

空間経済モデルによる人口規模則と 産業立地階層性の創発

土屋 浩伸¹・赤松 隆²・高山 雄貴³

¹学生員 東北大学大学院 情報科学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉6-6)
E-mail:tsuchiya@plan.civil.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学大学院 情報科学研究科 教授 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉6-6)
E-mail:akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

³正会員 愛媛大学大学院 理工学研究科 助教 (〒790-8577 松山市文京町3番)
E-mail:takayama@cee.chime-u.ac.jp

本研究は、ミクロ経済学的基礎を持つ空間経済モデルにおいて、rank-sizeルール、産業立地階層性、Number-Average Size ruleと整合的な結果が創発することを示す。より具体的には、多都市・多産業Core-Peripheryモデルに対し、産業の異質性を表すパラメータに特定の確率分布形を仮定し、各産業の頻度分布にばらつきを与える。そして、都市の空間構造や集積・分散に影響を与えるパラメータを変化させ、系統的な数値実験を行い、安定的な均衡状態における集積パターンを求める。その結果、特定のクラスに属する確率分布形を仮定した条件下では、与えるパラメータに依らず、上記三つの規則性が頑健に成立することが明らかとなった。

Key Words : rank-size rule, 産業立地階層性, Number-Average Size rule, Core-Periphery model

1. はじめに

世界各国の人口及び、産業の立地分布には、三つの頑健な規則性が確認されている。一つは、rank-sizeルールと呼ばれる規則性である。これは、都市人口規模と順位の間傾きが負となる対数線形関係が成立するという、都市規模分布のべき乗則である。二つ目は、産業立地階層性である。これは、ある都市に存在する産業は、より大きな規模の全ての都市に存在するという規則である。そして三つ目は、近年、Mori et al.¹⁾²⁾³⁾により提示されたNumber-Average Size rule (NASルール)である。これは、前述の二つの規則性を強く関連付けるもので、各々の産業が立地している都市の数と、それらの都市の平均人口規模間に成立する負の対数線形関係である。

これらの規則性は、長年に渡り頑健に成立してきたことが実証的に確認されている。これは、経済の成熟により、国内の総人口及び、主流となる産業に変化が生じて、規則性が成立し続けてきたことを示す。この事実から、社会基盤整備や地域計画の実施・策定の際には、これらの規則性と整合的な計量モデルを用いた予測及び、評価が行われなければならない。

しかし、これらの規則性は実証的に確認されたものであり、規則性創発のメカニズムなど、未解明の部分が多い。そのため、上記の規則性と整合的な予測・評価モデルは開発されていない。

規則性創発メカニズムの解明へ向けたこれまでの研究では、大きく2つのモデルが用いられてきた。一つは、Simon⁴⁾に端を発するランダム成長モデルである。このモデルは、都市形成と都市成長が確率的に発生する動的モデルである。このモデルでは、定常状態において、都市人口規模にrank-sizeルールの成立が確認されている。しかし、このモデルには、都市形成のためのミクロ経済学的基礎と都市の空間構造が考慮されていないという欠点がある。Rossi-Hansberg & Wright⁵⁾, Duranton⁶⁾は、ミクロ経済学的基礎を導入したランダム成長モデルを用い、rank-sizeルールの成立を確認したが、都市の空間構造については考慮がなされていなかった。もう一つのモデルは、Beckman⁷⁾に代表される、都市の階層性に基づく静的なモデルである。このモデルは、都市の階層原理を元に行っているため、都市の空間構造については考慮が為されているが、都市形成に関わるミクロ経済学的基礎は含まれ

ていないという欠点がある。Hsu⁸⁾は、階層原理に基づくモデルに、都市形成に関わるミクロ経済学的基礎と、経済の集積現象に影響を与えるパラメータに確率的要因を導入し、rank-size ルール及び、NAS ルールの成立を確認した。しかし、このモデルでは、階層原理の成立を前提としている。そのため、産業立地階層性が集積メカニズムの結果として創発するかは不明なままである。

これらの既存研究から、各規則性と整合的なモデルに必要な条件が分かりつつある。それは、確率的な状態表現を導入したモデルであること、整合的な説明のためにミクロ経済学的基礎及び、都市の空間構造を含むモデルであることである。これら条件のうち、後者2つの条件を満たすモデルとして、New Economic Geography(NEG)分野における Krugman⁹⁾の Core-Periphery(CP)モデルが挙げられる。これは、生産要素の移動と空間的集積現象を一般均衡の枠組みで扱った代表的理論である。CP モデルにおいて上記の規則性と整合的な結果が得られれば、新たな計量モデル開発への道筋が開ける可能性がある。

そこで本研究では、確率的要因を導入した多都市・多産業 CP モデルにより、rank-size ルール及び、NAS ルールが創発するという仮説を立て、その検証を目的とする。この仮説の根拠は、以下の二点である: 1) CPモデルの均衡状態では、産業立地階層性が成立する、2) 階層原理と rank-size ルールが成り立っていれば、NAS ルールは必ず成立することが理論的に示されている。より具体的には、Pfluger¹⁰⁾と同一の仮定に基づく CPモデルを多都市・多産業に拡張し、集積現象に影響を与えるパラメータに確率的要因を導入する。そして、モデルの均衡状態における人口・産業分布を元に、各法則の検証を行う。

