起すれば、地域1の生産資本が破壊されて地域1のGRPが低下し、両地域の消費も減るため、式(A3)と式(A4)は一般には成立しない。また、 $C_{t+1}^i[0] > C_{t+1}^i[1]$ が成立することから、 $\Lambda_{t+1}[0] < \Lambda_{t+1}[1]$ が成立する。よって、式(A1)より、 $RP_t > 1$ が成立する。また、災害ショックによる消費の低下が大きいほど、 RP_t は大きくなる。

ただし、効用関数が線形に近い場合、すなわち、家計の選好がリスク中立に近い場合や、地域2の人口が地域1に比較して非常に大きく、地域1の災害が世界全体の財の産出量にあまり影響を及ぼさない場合には、式(A3)と式(A4)が近似的に成立し、 RP_t がほぼ1に近い値を取る。

次に、リスクプレミアムと最適な防災投資水準の関係について分析する。投資の非負制約が無いものとする、式(26)と式(27)より、次の式が成立する。

$$\begin{aligned} & (1-p) \left(\frac{df^1}{dK} (K_{t+1}^1) - \delta_K + \delta_G \right) \\ &= p \frac{\Lambda_{t+1}[1]}{\Lambda_{t+1}[0]} \left\{ \left(\frac{df^1}{dK} (K_{t+1}^1 - \Psi_{K,t+1}) + 1 - \delta_K \right) \right. \\ & \quad \cdot \left(-\frac{\partial \Psi_{K,t+1}}{\partial G} + \frac{\partial \Psi_{G,t+1}}{\partial K} - 1 \right) \\ & \quad \left. + (1 - \delta_G) \left(1 - \frac{\partial \Psi_{G,t+1}}{\partial G} + \frac{\partial \Psi_{G,t+1}}{\partial K} \right) \right\} \quad (\text{A5}) \end{aligned}$$

式(A5)は、 $\Lambda_{t+1}[1]/\Lambda_{t+1}[0]$ (もしくは RP_t) と K_{t+1}^1 の値が与えられれば、 G_{t+1}^1 について解くことができる。もし、 K_{t+1}^1 の値を固定したまま、 $\Lambda_{t+1}[1]/\Lambda_{t+1}[0]$ の値を増加させるとき、式(A5)から求められる G_{t+1}^1 の値が増加することを証明できれば、リスクプレミアムが高いほど、 (K^1, G^1) についてのBGPがシフトアップすることを示せたことになる。以下では、 f^1 、 Ψ_K 、 Ψ_G の関数形が、次の形で表されるものとして、この証明を試みる。

$$f^1(K) = ZK^\alpha \quad (\text{A6})$$

$$\Psi_K(K, G) = Kd_K \exp(-\theta_K G/K) \quad (\text{A7})$$

$$\Psi_G(K, G) = G d_G \exp(-\theta_G G/K) \quad (\text{A8})$$

ここで、 $Z > 0$, $0 < \alpha < 1$, $0 < d_K < 1$, $0 \leq d_G \leq 1$, $\theta_K > 0$, $\theta_G \geq 0$ はパラメータである。 f^1 は、数値解析でも用いた、コブ=ダグラス型の生産関数である。また、 Ψ_K と Ψ_G の定式化は、数値解析で用いた式(54)と式(55)の関数形を一般化したものである。

いま、ある $\Lambda_{t+1}[1]/\Lambda_{t+1}[0]$ と K_{t+1}^1 と G_{t+1}^1 の値について、式(A5)が成立しており、かつ、式(A5)の両辺が正であると仮定する。このとき、

$$\frac{df^1}{dK}(K_{t+1}^1) > \delta_K - \delta_G \quad (\text{A9})$$

が成立している。

ここで、 K_{t+1}^1 の値を固定したまま、 $\Lambda_{t+1}[1]/\Lambda_{t+1}[0]$ の値を増加させるとき、式(A5)の左辺の値は変化しないため、等号が保持されるためには、右辺の $\{ \}$ の中の値が小さくなる必要がある。よって、 G_{t+1}^1 が増加するとき、右辺の $\{ \}$ の中の値が減少することを示せばよい。

式(A5)の右辺の $\{ \}$ の中を、 G_{t+1}^1 について偏微分すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 f^1}{dK^2}(K - \Psi_K) \left(-\frac{\partial \Psi_K}{\partial G} \right) \left(-\frac{\partial \Psi_K}{\partial G} + \frac{\partial \Psi_K}{\partial K} - 1 \right) \\ & + \left(\frac{df^1}{dK}(K - \Psi_K) + 1 - \delta_K \right) \left(-\frac{\partial^2 \Psi_K}{\partial G^2} + \frac{\partial^2 \Psi_K}{\partial G \partial K} \right) \\ & + (1 - \delta_G) \left(-\frac{\partial^2 \Psi_G}{\partial G^2} + \frac{\partial^2 \Psi_G}{\partial G \partial K} \right) \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

