感度分析を用いた交通混雑内生型時間帯別配分

中山　晶一朗[1]

[1]正会員　金沢大学准教授　環境デザイン学系（〒920-1192 金沢市角間町）
E-mail: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp

一日の中で大きく変化する交通ネットワークの状況を実務的にも取り扱うことができる配分として，時間帯別配分がある．時間帯別配分では，時間帯内では静的配分が施される．そして，時間帯内で目的地に到着できなかった交通量は次の繰り越されることにより，時間帯間のダイナミクスを記述する．これまでの時間帯別配分を実用的にも用いることができるが，それらは時間帯間での混雑の時空間が記述できないものが多い．その理由は，時間帯内では静的配分を行うが，通常の静的配分のため，OD交通量は全て（その時間帯内に）目的地に到着してしまうため，本来は時間帯内に目的地に到着できない残留交通量をうまく扱うことができないためである．本研究では，感度分析を用いて，残留交通量はその時間帯内で通過したリンクのみの旅行時間に影響が与えるように近似的に取り扱う．これによって，各時間帯内では通常の静的配分を行ったとしても，適切に時間帯間の混雑の時空間移動を記述できるようになる．

Key Words: *semi-dyanmic equilibrium model*, *network analysis*, *space-time propagation*, *unique solution*

1.　はじめに

実務において，近年，分割配分法に代わり，均衡モデルにより，日単位の交通量配分が行われるようになっている．この日単位の配分は，一日の交通量が定常状態であると仮定し，一日の平均的な交通量を求めるもので，日配分とも呼ばれている．

朝夕のピーク時間帯や日中・夜間の間では，交通量や交通流の移動の方向性などは大きく異なる．したがって，交通ネットワークフローの現況再現や交通政策評価のためには，一日を通した交通状態をまとめて1つのネットワークフローで表現する日配分では十分とは言えないことが多いのが現状であろう．

これまでにも一日の中で時々刻々と変化するネットワークフローを動的に取り扱うことが可能な動的利用者均衡や動的利用者最適，交通流シミュレーションなどが開発されている．しかし，それらのモデルの現実ネットワークへの適用には大きな問題がある．まず，詳細な動的なOD交通量データの入手可能性をあげることができる．さらに，計算負荷・計算時間も問題になる．後者については，近年の著しい計算機の発達により，大都市圏の詳細なネットワークでない限り，適用可能のことが多いようにも思われる．しかし，時々刻々と変化するフローを再現できるモデルに見合ったOD交通量データの入手は難しいことが多いのではないだろうか．ETC搭載車両の割合が多い高速道路や十分な数のプローブカーのデータが得られる場合などを除くと，現実のODデータの入手可能状況としては，一時間単位のODデータを入手するのが限界のことも多いと思われる．このような精度の粗いODデータしか入手できない場合，1分や5分単位の動的な配分やシミュレーションは詳細過ぎるとも思える．有効数字や有効桁の考え方に見られるように，ODデータの粗い精度に見合ったモデルを使用する方が合理的であり，現実ネットワークへの適用には，時間帯別配分モデルなどがむしろ適切な場合も多いと考えられる．時間帯別配分モデルは，実務でも定着した（静的な日配分の）均衡モデルを拡張したものであり，実務においても，比較的容易に用いることも可能であると思われる．

時間帯別配分モデルでは，一日をいくつかの時間帯に分け，各時間帯で配分を行うものである．ただし，各時間帯で目的地に到着することが出来なかった交通量は次の時間帯に残留することにより，時間帯間のフローのダイナミクスを取り扱っている．このように時間帯間ではダイナミクスの記述が可能であるため，本研究では，時間帯別配分モデルを準動的配分モデル（semi-dynamic assignment model）と呼ぶことにする．これまでの準動的モデルは，時間帯間のフローのダイナミクス，より具体的には次の時間帯に残留する交通量（以下，残留交通量）をどのように取り扱うのかによって，OD修正法，リンク修正法，待ち行列法の3つに分類することができよう．藤田ら[1)]や宮城・牧村[2)]は，時間帯内で目的地に到着できない交通量を次の時間帯のOD交通量に加算するモデ

