原材料の調達過程を考慮したサプライチェーンと交通のスーパーネットワーク均衡モデル

横山　大河[1]・山田　忠史[2]・谷口　栄一[3]

[1]学生会員　京都大学大学院修士課程　工学研究科都市社会工学専攻
（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail:taiga.y@kiban.kuciv.kyoto-u.ac.jp
[2]正会員　京都大学大学院准教授　工学研究科都市社会工学専攻（同上）
E-mail:t.yamada@kiban.kuciv.kyoto-u.ac.jp
[3]フェロー会員　京都大学大学院教授　工学研究科都市社会工学専攻（同上）
E-mail:taniguchi@kiban.kuciv.kyoto-u.ac.jp

本研究は，部品や資材などの原材料の調達過程を明示的に考慮した，サプライチェーンネットワークと交通ネットワークを統合したスーパーネットワーク均衡(SC-T-SNE)モデルを提案する．既存のSC-T-SNEモデルに原材料業者の行動を組み込み，原材料と商品の関係をコブ=ダグラス型生産関数で表現したうえで，各主体（原材料業者，製造業者，卸売業者，小売業者，消費市場，物流業者，交通ネットワーク利用者）の意思決定の定式化，スーパーネットワーク全体の均衡条件，および，その解法を示す．本研究で提示するモデルは，企業のサプライチェーンマネジメントや事業継続計画に有用であるだけでなく，行政側の物流計画や交通施策の効果の適切な把握に寄与するものと考えられる．

Key Words : *supply chain network, transport network, supernetwork, network equibrium, procurement*

1.　はじめに

商品のサプライチェーンネットワーク(supply chain nework: SCN)の効率的な形成，すなわち，サプライチェーンマネジメント(supply chain management: SCM)が近年，企業の重要な戦略となっている[1)]．SCN上での商品の生産における，部品や資材（以降，原材料と称する）の調達過程については，SCMという概念が登場した頃[2)]から今日に至る[3)]まで，その重要性が指摘されている．また，東日本大震災では，SCN上の原材料の調達リンクが寸断されるなど[4)]，事業継続計画(business continuity plan: BCP)の必要性が再認識されている[5)]．原材料の調達過程も視野に入れて，平常時や災害時のSCMを検討することが，今後いっそう盛んになるものと考えられる．

複雑化するSCN上で生じる現象（例えば，商品の生産量，取引量，および，商品価格）を，複数主体の分権的な意思決定や主体間の行動の相互作用を考慮した上で，多段階のSCNを対象に記述する方法論として，サプライチェーンネットワーク均衡(SCNE: supply chain network equibrium)モデル（SCNEモデルの詳細については，文献6),7)を参照されたい）がある．しかし，既存の様々なSCNEモデルの中で，原材料業者の意思決定をモデル化し，原材料の調達過程を明示的に考慮しているのは，Yang *et al.*[8)]のみである．

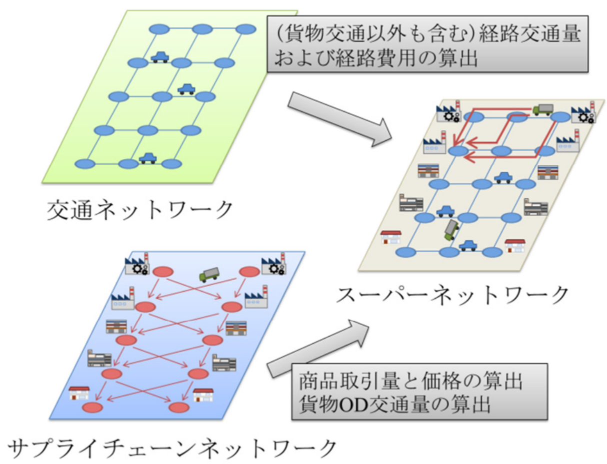

図-1　対象とするスーパーネットワーク

本研究では，原材料の調達過程を明示的に考慮し，かつ，交通ネットワーク上の交通状態がSCN上の各主体の行動に及ぼす影響，および，その逆が検討可能なモデルを提案する．具体的には，**図-1**のようなSCNと交通ネ