2. 短期均衡状態のモデル

(1) 都市・労働環境の設定

a) 労働者

本モデルで考える労働者は、知識・技術水準に応じて skilled worker と unskilled worker に分類されると仮定する。前者は、 I 種類に分けられる高度な技術のうち、いずれか1つを所有する労働者であり、その技術を活用して起業する self-employed entrepreneur である。この労働者は、自らが労働・居住する都市を選択できる。後者は、高度な知識・技術を持たず、労働集約的作業に従事する労働者である。また、すべての都市に一樣に分布し、労働・居住する都市を選択できないものと仮定する。技術 i を所有する skilled worker, unskilled worker の総人口は、各々、 H^i, L であり、以降では unskilled worker の各都市の人口が $l=1$ となるように人口の単位を定義する。

b) 都市経済システム

離散的な K 個の都市が存在する都市経済システムを仮定する。この経済には、農業部門と工業部門の2部門が存在する。農業部門は、収穫一定の技術により、unskilled worker の労働を生産要素として1種類の同質な財を生産する完全競争的な部門である。工業部門は、収穫逡増の技術により、差別化された財を生産する独占競争的な部門である。この部門には、 I 種類の産業が存在し、これらの産業は、財の代替弾力性パラメータ σ^i のみが異なると仮定する。本モデルでは、Hsu⁸⁾の知見に基づき、産業の集積特性に影響を与えるパラメータ σ^i に対し、全体 $\{\sigma^i\}_{i=1}^I$ の分布に、regularly varying function に従う確率分布形を仮定する。ここで regularly varying function とは、正值関数 $g(x)$ の内、以下の条件を満たす関数のことである。

$$\lim_{x \downarrow 0} \frac{g(ux)}{g(x)} = u^\alpha \quad (1)$$

ここで、 $u > 0$, $-\infty < \alpha < \infty$ である。このクラスには、標準的な分布関数である、パレート・ワイブル・ベータ・ガンマなどの各関数系が含まれている。

(2) 消費者行動

ある都市で生産された財は、隣接する都市間を結ぶ交通ネットワークにより他の都市へ輸送することができるため、どの都市でも消費することができるものとする。都市 r の消費者は、所得関数 Y_r の下で効用関数 $U_r(C_r^{M(1)}, \dots, C_r^{M(I)}, C_r^A)$ を最大化するように、工業財と農業財の消費量 $C_r^{M(i)}, C_r^A$ を決定する。

$$\max_{C_r^{M(1)}, \dots, C_r^{M(I)}, C_r^A} U_r(C_r^{M(1)}, \dots, C_r^{M(I)}, C_r^A) \quad (2)$$

$$s.t. \quad p_r^A C_r^A + \sum_{i=1}^I \sum_s \int_{k \in N_s^i} p_{sr}^i(k) q_{sr}^i(k) dk = Y_r, \quad (3)$$

ここで、 $\mu^i > 0$ は工業財 i への支出割合を表す定数、 $p_r^A = 1$ は都市 r における農業財の価格である。 k は、工業財の種類を表すインデックスであり、常に工業財の種類が連続的かつ無限に存在すると仮定するため、連続変数とする。 $p_{sr}^i(k)$, $q_{sr}^i(k)$ は、都市 s で生産され、都市 r で消費される工業財 i の種類毎の価格、消費量を表す。また、また、工業財 t の消費量 $C_t^{M(i)}$ は、工業財 t の消費量 $q_{ij}^{(i)}(k)$ を代替の弾力性 $\sigma^{(i)} > 1$ を用いて集計した、

$$C_t^{M(i)} = \left(\sum_j \int_{k \in N_j^{(i)}} q_{ij}^{(i)}(k) (\sigma^{(i)} - 1) / \sigma^{(i)} dk \right)^{\sigma^{(i)} / (\sigma^{(i)} - 1)} \quad (4)$$

によって定義される。

(3) 企業の行動

農業部門では, unskilled worker の労働のみを生産要素とし, 同質な財を完全競争のもとで収穫一定の技術により生産する. この場合, 一般性を失うことなく, 1 単位の unskilled worker の労働により, 1 単位の財が生産されると基準化できる. 従って, 限界費用原理から, 農業財の価格 p_r^A は, unskilled worker の賃金 ω_r^L と等しくなる. また, 農業財の輸送には費用がかからないと仮定するため, どの都市においても農業財の価格, unskilled worker の賃金は等しい (i.e., $p_r^A = \omega_r^L = 1 \quad \forall r$).

工業部門では, 企業 i は, Dixit-Stiglitz 型の独占的競争市場下で, 差別化された財を生産する. 企業 i が工業財 i を生産するためには, skilled worker i の労働を 1 単位と, 生産量 $x_r^i(k)$ に応じて unskilled worker の労働を $\beta^i x_r^i(k)$ 単位, 生産要素として投入する必要があると仮定する. この仮定から, 生産を行う企業 i の数 n_r^i は, 都市 i に居住する skilled worker i の人口 h_r^i と等しくなる (i.e., $n_r^i = h_r^i$). また, 工業財 i の生産費用関数は, skilled worker i の賃金を ω_r^i とすると, 以下のように与えられる:

$$c(x_r^i(k), \omega_r^i) = \omega_r^i + \beta x_r^i(k). \quad (4)$$

企業 i は価格指数 p_r^i , 消費者の需要量 $Q_{rs}^i(k)$ を所与として自ら生産する工業財 i の価格 $p_{rs}^i(k)$ を設定する. そのため, 企業 i の利潤最大化行動は, 次のように定式化できる:

$$\max_{\{p_{rs}^i(k)\}} \Pi_r^i(k) = \sum_s p_{rs}^i(k) Q_{rs}^i(k) - c(x_r^i(k), \omega_r^i). \quad (5)$$