ルを提案した．このモデルでは，形式的には，Beckmann型の需要変動型均衡モデルとして定式化できるため，解の唯一性が保証され，計算アルゴリズムも簡単で，各時間帯での配分の計算時間も通常の日単位の均衡配分と同程度となると考えられる．よって，実務では，最もよく用いられる手法である．しかし，OD修正法では，残留交通量が次の時間帯のOD交通量に加算されることに問題があると言える．例えば，一つのCBD（Central Business District）に交通が集中する朝のピーク時間帯を考えると，本来ならば，ピーク時間帯の次の時間帯では，CBD付近のリンクに多くの交通量が残留するはずであるが，OD修正法では，残留交通量はOD交通量に加算されるため，そのOD交通量が通過するネットワーク部分に一様に交通量が残留することになってしまい，本来，残留交通量がほとんどないはずのCBDから遠い郊外部にも残留交通量が存在してしまう．OD修正法では，このようにピーク時などの交通混雑の空間移動を適切に再現することが出来ない．その代わりに，需要変動型均衡モデルとして定式化可能であり，（需要変動型の）静的モデルと同様に計算することが可能で，実用性が高い．

リンク修正法[3]は，時間帯の終了時点でリンク上に残った（リンク）交通量がそのリンクに残留するとした手法であり，上で述べたOD修正法の問題点を解決している．なお，藤田らのモデル[3]では経路ベースの計算が必要であり，また，現時点では，解の一意性などが検討されていない．

赤松ら[4]は待ち行列を用いて残留交通量を表現している．本稿では，そのような残留交通量の取り扱いを待ち行列法と呼ぶことにする．待ち行列法では，リンクの出口に流出容量があり，その容量を超えた交通量は待ち行列（赤松らの研究ではポイント・キュー）を形成する．その時間帯の終了時点での待ち行列は，次の時間帯へ残留する．ただし，赤松らのモデルでは，残留交通量（残留待ち行列）は，次の時間帯のそのリンクの旅行時間にのみ影響を与え，後続のリンクにはその残留交通量は流れない．次の時間帯では，残留した待ち行列はボトルネック通過後消滅するとも見なせる．本来ならば，残留交通量は，目的地に到着するまで各リンクの旅行時間に影響を与えるはずであり，通過できずに待ち行列となったリンクのみに影響するというのは，上でも述べた一つのCBDに交通が集中する朝のピーク時間帯を考えると，次の時間帯では，CBD近くの渋滞が過小評価される可能性がある．このように，赤松らのモデルでも，混雑の時間移動は再現されるものの，空間移動は適切には再現されないと言える．しかし，赤松らのモデルでは，各時間帯のネットワークフローは各時間帯ごとに最適化問題を解くのみで計算することが出来，計算負荷等は通常の静的配分と同程度である．また，出発時刻選択を考慮したモデルも提案されている．

以上のように，これまでの定式化されたリンクベースの準動的配分モデル[1),2),4)]では，残留交通量の取り扱いの上で適切ではない部分があり，混雑の空間移動を十分に記述することが出来ない．

菊池・赤松[5]は，赤松ら[4]のモデルを発展させ，渋滞の空間移動を取り扱うことが出来る準動的配分モデルを開発し，そのモデルの数理的構造などを明らかにしている．ただし，菊池・赤松[5]の論文ではモデルの解の一意性については触れられていない．中山[6]は，解の一意性が保証される混雑の空間移動を記述する準動的配分モデルを開発している．中山[6]のモデルは，解は一意であり，モデルとしては優れているものの，全ての時間を同時に取り扱う必要があり，大規模ネットワークでは計算上問題となる可能性がある．