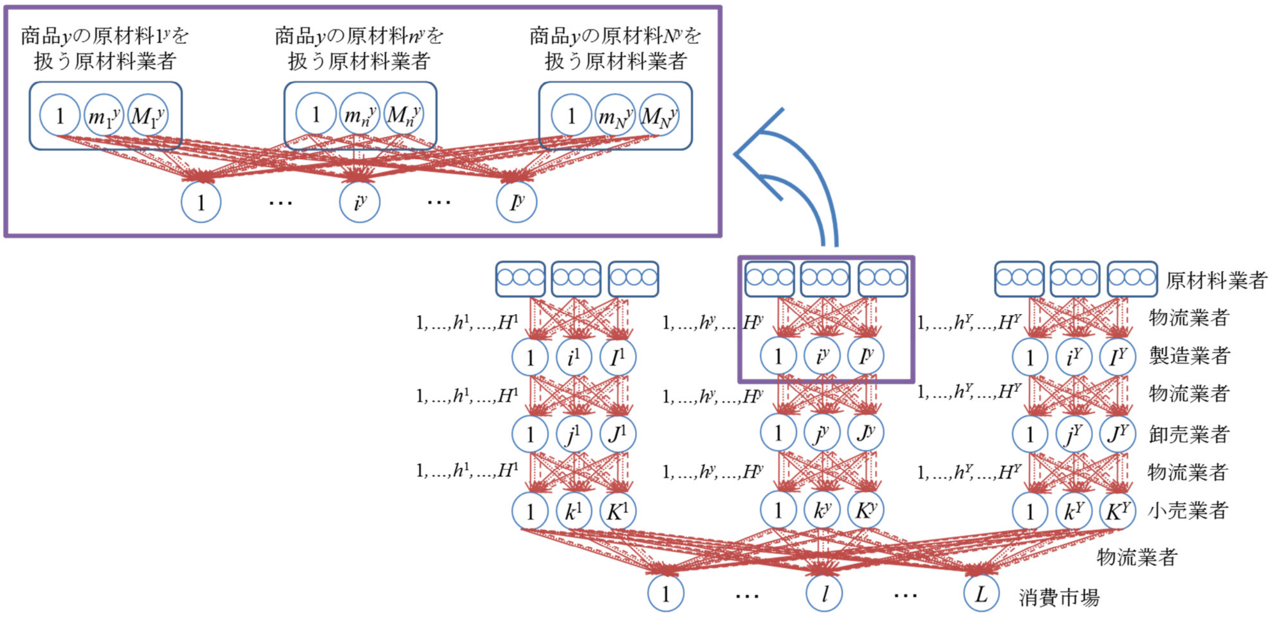

図-2　モデル化の対象とするSCN

ットワークを統合したスーパーネットワークを対象に，原材料を製造業者に供給する原材料業者の行動を考慮したスーパーネットワーク均衡(supply chain-transport supernetwork equilibrium: SC-T-SNE)モデルを構築する．このモデルは，Yamada *et al.*[9]のSC-T-SNEモデルに原材料の調達の過程を加えたものに相当する．Yang *et al.*[8]のモデルと比較すると，本研究で提案するモデルは，商品のリサイクル過程を考慮した閉路型(closed-loop)では無いが，SC-T-SNEモデルゆえ，交通ネットワークとの関連性や物流業者の行動が明示的に考慮されており，交通状態や交通施策の影響が考慮可能である．また，生産関数（原材料と商品の生産量の関係を表した関数）についても，Yang *et al.*[8]が使用した関数，すなわち，原材料が直接的に商品となるような単純な関数に，改良を施す．さらに，本研究では，原材料業者の目的関数に施設費用や運賃も考慮している．

提案するモデルは，企業がSCMやBCPを検討する際に有用であるだけでなく，交通流を考慮したうえでSCN上の商品の流動や活動主体の行動を記述することから，行政側が物資流動発生メカニズムや交通施策の効果を適切に把握することにもつながるものと考えられる．

2.　モデルの概要

交通ネットワーク上のノード集合をV，リンク集合をAとする．図-2のように，寡占的で単一の流通段階を有するSCNが，交通ネットワーク$G(V, A)$上にY種類存在しており，各SCNが商品（すなわち，財）y (y=1,..., Y) を供給すると想定する．さらに，商品yの生産に必要な原材料をn (n =1,..., N^y)とし，原材料nを供給する原材料業者を$m_n^y\left(m_n^y=1,\ldots,M_n^y\right)$とする．商品$y$のSCN上には，$\sum_{n=1}^{N^y} M_n^y$個の原材料業者，$I^y$個の製造業者，$J^y$個の卸売業者，$K^y$個の小売業者，$H^y$個の物流業者が存在し，$L$個の消費市場で$Y$種類の商品が消費される．

各SCN上の原材料業者，製造業者，卸売業者，小売業者，および，消費市場が，交通ネットワークのノード上に存在するとし，各主体間の原材料や商品の取引に伴い，物流業者を介して，各ノードから貨物交通が発生・集中する．各ノードからは，上述の貨物交通以外の交通も発生・集中する．これらすべての交通の起点集合を$R \subseteq V$，終点集合を$S \subseteq V$とする．なお，同一のノードから交通の発生と集中が生じることや，業者が存在しているノードから，貨物交通以外の交通の発生や集中が生じることは許容されるが，同一のノード上に，同一の商品を扱う業者は複数存在しないこととする．

(1)　原材料業者の行動

$E_n^{0y}(=E_{m_n^y i^y})$を交通ネットワーク上のODペア(m_n^y, i^y) $\left(m_n^y \in R, i^y \in S\right)$間の経路集合とする．また，ODペア$(m_n^y, i^y)$間の経路$p_n^{0y}\left(=p_{m_n^y i^y}\right) \in E_n^{0y}$について$\dim p_n^{0y}=e_n^{0y}$とする．商品$y$の原材料$n$を扱う原材料業者$m_n^y$の行動は，利潤最大化を目的として，以下のように表される．なお，式中の*は均衡解を表す．

$$
\begin{aligned}
\text{Max} \ & \sum_{i^y=1}^{I^y} \rho_{m_n^y i^y}^{0*} \sum_{h^y=1}^{H^y} \sum_{p_n^{0y} \in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}} - f_{m_n^y}\left(W_n^{0y}\right) \\
& - g_{m_n^y}\left(W_n^{0y}\right) - \sum_{i^y=1}^{I^y} c_{m_n^y i^y}\left(W_n^{0y}\right) - \sum_{h^y=1}^{H^y} \sum_{i^y=1}^{I^y} \rho_{h^y m_n^y i^y}^{0*} \sum_{p_n^{0y} \in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
\text{subject to} \quad w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}} \geq 0 \quad \forall h^y, i^y, p_n^{0y} \tag{2}
$$

ここに，

$\rho^{0}_{m_n^y i^y}$ ：原材料業者 m_n^y から製造業者 i^y への原材料の販売価格

$w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}$ ：物流業者 h^y が，交通ネットワーク上の経路 p_n^{0y} を通って，原材料業者 m_n^y から製造業者 i^y へ輸送する原材料の量

W_n^{0y} ： $w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}$ を要素とする $H^y M_n^y I^y e_n^{0y}$ 次元ベクトル

$f_{m_n^y}\left(W_n^{0y}\right)$ ：原材料業者 m_n^y の生産費用

$g_{m_n^y}\left(W_n^{0y}\right)$ ：原材料業者 m_n^y の施設費用

$c_{m_n^y i^y}\left(W_n^{0y}\right)$ ：原材料業者 m_n^y と製造業者 i^y の取引費用（ただし，$m_n^y i^y$ 間の輸送費用を除く）

$\rho^{0}_{h^y m_n^y i^y}$ ：$m_n^y i^y$ 間の輸送における物流業者 h^y の運賃

生産費用には，部品や資材を作るための加工費や設備費等が含まれる．取引費用には運賃以外の取引に関わる費用が，施設費用には土地代や施設の維持管理費が含まれる．

W^0 は W_n^{0y} を要素とする $S^0\left(=\sum_{y=1}^{Y}\sum_{n=1}^{N^y}(H^y I^y M_n^y e_n^{0y})\right)$ 次元ベクトルとする．生産費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての商品の原材料に関するすべての原材料業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $W^{0*}\in R_+^{S^0}$ を求める問題と等価である．

$$\sum_{y=1}^{Y}\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}\left[\frac{\partial f_{m_n^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}+\frac{\partial g_{m_n^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}+\frac{\partial c_{m_n^y i^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}+\rho^{0*}_{h^y m_n^y i^y}-\rho^{0*}_{m_n^y i^y}\right]\times\left[w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}-w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\right]\geq 0 \quad \forall W^0\in R_+^{S^0} \tag{3}$$

