

口蹄疫の最適感染リスク抑止モデルの開発

吉田護¹・阿部真育²・紅谷昇平³・小林潔司⁴

¹正会員 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 (〒 611-8540 京都市西京区桂 4 京都大学桂 C1)

E-mail: yoshida@hse.gcoe.kyoto-u.ac.jp

²正会員 京都大学経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: maiku.abe@fx3.ecs.kyoto-u.ac.jp

³正会員 人と防災未来センター (〒 651-0073 神戸市中央区脇浜海岸通 1-5-2)

E-mail: beniyas@dri.ne.jp

⁴正会員 京都大学経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

本研究では口蹄疫の発生・伝染による資産価値の喪失を災害リスクとして位置づけ、家畜の殺処分による期待被害額を最小にするような口蹄疫感染の危機管理の方法論を提案する。その際、口蹄疫の発生・伝染過程を空間的マルコフ連鎖過程としてモデル化する。さらに、期待損失を最小にするような最適予防的殺処分を求める最適感染リスク抑止モデル(基本モデル)をマルコフ決定モデルとして定式化する。また、時空間データに基づくワクチン接種のタイミングとその範囲を決定するような危機管理モデルを定式化する。さらに、2010年の宮崎県における口蹄疫発生・感染事例を対象として、本研究で提案した方法論の有効性について検証する。

Key Words : *spatial infection model, foot-and-mouth disease, risk management, Markov process*

1. はじめに

口蹄疫(foot-and-mouth disease)は家畜の感染によってもたらされる災害リスクであり、世界各国において農家に甚大な被害を及ぼしている。たとえば、1997年台湾において、主に養豚が口蹄疫に感染し、約380万頭の豚が殺処分され、約70億USドルの被害をもたらした。また、2001年英国において発生した口蹄疫被害では羊、牛をはじめとする家畜が英国だけで約650万頭処分されており、その被害額は80億ポンドに上っている。わが国においても、2010年宮崎県を中心に口蹄疫被害が発生し、同年8月27日に終息宣言が発表されたが、感染確認から4ヶ月にわたり約28万9千頭の家畜が処分された。

口蹄疫による家畜の感染拡大を抑止するために、口蹄疫の発症が確認された農場だけでなく、感染の可能性がある近隣の農場で飼育されている家畜に対しても予防的殺処分が実施される。その際、予防的殺処分を実施する空間的範囲の設定が課題となる。感染拡大を抑止するためには殺処分の対象となる空間的範囲を拡大することが必要となるが、空間的範囲が拡大すれば殺処分による家畜の資産損失が増加する。さらに、殺処分能力に限界がある場合には、口蹄疫の感染速度を減少させるためのワクチン接種と殺処分対象となる農場の優先順位を決定することが必要となる。本研究では、口蹄疫の発生・伝播過程を空間的マルコフ過程としてもモデル化するとともに、期待損失を最小とする

ような口蹄疫の拡大抑止戦略を求めるための方法論を提案する。

口蹄疫の発生・伝染過程をマルコフ連鎖過程としてモデル化する場合、空間的伝染過程を推移確率としてモデル化することが必要となる。2. (2)に述べるように、伝染性疾患の伝播過程は、ある症例が発見された場合、直ちに発症した個体もしくは地域に対して疫学的措置が講じられる点に特徴がある。あるいは、自然治癒した場合、免疫機能により再罹患という現象は発生しない。したがって、発生・伝染過程は、発症数の発生期、増加期、減少期、終息期というパターンを有しており、必然的に非定常な確率過程を取り扱う必要がある。さらに、各個体の状態推移に伝染という空間的依存性が存在するため、このため、地域全体における口蹄疫の発生・伝染過程をマルコフ連鎖過程としてモデル化する場合、状態変数の数が膨大になるという問題点がある。そのため、このような膨大な状態変数を含む非定常マルコフ決定過程の効率的解法を開発することが必要となる。

以上の問題意識の下に、本研究では口蹄疫の発生・伝染による期待被害額の発生を最小化を達成できるような予防的殺処分戦略を求めるための最適感染リスク抑止モデル(基本モデル)を提案する。さらに、殺処分能力に物理的制約がある場合を想定し、ワクチン接種、殺処分の優先順位を決定するような拡張モデルを提案する。以下、2.では本研究における基本的な考え方を述べる。3.において基本モデルを定式化し、4.において

拡張モデルを提案する。5. で最適感染リスク抑止モデルの解法を提案し、6. で適用事例について述べる。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

Kermack and McKendrick¹⁾により提起された感染症流行モデルは、その後の研究の蓄積^{2)–8)}を経て数理疫学モデルとして体系化^{9)–14)}されるに至っている。Kermack and McKendrick モデルは、局地的な封鎖人口における伝染病の急速かつ短期的な流行過程を表現したモデルである。封鎖地域における個体の状態を、感受性（免疫を持たず、感染もしていない）状態 S 、感染性（感染中で他の個体へのさらなる感染を起こす）状態 I 、回復または隔離（免疫を持つか隔離されて他の個体からの感染も他の個体への感染も起こさない）状態 R に分類し、各状態における個体数の動学的変化を微分方程式で表したものである。個体の状態を S, I, R という3つの状態に分類することより SIR モデルと呼ばれる。さらに、インフルエンザのように潜伏期 E を考慮するために、潜伏期状態 E を考慮した SEIR モデルに拡張されている。これらの研究は、封鎖人口における状態遷移をマクロな状態変数を用いた微分方程式、あるいは積分方程式等を用いた数理モデルで表現する点に特徴がある。さらに、これらの微分方程式を用いてワクチン等の接種効果を理論的に解析している。感染症流行モデルは、その後多方面へ拡張が試みている。1つの方向性は、個体レベルでの感染状態の推移過程を詳細に記述する状態遷移モデル^{13),14)}への拡張である。いま1つの方向性は、感染症流行の空間的拡大過程を表現する空間的伝染モデルの発展である。空間的伝染モデルに関しては、研究の緒についたばかりであり、研究成果が十分に蓄積されているとは言えないのが実情である。解析的に空間的伝染過程をモデル化することが難しいため、シミュレーションモデル^{20),21)}を用いた空間的伝染モデルが提案されている。その中で、江島等¹⁶⁾は、個人レベルでの感染状態を状態遷移モデルで表現するとともに、首都圏を対象として個人間接触によるインフルエンザの伝染過程をパーソントリップ調査結果に基づいてシミュレートし、インフルエンザ感染の抑止政策の効果を分析している。口蹄疫に関しては、2000年宮崎県における感染過程の調査結果¹⁷⁾が報告されている。さらに、英国における口蹄疫の感染事例に基づいて、口蹄疫の空間的感染モデルが提案されている¹⁶⁾。しかし、これら既往の研究では、感染症の空間的流行リスクを定量的に表現し、期待被害額を最小化するような規範的なアプローチは試みられていない。本研究では、Tildesley 等による空間的感染モデル

(以下、Tildesley モデルと呼ぶ)¹⁶⁾に基づいて口蹄疫の空間点伝染過程をマルコフ連鎖モデルを用いて表現するとともに、期待被害額を最小とするような口蹄疫伝染抑止戦略を求めるための最適感染リスク抑止モデルを提案する。