この企業の最適条件と工業財 i の需要量より, 工業財の価格 $p_{rs}^i(k)$ が次のように導出される:

$$p_{rs}^i(k) = \frac{\sigma^i \beta}{\sigma^i - 1} \phi_{rs}^i. \quad (6)$$

工業財 i の輸送には氷塊輸送費用を仮定する. すなわち, 都市 r から s に 1 単位の工業財 i を輸送すると, 1 単位のうち $1/\phi_{rs}^i$ 単位だけが実際に到着し, 残りは溶けてしまうと考える. 本モデルでは, 輸送費用 ϕ_{rs}^i を輸送費用パラメータ τ^i と都市間距離 t_{rs} を用いて次のように定義する.

$$\phi_{rs}^i \equiv \exp(\tau^i t(r, s)) \quad (7)$$

(3) 短期均衡条件と均衡解の導出

都市経済システムにおいて, 財の生産・消費量と賃金, 財価格は, skilled worker i が移住できない程, 短期間で均衡すると仮定する. この状態を“短期均衡状態”

と呼ぶ. 短期均衡状態では, 都市間の交易指標を表す空間割引行列:

$$\mathbf{D}^i \equiv (d_{rs}^i) = \exp((1 - \sigma^i) \phi_{rs}^i) \quad (8)$$

を用いることにより, skilled worker の間接効用関数 \mathbf{V} を各都市の skilled worker の人口分布 $\mathbf{h} \equiv (h_r^i)$ の陽関数として導出することができる. ここで, 都市選択に無関係な定数項を省略すると, \mathbf{V} は以下のように表記できる.

$$\mathbf{V}^i(\mathbf{h}) = \sum_m \mathbf{S}^{(m)}(\mathbf{h}^{(m)}) + \left\{ \sigma^{-1} \right\} (\mathbf{w}^{(i),(H)}(\mathbf{h}^i) + \mathbf{w}^{(i),(L)}(\mathbf{h}^i)) \quad (9)$$

なお, 右辺の各行列は次のように定義される.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^i(\mathbf{h}^i) &\equiv (\sigma^i - 1)^{-1} \ln(\mathbf{D}^i \mathbf{h}^i) \\ \mathbf{w}^{(i),(H)}(\mathbf{h}) &= \mathbf{M} \mathbf{h}, \quad \mathbf{w}^{(i),(L)}(\mathbf{h}) = \mathbf{M} \mathbf{1} \\ \mathbf{M}^i &\equiv \mathbf{D}^i (\text{diag}(\mathbf{D}^{i\top} \mathbf{h}^i))^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで $\mathbf{1}$ は全ての要素が 1 の列ベクトルを表している. また, ベクトルの各要素に対数をとったものに関しては, $\ln(\mathbf{a}) = (\ln a_0, \ln a_1, \dots, \ln a_n)$ と表記した.

3. 長期均衡状態のモデル

(1) 労働者の都市選択行動と長期均衡条件

長期的には, skilled worker は, 自らの得る効用を最大化するように労働・居住する都市を選択することができる. この skilled worker の移住行動が長期的に落ち着く状態を長期均衡と呼ぶ.

ここでは, skilled worker i の効用 v_r^i と各都市の人口 h_r^i のみを用いて長期均衡条件を考える. skilled worker の効用は, 各都市の skilled worker の人口に依存する, すなわち, $v_r^i = v_r^i(\mathbf{h})$ である. この効用水準を所与とし, 均衡状態での間接効用関数を V^* とおくと, 人口の長期均衡条件は, 相補性問題を用いた形式で,

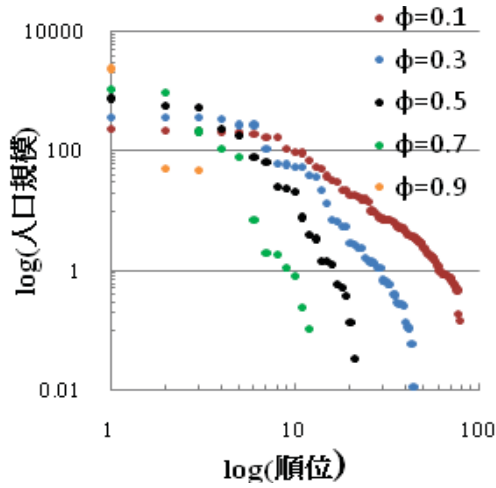
$$\begin{cases} V^* - v_r^i(\mathbf{h}) = 0 & \text{if } h_r^i \geq 0 \\ V^* - v_r^i(\mathbf{h}) \geq 0 & \text{if } h_r^i = 0 \end{cases} \quad \forall r \in K, \forall i \in I \quad (11)$$

と定式化される.

(2) 安定均衡解の導出法

一般的に CP モデルの均衡解には, 安定・不安定な解が多数存在する. したがって, 創発する人口分布パターンを知るためには, 均衡解周りの局所安定性を調べる必要がある. ここで, 局所安定的な均衡解とは, 解に対し微小な攪乱を与えた際, 時間の経過により, 再び元の均衡点に収束する解のことである.