(2) 製造業者の行動

$E^{1y}\left(=E_{i^y j^y}\right)$ を交通ネットワーク上の OD ペア (i^y, j^y) $\left(i^y\in R, j^y\in S\right)$ 間の経路集合とし，OD ペア (i^y, j^y) 間の経路 $p^{1y}\left(=p_{i^y j^y}\right)\in E^{1y}$ について $\dim p^{1y}=e^{1y}$ とする．商品 y を扱う製造業者 i^y の行動は，利潤最大化のもと，以下のように表される．

$$\begin{aligned}\text{Max}\ &\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{1*}_{i^y j^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}}q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}-f_{i^y}\left(W^{0y}\right)-c_{i^y}\left(W^{0y}\right)\\&-g_{i^y}\left(W^{0y},Q^{1y}\right)-\sum_{j^y=1}^{J^y}c_{i^y j^y}\left(Q^{1y}\right)\\&-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{1*}_{h^y i^y j^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}}q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}-\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\rho^{0*}_{m_n^y i^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\end{aligned} \tag{4}$$

$$\text{subject to}\ \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}}q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\leq b_{i^y}\prod_{n=1}^{N^y}\left(\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\right)^{\beta_{ni^y}} \tag{5}$$

$$\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\geq\varepsilon\quad\forall n \tag{6}$$

$$w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\geq 0\ \forall n,h^y,m_n^y,p_n^{0y},\quad q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\geq 0\ \forall h^y,j^y,p^{1y} \tag{7}$$

ここに，

W^{0y} ：W_n^{0y} を要素とする $\sum_{n=1}^{N^y}(H^y I^y M_n^y e_n^{0y})$ 次元ベクトル

$\rho^{1}_{i^y j^y}$ ：製造業者 i^y から卸売業者 j^y への販売価格

$q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}$ ：物流業者 h^y が，交通ネットワーク上の経路 p^{1y} を通って，製造業者 i^y から卸売業者 j^y へ輸送する商品の量（h^y, p^{1y}, j^y で識別した商品の生産量に相当する）

Q^{1y} ：$q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}$ を要素とする $H^y I^y J^y e^{1y}$ 次元ベクトル

$f_{i^y}\left(W^{0y}\right)$ ：製造業者 i^y の生産費用

$c_{i^y}\left(W^{0y}\right)$ ：製造業者 i^y の保管費用

$g_{i^y}\left(W^{0y},Q^{1y}\right)$ ：製造業者 i^y の施設費用

$c_{i^y j^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：製造業者 i^y と卸売業者 j^y の取引費用（ただし，$i^y j^y$ 間の輸送費用を除く）

$\rho^{1}_{h^y i^y j^y}$ ：$i^y j^y$ 間の輸送における物流業者 h^y の運賃

$\beta_{n^y i^y}$ ：生産関数の投入割合係数 $\left(0\leq\beta_{ni^y}\leq 1,\ \sum_{n=1}^{N^y}\beta_{ni^y}=1\right)$

b_{i^y} ：規模係数

ε ：正定数

式(5)は，商品の生産に関する制約条件であり，この式により，原材料業者とそれ以外の業者の行動が関連づけられる．本研究では，商品の生産量と各原材料との関係（式(5) の右辺）を，コブ=ダグラス型生産関数を用いて表現する．式(6)は，商品 y の原材料 n の購入量は少なくとも 0 より大きいことを示す．

Q^1 は Q^{1y} を要素とする $S^1\left(=\sum_{y=1}^{Y}(H^y I^y J^y e^{1y})\right)$ 次元ベクトルとする．生産費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸，生産関数が凹関数であり，すべての商品に関するすべての製造業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす $(W^{0*}, Q^{1*},\lambda^*,\mu^*)\in R_+^{S^0+S^1+IY+NY}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}\left[\frac{\partial f_{i^y}\left(W^{0y*}\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}+\frac{\partial c_{i^y}\left(W^{0y*}\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}+\frac{\partial g_{i^y}\left(W^{0y*},Q^{1y*}\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}\right.\\&\left.+\rho^{0*}_{m_n^y i^y}-\lambda^*_{i^y}\beta_{ni^y}\frac{b_{i^y}\prod_{n=1}^{N^y}\left(\sum_{m_n^y}^{M_n^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\right)^{\beta_{ni^y}}}{\sum_{m_n^y}^{M_n^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}}-\mu_n^*\right]\\&\times\left[w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}-w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\right]+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}}\left[\frac{\partial g_{i^y}\left(W^{0y*},Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}}\right.\\&\left.+\frac{\partial c_{i^y j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}}+\rho^{1*}_{h^y i^y j^y}-\rho^{1*}_{i^y j^y}+\lambda^*_{i^y}\right]\times\left[q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}-q^{p^{1y}*}_{h^y i^y j^y}\right]\\&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\left[b_{i^y}\prod_{n=1}^{N^y}\left(\sum_{m_n^y}^{M_n^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\right)^{\beta_{ni^y}}-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}}q^{p^{1y}*}_{h^y i^y j^y}\right]\\&\times\left[\lambda_{i^y}-\lambda^*_{i^y}\right]+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{n=1}^{N^y}\left[\sum_{m_n^y}^{M_n^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}-\varepsilon\right]\times\left[\mu_n-\mu_n^*\right]\geq 0\\&\qquad\qquad\forall\left(W^0,Q^1,\lambda,\mu\right)\in R_+^{S^0+S^1+IY+NY}\end{aligned} \tag{8}$$

ここに，λ_{i^y} は式(5)についてのラグランジェ乗数であり，λ^yはλ_{i^y} を要素とする I 次元列ベクトル，λはλ^y を要素とする IY 次元ベクトルある．μ_n は式(6)についてのラグランジェ乗数であり，μ^y はμ_n を要素とする N 次元列ベクトル，μはμ^yを要素とするNY次元ベクトルある．

(3) 卸売業者の行動

$E^{2y}\left(=E_{j^yk^y}\right)$ を交通ネットワーク上のODペア(j^y, k^y) $\left(j^y \in R, k^y \in S\right)$間の経路集合とする．また，ODペア($j^y$, k^y)間の経路$p^{2y}\left(=p_{j^yk^y}\right)\in E^{2y}$について$\dim p^{2y}=e^{2y}$とする．このとき，商品$y$を扱う卸売業者$j^y$の行動は，利潤最大化を目的として，以下のように表される．

$$\begin{aligned}
\text{Max}\ & \sum_{k^y=1}^{K^y}\rho^{2*}_{j^yk^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y} - c_{j^y}\left(Q^{1y}\right) - g_{j^y}\left(Q^{1y}\right) \\
& - \sum_{k^y=1}^{K^y} c_{j^yk^y}\left(Q^{2y}\right) - \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\rho^{2*}_{h^yj^yk^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y} \\
& - \sum_{i^y=1}^{I^y}\rho^{1*}_{i^yj^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q^{p^{1y}}_{h^yi^yj^y}
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\text{subject to}\quad \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y} \le \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q^{p^{1y}}_{h^yi^yj^y} \tag{10}$$

$$q^{p^{1y}}_{h^yi^yj^y} \ge 0\ \forall h^y, i^y, p^{1y},\quad q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y} \ge 0\ \forall h^y, k^y, p^{2y} \tag{11}$$