本研究では，実用的にも容易に用いることができるように，1）時間帯別計算が可能で計算負荷が小さい，2）静的配分のアルゴリズムか利用可能で，3）解が一意であり，4）混雑の時空間移動を取り扱うことができる準動的配分モデルの開発を目的とする．本研究では，藤田らのリンク修正法[3]をベースにモデル化を行う．藤田らのリンク修正法[3]は既に述べたように，時間帯の終了時点でリンク上に残った（リンク）交通量がそのリンクに残留するとした手法で，混雑の時空間移動を取り扱っており，考え方自体もシンプルで分かりやすい．本研究では，残留交通量を感度分析で近似的に計算することにより，OD修正法と同様，各時間帯では静的配分を行うことで計算可能とする．残留交通量は前の時間帯から（外生的に）与えることで，当該時間帯では通常の静的配分と同様解が一意で，通常アルゴリズムが可能となる．

2.　残留項交通量と時間帯別配分

(1)　仮定

時間帯別配分モデルは，基本的に一日を複数の時間帯に分割し，各時間帯内では静的に配分を行う．時間帯間では，各時間帯内で目的地に到達することが出来なかった交通が次の時間帯に持ち越される．この次の時間帯に持ち越された交通量が残留交通量である．

本研究での時間帯別配分は以下のようなものである．

1. 一日（もしくは対象とする時間）をある一定の長さの複数の時間帯に分割する
2. 時間帯内でリンクを通過できなかった交通量は次の時間帯へ残留する
3. 残留交通量は，次の時間帯において，残留したリンクの終点（もしくは起点）のノードから出発し，元々の目的地ノードへ向かうOD交通量とし

て（次の時間帯に）付加される

4. 残留交通量については出発地から流入できた最後のリンクの終点（もしくは起点）のノードまでのみリンク旅行時間に影響を与える
5. 各時間帯において，4を考慮した静的配分

(2) 時間帯内での配分

前節で述べたように，本研究での時間帯別配分では，各時間帯内では静的配分によって交通量を配分する．時間帯 $\tau(\in T)$ でのリンク $a(\in A)$ の交通量を $x_{\tau,a}$ とし，$\mathbf{x}_\tau$ を（時間帯 τ）でのリンク交通量ベクトルとする．つまり，$\mathbf{x}_\tau=(x_{\tau,1},x_{\tau,2},\ldots,x_{\tau,|A|})^T$ である．なお，^{T}は転置である．また，$f_{\tau,ij}$ は時間帯 τ での OD ペア i の経路 $j(\in J_i)$ の経路交通量で，$\mathbf{f}_\tau$ は（時間帯 τ）での経路交通量ベクトルである．$\mathbf{f}_\tau$ は $f_{\tau,ij}$ を要素に持つ（全ての経路の）経路交通量ベクトルで，$\mathbf{f}_\tau=\left(f_{\tau,11},\cdots,f_{\tau,21},\cdots\right)^T$ である．リンク交通量と経路交通量は以下の関係がある．

$$\mathbf{x}_\tau=\Delta\,\mathbf{f}_\tau \tag{1}$$

ここで，Δ はリンク・経路接続行列で，その要素 $\delta_{a,ij}$ はリンク・経路接続変数で，リンク a が OD ペア i の経路 j に含まれれば 1.0 であり，そうでなければ 0 である．

時間帯 τ でのリンク a の旅行時間を $t_{\tau,a}$ とする．また，リンク a の旅行時間はリンク a の交通量のみの関数とする．つまり，$t_a(x_{\tau,a})$ である．$t_a(x_{\tau,a})$ を要素関数として持つリンク旅行時間のベクトル値関数 $\mathbf{t}(\mathbf{x}_\tau)$ とすると，経路旅行時間のベクトル値関数 $\mathbf{c}(\mathbf{f}_\tau)$ は，式 1 を用いると，以下の通りとなる．

$$\mathbf{c}(\mathbf{f}_\tau)=\Delta^T\,\mathbf{t}(\Delta\,\mathbf{f}_\tau) \tag{2}$$