(2) 口蹄疫伝染リスク抑止政策

口蹄疫は、口蹄疫ウイルスの空気感染によって起こる急性熱性伝染病で、牛、めん羊、山羊、豚等の家畜を始め、ほとんどの偶蹄類動物が感染する家畜伝染病である。本病は、極めて伝染力が強く、発病に伴う発育障害、運動障害及び泌乳障害により、莫大な経済的被害が生じるほか、国あるいは地域ごとに家畜、畜産物等に厳しい移動制限が課され、国際流通にも大きな影響を及ぼすこととなることから、国際的にも最も警戒すべき家畜の伝染性疾患の1つとして、その制圧と感染拡大防止が図られている²²⁾。わが国では、1908年に感染されて以降、2000年に92年ぶりとなる発生が確認され、家畜伝染病予防法（昭和26年法律第166号。以下「法」という。）の制定以来初めて、その発生に伴うまん延防止措置が実施された。

口蹄疫に関する特定家畜伝染病防疫指針（平成16年²²⁾）によれば、「本病の防疫対策は、第1に本病の発生源からの病原体の侵入を防止すること、第2に本病が発生した場合にはその被害を最小限に食い止めることが基本となる。このため、国内で発生した際には、国際的な本病清浄国の防疫原則に則り、殺処分により本病の撲滅を図り、常在化を防止する対策を実施することが重要である」としている。口蹄疫の防疫対策は、法第16条の規定に基づく患畜及び疑似患畜のと殺が基本対策として位置づけられ、法第21条の規定に基づく患畜等の死体の焼却等、法第23条の規定に基づく汚染物品の焼却等、法第25条の規定に基づく畜舎の消毒等のまん延防止措置の早急な実施が要請されている。しかし、同指針においては、法第16条の規定に基づく患畜、及び疑似患畜を判断するための明確な規定がない。このため、感染事例が発見された箇所から一定程度の近接地域内で飼育されている家畜を疑似患畜とみなして、口蹄疫の拡大を抑止することを目的とした予防的殺処分を実施しているのが実情である。しかし、予防的殺処分の対象となる農場の選定に任意性が介在することは否定できず、感染リスクマネジメントの視点に立って適切な予防的殺処分対策を決定することが必要である。

また、発生地を中心とした原則半径10・以内の区域が移動制限区域として位置づけられ、移動制限区域内では、法第15条の規定に基づき、通行の制限又は遮断を行い、予備的消毒、家畜の殺処分その他病原体の拡散防止のための応急的な防疫措置が終了するまでの

間、人を含めすべての物品の移動、搬入及び搬出が禁止、又は制限される。その制限期間は、原則として、最終発生例の殺処分完了後 21 日間としている。一方、口蹄疫の感染抑止政策としてワクチン接種も考えられるが、ワクチン接種に関しては「本病の現行のワクチンは、発症の抑制に効果があるものの、感染を完全に防衛することはできない」とし、「我が国における本病の防疫措置としては、早期の発見と患畜等の迅速な殺処分により、短時間のうちにまん延を防止することが最も効果的な方法である」と位置づけている。しかし、殺処分と移動制限による方法のみではまん延防止が困難であると判断された場合であって、早期の解決を図る上で必要がある場合には、ワクチンの使用が検討されることとなる。患畜及び疑似患畜の殺処分は、原則として家畜又はその死体等の所有者（管理者を含む）が行うこととしているが、現実には殺処分能力には限界があるため、まん延防止のため一時的にワクチン接種が実施されこととなる。しかし、ワクチン接種された家畜は患畜及び疑似患畜と認定されたことにほかならず、殺処分能力の制約が解消された場合には殺処分の対象となる。このため、ワクチン接種の対象となる家畜を決定することは、将来時点における殺処分の対象を決定したことに他ならない。同指針には、ワクチン接種の対象となる家畜を決定するための明確な規定がないのが実情である。以上の問題意識の下に、本研究では次節で述べるように、口蹄疫の空間的伝染リスクを考慮したうえで、期待被害額を最小にするような殺処分方針、ワクチン接種方針を決定するような方法論を提案することとする。

(3) 口蹄疫リスクにおける土木計画的課題

土木計画学の分野では、若干の研究事例¹⁵⁾を除いて、感染症の社会・経済的リスクに関して研究の蓄積がないのが実情である。しかしながら、感染症の流行・拡大は、自然災害と同様に、短期間のうちに膨大な資産が喪失したり、不特定多数の人間が健康を損ねたり人命を損失する危険性が存在するカタストロフリスクである。さらに、政府や地方自治体等、関係機関による対応が不十分であれば、感染症による社会・経済的被害が拡大するという人的、制度的リスクが介在する。感染症の伝染リスクを抑制するためには、まず予防的ワクチンの接種、感染症発生のモニタリング、感染した家畜や患者に対する対応といった疫学的政策が重要な役割を果たすことは言うまでもない。しかし、このような疫学的政策を実施するためには、人や家畜の移動制限、必要なモニタリング機器、医薬品の調達や運送、人的資源の確保と配置、患畜や疑似患畜の隔離や殺処分、患者の搬送・隔離等、疫学的政策の実施を支援するた

めの行政的措置が不可避である。これらの行政的措置を効率的に実施するためには、あらかじめ感染症の伝染・流行抑制のために移動・交通制限や必要な物資調達のためのロジスティック計画を策定しておくことが必要であり、土木計画学の分野における研究成果の蓄積が必要であることは言うまでもない。

感染症の流行が危惧されていても、社会・経済システムが完全に機能停止するわけではない。とりわけ、移動や活動の制限等、流行時における社会経済活動の抑制政策の実施は、多大な社会・経済的損失をもたらす可能性が存在するため、慎重な対応が必要となる。通常、感染症の発生・伝染の空間的な範囲や拡大速度や、感染症の伝染強度と対応して、段階的な疫学的対応策が講じられる。したがって、感染症の発生・伝染が確認されれば、感染症の伝染・流行状態を常にモニタリングを実施するとともに、疫学的措置の望ましいタイミングと空間的範囲、疫学的措置の内容に関して的確な実施範囲を決定することが重要な課題となる。しかしながら、感染症の発生事象は希少リスクであり、感染症の発生を確認したり初動体制を構築するまでに、一定程度の時間が必要となる場合が少なくない。不幸にして、感染地域の空間的範囲が広域化した場合、感染症拡大の抑制措置に必要となる人材や資材の調達に限界が発生し、さらに感染範囲を拡大する結果となることも懸念される。したがって、感染症の伝染・拡大リスクを抑制するために、1) 初期段階における対応速度や、2) 人材や資材の調達能力が重要な政策変数となる。したがって、感染症による災害リスクを効率的に抑制するためには、これらの政策変数の内容に関して、実現可能であり、かつ感染症の流行により発生する期待被害額の低減に資するようなシナリオを準備しておく必要がある。本研究で対象とする口蹄疫は非常に感染性の強い感染症である。しかし、偶蹄類に属する家畜の感染症であるため、患畜・疑似患畜の移動制限や予防的殺処分対策を講じることにより、感染症の伝播・拡大を抑制することが可能であるという特徴がある。以上の問題意識の下に、本研究では口蹄疫の伝染を対象として、初期段階における対応速度、および予防的殺処分の処理制約をパラメータと位置づけ、これらのパラメータ値と口蹄疫発生による期待被害額との関係を分析することとする。パラメータ値として設定する初期対応速度や処理制約を実現するためには、口蹄疫発生時における口蹄疫伝染・拡大抑制計画を作成し、これらパラメータ値の実現可能性について詳細に検討することが必要となる。このような抑制計画の策定に関する詳細は本稿の域を超えるので今後の課題としたい。