ただし、記述の簡略化のため、添字は落とした。ここで、式(A10)中の Ψ_K と Ψ_G の偏導関数は、次のように計算される。

$$\frac{\partial \Psi_K}{\partial G} = d_K \exp\left(-\theta_K \frac{G}{K}\right) (-\theta_K) < 0 \quad (\text{A11})$$

$$\frac{\partial \Psi_K}{\partial K} = d_K \exp\left(-\theta_K \frac{G}{K}\right) \left(1 + \theta_K \frac{G}{K}\right) > 0 \quad (\text{A12})$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_K}{\partial G^2} = d_K \exp\left(-\theta_K \frac{G}{K}\right) \theta_K^2 \frac{1}{K} > 0 \quad (\text{A13})$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_K}{\partial G \partial K} = -d_K \exp\left(-\theta_K \frac{G}{K}\right) \theta_K^2 \frac{G}{K^2} < 0 \quad (\text{A14})$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_G}{\partial G^2} = -d_G \exp\left(-\theta_G \frac{G}{K}\right) \theta_G \frac{1}{K} \left(2 - \theta_G \frac{G}{K}\right) \quad (\text{A15})$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_G}{\partial G \partial K} = d_G \exp\left(-\theta_G \frac{G}{K}\right) \theta_G \frac{G}{K^2} \left(2 - \theta_G \frac{G}{K}\right) \quad (\text{A16})$$

式(A9)、式(A13)、式(A14)より、式(A10)の第二項は必ず負の値を取る。しかし、式(A10)の第一項と第三項は負の値も正の値も取りうる。よって、式(A10)が必ず負の値を取るとは言えない。そこで、以下では、式(A10)が必ず負の値を取るための十分条件を求めることにする。

式(A10)に、式(A6) - (A8)を代入して整理すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} & d_K \exp\left(-\theta_K \frac{G}{K}\right) \theta_K \left[-Z \alpha (K - \Psi_K)^{\alpha-2} \{ \right. \\ & d_K \exp\left(-\theta_K \frac{G}{K}\right) \left(1 - \alpha - \alpha \theta_K \left(1 + \frac{G}{K}\right)\right) \\ & \left. - 1 + \alpha + \theta_K \left(1 + \frac{G}{K}\right) \right\} \\ & - \frac{1}{K} \left(1 + \frac{G}{K}\right) \left\{ (1 - \delta_K) \theta_K + (1 - \delta_G) \frac{d_G \theta_G}{d_K \theta_K} \right. \\ & \left. \cdot \exp\left(\left(\theta_K - \theta_G\right) \frac{G}{K}\right) \left(\theta_G \frac{G}{K} - 2\right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A17})$$

もし、式(A17)の二つの $\{ \}$ の中の値がどちらも正であれば、式(A17)は負の値を取る。

式(A17)の一つ目の $\{ \}$ の中について分析するために、次の関数 $l(x)$ を定義する。

$$\begin{aligned} l(x) &= d_K \exp(-\theta_K x) (1 - \alpha - \alpha \theta_K (1 + x)) \\ & - 1 + \alpha + \theta_K (1 + x) \end{aligned} \quad (\text{A18})$$

関数 $l(x)$ の導関数を求めると、

$$\begin{aligned} l'(x) &= \theta_K [1 + d_K \exp(-\theta_K x) \theta_K \\ & \cdot \{-1 + \alpha \theta_K (1 + x)\}] \end{aligned} \quad (\text{A19})$$

となる。これより、

$$\alpha \theta_K > 1 \quad (\text{A20})$$

が成立すれば、 $l(x)$ は $x \geq 0$ の区間で単調増加となる。

また、 $l(0)$ の値を求めると、

$$l(0) = (1 - \alpha d_K) \theta_K - (1 - \alpha)(1 - d_K) \quad (\text{A21})$$

となる。よって、条件(A20)と次の条件(A22)が成立すれば、式(A17)の一つ目の $\{ \}$ の中は、任意の $G/K \geq 0$ について正の値を取る。

$$(1 - \alpha d_K) \theta_K > (1 - \alpha)(1 - d_K) \quad (\text{A22})$$

式(A17)の二つ目の $\{ \}$ の中は、 $\theta_G > 0$ かつ $0 \leq G/K < 2/\theta_G$ のときに、第二項が負の値を取る。そこで、この区間の第二項の最小値を考える。そのために、次の関数 $h(x)$ を定義する。

$$h(x) = \exp((\theta_K - \theta_G)x) (\theta_G x - 2) \quad (\text{A23})$$

$0 \leq x < 2/\theta_G$ の区間における、 $h(x)$ の最小値を求める。まず、 $\theta_G \geq \theta_K$ のときは、 $h(x)$ はこの区間で単調増加関数となるので、最小値は $h(0) = -2$ である。