均衡解の安定性を考えるためには, skilled worker の人



$$H = 2500, \sigma^i \in (2,10), K = 100$$

図 1) rank-size プロット

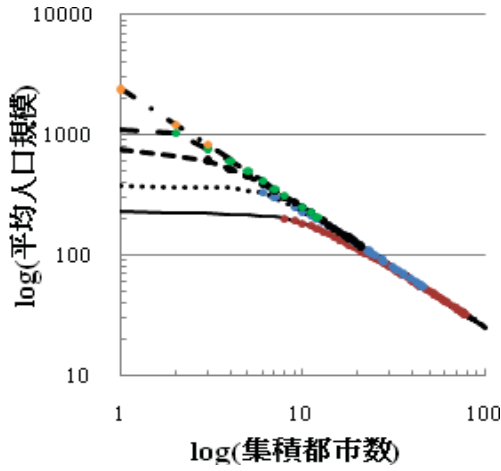


図 2) NAS プロット

口分布が均衡状態へ到達するまでの調整過程をモデル化する必要がある。一般的に、(11)式のような非線形相補性問題の解は、射影演算を用いた以下の動的システム (projection dynamics) の均衡点とみなすことができる:

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{H}(\mathbf{X}(t)) - \mathbf{X}(t), \quad (12)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{X}) \equiv \text{Proj}_{\Omega, \mathbf{Q}}(\mathbf{X} - \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{X})), \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{X}^* = (\mathbf{h}^*, \mathbf{V}^*)$, $\mathbf{F}(\mathbf{X}^*)$ は Ω から Ω への写像、 \mathbf{Q} は適当な正定値行列、 t は時刻、 $\text{Proj}_{\Omega, \mathbf{Q}}(\mathbf{X})$ は \mathbf{X} の Ω への射影演算を表す。都市選択均衡問題では、 Ω は非負実数空間にすぎないので、 $\text{Proj}_{\Omega, \mathbf{Q}}(\mathbf{X})$ は簡単な演算 $(\mathbf{X})_+$ に帰着する。(ここで、 $(\mathbf{X})_+$ は \mathbf{X} の要素毎に負の要素のみを 0 に変換する演算。) このとき、均衡点の安定性を調べるためには、調整ダイナミクスの Jacobi 行列 $\nabla(d\mathbf{X}(t)/dt)$ の固有値を求め、その実部の符号が負で

あることを確かめなければならない。しかし、本論文の数値実験においては、上記のダイナミクスを用いた効率的なアプローチを導入することで、安定的な均衡解を数値計算により探索することが可能となる。解の具体的な導出アルゴリズムについては、付録を参照されたい。

4. 数値実験による規則性創発の確認

本章では、多都市・多産業 CP モデルの系統的な数値実験により、都市の人口規模分布及び、産業の立地分布に、rank-size ルール、NAS ルールの各規則性が創発することを確認する。

(1) 数値実験条件

数値実験では、 $\{\sigma^i\}_{i=1}^I$ の分布系に対し、regularly varying function に属する分布形から、一様分布形とパレート分布形を仮定する。パレート分布の確率変数を x と置くと、確率密度関数 $f(x)$ は、 $(\alpha \leq x \leq \beta)$ の下で、

$$f(x) = \frac{1}{\beta - \alpha} \quad (14)$$

と表される。また、パレート分布の確率変数を y と置くと、確率密度関数 $g(y)$ は、

$$g(y) = \begin{cases} ab^a y^{-(a+1)} & (x \geq b) \\ 0 & (x < b) \end{cases} \quad (15)$$

と表される。ここで、 $a > 0$, $b > 0$ である。また、ここでは、各確率変数は、 σ^i の値を持つ財を生産する企業の数に相当する。

本実験では、 $\{\sigma^i\}_{i=1}^I$ の分布系に仮定する確率分布関数を、それぞれの σ^i を持つ財を生産する企業の、システム内における頻度の分布関数と捉える。そして、その各企業の頻度分布を、各々の企業に対応する skilled worker i の総数 H^i で近似する。ここでは、それぞれの企業における skilled worker i の総数が、企業の頻度分布の期待値に相当する。この操作により、連続的な確率変数を、離散的な確定値で扱うことが可能となる。具体的には、 σ^i を持つ財を生産する企業の数に相当する確率変数 x^i を、 $i = 1$ から順に等間隔で並べ、それぞれに対応する密度関数の値 $f(x^i)$ を算出する。そして、それぞれの $f(x^i)$ の値が総和に占める比率から、 σ^i を持つ財を生産する企業に対応する skilled worker 数 H^i の値を離散的に与え、計算に用いる。関係式は、