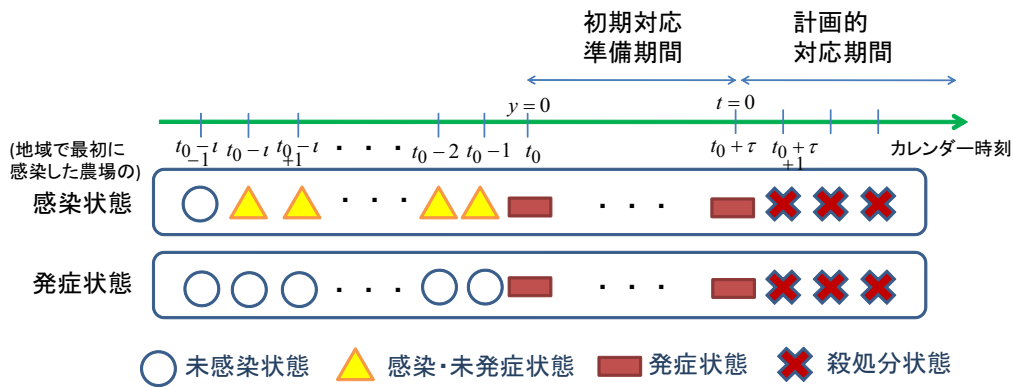


図-1 離散的時間軸

3. 最適感染リスク抑止モデル

(1) モデルの概要

口蹄疫の感染・発症とその終息に至るまでの過程を図-1に示すような離散的時間過程として把握する。カレンダー時間上の時刻 t_0 に、ある農場において口蹄疫の発症が確認される。口蹄疫の潜伏期間は ι であり、感染から ι 期後に発症する。疫学的検査を行うことなく、口蹄疫の感染状態を確認することは出来ない。そのため、感染状態は確認できないと仮定する。モデルを簡易化するため、 ι は確定的に与えることを仮定し、潜伏期間の不確実性は考慮しない。感染しても最終的に発症に至らない家畜も存在するが、このような家畜は便宜的に感染していないと位置づける。このとき、時刻 t_0 における口蹄疫の発症の確認は、時刻 $t_0 - \iota$ における農場の感染に他ならない。図-1に示すように、カレンダー時刻 t_0 を始点とする離散時間軸 $y = 0, 1, \dots$ を考える。離散時間軸上の時刻を時点と呼びカレンダー時刻と区別する。最初の発症事例が観察されて、発症が終息するまでの期間を、1) 初期対応準備期間と、2) 計画的対応期間という2つの期間に分類する。時点 $y = 0$ に最初の発症事例が発生し、口蹄疫の発病を確認するための疫学的検査が実施される。発生が確認されたのち、時点 $y = \tau$ に初動体制が整う。 $y = \tau$ において最初の殺処分が実施され、対象地域全体において、口蹄疫が終息するまで家畜の移動が全面的に禁止される。離散時間軸上の期間 $[0, \tau)$ を初期対応準備期間と呼ぶ。初期対応準備期間に口蹄疫の抑止策が策定される。つぎに、時点 $y = \tau$ から、口蹄疫の空間的感染を抑制するための対応が実施される。期間 $[\tau, \tau + T]$ を計画的対応期間と呼ぶ。 T は計画的対応期間長であり、当該期間内に口蹄疫リスクが終息する。終息時点は口蹄疫伝染過程と対応して内生的に決定されるが、ここでは計画期間長 T が十分大きい整数で表される。ここで、記述の便宜を図るため、離散時刻 $y = \tau$ を $t = 0$ 、終息時点 $y = \tau + T$ を $t = T$ とする局所的離散軸 $t = 0, \dots, T$

を新たに導入する。計画的対応期間において、口蹄疫を発症したまたは感染の見込みが高い家畜に対して殺処分を行う。なお、基本モデルでは発症状態に基づき殺処分を行う。時点 t に発症が確認された農場の家畜の殺処分は、時点 $t + 1$ までに完了すると考える。基本モデルにおいて、家畜の殺処分遅れ、すなわち、時点 t において発症が確認された農場の殺処分遅れは考慮しない。この問題を踏まえた拡張モデルについては5.で取り扱う。

以上のような問題意識の下に、3.において、潜在期間と感染状態の観察不可能性を考慮した口蹄疫の感染リスク評価モデルを定式化する。4.において、予防的な殺処分及びワクチン投与を考慮した感染リスク抑止モデルを定式化する。なお、本研究では、口蹄疫伝染による被害として、家畜の殺処分による資産価値の喪失、および殺処分費用を計上する。口蹄疫感染地域においては移動禁止措置が講じられるが、移動禁止による社会的費用はとりあげない。期待被害額を最小にするように口蹄疫の感染を抑止することにより、結果的に口蹄疫の発生期間を可能な限り短くすることに寄与しうると考える。

(2) 初期対応準備期間

ある閉鎖的地域における口蹄疫の空間的伝染過程をマルコフ連鎖モデルを用いて表現し、口蹄疫の感染リスク評価モデルを定式化する。初期時点において、対象とする地域に N 箇所の農場が立地している。カレンダー時刻 t_0 において、単一もしくは複数農場に最初の口蹄疫の発症が確認される場合を想定する。カレンダー時刻 t_0 を初期時点とする期間 $[t_0, t_0 + \tau + T]$ を対象とする。対象とする期間は、時刻 t_0 を初期時点 $y = 0$ とする初期対応準備期間 $y = 0, \dots, \tau$ と計画的対応期間 $t = 0, \dots, T$ で構成される。

いま、初期時点 t_0 から初動対応体制が完了するまでの初期対応準備期間 $[t_0, t_0 + \tau)$ に着目する。初期時点

において、対象とする地域に N 箇所の農場が立地している。口蹄疫の潜伏期間は ι であり、時刻 t_0 において口蹄疫の発症が確認された場合、その農場は時刻 $t_0 - \iota$ に口蹄疫に感染したことを意味する。最初に発症が確認された農場を初期感染農場と呼ぶ。初期感染農場は、時刻 $t_0 - \iota + 1$ から時刻 t_0 にかけて口蹄疫の空気感染を進行させる。そのため、 t_0 において口蹄疫に感染している農場は、初期感染農場以外にも存在しうる。さらに、初期対応準備期間では、口蹄疫を発症した家畜の殺処分は実施されない。そのため、初期対応準備期間 $[t_0, t_0 + \tau)$ では、口蹄疫の感染は進行し、時間が経過するにつれて口蹄疫の発症が確認される。

家畜が口蹄疫に感染していても、未発症の場合はその感染が確認されない。口蹄疫の感染状態 $s_i(y)$ を

$$s_i(y) = \begin{cases} 0 & \text{未感染な状態} \\ 1 & \text{当該期に感染した場合} \\ 2 & \text{1期前に感染した状態} \\ \vdots & \vdots \\ \iota & \text{\(\iota - 1\) 期に感染した状態} \\ \iota + 1 & \text{口蹄疫が発症した状態} \end{cases} \quad (1)$$