既に述べたように，その時間帯内で目的地に到着できなかった交通量は次の時間帯に持ち越される．このような残留項交通量を計算するにあたり，どのリンクまで走行して，（そのリンクで）次の時間帯に持ち越されるのかが必要になる．これを容易に特定するために，本研究では経路ベースでの配分を行う．また，単純化のため，経路ベースでの配分を行うに当たり，経路選択はロジットモデルで与えられるとする．

OD ペア i 間の経路選択肢集合 J_i から経路 j が選ばれる確率は，

$$p_{\tau,ij}=\frac{\exp\left(-\theta\,c_{\tau,ij}\right)}{\sum_{j'\in J_i}\exp\left(-\theta\,c_{\tau,ij'}\right)} \tag{3}$$

ここで，$p_{\tau,ij}$ は時間帯 τ で OD ペア i 間において経路 j が選択される確率，$c_{\tau,ij}$ は時間帯 τ での OD ペア i 間の経路 j の旅行コスト（道路料金の時間換算分を含む），θ は経路選択における正のパラメータである．したがって，経路交通量は以下の式で表わされる．

$$f_{\tau,ij}=q_{\tau,i}\,p_{\tau,ij}=q_{\tau,i}\frac{\exp\left(-\theta\,c_{\tau,ij}\right)}{\sum_{j'\in J_i}\exp\left(-\theta\,c_{\tau,ij'}\right)} \tag{4}$$

ここで，$q_{\tau,i}$ は OD ペア i 間の OD 交通量である．

式 4 をベクトル表示するために，対角要素が全て $q_{\tau,i}$ の $|J_i|\times|J_i|$ の対角行列 $\mathbf{Q}_{\tau,i}$ を以下のように定義する．

$$\mathbf{Q}_{\tau,i}=\begin{pmatrix} q_{\tau,i} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & q_{\tau,i} \end{pmatrix} \tag{5}$$

ここで，$\mathbf{0}$ は零行列もしくは零成分であり，上記は対角成分のみが OD 交通量でその他の要素は 0 の対角行列である．さらに，この対角行列 $\mathbf{Q}_{\tau,i}$ を対角成分にもつ $|J|\times|J|$ の対角行列

$$\mathbf{Q}_\tau=\begin{pmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{Q}_{\tau,i} & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{pmatrix} \tag{6}$$

を設定する．この $\mathbf{Q}_\tau$ を用いると，経路交通量の式 4 のベクトル表示は以下の通りとなる．

$$\mathbf{f}_\tau=\mathbf{Q}_\tau\,\mathbf{p}_\tau \tag{7}$$

ここで，$\mathbf{p}_\tau$ は確率 $p_{\tau,ij}$ を要素に持つ選択確率ベクトルで，$\mathbf{p}=\left(p_{\tau,11},\cdots,p_{\tau,21},\cdots\right)^T$ である．本論文では，今後断りがない限り，ベクトルは列ベクトルとし，基本的にブロック体の小文字はベクトル，ブロック体大文字は行列を表す．

式 3 の通り，経路選択確率は経路コストの関数とすることができ，また，式 2 の通り，経路の旅行コストは経路交通量の関数である．よって，経路選択確率は経路交通量の関数であり，それを $\overline{\mathbf{p}}(\mathbf{f}_\tau)=\mathbf{p}(\mathbf{c}(\mathbf{f}_\tau))=\mathbf{p}(\Delta^T\,\mathbf{t}(\Delta\,\mathbf{f}_\tau))$ とする．つまり，$\overline{\mathbf{p}}(\mathbf{f}_\tau)$ は経路交通量から直接経路選択確率を与えるベクトル値関数である．一方，$\mathbf{p}(\mathbf{c})$ は経路コストから経路選択確率を与えるベクトル値関数である．