ここに，

- $\rho^2_{j^yk^y}$ ：卸売業者 j^yから小売業者 k^yへの販売価格
- $q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y}$ ：物流業者 h^yが，交通ネットワーク上の経路p^{2y}を通って，卸売業者 j^yから小売業者 k^yへ輸送する商品の量（h^y, p^{2y}, k^yで識別した商品の取引量に相当する）
- Q^{2y} ：$q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y}$ を要素とする $H^yJ^yK^ye^{2y}$次元ベクトル
- $c_{j^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：卸売業者 j^yの保管費用
- $g_{j^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：卸売業者 j^yの施設費用
- $c_{j^yk^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：卸売業者 j^yと小売業者 k^yの取引費用（ただし，j^yk^y間の輸送費用を除く）
- $\rho^2_{h^yj^yk^y}$ ：j^yk^y間の輸送における物流業者 h^yの運賃

Q^2はQ^{2y}を要素とする $S^2\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(H^yJ^yK^ye^{2y}\right)\right)$次元ベクトルとする．保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての商品に関するすべての卸売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす(Q^{1*}, Q^{2*}, γ^*)$\in R_+^{S^1+S^2+JY}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}
& \sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}}\left[\frac{\partial c_{j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^yi^yj^y}} + \frac{\partial g_{j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^yi^yj^y}} + \rho^{1*}_{i^yj^y} - \gamma^*_{j^y}\right]\times\left[q^{p^{1y}}_{h^yi^yj^y} - q^{p^{1y*}}_{h^yi^yj^y}\right] \\
& + \sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}}\left[-\rho^{2*}_{j^yk^y} + \frac{\partial c_{j^yk^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y}} + \rho^{2*}_{h^yj^yk^y} + \gamma^*_{j^y}\right]\times\left[q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y} - q^{p^{2y*}}_{h^yj^yk^y}\right] \\
& + \sum_{y=1}^{Y}\sum_{j^y}^{J^y}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q^{p^{1y*}}_{h^yi^yj^y} - \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y*}}_{h^yj^yk^y}\right] \\
& \qquad \times\left[\gamma_{j^y} - \gamma^*_{j^y}\right] \ge 0 \quad \forall\left(Q^1, Q^2, \gamma\right)\in R_+^{S^1+S^2+JY}
\end{aligned} \tag{12}$$

ここに，γ_{j^y} は式(10)についてのラグランジェ乗数であり，γ^y はγ_{j^y} を要素とする J 次元列ベクトル，γはγ^y を要素とするJY次元ベクトルある．

(4) 小売業者の行動

$E^{3y}\left(=E_{k^yl}\right)$ を交通ネットワーク上のODペア(k^y, l) $\left(k^y \in R, l \in S\right)$間の経路集合とし，ODペア($k^y$, l)間の経路$p^{3y}\left(=p_{k^yl}\right)\in E^{3y}$について$\dim p^{3y}=e^{3y}$とする．商品$y$を扱う小売業者$k^y$の行動は，卸売業者と同様に，利潤最大化を目的として，以下のように表される．

$$\begin{aligned}
\text{Max}\ & \sum_{l=1}^{L}\rho^{3*}_{k^yl}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q^{p^{3y}}_{h^yk^yl} - c_{k^y}\left(Q^{2y}\right) - g_{k^y}\left(Q^{2y}\right) \\
& - \sum_{l=1}^{L} c_{k^yl}\left(Q^{3y}\right) - \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}\rho^{3*}_{h^yk^yl}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q^{p^{3y}}_{h^yk^yl} \\
& - \sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{2*}_{j^yk^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y}
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\text{subject to}\quad \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q^{p^{3y}}_{h^yk^yl} \le \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y} \tag{14}$$

$$q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y} \ge 0\ \forall h^y, j^y, p^{2y},\quad q^{p^{3y}}_{h^yk^yl} \ge 0\ \forall h^y, l, p^{3y} \tag{15}$$

- $\rho^3_{k^yl}$ ：小売業者 k^yの消費市場 lへの販売価格
- $q^{p^{3y}}_{h^yk^yl}$ ：物流業者 h^yが，交通ネットワーク上の経路p^{3y}を通って，小売業者 k^yから消費市場 lへ輸送する商品の量（h^y, p^{3y}, lで識別した商品の取引量に相当する）
- Q^{3y} ：$q^{p^{3y}}_{h^yk^yl}$ を要素とする $H^yK^yLe^{3y}$次元ベクトル
- $c_{k^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：小売業者 k^yの保管費用
- $g_{k^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：小売業者 k^yの施設費用
- $c_{k^yl}\left(Q^{3y}\right)$ ：小売業者 k^yと消費市場 lの取引費用（ただし，k^yl間の輸送費用を除く）
- $\rho^3_{h^yk^yl}$ ：k^yl間の輸送における物流業者 h^yの運賃

Q^3はQ^{3y}を要素とする $S^3\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(H^yK^yLe^{3y}\right)\right)$次元ベクトルとする．保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての商品に関するすべての小売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす(Q^{2*}, Q^{3*}, δ^*)$\in R_+^{S^2+S^3+KY}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}
& \sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}}\left[\frac{\partial c_{k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y}} + \frac{\partial g_{k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y}} + \rho^{2*}_{j^yk^y} - \delta^*_{k^y}\right]\times\left[q^{p^{2y}}_{h^yj^yk^y} - q^{p^{2y*}}_{h^yj^yk^y}\right] \\
& + \sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}}\left[-\rho^{3*}_{k^yl} + \frac{\partial c_{k^yl}\left(Q^{3y*}\right)}{\partial q^{p^{3y}}_{h^yk^yl}} + \rho^{3*}_{h^yk^yl} + \delta^*_{k^y}\right]\times\left[q^{p^{3y}}_{h^yk^yl} - q^{p^{3y*}}_{h^yk^yl}\right]
\end{aligned} \tag{16}$$

$$+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k^y}^{K^y}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*} - \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\right]$$
$$\times\left[\delta_{k^y}-\delta_{k^y}^*\right]\ge 0 \qquad \forall\left(Q^2,Q^3,\delta\right)\in R_+^{S^2+S^3+KY}$$