と表す。時点 y における地域全体における口蹄疫の感染状態を表す状態変数（以下、感染システム状態変数と呼ぶ）を各農家の感染状態の変数 $s_i(y)$ の組 $\mathbf{S}(y) = \{s_1(y), \dots, s_N(y)\}$ を用いて定義する。感染システム状態変数に関して、 $s_i(y) = 0, \dots, \iota + 1$ という $\iota + 2$ 種類の状態を取りえる。感染システム状態変数 $\mathbf{S}(y) = \mathbf{S}_k$ ($k = 1, \dots, K$) は、 $K = (\iota + 2)^N$ 組の感染状態ベクトル $\mathbf{S}_k = (0, 0, \dots, 0), (1, 0, \dots, 0), \dots, (0, 1, 0, \dots, 0), \dots, (\iota + 1, \iota + 1, \dots, \iota + 1)$ を用いて表現できる。 K 個の発症システム状態の集合を \mathcal{S} と表記する。

ここで、時点 y ($y = -\iota, \dots, \tau$) において、感染システム状態 \mathbf{S}_h である時に、未感染状態であった農場に、時点 $y + 1$ において口蹄疫に感染する確率 $\rho_i(\mathbf{S}_h)$ (以下、感染モデルと呼ぶ) を Tildesley モデル¹⁶⁾を用いて

$$\rho_i(\mathbf{S}_h) = 1 - \exp \left\{ - \left(\sum_{r=1}^R \zeta^r m_i^r \right) \sum_{j \in J(\mathbf{S}_h)} \kappa(d_{ij}) \right\} \quad (2)$$

と表現する。ただし、 $J(\mathbf{S}_h)$ はシステム状態 \mathbf{S}_h において口蹄疫が確認された農場の集合であり、 $J(\mathbf{S}_h) = \{j | h_j = 2, j = 1, \dots, N\}$ と定義できる。 ζ^r はタイプ r ($r = 1, \dots, R$) の家畜の感染の感受性 (susceptibility) パラメータであり、 m_i^r は農家 i のタイプ r の家畜の飼育頭数を表す。農場 i から j への感染カーネル (infection kernel)

$$\kappa(d_{ij}) = d_{ij}^{-\eta} \quad (3)$$

は、農家 i と j の距離 d_{ij} の関数であり、 η (> 0) は距離抵抗パラメータである。また、システム状態 \mathbf{S}_h の下で未感染状態にあった農場 i が、つぎの時点においても未感染状態のままとどまる確率を $q_i(\mathbf{S}_h)$ とすると

$$q_i(\mathbf{S}_h) = 1 - \rho_i(\mathbf{S}_h) = \prod_{j \in J(\mathbf{S}_h)} \exp \left\{ - \left(\sum_{r=1}^R \zeta^r m_i^r \right) \kappa(d_{ij}) \right\} \quad (4)$$

が成立する。このとき、推移確率 $\pi_{s_i^h s_i^g}(\mathbf{S}_h)$ は

$$\pi_{s_i^h s_i^g}(\mathbf{S}_h) = \begin{cases} q_i(\mathbf{S}_h) & s_i^h = 0, s_i^g = 0 \text{ の時} \\ \rho_i(\mathbf{S}_h) & s_i^h = 0, s_i^g = 1 \text{ の時} \\ 1 & s_i^h = k, s_i^g = k + 1 \text{ の時} \\ & (k = 1, \dots, \iota) \\ 1 & s_i^h = \iota + 1, s_i^g = \iota + 1 \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (5)$$

と表される。ここで、 $\pi_{s_i^h s_i^g}(\mathbf{S}_h) = \text{Prob}\{s_i(t+1) = s_i^g | \mathbf{S}(t) = \mathbf{S}_h\}$ は、時点 t において地域全体のシステム状態が $\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}_h$ の場合に、農場 i のミクロ状態 $s_i(t) = s_i^h$ ($s_i^h = 0, \dots, \iota + 2$) が時点 $t + 1$ に状態 $s_i(t+1) = s_i^g$ ($s_i^g \geq s_i^h$) に推移する確率である。この時、システム状態 $\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}_h$ から状態 $\mathbf{S}(t+1) = \mathbf{S}_g$ への推移確率 Π_{hg} は

$$\begin{aligned} \Pi_{hg} &= \text{Prob}\{\mathbf{S}(t+1) = \mathbf{S}_g | \mathbf{S}(t) = \mathbf{S}_h\} \\ &= \prod_{i=1}^N \pi_{s_i^h s_i^g}(\mathbf{S}_h) \end{aligned} \quad (6)$$

と定義できる。このとき、 y 期の感染システム状態変数ベクトル $\mathbf{S}(y)$ から $y + 1$ 期 (次期) の感染システム状態変数ベクトル $\mathbf{S}(y+1)$ への推移確率を表すマルコフ推移確率行列 $\mathbf{\Pi}$ は

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \Pi_{11} & \cdots & \Pi_{1g} & \cdots & \Pi_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Pi_{h1} & \cdots & \Pi_{hg} & \cdots & \Pi_{hK} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Pi_{K1} & \cdots & \Pi_{Kg} & \cdots & \Pi_{1K} \end{pmatrix} \quad (7)$$

と表される。感染システム状態変数 $\mathbf{S}(y) = \mathbf{S}_k$ の生起確率を $P_k(y)$ ($k = 1, \dots, K$) と表し、感染システム状態の生起確率ベクトル $\mathbf{P}(y) = \{P_1(y), \dots, P_K(y)\}$ と表記する。このとき、地域全体における口蹄疫の空間的伝染過程をマルコフ過程

$$\mathbf{P}(y+1) = \mathbf{P}(y)\mathbf{\Pi} \quad (8)$$

と表すことができる。

(3) 計画的対応期間

時点 $y = \tau$ ($t = 0$) において、口蹄疫の殺処分体制が整う。計画的対応期間 t ($t = 0, \dots$) においては、各期の期首にある農場において口蹄疫の発症状態が確認され

ると、その期の期末に当該農場で飼育されているすべての家畜が殺処分される。それと同時に、口蹄疫の発症が確認された近傍の農場においても、口蹄疫の空間的伝染を抑止するために、口蹄疫の発症が確認されていなくても家畜の予防的殺処分が実施される。ここでは予防的殺処分戦略のみを考える。計画的対応期間における口蹄疫の感染状態 $\tilde{s}_i(t)$ を

$$\tilde{s}_i(y) = \begin{cases} 0 & \text{未感染な状態} \\ 1 & \text{当該期に感染した場合} \\ 2 & \text{1期前に感染した状態} \\ \vdots & \vdots \\ \iota & \iota - 1 \text{期に感染した状態} \\ \iota + 1 & \text{口蹄疫が発症した状態} \\ \iota + 2 & \text{殺処分された状態} \end{cases} \quad (9)$$

と表す。時点 t の地域全体における口蹄疫の感染状態を表す状態変数（以下、感染システム状態変数と呼ぶ）を各農家の感染状態の変数 $\tilde{s}_i(t)$ の組 $\tilde{\mathbf{S}}(t) = \{\tilde{s}_1(t), \dots, \tilde{s}_N(t)\}$ を用いて定義する。感染システム状態変数に関して、 $\tilde{s}_i(t) = 0, \dots, \iota + 2$ という $\iota + 3$ 種類の状態を取りえる。感染システム状態変数 $\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}_k$ ($k = 1, \dots, \tilde{K}$) は、 $\tilde{K} = (\iota + 2)^N$ 組の感染状態ベクトルを用いて表現できる

予防的殺処分戦略は、未感染農家が飼育している家畜をすべて殺処分の対象とするような戦略を意味する。システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ が生じた場合、農場 $i \in I(\tilde{\mathbf{S}}_h)$ において予防的殺処分を実施するかどうかを表すダミー変数

$$\delta_i^h = \begin{cases} 0 & \text{殺処分を実施しない} \\ 1 & \text{殺処分を実施する} \end{cases} \quad (10)$$