次に、 $0 < \theta_G < \theta_K$ のときを考える。 $h(x)$ の導関数は、

$$h'(x) = \exp((\theta_K - \theta_G)x) \cdot \{(\theta_K - \theta_G)\theta_G x - 2\theta_K + 3\theta_G\} \quad (\text{A24})$$

となる。よって、 $2\theta_K/3 \leq \theta_G < \theta_K$ のときは、最小値は $h(0) = -2$ である。また、 $0 < \theta_G < 2\theta_K/3$ のときは、最小値は、

$$h\left(\frac{2\theta_K - 3\theta_G}{(\theta_K - \theta_G)\theta_G}\right) = -\exp\left(\frac{2\theta_K - 3\theta_G}{\theta_G}\right) \left(\frac{\theta_G}{\theta_K - \theta_G}\right) \quad (\text{A25})$$

である。

よって、式(A17)の二つ目の $\{ \}$ の中は、以下の三つの条件(A26) - (A28)のうち、いずれか一つが成立すれば、任意の $G/K \geq 0$ について正の値を取る。

$$\theta_G = 0 \quad (\text{A26})$$

$$(1 - \delta_K)\theta_K > 2(1 - \delta_G)\frac{d_G\theta_G}{d_K\theta_K} \text{ and } \theta_G \geq \frac{2}{3}\theta_K \quad (\text{A27})$$

$$(1 - \delta_K)\theta_K > (1 - \delta_G)\frac{d_G\theta_G}{d_K\theta_K} \frac{\theta_G}{\theta_K - \theta_G} \exp\left(\frac{2\theta_K - 3\theta_G}{\theta_G}\right) \text{ and } 0 < \theta_G < \frac{2}{3}\theta_K \quad (\text{A28})$$

以上より、条件(A20)と(A22)、および、三つの条件(A26) - (A28)のうちいずれか一つが成立すれば、式(A10)は任意の $K > 0$ と $G \geq 0$ について負となる。

この条件を満たすのは難しくない。まず、条件(A20)と(A22)は、 $\alpha = 0.35$ 、 $d_K = 0.8$ のとき、 $\theta_K \geq 3$ であれば成立する。また、数値解析で用いた $d_K = d_G$ 、 $\theta_K = \theta_G$ という条件の下では、 $\theta_K > 2(1 - \delta_G)/(1 - \delta_K)$ であれば、条件(A27)が成立する。このように、パラメータが上記の条件を満たさなければいけないという制約を課すことは、モデルの特定化にそれほどの制限を加えるわけではない。

パラメータが上記の条件を満たしていれば、リスクプレミアムが高いほど、 (K^1, G^1) についてのBGPがシフトアップするという結果の成立を保証できる。また、紙面の都合上、証明は省くが、これらの条件は、リスクプレミアムが一定である場合に、 (K^1, G^1) についてのBGPが右上がりとなるための十分条件ともなっている。

最後に、リスクプレミアムが1のとき、図-28のように、期待被害額が同じであれば、BGPの形状がほぼ一致することを示す。以下では、 Ψ_K 、 Ψ_G を以下のように表現する。

$$\Psi_K(K, G) = d\psi_K(K, G) \quad (\text{A29})$$

$$\Psi_G(K, G) = d\psi_G(K, G) \quad (\text{A30})$$

ここで、 $0 < d < 1$ はパラメータであり、 ψ_K は0以上 K 以下の値を取る関数、 ψ_G は、0以上 G 以下の値を取る関数とする。式(A29)と式(A30)の定式化の下では、 K 、 G 、 pd の値が等しければ、災害による期待被害額は等しくなる。

式(A29)、式(A30)、 $\Lambda_{t+1}[1]/\Lambda_{t+1}[0] = 1$ を式(A5)に代入して整理すると、

$$(1-p)\left(\frac{df^1}{dK}(K)\right) + p\left(\frac{df^1}{dK}(K - d\psi_K)\right) - \delta_K \\ = pd\left\{\left(\frac{df^1}{dK}(K - d\psi_K) + 1 - \delta_K\right)\left(-\frac{\partial\psi_K}{\partial G} + \frac{\partial\psi_K}{\partial K}\right) + (1 - \delta_G)\left(-\frac{\partial\psi_G}{\partial G} + \frac{\partial\psi_G}{\partial K}\right)\right\} - \delta_G \quad (\text{A31})$$