以上を踏まえると，交通需要 $\mathbf{Q}_\tau$ が与えられると，時間帯 τ での配分は経路交通量 $\mathbf{f}_\tau$ を求める以下の不動点問題となる．

$$\mathbf{f}_\tau=\mathbf{Q}_\tau\,\mathbf{p}(\mathbf{c}(\mathbf{f}_\tau)) \tag{8}$$

（2）残留交通量

時間帯別配分の一つのポイントは，その時間帯内に到着できなかった残留交通量をどのように扱うのか問うことにあると言える．前節での述べたように，簡易にまた明確にどのリンクで残留するのかを特定するために，本研究では，経路ベースで残留交通量を考えることにする．つまり，各リンクを走行している交通に関して，残留交通量を考える場合，単にそのリンク上の交通量のみから残留交通量を計算するだけでは，その残留交通量がどの

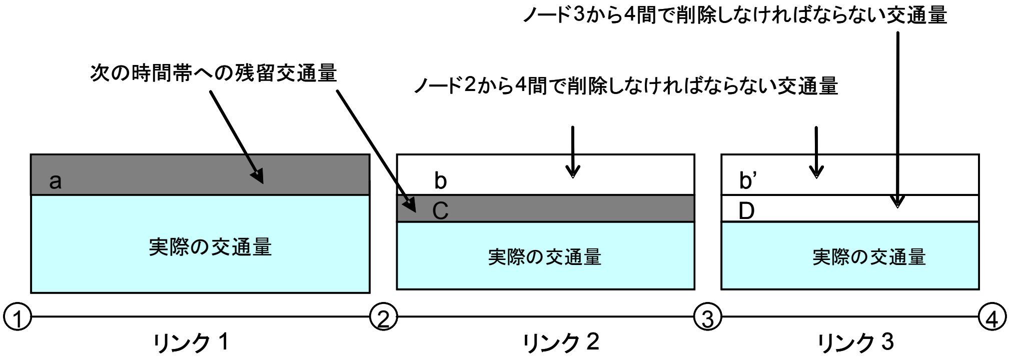

図-1 残留交通量の差し引き

経路を流れるのかや目的地はどこであるのかが分からないためである．経路が決まった状態で，その時間帯内で目的地に到着しない交通量は次の時間帯に残留したリンクを出発点にその経路の残り部分を走行するとする．

本研究では，交通混雑の時空間移動を記述するために，ある時間帯内に流入した交通量のうちどれほどがそのリンクを通過することが出来ずにそのリンクで次の時間帯に繰り越されるのかを決定する．つまり，残留交通量をリンクごとに決定する．一方，既に述べたように，時間帯内では経路ベースの配分を行う．本研究では，その時間帯の経路交通量がどのリンクでどれほどの残留交通量となるのかを取り扱う．

本研究では，時間帯内では静的配分を行う時間帯配分を対象としているため，必ずしも動的配分のように流入交通量・流出交通量などを交通流理論に基づいて精緻に取り扱うのは過度にモデルを複雑にする可能性がある．本研究では，時間帯内での旅行時間は一定とする．時間帯 τ に出発地ノードを出発する経路交通量 $f_{\tau,ij}$ は一定割合で出発地ノードを出発するとする．また，各時間帯の長さは L とする．この時，$f_{\tau,ij}/L$ の割合で，経路交通量 $f_{\tau,ij}$ は出発地ノードを出発する．時間帯 τ の OD ペア i の経路 j の旅行時間 $c_{\tau,ij}$ が与えられたとすると，経路交通量が目的地に到着するまでの時間は $c_{\tau,ij}$ であるため，時間帯 τ の終了時点で目的地ノードに到着できていない残留交通量 $y_{\tau,ij}$ は以下の通りとなる．