ここに，δ_{k^y} は式(14)についてのラグランジェ乗数であり，δ^y はδ_{k^y} を要素とする K 次元列ベクトル，δ は δ^y を要素とする KY次元ベクトルある．

(5) 消費市場の均衡条件

需要関数が連続であるとし，消費市場 l では以下の均衡条件（相補性条件）が成立すると仮定する．

$$\rho_{k^y l}^{3*}\begin{cases} = \rho_l^{4y*} & \text{if } q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*} > 0 \\ \ge \rho_l^{4y*} & \text{if } q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*} = 0 \end{cases} \tag{17}$$

$$d_l^y\left(\rho^{4y*}\right)\begin{cases} = \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*} & \text{if } \rho_l^{4y*} > 0 \\ \le \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*} & \text{if } \rho_l^{4y*} = 0 \end{cases} \tag{18}$$

ここに，

ρ_l^{4y}　：消費市場lでの商品yの市場価格

ρ^{4y}　：ρ_l^{4y}を要素とするL次元ベクトル

$d_l^y(\rho^{4y})$　：消費市場lの商品yの需要関数

ρ^4はρ_l^{4y}を要素とするLY次元ベクトルとする．均衡状態において，式(17)と式(18)は，全ての商品に関してすべての消費市場について満たされる必要があり，これらの均衡条件は，以下の変分不等式を満たす$(Q^{3*},\rho^{4*})\in R_+^{S^3+LY}$を求める問題と等価である．

$$\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}}\left[\rho_{k^y l}^{3*}-\rho_l^{4y*}\right]\times\left[q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}-q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\right]$$
$$+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*} - d_l^y\left(\rho^{4y*}\right)\right]\times\left[\rho_l^{4y}-\rho_l^{4y*}\right]\ge 0 \tag{19}$$
$$\forall\left(Q^3,\rho^4\right)\in R_+^{S^3+LY}$$

(6) 物流業者の行動

物流業者はSCN上の意思決定主体の一つであるが，同時に交通ネットワークの利用者でもある．ここでは，交通ネットワークとして道路ネットワークを想定し，その利用者は，対象SCN上の物流業者が運行する貨物車交通と，それ以外の交通（以下，乗用車交通と称する）の2種類とする．交通ネットワーク上の経路費用は，OD交通量や商品取引量（すなわち，生産量，物資流動量，輸送量）に応じて変化する．経路費用は，物流業者の行動を介してSCN上の輸送量に影響を及ぼすので，結果的に貨物車交通の需要も変動する．

乗用車交通の発生ノード（起点）を$r\in R$，集中ノード（終点）を$s\in S$とし，ODペアrs間の経路$p_{rs}\in E_{rs}$（E_{rs}はrs間の経路集合）について，$\dim p_{rs}=e^5$とする．このとき，物流業者h^yの行動は，利潤最大化を目的として，以下のように表される．

$$\begin{aligned}
\text{Max}\ & \sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\rho_{h^y m_n^y i^y}^{0*}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}} + \sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho_{h^y i^y j^y}^{1*}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}} \\
& + \sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\rho_{h^y j^y k^y}^{2*}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}} + \sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\rho_{h^y k^y l}^{3*}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}} \\
& - g_{h^y}\left(W_n^{0y},Q^{1y},Q^{2y},Q^{3y}\right) \\
& - \sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}} C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right) \\
& - \sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}} C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right) \\
& - \sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}} C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right) \\
& - \sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}} C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\text{subject to}\quad w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\ge 0\ \forall n, m_n^y, i^y, p_n^{0y},\ q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\ge 0\ \forall i^y, j^y, p^{1y},$$
$$q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\ge 0\ \forall j^y, k^y, p^{2y},\ q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\ge 0\ \forall k^y, l, p^{3y} \tag{21}$$

$w_{h^y}^0$　：$w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}$ を要素とする $\Sigma_{n=1}^{N}(M_n^y I^y e_n^{0y})$ 次元ベクトル

$g_{h^y}(\bullet)$　：物流業者h^yの施設費用

$C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}(\bullet)$　：経路p_n^{0y}における物流業者h^yの単位輸送量あたりの運行費用

$C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}(\bullet)$　：経路p^{1y}における物流業者h^yの単位輸送量あたりの運行費用

$C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}(\bullet)$　：経路p^{2y}における物流業者h^yの単位輸送量あたりの運行費用

$C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}(\bullet)$　：経路p^{3y}における物流業者h^yの単位輸送量あたりの運行費用

X　：$x_{rs}^{p_{rs}}$ を要素とする$e^r e^s e^5$次元ベクトル

$x_{rs}^{p_{rs}}$　：rs間での経路p_{rs}の交通量

e^r　：乗用車交通の発生ノード（起点）数

e^s　：乗用車交通の到着ノード（終点）数

施設費用は，施設の整備・維持管理などに要する費用である．運行費用は貨物車の運行に要する費用であり，その固定費用も含む．単位輸送量あたりの運行費用は，以下のように算定できる．

$$C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\frac{\eta t_{m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)}{\iota\kappa} \tag{22}$$

$$C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\frac{\eta t_{i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)}{\iota\kappa} \tag{23}$$

$$C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\frac{\eta t_{j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)}{\iota\kappa} \tag{24}$$

$$C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\frac{\eta t_{k^y l}^{p^{3y}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)}{\iota\kappa} \tag{25}$$

ここに，

η　：単位時間の一台あたりの運行費用

$t^{p_n^{0y}}_{m_n^y i^y}(\bullet), t^{p^{1y}}_{i^y j^y}(\bullet), t^{p^{2y}}_{j^y k^y}(\bullet), t^{p^{3y}}_{k^y l}(\bullet)$ ：経路$p_n^{0y}, p^{1y}, p^{2y}, p^{3y}$の所要時間

ι ：貨物車一台あたりの積載容量

κ ：貨物車一台あたりの平均積載率

物流業者の運行費用の算定に必要となる経路所要時間は，以下のように求められる．

$$t^{p_n^{0y}}_{m_n^y i^y}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A}t_a(x_a)\delta^{m_n^y i^y}_{a,p_n^{0y}} \tag{26}$$

$$t^{p^{1y}}_{i^y j^y}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A}t_a(x_a)\delta^{i^y j^y}_{a,p^{1y}} \tag{27}$$

$$t^{p^{2y}}_{j^y k^y}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A}t_a(x_a)\delta^{j^y k^y}_{a,p^{2y}} \tag{28}$$

$$t^{p^{3y}}_{k^y l}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A}t_a(x_a)\delta^{k^y l}_{a,p^{3y}} \tag{29}$$