を導入する。 $I(\tilde{\mathbf{S}}_h)$ はシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h = (\tilde{s}_1^h, \dots, \tilde{s}_N^h)$ において、未感染状態にある農場の集合であり、 $I(\tilde{\mathbf{S}}_h) = \{i | \tilde{s}_i^h = 0, i = 1, \dots, N\}$ と定義できる。この時、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ を与件とする条件付き予防的殺処分戦略 $\xi^h \in \Xi^h$ ($h = 1, \dots, \tilde{K}$) をダミー変数ベクトル $\boldsymbol{\xi}^h = (\delta_1^h, \dots, \delta_N^h)$ ($= \boldsymbol{\delta}^h$) を用いて定義する。ただし、 Ξ^h は、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ の場合に適用可能な条件付き予防的殺処分戦略集合である。条件付き予防的殺処分戦略 $\xi^h \in \Xi^h$ を適用した場合、マイクロ状態 $\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g$ 間の推移確率 $\tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h \tilde{s}_i^g}^{\xi^h}(\tilde{\mathbf{S}}_h)$ は

$$\tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h \tilde{s}_i^g}^{\xi^h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) = \begin{cases} q_i(\tilde{\mathbf{S}}_h) & \tilde{s}_i^h = 0, \tilde{s}_i^g = 0, \delta_i^h = 0 \text{ の時} \\ \rho_i(\tilde{\mathbf{S}}_h) & \tilde{s}_i^h = 0, \tilde{s}_i^g = 1, \delta_i^h = 0 \text{ の時} \\ 1 & \tilde{s}_i^h = k, \tilde{s}_i^g = k + 1, \delta_i^h = 0 \text{ の時} \\ & (k = 1, \dots, \iota) \\ 1 & \tilde{s}_i^h = 0, \dots, \iota, \tilde{s}_i^g = \iota + 2, \delta_i^h = 1 \text{ の時} \\ 1 & \tilde{s}_i^h = \iota + 1, \tilde{s}_i^g = \iota + 2 \text{ の時} \\ 1 & \tilde{s}_i^h = \iota + 2, \tilde{s}_i^g = \iota + 2 \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases}$$

(11)

と定義される。推移確率 (11) を用いて、条件付き予防的殺処分戦略 $\xi^h \in \Xi^h$ 下におけるシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}(t) = \tilde{\mathbf{S}}_h$ から状態 $\tilde{\mathbf{S}}(t+1) = \tilde{\mathbf{S}}_g$ への推移確率 $\tilde{\Pi}_{hg}^{\xi^h}$ を

$$\tilde{\Pi}_{hg}^{\xi^h} = \prod_{i=1}^N \tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h \tilde{s}_i^g}^{\xi^h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \quad (12)$$

と定義する。ここで、条件付き予防的殺処分戦略 $\xi^h \in \Xi^h$ が、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ ($h = 1, \dots, \tilde{K}$) のそれぞれに対して定義されることに着目すれば、予防的殺処分戦略 $\xi \in \Xi$ を条件付き予防的殺処分戦略ベクトル $\boldsymbol{\xi} = (\xi^1, \dots, \xi^{\tilde{K}})$ を用いて定義することができる。 Ξ は予防的殺処分戦略集合である。さらに、 $\tilde{\Pi}_{hg}^{\xi^h}$ を (h, g) 要素とする推移確率行列を $\tilde{\Pi}^{\boldsymbol{\xi}} = \{\tilde{\Pi}_{hg}^{\xi^h} : h, g = 1, \dots, \tilde{K}\}$ と表す。予防的殺処分戦略 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi$ を実施した時に実現する状態変数ベクトル $\tilde{\mathbf{S}}(t-1)$ から $\tilde{\mathbf{S}}(t)$ の間の推移確率を表すマルコフ推移確率行列を

$$\tilde{\Pi}^{\boldsymbol{\xi}} = \begin{pmatrix} \tilde{\Pi}_{11}^{\xi^1} & \cdots & \tilde{\Pi}_{1\tilde{K}}^{\xi^1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\Pi}_{\tilde{K}1}^{\xi^{\tilde{K}}} & \cdots & \tilde{\Pi}_{\tilde{K}\tilde{K}}^{\xi^{\tilde{K}}} \end{pmatrix} \quad (13)$$

と定義する。さらに、予防的殺処分戦略 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi$ を適用した場合に実現するシステム状態変数 $\tilde{\mathbf{S}}(t) = \tilde{\mathbf{S}}_k$ の生起確率を $\tilde{P}_k^{\boldsymbol{\xi}}(t)$ ($k = 1, \dots, \tilde{K}$) と表し、システム状態の生起確率ベクトル $\tilde{\mathbf{P}}^{\boldsymbol{\xi}}(t) = \{\tilde{P}_1^{\boldsymbol{\xi}}(t), \dots, \tilde{P}_{\tilde{K}}^{\boldsymbol{\xi}}(t)\}'$ と表記する。この時、予防的殺処分戦略 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi$ の下で実現する地域全体における口蹄疫の空間的伝染過程をマルコフ過程

$$\tilde{\mathbf{P}}^{\boldsymbol{\xi}}(t+1) = \tilde{\Pi}^{\boldsymbol{\xi}} \tilde{\mathbf{P}}^{\boldsymbol{\xi}}(t) \quad (14)$$

と表すことができる。ただし、計画的対応開始時点 $t = 0$ におけるシステム状態の生起確率ベクトル $\tilde{\mathbf{P}}(0)$ は、初期対応の準備完了時点のシステム状態生起ベクトル $\mathbf{P}(\tau) = \{P_1(\tau), \dots, P_{\tilde{K}}(\tau)\}$ を用いて

$$\tilde{P}_k(0) = \begin{cases} P_{k'}(\tau) & \tilde{\mathbf{S}}_k = \mathbf{S}_{k'} \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (15)$$

と定義される。

(4) 最適感染リスク抑止モデルの定式化

条件付き予防的殺処分戦略 $\xi^h \in \Xi^h$ は、当該の戦略が適用される時点に関わらず、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ に依存して定義される。したがって、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ が生じたことを与件として、それ以降、最適戦略を行使することにより実現する期待被害額の最小値を $V(\tilde{\mathbf{S}}_h)$ と表す。期待被害額の当該期割引現在価値は、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ が生起する時点に依存しない。そこで、期待被害額の当該期割引現在価値の最小値（最適値関数）を、状態変数に関して再帰的に定義することを考える。

いま、タイプ r ($r = 1, \dots, R$) の家畜 1 頭あたりの殺処分に必要な費用を c^r で表す。家畜が殺処分されることによりタイプ r の家畜 1 頭当たり v^r の損失が発生する。政府は地域全体において発生する期待被害額を最小化するように予防的殺処分戦略を決定する。いま、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}(t) = \tilde{\mathbf{S}}_h$ の下で達成可能な期待損失費用の最小値を $V(\tilde{\mathbf{S}}_h)$ とすれば、最適値関数 $V(\tilde{\mathbf{S}}_h)$ は再帰的に

$$V(\tilde{\mathbf{S}}_h) = \min_{\xi^h} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^R (\delta_i^h + \gamma_i^h) (c^r + v^r) m_i^r + \frac{1}{1+\lambda} \sum_{g \in \mathcal{R}(\tilde{\mathbf{S}}_h)} \tilde{\Pi}_{hg}^{\xi^h} V(\tilde{\mathbf{S}}_g) \right\} \quad (16)$$