$$H^i = H \cdot \frac{f(x^i)}{\sum_1^I f(x^i)} \quad (16)$$

と表される

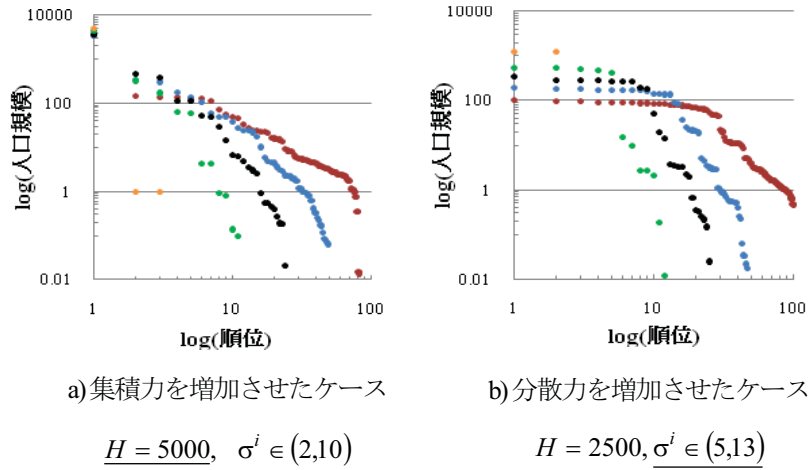


図3 rank-size プロット

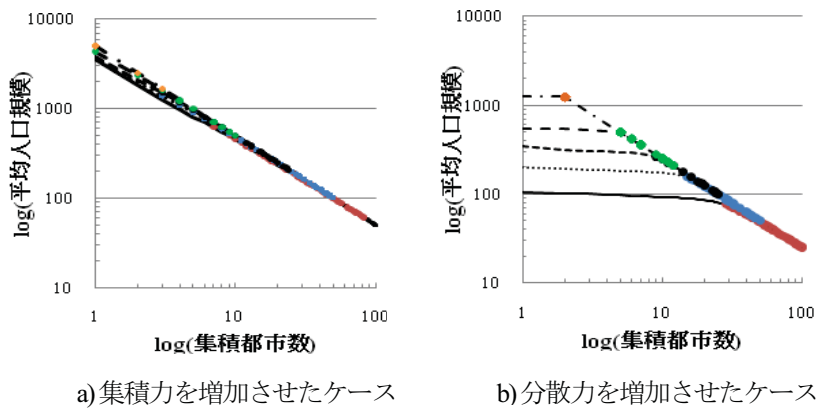


図4 NAS プロット

(2) 数値実験結果の提示方法

結果は2種類のグラフで示す。一つは、横軸に規模順位、縦軸にシステム内における各都市の人口規模をとった両対数グラフ(rank-size プロット)である。このグラフのプロットは、長期均衡状態における各都市の人口規模を参照することで描かれる。もう一つは、横軸に各産業が集積している都市の数、縦軸にそれらの都市の平均人口規模をとった両対数グラフ(NAS プロット)である。このグラフのプロットは、均衡状態において、各々の産業が分布している都市の数をカウントし、それらの都市の平均人口規模を算出することで描かれる。

(3) 基本ケース

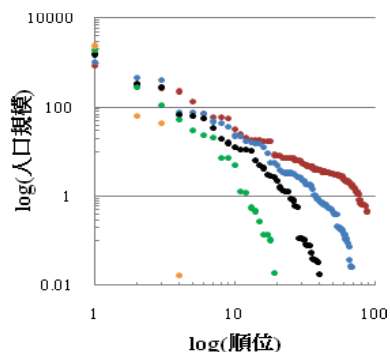
ここでは、基本ケースとして、円周上に離散的に存在する100都市・100産業都市システムを定義する。skilled workerの総数を $H = 2500$ とし、財の代替弾力性パラメータ σ^i の分布に、一様分布を仮定する。これらの条件下で、均衡状態における都市の人口規模分布及び、産業の立地分布を求める。

以下に結果を示す。図-1は均衡状態における rank-size

プロットである。プロット全体を見ると、凹型の形状で分布しているのが見て取れる。これは、世界各国の rank-size プロットにおいて、実証的に確認されている性質である。また、プロットはいくつかのまとまりによって区分され、その区分毎に負の線形関係が成立しているのがわかる。さらに、輸送費用パラメータの増加に伴い、プロット全体の分布角度が急になっていくのが見て取れる。これは、輸送の自由度増加に伴い、少数の都市に人口の集積が強く起きるためである。ただし、プロットの概形は、輸送費用に依らず、凹型の形状と区分線形が維持されている。以上の事実は、

i) rank-size プロットは凹型の区分線形であり、その区分毎に負の線形関係が成立するとまとめられる。

図-2は均衡状態における NAS プロットである。プロット全体を見ると、産業の集積都市数と、それらの平均人口規模間に負の線形関係が成立している。これは、世界各国で実証的に確認されている性質と同様である。また、各々のプロットは、upper-average size という NAS プロットが取り得る値の上限値に従って分布している。ここで、upper-average size とは、各都市の人口規模順位より



パレート分布を仮定したケース

$$H = 2500, \sigma^i \in (2, 10)$$

図5) rank-sizeプロット

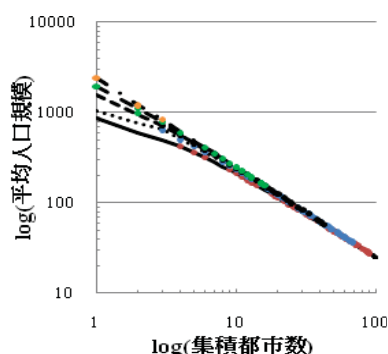


図6) NASプロット

も上位に位置する都市の平均人口規模である。例えば、システム内において n 番目の人口規模を有する都市の upper-average size は、人口の規模順位が 1 番目から n 番目までの都市の人口を平均した値となる。各産業がこの値に沿って立地しているということは、産業が規模の大きい都市から順に立地していることを示す。これは、規模の小さい都市にのみ立地している産業が存在しないことを示し、このことから、産業立地階層性の成立が確認できる。また、この特性は、輸送費用パラメータに依存せず成立することもグラフから明らかである。以上の事実