ここに,

$\delta^{m_n^y j^y}_{a,p_n^{0y}}$ ：経路p_n^{0y}がリンクaを通るとき1，そうでないときは0の0-1変数

$\delta^{i^y j^y}_{a,p^{1y}}$ ：経路p^{1y}がリンクaを通るとき1，そうでないときは0の0-1変数

$\delta^{j^y k^y}_{a,p^{2y}}$ ：経路p^{2y}がリンクaを通るとき1，そうでないときは0の0-1変数

$\delta^{k^y l}_{a,p^{3y}}$ ：経路p^{3y}がリンクaを通るとき1，そうでないときは0の0-1変数

$t_a(x_a)$ ：リンクaの所要時間

x_a ：リンクaの交通量（式(34)参照）

施設費用関数と運行費用関数が連続かつ凸であり，すべての商品に関してすべての物流業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす$(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*})\in R_+^{S^0+S^1+S^2+S^3}$ を求めればよい．

$$\begin{aligned}
&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}\Bigg[\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}\\
&\quad +C^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\\
&\quad +\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\frac{\partial C^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}\\
&\quad +\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q^{p^{1y}*}_{h^y i^y j^y}\frac{\partial C^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}\\
&\quad +\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}*}_{h^y j^y k^y}\frac{\partial C^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}\\
&\quad +\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q^{p^{3y}*}_{h^y k^y l}\frac{\partial C^{p^{3y}}_{h^y k^y l}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}}-\rho^{0*}_{h^y m_n^y i^y}\Bigg]\\
&\qquad\times\left[w^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}-w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}}\Bigg[\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}}\\
&\quad +C^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\\
&\quad +\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\frac{\partial C^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}}\\
&\quad +\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q^{p^{1y}*}_{h^y i^y j^y}\frac{\partial C^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}}\\
&\quad +\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}*}_{h^y j^y k^y}\frac{\partial C^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}}\\
&\quad +\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q^{p^{3y}*}_{h^y k^y l}\frac{\partial C^{p^{3y}}_{h^y k^y l}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}}-\rho^{1*}_{h^y i^y j^y}\Bigg]\\
&\qquad\times\left[q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}-q^{p^{1y}*}_{h^y i^y j^y}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}}\Bigg[\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}}\\
&\quad +C^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\\
&\quad +\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\frac{\partial C^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}}\\
&\quad +\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q^{p^{1y}*}_{h^y i^y j^y}\frac{\partial C^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}}\\
&\quad +\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}*}_{h^y j^y k^y}\frac{\partial C^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}}\\
&\quad +\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q^{p^{3y}*}_{h^y k^y l}\frac{\partial C^{p^{3y}}_{h^y k^y l}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}}-\rho^{2*}_{h^y j^y k^y}\Bigg]\\
&\qquad\times\left[q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}-q^{p^{2y}*}_{h^y j^y k^y}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}}\Bigg[\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}}\\
&\quad +C^{p^{3y}}_{h^y k^y l}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\\
&\quad +\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w^{p_n^{0y}*}_{h^y m_n^y i^y}\frac{\partial C^{p_n^{0y}}_{h^y m_n^y i^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}}\\
&\quad +\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q^{p^{1y}*}_{h^y i^y j^y}\frac{\partial C^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}}\\
&\quad +\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q^{p^{2y}*}_{h^y j^y k^y}\frac{\partial C^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}}\\
&\quad +\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q^{p^{3y}*}_{h^y k^y l}\frac{\partial C^{p^{3y}}_{h^y k^y l}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}}-\rho^{3*}_{h^y k^y l}\Bigg]\\
&\qquad\times\left[q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}-q^{p^{3y}*}_{h^y k^y l}\right]\geq 0\\
&\qquad\forall\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3\right)\in R_+^{S^0+S^1+S^2+S^3}
\end{aligned} \tag{30}$$

(7) 乗用車交通の均衡条件

乗用車交通は，需要変動型利用者均衡に従うと仮定する．それゆえ，OD間の乗用車交通の需要は，OD間の最短経路上の交通費用に応じて変化する．このとき，道路ネットワーク上の乗用車交通の行動は，以下のように定式化される．

$$\begin{cases}\zeta t^{p_{rs}}_{rs}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)=c^*_{rs} & \text{if } x^{p_{rs}*}_{rs}>0\\ \zeta t^{p_{rs}}_{rs}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\geq c^*_{rs} & \text{if } x^{p_{rs}*}_{rs}=0\end{cases} \tag{31}$$

$$
d_{rs}\left(c_{rs}^*\right)\begin{cases} = \displaystyle\sum_{p_{rs}\in E_{rs}} x_{rs}^{p_{rs}*} & \text{if } c_{rs}^*>0 \\ \le \displaystyle\sum_{p_{rs}\in E_{rs}} x_{rs}^{p_{rs}*} & \text{if } c_{rs}^*=0 \end{cases} \tag{32}
$$

ここに,

$$
t_{rs}^{p_{rs}}\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A} t_a\left(x_a\right)\delta_{a,p_{rs}}^{rs} \tag{33}
$$

$$
\begin{aligned}
x_a = \sum_{p_{rs}\in E_{rs}}\delta_{a,p_{rs}}^{rs} x_{rs}^{p_{rs}} + \nu\Bigg(&\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} \delta_{a,p_n^{0y}}^{m_n^y i^y}\frac{w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}{\iota\kappa} + \sum_{p^{1y}\in E^{1y}} \delta_{a,p^{1y}}^{i^y j^y}\frac{q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}{\iota\kappa} \\
&+ \sum_{p^{2y}\in E^{2y}} \delta_{a,p^{2y}}^{j^y k^y}\frac{q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}{\iota\kappa} + \sum_{p^{3y}\in E^{3y}} \delta_{a,p^{3y}}^{k^y l}\frac{q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}{\iota\kappa}\Bigg)
\end{aligned} \tag{34}
$$