と定式化できる。ただし、 λ は割引率である。 γ_i^h はダミー変数であり、マクロ状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h = (\tilde{s}_1^h, \dots, \tilde{s}_N^h)$ に対して、

$$\gamma_i^h = \begin{cases} 1 & \tilde{s}_i^h = \iota + 1 \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (17)$$

と定義される。再帰方程式 (16) はシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h \in \tilde{\mathcal{S}}$ に対して再帰的に定義されている。

4. モデルの解法

(1) 基本方針

最適感染リスク抑止モデル (16) は、システム状態に対して再帰的に定義されるマルコフ決定モデルとなっている。再帰的關係は、システム状態間に成立する半順序関係に基づいて定義されるという特徴がある。このような半順序関係を用いて、後ろ向き最適化法を用いて逐次最適値関数を求めることができる。しかし、本モデルの場合、システム変数 S_h の個数は $(\iota + 3)^N$ となる。対象地域における農場数が多くなれば、システム変数の数が膨大になるという問題がある。また、システム状態間の半順序関係に基づいて、システム状態のツリーネットワークを構成することは容易ではない。本研究では、最適感染リスク抑止モデルの実用化を図るために、空間伝染過程の空間的分解を試みる。

(2) 空間的分解

初期対応準備期間と計画的対応期間は、基本的には同一の構造を持つため、ここでは計画的対応期間モデルに着目し議論を進める。時点 t におけるシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ が実現していると考え、政策 $\xi \in \Xi$ の下で、時点 t にシステム状態 h が生起する確率を $\tilde{P}_h^\xi(t)$ ($h = 1, \dots, \tilde{K}$) と表す。時点 $t+1$ のシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_g = (\tilde{s}_1^g, \dots, \tilde{s}_N^g)$ において、農場 i のマイクロ状態 $\tilde{s}_i^g = \tilde{s}_i^g$ ($\tilde{s}_i^g = 1, \dots, \iota + 2$)

が生起する確率 $\tilde{p}_i^{\tilde{s}_i^g}(t+1)$ は

$$\tilde{p}_i^{\tilde{s}_i^g}(t+1) = \sum_{h=1}^K \sum_{g \in \omega_i^{\tilde{s}_i^g}} \tilde{\Pi}_{hg}^{\xi^h} \tilde{P}_h^\xi(t) \quad (18)$$

と表される。ただし、集合 $\omega_i^{\tilde{s}_i^g}$ は農場 i のマイクロ状態が \tilde{s}_i^g ($\tilde{s}_i^g = 1, \dots, \iota + 2$) となるようなシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_g^{-i} = (\tilde{s}_1^g, \dots, \tilde{s}_{i-1}^g, \tilde{s}_i^g, \tilde{s}_{i+1}^g, \dots, \tilde{s}_N^g)$ の集合であり、 $\omega_i^{\tilde{s}_i^g} = \{g | \tilde{s}_i^g = \tilde{s}_i^g, \tilde{\mathbf{S}}_g^{-i} \in \tilde{\mathcal{S}}\}$ と定義できる。この時、時点 $t+1$ においてシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_g = (\tilde{s}_1^g, \dots, \tilde{s}_N^g)$ が生起する確率 $\tilde{P}_g^\xi(t+1)$ ($g = 1, \dots, \tilde{K}$) は、式 (18) を用いて

$$\tilde{P}_g^\xi(t+1) = \prod_{i=1}^N \tilde{p}_i^{\tilde{s}_i^g}(t+1) \quad (19)$$

と表せる (付録参照)。したがって、第 1 期のシステム状態生起確率 $\tilde{P}_h^\xi(0)$ ($h = 1, \dots, \tilde{K}$) が与えられれば、第 2 期以降のシステム状態は式 (18), (19) を反復的に適用することにより逐次求めることができる。また、予防的殺処分戦略 $\xi \in \Xi$ を与件とすれば、初期時点 $t=0$ で評価した期待被害額 V^ξ は

$$V^\xi = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\lambda)^t} \left[\sum_{h=1}^{\tilde{K}} \tilde{P}_h^\xi(t) \cdot \left\{ \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^N (\delta_i^h + \gamma_i^h) (c^r + v^r) m_i^r \right\} \right] \quad (20)$$

と定式化できる。

(3) 解法の手順

以下では最適戦略を求める手順を提案する。

ステップ 1 殺処分戦略 $\xi \in \Xi$ をとりあげる。 $V^{min} = M$ とする。 M は十分大きな値である。 $t = 1$ に設定する。

ステップ 2 計画的対応期間におけるシステム状態の第 0 期生起確率 $\tilde{P}_k^\xi(0)$ ($k = 1, \dots, K$) を与える。

ステップ 3 システム状態生起確率 $\tilde{P}_k^\xi(t)$ ($k = 1, \dots, K$) と推移確率 $\tilde{\Pi}_{kg}^{\xi^k}$ を用いて、式 (18) よりマイクロ状態の生起確率 $\tilde{p}_i^{\tilde{s}_i^k}(t+1)$ を求める。

ステップ 4 式 (19) を用いてシステム状態生起確率 $\tilde{P}_k^\xi(t+1)$ ($k = 1, \dots, K$) を求める。

ステップ 5 $t = T$ であれば、ステップ 6 へ進む。そうでない場合は $t = t+1$ として、ステップ 3 へ戻る。

ステップ 6 殺処分戦略 $\xi \in \Xi$ の下で期待被害額 V^ξ を求める。 $V^\xi < V^{min}$ の場合、 $V^\xi = V^{min}$ としてステップ 7 へ進む。そうでなければ、そのままステップ 7 へ進む。

ステップ 7 すべての殺処分戦略 $\xi \in \Xi$ の下で期待被害額 EC^ξ を求めた場合、アルゴリズムは終了する。そうでない場合、新しい殺処分戦略 $\xi' \in \Xi$ を求め、 $t = 1$

としてステップ2に戻る。

(4) リスクマネジメント指標

口蹄疫の発生による家畜資産の損壊という災害リスクマネジメント（以下、口蹄疫リスクマネジメントと呼ぶ）を実施する上で、リスクマネジメントの効率性を評価するための評価指標を開発することが必要となる。本研究では、このようなリスクマネジメント指標として、1) 家畜殺処分数、2) 感染地域の空間的範囲、3) 発生期間長に着目する。いずれも、初期時点において、口蹄疫の発生が確認された時点において、口蹄疫の発生が終息した時点において、それぞれの指標の確率分布を予測することを目的とする。拡張モデルにおけるリスクマネジメント指標も、基本モデルの場合と同様の考え方をを用いて定義できるため、ここでは基本モデルを対象としてリスクマネジメント指標を定式化する。

a) 家畜殺処分数

対象とする地域全体において、口蹄疫終息時点までに殺処分された家畜数の確率分布を求める問題を考える。式(19)により、最終時点 $t = T$ において、戦略 $\xi \in \Xi$ の下で、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}(T) = \tilde{\mathbf{S}}_h$ ($h = 1, \dots, K$) が生起する確率 $\tilde{P}_h^\xi(T)$ を定義することができる。ここで、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}(T) = \{\tilde{s}_1^h(T), \dots, \tilde{s}_N^h(T)\}$ において、農場 i が殺処分の対象になったかどうかを示すダミー変数 $\tilde{\delta}_i^h(\iota + 2, T)$ ($i = 1, \dots, N; h = 1, \dots, K$) を

$$\tilde{\delta}_i^h(\iota + 2, T) = \begin{cases} 1 & s_i^h(T) = \iota + 2 \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (21)$$