$$y_{\tau,ij} = \frac{f_{\tau,ij}\, c_{\tau,ij}}{L} \tag{9}$$

また，経路交通量 $f_{\tau,ij}$ のリンク a での残留量 $y_{\tau,ij,a}$ は

$$y_{\tau,ij,a} = \frac{f_{\tau,ij}\, t_{\tau,a}\, \delta_{a,ij}}{L} \tag{10}$$

である．この $y_{\tau,ij,a}$ は次に時間帯 $\tau+1$ に繰り越される．繰り越された交通量は，リンク a の終点ノードから出発し，もともとの目的地ノードに向かう交通需要として，時間帯 $\tau+1$ に足される．このように全ての経路交通量についてどのリンクで次の時間帯に繰り越されるのかを特定し，それを次の時間帯の OD こうつ量にたすことにより．次の時間帯の OD 交通量を作成する．つまり，時間帯 τ での残留交通量を計算し，次の時間帯 $\tau+1$ の OD 交通量，すなわち，$\mathbf{Q}_{\tau+1}$ がつくられる．

式 10 について，当然のことながら，$y_{\tau,ij} = \Sigma_{a\in A}\, \delta_{a,ij}\, y_{\tau,ij,a}$ である．これを要素として持つベクトルを以下のように定義する．

$$\mathbf{y}_{\tau,ij} = \begin{pmatrix} y_{\tau,ij,1} \\ \vdots \\ y_{\tau,ij,|A|} \end{pmatrix} = \frac{f_{\tau,ij}}{L}\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f}_\tau)\,\boldsymbol{\delta}_{ij} \tag{11}$$

ここで，$\mathbf{T}$ はリンク旅行時間を対角成分に持つ対角行列で，

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} t_1(x_1) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & t_{|A|}(x_{|A|}) \end{pmatrix} \tag{12}$$

である．また，$\boldsymbol{\delta}_{ij} = \begin{pmatrix} \delta_{1,ij} \\ \vdots \\ \delta_{|A|,ij} \end{pmatrix}$ である．

OD ペア i の経路 j の交通量が流れるリンクを出発地ノードから目的地ノードまで順番に並べることを考えよう．OD ペア i の経路 j を構成する k 番目のリンクを n_{ijk} と表記する．OD ペア i の経路 j の（出発地から）1 番目のリンクの残留交通量は $y_{\tau,ij,n_{ij1}}$ である．この残留交通量はその時間帯 τ 内では，2 番目以降のリンクには流れない交通量である．続いて，2 番目のリンクでの残留交通量は $y_{\tau,ij,n_{ij2}}$ であり，この残留交通量はその時間帯 τ 内では 3 番目以降のリンクには流れない．2 番目のリンクでは，OD ペア i の経路 j の交通量としては $f_{\tau,ij} - y_{\tau,ij,n_{ij1}}$ しか流入しない．そして，3 番目のリンクでは $f_{\tau,ij} - y_{\tau,ij,n_{ij1}} - y_{\tau,ij,n_{ij2}}$ の交通量しか流入しない．つまり，2 番目のリンクからは $y_{\tau,ij,n_{ij1}}$ を差し引く必要があり，3 番目にリンクからは $y_{\tau,ij,n_{ij1}} + y_{\tau,ij,n_{ij2}}$ を差し引く必要がある．そして，OD ペア i の経路 j の k 番目のリンクに対して差し引かなければならない交通量は

$$s_{\tau,ij,n_{ijk}} = \sum_{k'=1}^{k-1} y_{\tau,ij,n_{ijk'}} \tag{13}$$

となる．これをベクトル表示するために，OD ペア i の

経路 j を構成するリンクの（出発地からの）順番を表す $|A|\times|A|$ の行列 $\mathbf{B}_{ij}$ を導入する．行列 $\mathbf{B}_{ij}$ の a 行 a' 列の要素 $b_{aa'}$ は，リンク a 及びリンク a' がともにODペア i の経路 j 上のリンクであり，かつ，リンク a がリンク a' よりも出発地ノードに近い場合は1であり，そうでない場合は0である．これを用いると，ODペア i の経路 j の交通量のうち，その経路上のリンクから差し引かなければならない交通量を