ここに,

ζ ：乗用車の単位時間あたりの走行費用

$t_{rs}^{p_{rs}}(\bullet)$ ：経路 p_{rs} の所要時間

$\delta_{a,p_{rs}}^{rs}$ ：経路 p_{rs} がリンク a を通るとき 1，そうでないときは 0 の 0-1 変数

c_{rs} ：rs 間の交通費用

$d_{rs}(\bullet)$ ：rs 間での交通需要関数

ν ：乗用車換算係数

式(31)はワードロップの第 1 原則に基づく均衡条件であり，式(32)は OD ペア rs 間の交通需要に関する相補性条件である．

リンク交通量は，乗用車交通量に，SCN の各主体間の原材料取引量や商品取引量を乗用車交通量に換算した値を加算することで求められる（式(34)）．したがって式(33)と式(34)より，乗用車交通の経路所要時間には，貨物車の経路交通量が影響を及ぼす．逆に，SCN 上の物資流動量（すなわち，原材料の量，商品の生産量，取引量，輸送量）には，乗用車の交通量が影響を及ぼす．

均衡状態において，式(31)と(32)は，全ての OD ペアについて満たされる必要があり，これらの均衡条件は，下式を満たす$(X^*,c_{rs}^*)\in R_+^{e^r e^s e^5+e^r e^s}$ を求めることに等しい.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{p_{rs}\in E_{rs}}\left[t_{rs}^{p_{rs}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)-c_{rs}^*\right]\times\left[x_{rs}^{p_{rs}}-x_{rs}^{p_{rs}*}\right] \\
&+\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\left[\sum_{p_{rs}\in E_{rs}} x_{rs}^{p_{rs}*}-d_{rs}\left(c_{rs}^*\right)\right]\times\left[c_{rs}-c_{rs}^*\right]\ge 0 \\
&\qquad \forall\left(X,c_{rs}\right)\in R_+^{e^r e^s e^5+e^r e^s}
\end{aligned} \tag{35}
$$

(7) スーパーネットワーク全体の均衡条件

均衡状態においては，各主体の最適性条件，および，消費市場および乗用車交通の均衡条件（式(3), (8), (12), (16), (19), (30),(35)）が同時に満たされる．すなわち，本研究で提案するSC-T-SNEモデルの均衡条件は，$(W^{0*}, Q^{1*}, Q^{2*}, Q^{3*}, \lambda^*, \mu^*, \gamma^*, \delta^*, \rho^{4*}, X^*, c_{rs}^*)\in R_+^{S^0+S^1+S^2+S^3+IY+NY+JY+KY+LY+e^r e^s e^5+e^r e^s}$ を決定変数とする下記の変分不等式の解と等価である.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}}\Bigg[\frac{\partial f_{m_n^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}+\frac{\partial g_{m_n^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}+\frac{\partial c_{m_n^y i^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}} \\
&\quad+\frac{\partial f_{i^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}+\frac{\partial c_{i^y}\left(W^{0y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}+\frac{\partial g_{i^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}} \\
&\quad+\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}+C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right) \\
&\quad+\sum_{n=1}^{N}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\frac{\partial C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}} \\
&\quad+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}} \\
&\quad+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}} \\
&\quad+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{4y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}} \\
&\quad-\lambda_{i^y}^*\beta_{ni^y}\frac{b_{i^y}\prod_{n=1}^{N^y}\left(\sum_{m_n^y}^{M_n^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\right)^{\beta_{ni^y}}}{\sum_{m_n^y}^{M_n^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}}-\mu_n^*\Bigg]\times\left[w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}-w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}}\Bigg[\frac{\partial g_{i^y}\left(W^{0y*},Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}+\frac{\partial c_{i^y j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}} \\
&\quad+\frac{\partial c_{j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}+\frac{\partial g_{j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}+\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}} \\
&\quad+C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right) \\
&\quad+\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\frac{\partial C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}} \\
&\quad+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}} \\
&\quad+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}} \\
&\quad+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}} \\
&\qquad+\lambda_{i^y}^*-\gamma_{j^y}^*\Bigg]\times\left[q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}-q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\right]
\end{aligned} \tag{36}
$$

$$
\begin{aligned}
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}}\Bigg[\frac{\partial c_{k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}+\frac{\partial g_{k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}+\frac{\partial c_{j^y k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}} \\
&\quad+\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}+C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right) \\
&\quad+\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\frac{\partial C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}} \\
&\quad+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}
\end{aligned}
$$

$$
+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}
$$

$$
\left.+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}+\gamma_{j^y}^*-\delta_{k^y}^*\right]
$$

$$
\times\left[q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}-q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\right]
$$

$$
+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}}\left[\frac{\partial c_{k^y l}\left(Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}+\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}\right.
$$

$$
+C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)
$$

$$
+\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\frac{\partial C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}
$$

$$
+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}
$$

$$
+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}
$$

$$
\left.+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}+\delta_{k^y}^*-\rho_l^{4y*}\right]
$$

$$
\times\left[q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}-q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\right]
$$

$$
+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\left[b_{i^y}\prod_{n=1}^{N^y}\left(\sum_{m_n^y}^{M_n^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\right)^{\beta_{ni^y}}-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\right]
$$

$$
\times\left[\lambda_{i^y}-\lambda_{i^y}^*\right]+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{n=1}^{N^y}\left[\sum_{m_n^y}^{M_n^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}-\varepsilon\right]\times\left[\mu_n-\mu_n^*\right]
$$

$$
+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\right]\times\left[\gamma_{j^y}-\gamma_{j^y}^*\right]
$$

$$
+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k^y}^{K^y}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\right]\times\left[\delta_{k^y}-\delta_{k^y}^*\right]
$$

$$
+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}-d_l^y\left(\rho^{4y*}\right)\right]\times\left[\rho_l^{4y}-\rho_l^{4y*}\right]
$$

$$
+\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{p_{rs}\in E_{rs}}\left[\zeta t_{rs}^{p_{rs}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*}X^*\right)-c_{rs}^*\right]\times\left[x_{rs}^{p_{rs}}-x_{rs}^{p_{rs}*}\right]
$$

$$
+\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\left[\sum_{p_{rs}\in E_{rs}} x_{rs}^{p_{rs}*}-d_{rs}\left(c_{rs}^*\right)\right]\times\left[c_{rs}-c_{rs}^*\right]\geq 0
$$

$$
\forall\left(W^0,Q^1,Q^2,Q^3,\lambda,\mu,\gamma,\delta,\rho^4,X,c_{rs}\right)
$$

$$
\in R_+^{S^0+S^1+S^2+S^3+IY+NY+JY+KY+LY+e^r e^s e^5+e^r e^s}
$$

(8) 価格の導出

λ, γ, δは式(36)から求解されるので，SCN上の商品価格については，式(3)より，$w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}>0$のとき

$$
\rho_{m_n^y i^y}^{0*}=\frac{\partial f_{m_n^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w_{h^y m_o^y i^y}^{p_n^{0y}}}+\frac{\partial g_{m_n^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w_{h^y m_o^y i^y}^{p_n^{0y}}}+\frac{\partial c_{m_n^y i^y}\left(W_n^{0y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}+\rho_{h^y m_n^y i^y}^{0*} \tag{37}
$$