と定義すれば、戦略 $\xi \in \Xi$ の下で、最終時点 T において殺処分数が n 以下となる確率 $\sigma^\xi(n)$ は

$$\sigma^\xi(n) = \sum_{h \in \Theta(n, T)} \tilde{P}_h^\xi(T) \quad (22a)$$

$$\Theta(n, T) = \left\{ h \left| \sum_{i=1}^N \tilde{\delta}_i^h(\iota + 2, T) m_i \leq n \right. \right\} \quad (22b)$$

で与えられる。ただし、 $\Theta(n, T)$ は、対象地域全体における殺処分数の総和が n 以下となるようなシステム状態の集合を表す。

b) 空間的範囲

最終時点 $t = T$ におけるシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h$ が生起する確率 $\tilde{P}_h^\xi(T)$ を用いて、最終時点において殺処分の対象となる農場の確率分布を求めることができる。分析目的により、空間的範囲の定義の方法は異なる。たとえば、終息時点において殺処分の対象となる確率が $\tilde{\pi}$ ($0 \leq \tilde{\pi} \leq 1$) 以上となる農場集合 $\Psi^\xi(\tilde{\pi})$ は

$$\Psi^\xi(\tilde{\pi}) = \left\{ i \left| \sum_{h \in \theta_i(\iota + 2)} \tilde{P}_h^\xi(T) \geq \tilde{\pi}, i = 1, \dots, N \right. \right\} \quad (23a)$$

$$\theta_i(\iota + 2) = \{h | s_i^h = \iota + 2, h = 1, \dots, K\} \quad (23b)$$

と表される。

c) 発生期間長

口蹄疫の伝染確率(2)の定義より、すべての農場 i ($i = 1, \dots, N$) においてマイクロ状態が未感染状態 ($\tilde{s}_i = 0$) または殺処分状態 ($\tilde{s}_i = \iota + 2$) をとった時点で口蹄疫が終息する。式(19)より、時点 t ($t = 1, \dots, T$) においてシステム状態が $\tilde{\mathbf{S}}_h$ ($h = 1, \dots, K$) となる確率を $\tilde{P}_h^\xi(t)$ と表す。さらに、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}(t) = \{\tilde{s}_1^h(t), \dots, \tilde{s}_N^h(t)\}$ において、農場 i の時点 t のマイクロ状態が感染・発症状態であるかどうかを示すダミー変数 $\tilde{\tau}_i^h(t)$ ($i = 1, \dots, N; h = 1, \dots, K$) を

$$\tilde{\tau}_i^h(t) = \begin{cases} 1 & s_i^h(t) = 1, \dots, \iota + 1 \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (24)$$

と定義すれば、戦略 $\xi \in \Xi$ の下で、時点 t において口蹄疫が終息する確率 $\Lambda^\xi(t)$ ($t = 1, \dots, T$) は

$$\Lambda^\xi(t) = \sum_{h \in \theta^c(0, \iota + 2)} \tilde{P}_h^\xi(t) \quad (25a)$$

$$\theta^c(0, \iota + 2) = \left\{ h \left| \sum_{i=1}^N \tilde{\tau}_i^h(t) = 0 \right. \right\} \quad (25b)$$

で与えられる。

5. おわりに

本研究では、口蹄疫の発生による期待被害額の発生という災害リスクのマネジメントに資することを目的として、口蹄疫の空間的な発生・伝染過程を非定常マルコフ連鎖モデルとして定式するとともに、家畜の殺処分による期待被害額の発生を可能な限り最小に抑止することを目的とした最適感染リスク抑止モデルを提案した。伝染性疾患の空間的伝播によるパンデミックリスクのマネジメントにおいては、対象とする伝染性疾患の特性により多様な特徴が見いだせる。とりわけ、対象とする伝染性疾患の重大性、伝染パターン、潜伏期間の長短により、伝染性疾患の空間的伝播過程のプロセスは多様に異なる。さらに、空間的伝播リスクの拡大を抑止するために実施可能な戦略集合が多様に異なり、それぞれの疾病の大量感染とその抑止可能性に応じてパンデミックリスクのマネジメント方針が異なる。本研究では主として家畜間の感染が問題となる口蹄疫を対象としており、予防的殺処分戦略を用いた空間感染の抑止方法について分析を試みた。鳥インフルエンザ、SARS等、人的な感染が問題となるような伝染性疾患では、本研究で前提条件として想定した移動禁止（たとえば、公共施設や交通機関サービスの停止）という施策を行使することにも多くの困難が伴うことが予想される^{23),24)}。伝染性疾患によるパンデミックリスクの発生やその制御方針に関する研究は緒についたばかりであり、今後多くの研究課題が残されている。

本研究で対象とした口蹄疫に焦点を絞っても、以下のような研究課題が残されている。第1に、口蹄疫の発生・伝染確率モデルの精緻化が必要である。とりわけ、口蹄疫に感染した家畜のすべてが口蹄疫を発症したり、感染が確認されるわけではない。現実には口蹄疫に感染した一部の家畜が、感染例として確認されている可能性がある。現実の感染事例に関するモニタリング結果より、その背後にある現実の感染過程を推計するような予測モデルの開発が必要である。このような予測モデルに関しては、例えば隠れマルコフ連鎖モデル等の適用が可能であろう。第2に、本研究では口蹄疫の発生期間中、対象地域内における家畜の移動禁止措置が図られていることを前提とした。家畜の移動が許容されているような状況下では、家畜の移動可能性や接触ポテンシャルを考慮にいたした伝染過程のモデル化が必要となる。特に、前述したような「ひと」も感染可能な疾病の場合、非感染者の移動による伝染性疾患の伝染可能性をモデル化することが極めて重要な研究課題になると考える。最後に、本研究では初期対応速度や殺処分能力を政策パラメータと考え、これらパラメータ値と期待被害額の関係を分析した。政策パラメータの実行可能性を検討するためには、詳細な口蹄疫伝染・拡大抑制方針を検討することが必要となる。このような抑制計画の実施方針に関しては今後の課題としたい。

付録 I 式 (19) の導出

数学的帰納法を用いて式 (19) が成立することを証明する。時点 $t = 1$ の時は明らかに成立 (証明略)。時点 t のシステム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_h = (\tilde{s}_1^h, \dots, \tilde{s}_N^h)$ の生起確率を $\tilde{P}_h^\xi(t)$ ($h = 1, \dots, K$) とする。式 (14) を具体的に展開すれば、時点 $t + 1$ にけるシステム状態の生起確率 $\tilde{P}_g^\xi(t + 1)$ ($g = 1, \dots, \tilde{K}$) は

$$\begin{aligned} \tilde{P}_g^\xi(t + 1) &= \sum_{h=1}^K \tilde{\Pi}_{hg}^{\xi h} \tilde{P}_h^\xi(t) \\ &= \sum_{h=1}^K \prod_{i=1}^N \tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \tilde{P}_h^\xi(t) \quad (\text{I.1}) \end{aligned}$$