は、

- ii) NASプロットは負の線形関係に従う
- iii) NASプロットは取り得る値の上限値(i.e. Upper-Average size)に従い分布する。(この時、産業立地階層性が成立)

とまとめられる。

(4) 頑健性の確認

ここでは、実験に用いる各条件を変化させ、上記 i) ii) iii)の特性が、パラメータに依らず、頑健に成立することを確認する。ここで変更するパラメータは、都市システムの集積・分散力に影響を与えるパラメータ、財の代替弾力性パラメータに仮定する確率分布形、都市の空間構

造の3種類である。

a) 集積・分散力パラメータを変化させた場合

ここでは、都市システム内の集積力に影響を与えるパラメータとして、skilled worker のシステム内における総数、分散力に影響を与えるパラメータとして、 σ^i の平均値を考慮する。具体的には、skilled worker の総数を、 $H = 2500$ から、 $H = 5000$ へと変更し集積力を増加させる。また、 σ^i 全体の分布の平均値を増加させ、分散力を増加させる。

以下に結果を示す。図-3,4 a), 図-3,4 b)から、集積・分散力パラメータを変化させたケースにおいても、基本ケースで示した3つの特性が、頑健に成立していることが読み取れる。また、各グラフと基本ケースにおけるグラフとの比較から、パラメータ値の変更に伴い、変化が生じた特性についても確認できる。それらの特性について具体的に見ていく。

図-1, 図-3 a)の比較から、労働者 H の増加によって集積力が増し、rank-size プロット全体の分布角度が急になっているのが見て取れる。図-1, 図-3 b)の比較からは、 σ^i の平均値を増加させたことによる分散力の増加に伴い、rank-size プロット全体の分布角度が緩やかになっているのが見て取れる。これらのことから、rank-size プロットは、集積・分散力に影響を与えるパラメータの値に依存し、プロット全体の分布形状が変化するということがわかった。これは、システム内における集積力及び、分散力が変化したことで、都市への人口集積の進展度合いが変化したためであると考えられる。一方で、NASプロットには、集積に影響を及ぼすパラメータの変化による特性の変化は見られなかった。

b) 確率分布形の変更が集積現象に与える影響

ここでは、 σ^i に仮定する確率分布形を、一様分布からパレート分布に変更した場合の結果について示す。ここで σ^i の取り得る平均値は、一様分布を仮定した場合と等しくなるように設定する。また密度関数における各パラメータは、 $a = 2$ 、 $b = 2$ と設定した。

図-5, 図-6)から、このケースにおいても、基本ケースで示した3つの特性が頑健に成立しているのが見て取れる。

c) 空間構造の変化が集積現象に与える影響

最後に、システム内の都市の空間構造を変化させた場合の実験結果について見ていく。ここでは、2つのケースを仮定する。一つは、システム内に仮定する都市の総数を 100 から 400 へと増加させたケースである。この時、都市数以外の設定は、基本ケースと同様であり、システム内の skilled worker の総人口についても同様に