となる．また，式(8)より，$q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}>0$のとき

$$
\rho_{i^y j^y}^{1*}=\frac{\partial f_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}+\frac{\partial g_{i^y}\left(W^{0y*},Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}+\frac{\partial c_{i^y j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}+\rho_{h^y i^y j^y}^{1*}+\lambda_{i^y}^* \tag{38}
$$

が，式(12)より，$q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}>0$のとき

$$
\rho_{j^y k^y}^{2*}=\frac{\partial c_{j^y k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}+\rho_{h^y j^y k^y}^{2*}+\gamma_{j^y}^* \tag{39}
$$

が，式(16)より，$q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}>0$のとき

$$
\rho_{k^y l}^{3*}=\frac{\partial c_{k^y l}\left(Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}+\rho_{h^y k^y l}^{3*}+\delta_{k^y}^* \tag{40}
$$

が，それぞれ成り立つ．さらに，同条件下において，式(30)から，

$$
\begin{aligned}
\rho_{h^y m_n^y i^y}^{0*}=&\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}\\
&+C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\\
&+\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\frac{\partial C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}\\
&+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}\\
&+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}\\
&+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}}
\end{aligned} \tag{41}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho_{h^y i^y j^y}^{1*}=&\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&+C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\\
&+\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\frac{\partial C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}
\end{aligned} \tag{42}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho_{h^y j^y k^y}^{2*}=&\frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}\\
&+C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\frac{\partial C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}} \\
&+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}} \\
&+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}} \\
&+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}
\end{aligned}
\tag{43}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho_{h^y k^y l}^{3*} &= \frac{\partial g_{h^y}\left(W_n^{0y*},Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}} \\
&+C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right) \\
&+\sum_{n=1}^{N^y}\sum_{m_n^y=1}^{M_n^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{p_n^{0y}\in E_n^{0y}} w_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}*}\frac{\partial C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}} \\
&+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}} q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}} \\
&+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}} q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}} \\
&+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}} q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(W^{0*},Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}
\end{aligned}
\tag{44}
$$

が導出される．

(9) 解の定性的性質と解法

この変分不等式の解の存在については，既存の SCNE モデル [7),10),11)] と同様の方法で証明することができる．また，$f_{m_n^y}$, f_{i^y} , $c_{m_n^y i^y}$, $c_{i^y j^y}$, $c_{j^y k^y}$, $c_{k^y l}$, c_{i^y} , c_{j^y} , c_{k^y} , $g_{m_n^y}$, g_{i^y} , g_{j^y} , g_{k^y} ,g_{h^y} ,が凸関数，製造業者の生産関数が凹関数，$C_{h^y m_n^y i^y}^{p_n^{0y}}, C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}, C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}, C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}$ が非減少な凸関数，d_l^y, d_{rs} が単調減少関数，$t_{rs}^{p_{rs}}$ が単調増加関数であり，これらの凸関数族の中に 1 つでも狭義凸関数族が含まれ，$d_l^y, d_{rs}, t_{rs}^{p_{rs}}$ が狭義単調であれば，既存の研究 [6),7),12) ,13)] と同様に，解の一意性を保証することができる．

解法については，Meng *et al.* [14)] の推奨する方法を用いる．すなわち，i)式(36)を等価な相補性問題に変換し，ii)FB(Fischer-Burmeister)関数を用いて，非負実数値関数を定義し，iii)二乗 FB 関数を用いて，相補性問題を等価な制約なし非線形最適化問題に置換した後，iv)準ニュートン法により求解する．

3. おわりに

本研究では，原材料業者の行動を考慮した，サプライチェーンと交通のスーパーネットワーク均衡モデルの定式化を行い，スーパーネットワーク全体で満たされるべき均衡条件を記述した．また，解の定性的性質や解法についても簡潔に述べた．

講演時には，ケーススタディの問題設定や計算結果についても詳述する．その際，パラメータや関数型の設定（および，そのキャリブレーション）についても言及する予定である．

参考文献

1) Mentzer, J., De Witt, W., Keebler, J., Min, S., Nix, N. and Smith, C.: Defining supply chain management, *Journal of Business Logistics*, Vol.22, No.2, pp.1-25, 2001.
2) Stevens, G.: Integrating the supply chain, *International Journal of Physical Distribution and Materials Management*, Vol. 19, pp.3-8, 1989.
3) 例えば，Handfield, R.B. and Nichols Jr., E.L.: *Introduction to Supply Chain Management* (2nd ed), Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2008.
4) 例えば，長谷川雅行：物流業から見た「災害とロジスティクス」（前編），ロジスティクス・レビュー，Vol.222, 2011.
5) 例えば，長谷川雅行：物流業から見た「災害とロジスティクス」（後編），ロジスティクス・レビュー，Vol.223, 2011.
6) Nagurney, A., Dong, J. and Zhang, D.: A supply chain network equilibrium model, *Transportation Research Part E*, Vol.38, pp.281-303, 2002.
7) 山田忠史，今井康治，谷口栄一：物流業者の行動を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡分析，土木学会論文集D，Vol.65，No.2，pp.163-174，2009.
8) Yang, G., Wang, Z. and Li, X.: The optimization of the closed-loop supply chain network, *Transportation Research Part E*, Vol.45, pp.16-28, 2009.
9) Yamada, T., Imai, K., Nakamura, T. and Taniguchi, E. : A supply chain-transport supernetwork equilibrium model with the behavior of freigt carriers, *Transportation Reserch Part E,* Vol.47, pp887-907, 2011.
10) Nagurney, A. and Zhao, L.: Networks and variational inqualities in the formulation and computation of market disequilibria: the case of direct demand functions, *Tranportation Science*, Vol.27, pp.4-15, 1993.
11) Hammond, D. and Beullens, P.: Closed-loop supply chain network equilibrium under legislation, *European Journal of Operational Research*, Vol.183, pp.895-908, 2007.
12) Kinderlehrer, D. and Stampacchia, G.: *An Introduction to Variational Inequalities and their Application*, Academic Press, New York, NY, 1980.
13) Nagurney, A.: *Network Economics: A Variational Inqualty Approach*, Kluwer Academic Publishers, Dodrecht, The Netherlands, 1999.
14) Meng, Q., Huang, Y. and Cheu, R.L.: A note on supply chain network equilibrium models, *Transportation Research Part E*, Vol.43, pp.60-71, 2007.