と表される。つぎに、 \tilde{s}_i^h ($i = 1, \dots, N$), \tilde{s}_i^g を与件とした推移確率を $\tilde{\Pi}_{hg}^{\xi h}(\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g) = \tilde{\pi}_{\tilde{s}_1^h, \tilde{s}_1^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \cdots \tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \cdots \tilde{\pi}_{\tilde{s}_N^h, \tilde{s}_N^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h)$ と記述する。また、 $j \neq i$ に対して $\sum_{s_j^g=0}^{\iota+2} \tilde{\pi}_{\tilde{s}_j^h, s_j^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) = 1$ であることを考慮すれば

$$\begin{aligned} \sum_{g \in \omega_i^{\tilde{s}_i^g}} \tilde{\Pi}_{hg}^{\xi h} &= \sum_{g \in \omega_i^{\tilde{s}_i^g}} \tilde{\Pi}_{hg}^{\xi h}(\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g) \\ &= \sum_{g \in K(\tilde{s}_i^g)} \tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \cdots \tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \cdots \tilde{\pi}_{\tilde{s}_N^h, \tilde{s}_N^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left(\prod_{j=1, j \neq i}^N \sum_{s_j^g=0}^{\iota+2} \tilde{\pi}_{\tilde{s}_j^h, s_j^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \right) \tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \\ &= \tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \quad (\text{I.2}) \end{aligned}$$

が成立する。ただし、集合 $K(\tilde{s}_i^g)$ は $s_i = \tilde{s}_i^g$ となるようなシステム状態 g の集合である。したがって、時点 $t + 1$ において政策 ξ の下で、システム状態 $\tilde{\mathbf{S}}_g = (\tilde{S}_1^g, \dots, \tilde{S}_N^g)$ が生起する確率 $\tilde{P}_g^\xi(t + 1)$ は、式 (18), (19) より

$$\begin{aligned} \tilde{P}_g^\xi(t + 1) &= \prod_{i=1}^N \tilde{p}_i^{\tilde{s}_i^g}(t + 1) \\ &= \prod_{i=1}^N \sum_{h=1}^K \sum_{g \in \omega_i^{\tilde{s}_i^g}} \tilde{\Pi}_{hg}^{\xi h} \tilde{P}_h^\xi(t) \\ &= \prod_{i=1}^N \sum_{h=1}^K \tilde{\pi}_{\tilde{s}_i^h, \tilde{s}_i^g}^{\xi h}(\tilde{\mathbf{S}}_h) \tilde{P}_h^\xi(t) \quad (\text{I.3}) \end{aligned}$$

となる。式 (I.3) において積と和の順序を入れ替えることにより式 (19) が成立。

参考文献

- 1) Kermack, W.O. and McKendrick, A.G.: Contributions to the mathematical theory of epidemics I, *Proceedings of the Royal Society* 115A: 700-721, 1927. (reprinted in *Bulletin of Mathematical Biology* 53(1/2): 33-55, 1991.)
- 2) O. Diekmann, O., Heesterbeek, J.A.P. and Metz, J.A.J.: On the definition and the computation of the basic reproduction ratio R_0 in models for infectious diseases in heterogeneous populations, *Journal of Mathematical Biology*. Vol.28, pp.365-382, 1990.
- 3) Dietz, K.: The estimation of the basic reproduction number for infectious diseases, *Statistical Methods in Medical Research*, Vol.2, pp.23-41, 1993.
- 4) Heesterbeek, J.A.P.: A brief history of R_0 and a recipe for its calculation, *Acta Biotheoretica*, Vol.50, pp.189-204, 2002.
- 5) H. Inaba and H. Sekine (2004), A mathematical model for Chagas disease with infection-agedependent infectivity, *Mathematical Bioscience*, Vol.190, pp.39-69, 2004.
- 6) May, R.M. and Lloyd, A.L.: Infection dynamics on scale-free network, *Physical Review E*, Vol.64, pp.66-112, 2001.
- 7) Nowak, M.A. and R. M. May, R.M.: *Virus Dynamics: Mathematical Principles of Immunology and Virology*, Oxford University Press, Oxford, 2000.
- 8) 西浦博, 稲葉寿: 感染症の流行: 感染症数理モデルにおける定量的課題, *統計数理*, Vol.54, No.2, pp.461-480, 2006.
- 9) Anderson, R.M. and R. M. May, R.M.: *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control*, Oxford University Press, Oxford, 1991.
- 10) Diekmann, O. and Heesterbeek, J.A.P.: *Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases: Model Building, Analysis and Interpretation*, John Wiley and Sons, Chichester, 2000.
- 11) H. R. Thieme, H.R.: *Mathematics in Population Bi-*

- ology, Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2003, ホルスト・R・ティーム：生物集団の数学 (上) 人口学, 生態学, 疫学へのアプローチ, 日本評論社, 2006.
- 12) 稲葉寿 (編著) : 感染症の数理モデル, 培風館, 2008.
 - 13) Ohkusa, Y. and Sugawara, T.: Simulation Model of Pandemic Influenza in the Whole of Japan, *Japan Journal of Infection Diseases*, Vol.62, pp.98-106, 2009.
 - 14) Halloran, M.M. and Longini, I.M. et al.: Community interventions and the epidemic prevention potential, *Vaccine* Vol.20, pp.3254-3262, 2002.
 - 15) 江島啓介, 鈴木秀幸, 合原一幸 : パーソントリップ調査データに基づくインフルエンザ感染伝播の数理モデリング, 土木計画学研究講演集, 2010.
 - 16) Tildesley, M.J., Savill, N.J., Shaw, D.J., Deardon, R., Brooks, S.P. Woolhouse, M.E.J., Grenfell, B.T., and Matt J. Keeling, M.J.: Optimal reactive vaccination strategies for a foot-and-mouth outbreak in the UK, *Nature, Letters*, pp.83-86, 2006.
 - 17) Tsutsui, T., Minami, N., Koiwai, M., Hamaoka, T., Yamane, I. and Shimura, K.: A stochastic-modeling evaluation of the foot-and-mouth-disease survey conducted after the outbreak in Miyazaki, Japan in 2000, *Preventive Veterinary Medicine*, Vol.61, pp.45-58, 2003.
 - 18) Diebolt, J. and Robert, C.P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
 - 19) 西浦博, 合原一幸 : 感染症流行の数理モデルによるインフルエンザワクチン製造の資源配分の最適化, 生産研究, Vol.61, pp.797-803, 2009.
 - 20) Elveback, L.R. and Fox, J.P. et al.: An influenza simulation model for immunization studies, *American Journal of Epidemiology*, Vol.103, pp.152-165, 1976.
 - 21) Haber, M.J. and Shay D.K. et al.: Effectiveness of interventions to reduce contact rates during a simulated influenza pandemic, *Emerging Infectious Diseases Journal*, Vol.13, pp.581-589, 2007.
 - 22) 農林水産省 : 口蹄疫に関する特定家畜伝染病防疫指針, 平成 16 年.
 - 23) Yasuda, H., Yoshizawa, N., Kimura, M., Shigematsu, M., Matsumoto, M., Kawachi, S., Oshima, M., Yamamoto, K., and Suzuki, K.: Preparedness for the spread of influenza: prohibition of traffic, school closure, and vaccination of children in the commuter towns of Tokyo., *Journal of Urban Health*, Vol.85(4), pp.619-35, 2008.
 - 24) Simon, C., Neil, M.F., Claude, W., Anders, T., Guillaume, S., Ben, D., and Angus, N.: Closure of schools during an influenza pandemic, *LID* 9, 473-481, 2009.

(2011.8.5 受付)