$$\mathbf{s}_{\tau,ij} = \mathbf{B}_{ij}\,\mathbf{y}_{\tau,ij} \tag{14}$$

と計算することができ，これを全ての経路交通量について足し合わせると，

$$\mathbf{s}_{\tau} = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J_i}\mathbf{B}_{ij}\,\mathbf{y}_{\tau,ij} \tag{15}$$

$$\mathbf{s}_{\tau} = \frac{1}{L}\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f}_{\tau})\sum_{i\in I}\sum_{j\in J_i} f_{\tau,ij}\mathbf{B}_{ij}\,\boldsymbol{\delta}_{ij} \tag{16}$$

となる．ここで，$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{B}_{ij}\,\boldsymbol{\delta}_{ij}$ とする．また，R = $(\mathbf{r}_{11}, \mathbf{r}_{12},\ldots,\mathbf{r}_{|I||J_i|})$とする．

$$\mathbf{s}_{\tau} = \frac{1}{L}\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f}_{\tau})\mathbf{R}^{T}\mathbf{f}_{\tau} \tag{17}$$

以上のように，$\mathbf{s}_{\tau}$ は $\mathbf{f}_{\tau}$ のような関数として与えられる．これを用いると，残留交通量が後続のリンクを流れないことを考慮した実際に流れるリンク交通量 $\mathbf{z}_{\tau}$ は

$$\mathbf{z}_{\tau} = \Delta\,\mathbf{f}_{\tau} - \mathbf{s}_{\tau} \tag{18}$$

と与えられる．

さらに，残留交通量はその先のリンクには流れないことを考慮した時の時間帯 τ の配分は，式を用いると，

$$\mathbf{f}_{\tau} = \mathbf{Q}_{\tau}\,\mathbf{p}\left(\Delta^{T}\mathbf{t}(\Delta\mathbf{f}_{\tau} - \mathbf{s}_{\tau})\right) \tag{19}$$

３．感度分析

本章では，時間帯を両辺を引いた陰関数 $\mathbf{d}(\mathbf{f}, \mathbf{s})$ を定義する．

$$\mathbf{d}(\mathbf{f},\mathbf{s}) = \mathbf{f} - \mathbf{Q}\,\mathbf{p}\left(\Delta^{T}\mathbf{t}(\Delta\mathbf{f} - \mathbf{s})\right) = \mathbf{0} \tag{20}$$

ここで，$\mathbf{d}$ は変数 $\mathbf{f}$, $\mathbf{s}$ のベクトル値関数である．この $\mathbf{d}$ は確率的利用者均衡が成立するために，$\mathbf{0}$である．

均衡が制約する上では，$\mathbf{d}(\mathbf{f},\mathbf{s}) = \mathbf{0}$ とならなければならないため，$\mathbf{s}$ が変動することで，$\mathbf{f}$ も変化する．このことに着目すると，$\mathbf{f}$ は $\mathbf{s}$ の関数とみなせる．つまり，$\mathbf{f(s)}$ である．この $\mathbf{f(s)}$ という関数は，差し引かなければならない交通量の影響を差し引いた後の配分経路交通量である．

$\mathbf{f(s)}$ を陽に導出することは困難であるため，ここで，$\mathbf{f(s)}$ を近似的に求めることを考えよう．一次のマクローリン展開を用いることにより，

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{f}(\mathbf{0}) + \nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}(\mathbf{0})\,\mathbf{s} \tag{21}$$

によって，近似的に求めることにする．ここで，$\mathbf{f(0)}$ は残留交通量を差し引く前の経路交通量ベクトルである．

ここで，$\mathbf{s}$ は式17によっても与えられているため，以下の連立方程式を解く．

$$\begin{cases}\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{0}) + \nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}(\mathbf{0})\,\mathbf{s} \\ \mathbf{s} = \dfrac{1}{L}\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f})\mathbf{R}^{T}\mathbf{f}\end{cases} \tag{22}$$