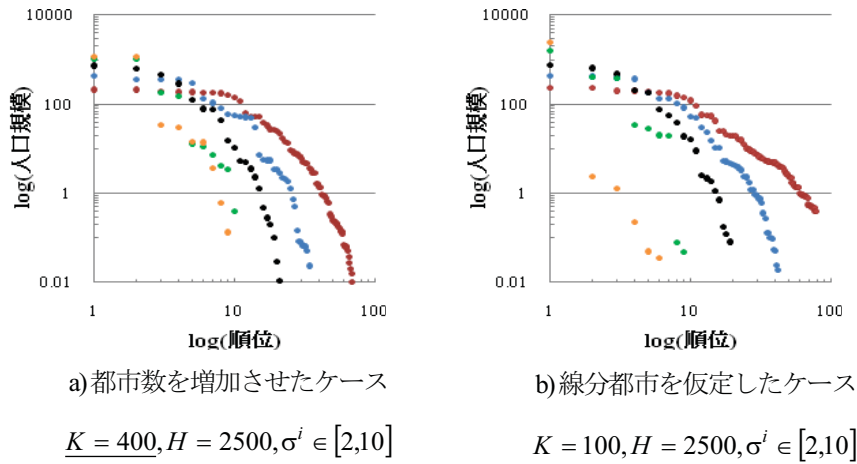


図7 rank-size プロット

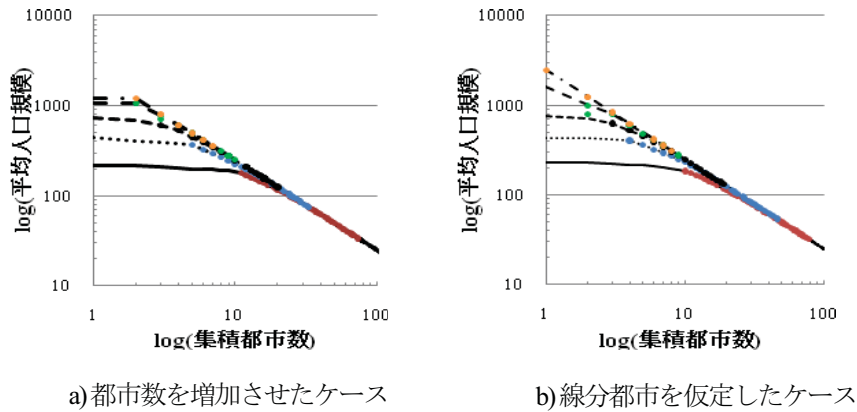


図8 NAS プロット

$H = 2500$ と設定する。もう一つは、都市システムの空間構造を円周都市システムから線分都市システムへと変更したケースである。ここでは、線分都市システムにおける各都市間の距離が、円周都市システムの場合と等しくなるように都市を設定する。その他のパラメータについては、基本ケースと同じ値とする。

以下に結果を示す。図-7.8 a)は、都市の総数を 400 とした場合の数値実験結果である。この場合も、基本ケースで示した三つの特性が成立しているのが見て取れる。また、このケースでは、都市の総数は増加させたが、システム全体における skilled worker と unskilled worker の総数は、基本ケースと同じ値である。このことから、基本ケースで示した特性は、各都市が初期に有する人口パターンに依存せず、頑健に成立することも明らかとなった。

図-7.8 b)は、線分 100 都市システムを仮定した場合の数値実験結果である。このケースにおいても同様に、基本ケースで示した 3つの特性が成立しているのが見て取れる。これらの特性が空間構造に依存せず成立する理由を、集積の進展パターンを見ることで確認する。図-9、10 は、輸送の自由度増加に伴う人口集積の進展度合いを、円周 100 都市、線分 100 都市それぞれについて示したものである。横軸は各都市の番号を示し、縦軸は各都

市の人口規模を示している。円周都市システムにおいては、比較しやすいように線分都市システムと同様の形態を用いて図を示しているが、実際には、横軸の両端に示されている都市同士は隣接している。これらの図から、都市への人口の集積パターンが、都市の空間構造に依存せず、以下に示す同一の特性を持つことが明らかとなった。

- i) 人口の多い都市が、空間上にほぼ等間隔で現れる。
- ii) 輸送の自由度増加に伴い、より少数の都市に多くの人口が集積する。

5. おわりに

本研究では、確率的要因を導入した多都市・多産業 CP モデルの系統的な数値実験により、rank-size ルール、産業立地階層性、NAS ルールの各規則性が、各パラメータ値に依存せず、頑健に成立することを示した。具体的には、集積の度合いに影響を及ぼすパラメータ値、導入する確率分布形及び、都市の空間構造の各条件を変化させ、数値計算を行った。その結果、全ての条件下において、都市人口規模とその順位間に負の対数線形関係 (rank-size ルール) が生じ、各産業は、都市の upper-average size に沿って分布し、産業立地階層性が生じていること

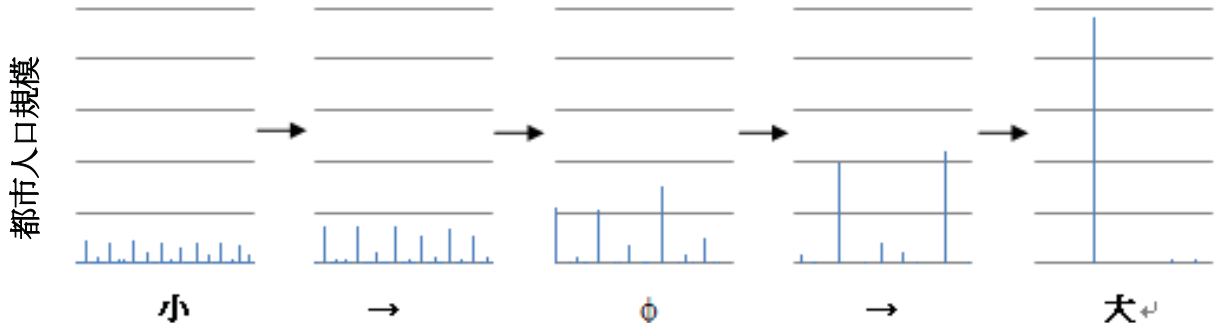


図9 円周 100都市システムにおける人口集積パターンの推移

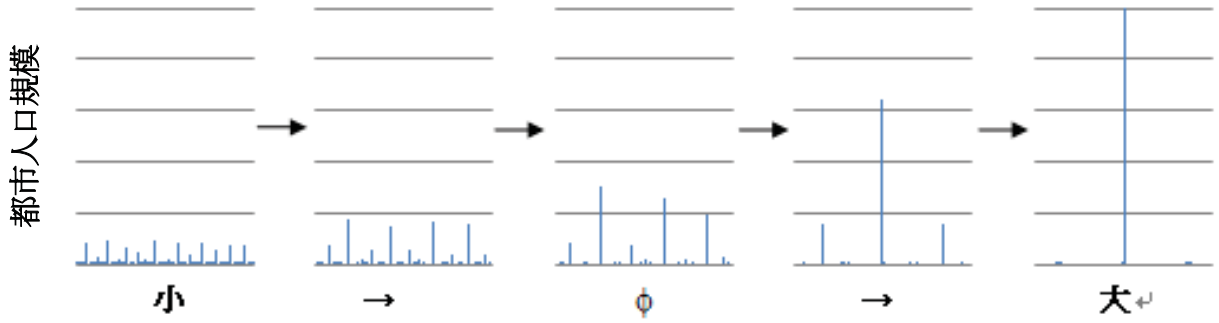


図10 線分 100都市システムにおける人口集積パターンの推移

が明らかとなった。また、この時、各々の産業が立地している都市の数と、それらの都市の平均人口規模間に負の対数線形関係 (NAS ルール) が成立することが明らかとなった。