となる。これは、リスクプレミアムが常に1のときのBGPを表す陰関数である。次の式(A32)が近似的に成立する場合には、 pd の値が等しければ、 d の値が異なっても、式(A31)がほとんど不変に保たれることがわかる。

$$\frac{df^1}{dK}(K) = \frac{df^1}{dK}(K - d\psi_K) \quad (\text{A32})$$

f^1 が、式(A6)で表されるコブ=ダグラス型の生産関数であるとき、 K が十分に大きければ、式(A32)が近似的に成立することを示すことができる。式(A32)の右辺から左辺を引くと、

$$\frac{df^1}{dK}(K - d\psi_K) - \frac{df^1}{dK}(K) \\ = Z\alpha K^{-(1-\alpha)}\left\{(1 - d\psi_K/K)^{-(1-\alpha)} - 1\right\} \\ < Z\alpha K^{-(1-\alpha)}\left\{(1-d)^{-(1-\alpha)} - 1\right\} \quad (\text{A33})$$

が成立する。よって、 K が十分に大きければ、式(A32)が近似的に成立し、 pd の値が等しければ、式(A31)がほとんど不変に保たれる。

式(A31)が持つ意味について考える。簡単のため、式(A31)が成立するものとし、かつ、 $\psi_G = 0$ 、 $\psi_K = K\phi(G)$ 、 $\phi(0) = 1$ 、 $\phi' < 0$ 、 $\delta_G = 0$ とする。このとき、式(A31)は、

$$\frac{df^1}{dK}(K) - \delta_K = -pd\phi'(G)K\left(1 + \frac{df^1}{dK}(K) - \delta_K\right) \quad (\text{A34})$$

となる。この式が意味していることは単純である。左辺はよく知られた、減耗を考慮した、生産資本の1期間の資本レンタル率を表す式である。目下の仮定の下では、世界経済の1期間の金利に一致する。一方、右辺は、防災投資を限界的に1単位増やしたときの、1期間のストックとフローの期待被害軽減額の和を表している。すなわ

ち、式(A34)は、防災投資の限界的な1期間あたりの期待被害軽減額を、1期間の金利に一致させることを表しているのである。式(A34)の両辺を左辺の値で割ると、右辺の値は、割引率に金利を用いたときの、防災投資の限界的な期待被害軽減額の割引現在価値の総和、すなわち、防災投資の限界的な便益を表す値となり、左辺の値は1、すなわち、防災投資の限界的なコストを表す値となる。これは、期待被害軽減額のみを考慮した費用便益分析に相当するものである。

式(A34)、あるいは、式(A31)を用いて計算された防災投資の水準は、リスクプレミアムが1よりも大きい限り、最適な防災投資水準よりも過小となることは、既に示した通りである。現実には、リスクプレミアムが1の損害保険やCat Bondは存在していないことから、期待被害軽減額のみを考慮した費用便益分析は不適切であると言う

ことができる。

参考文献

- 1) 小林潔司, 横松宗太: カタストロフ・リスクと防災投資の経済評価, 土木学会論文集, No.639/IV-46, pp.39-52, 2000.
- 2) 横松宗太, 小林潔司, 田中一央: 分権的防災投資と地域間災害リスク配分, 土木計画学研究・論文集, 18(2), pp.275-286, 2001
- 3) Ljungqvist, Lars. and Sargent, Thomas J. : Recursive Macroeconomic Theory 2nd Edition, pp.208-263, pp.366-pp.391, The MIT Press, 2004.
- 4) Heer, Burkhard. Maussner, Alfred. : Dynamic General Equilibrium Modeling Computational Methods and Applications 2nd Edition, pp.311-323, Springer-Verlag, 2009.

(2011.8.8 受付)

ANALYSIS OF DYNAMIC SHARING OF DISASTER RISK AND INVESTMENT FOR DISASTER PREVENTION

Shunsuke SEGI, Tomoki ISHIKURA and Muneta YOKOMATSU

There are two ways to deal with the risk of disaster, one is the investment for disaster prevention and the other is the transfer of the disaster risk to another region. We formulated a dynamic macroeconomic model in which there are two regions, one region is exposed to disaster risk and the other region is not exposed to it. And we utilized the model to analyze the two points listed below. The first point is the way how the pareto optimal sharing of the disaster risk is done and what kind of long-term effect it has. The second point is what kind of similarity and difference the investment for disaster prevention and the transfer of the disaster risk have and what kind of influence they have on each other. With the analysis, we have clarified that both the investment for disaster prevention and the transfer of the disaster risk have “the effect to mitigate the fluctuation of the GRP and the consumption due to the disaster” and they have substitutional relation about the effect.