これによって，$\mathbf{f}$は以下のように与えられる．

$$\mathbf{f} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{L}\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}(\mathbf{0})\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f})\mathbf{R}^{T}\right)^{-1}\mathbf{f}(\mathbf{0}) \tag{23}$$

次に，陰関数 $\mathbf{d}(\mathbf{f},\ \mathbf{s})$ について，一般に $\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}$ は以下のように与えられる．

$$\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f} = -\nabla_{\mathbf{f}}\mathbf{d}^{-1}\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{d} \tag{24}$$

したがって，

$$\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f} = -\left(\mathbf{I} - \mathbf{Q}\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{p}\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{t}\Delta\right)^{-1}\mathbf{Q}\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{p}\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{t} \tag{25}$$

となる．

上の式25を式23に代入すると，最終的に $\mathbf{f}$ は以下のようになる．

$$\mathbf{f} = \left(\mathbf{I} + \frac{1}{L}\left[\left(\mathbf{I} - \mathbf{Q}\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{p}\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{t}\Delta\right)^{-1}\mathbf{Q}\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{p}\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{t}\right]\mathbf{T}(\Delta\mathbf{f})\mathbf{R}^{T}\right)^{-1}\mathbf{f}(\mathbf{0}) \tag{26}$$

上の式26として経路交通量を与えることができる．

一度通常のロジット型配分を行い，$\mathbf{f(0)}$ を得て，それを上の式26に代入することによって，該当の時間帯の出発経路交通量を算出することができる．

４．おわりに

本研究では，実用的にも容易に用いることができるように，1）時間帯別計算が可能で計算負荷が小さい，2）静的配分のアルゴリズムか利用可能で，3）解が一意であり，4）混雑の時空間移動を取り扱うことができる準動的配分モデルの開発をめざし，藤田らのリンク修正法をベースに時間帯別配分モデルを開発した．

本研究では，残留交通量を感度分析で近似的に計算することにより，OD修正法と同様，各時間帯では静的配分を行うことで計算可能となっており，通常のDialアルゴリズム等を用いることが可能であり，実用的にも適用可能であると考えられる．残留交通量計算や感度分析を行うために，もう一度配分を行う必要がある．また，感度分析のための計算も必要となる．感度分析のための計算

が通常の配分計算と同程度の計算である場合，1つの時間帯の計算には通常の配分の3倍の計算量で計算できることになる．

本稿では，経路ベースのモデル化となっており，経路数が大きくなる大規模ネットワークの適用には実務上の問題があるため，リンクベースのモデルに発展させることが今後の課題である．

参考文献

1) 藤田素弘，松井寛，溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集，No. 389/IV-8，pp. 111-119，1988．
2) 宮城俊彦，牧村和彦：時間帯別交通配分手法に関する研究，交通工学，Vol. 26，No. 2，pp. 17-28，1991．
3) 藤田素弘，山本幸司，松井寛：渋滞を考慮した時間帯別交通量配分モデルの開発，土木学会論文集，No. 407/IV-11，pp. 129-138，1989．
4) 赤松隆，牧野幸雄，高橋栄行：時間帯別 OD 需要とリンクでの渋滞を内生化した準動的交通配分，土木計画学研究・論文集，No. 15，pp. 535-545，1998．
5) 菊池志郎，赤松隆：リンクの流入・流出交通量を内生化した時間帯別交通均衡配分に関する基礎的研究，土木計画学研究・論文集，No. 24，pp. 577-585，2006．
6) 中山晶一朗：混雑の時空間移動を考慮した準動的配分モデル，土木学会論文集 D，Vol.64，No.3，pp. 340-353，2008.

(2011. 8. 5 受付)

A SEMI-DYNAMIC TRAFFIC ASSIGNMENT MODEL WITH ENDOGENEOUS TRAFFIC CONGESTION USING THE SENSITIVITY ANALYSIS

Sho-ichiro NAKAYAMA