付録 長期均衡解の導出アルゴリズム

本設問の動的システムの均衡点 ($\mathbf{H}(\mathbf{X}) - \mathbf{X} = 0$ をみたす点) は、3.(1) の非線形相補性問題を変形して得られる不動点問題の解と一致する。従って、写像を $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = -\mathbf{v}(\mathbf{h})$ と定義すれば、動的システムの均衡点は、都市選択均衡問題の均衡解となる。

ここでは、写像の調整過程に以下のような Fukushima 型 merit 関数¹¹⁾:

$$\begin{aligned} G_Q(\mathbf{X}) &= \max_{\mathbf{Z} \in \Omega} \mathbf{F}(\mathbf{X}) \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{Z}) - \frac{1}{2} (\mathbf{X} - \mathbf{Z}) \cdot \mathbf{Q} (\mathbf{X} - \mathbf{Z}) \\ &= \mathbf{F}(\mathbf{X}) \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{H}(\mathbf{X})) - \frac{1}{2} (\mathbf{H}(\mathbf{X}) - \mathbf{X}) \cdot \mathbf{Q} (\mathbf{H}(\mathbf{X}) - \mathbf{X}) \end{aligned} \quad (17)$$

を用いる。この関数は、許容解に対して常に非負:

$$G_Q(\mathbf{X}) \geq 0 \quad \forall \mathbf{X} \in \Omega_Q \quad (18)$$

であり、均衡条件を満たす $\mathbf{X}^* = \mathbf{h}^* \in \Omega_k$ に対してのみ $G_Q(\mathbf{X}^*) = 0$ である。以下に長期均衡解を求めるアルゴリズムについてまとめる。

Step1: 間接効用関数を導出

$$\mathbf{v}(\mathbf{h}_{(1)}), \quad n := 1.$$

Step2: 射影演算子の導出

$$\mathbf{H}(\mathbf{h}_n) = \text{Proj}_{\Omega, \mathbf{Q}}(\mathbf{h}_n + \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X})) \quad (19)$$

Step3: 降下方向ベクトル $\mathbf{d}^{(n)}$ の決定

$$\mathbf{d}^{(n)} = \mathbf{H}(\mathbf{h}_n) - \mathbf{h}_n \quad (20)$$

Step4: ステップサイズの決定

$$\min_{\alpha^{(n)}} G_Q(\mathbf{h}_{(n)} + \alpha^{(n)} \mathbf{d}^{(n)}) \quad \text{s.t.} \quad 0 \leq \alpha^{(n)} \leq 1 \quad (21)$$

Step5: 解の改訂

$$\mathbf{X}^{(n+1)} := \mathbf{X}^{(n)} + \alpha^{(n)} \mathbf{d}^{(n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

Step6: 収束判定

収束していれば停止、そうでなければ $n := n + 1$ として Step1 へ。

ここでは、降下方向ベクトルの導出にも射影演算子を用いている。そのため、解の改訂方向が projection dynamics の探索方向と一致する。このことから、解は経済主体者の行動原理に則した方向へ改訂されることが保証され、安定的な均衡解を探索することが可能となる。

参考文献

- 1) Mori, T., Nishikimi, K. and Smith T.: The number average size rule: A new empirical relationship between industrial location and city size. *Journal of Regional Science* Vol.48, 165-211, 2008.
- 2) Mori, T., Smith, T.: A reconsideration of the NAS rule from an industrial agglomeration perspective. *Brooking-Wharton Papers on Urban Affairs*,

175-216, 2009.

- 3) Mori, T., Smith, T.: An industrial agglomeration approach to central place and city size regularities. *Discussion paper No.687, Institute of Economic Research, Kyoto University*, 2009.
- 4) Simon, H. A.: On a class of skew distribution functions. *Biometrika* Vol. 42, 425-440, 1955.
- 5) Rossi-Hansberg, E. and Wright, M. L. J.: Urban structure and growth, *Review of Economic Studies*, Vol. 74, 597-624, 2007.
- 6) Duranton, G.: Urban evolutions: The fast, the slow, and the still, *American Economic Review*, Vol. 97, 197-221, 2007.
- 7) Beckman, M. J.: City hierarchies and the distribution of city size, *Economic Development and Cultural Change* 6, 243-248, 1958.
- 8) Hsu, W.: Central place theory and city size distribution. *Mimeograph, Chinese University of Hong Kong*. 2010.
- 9) Krugman, P.: Increasing returns and economic geography, *Journal of Political Economy*, Vol. 99, 483-499, 1991.
- 10) Pflüger, M.: A simple analytically solvable, Chamberlinian agglomeration model, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 34, 565-573, 2004.
- 11) Fukushima, M.: Equivalent differentiable optimization problems and descent methods for asymmetric variational inequality problems. *Mathematical Programming* Vol. 53, 99-110, 1992.

(2011. ? ? 受付)